Ша 425/4

УНИВ. БИБЛИОТЕКА
И. Бр. 586.

ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА

ФИЗИКА

ПО ПРЕДАВАЊИМА

Г. ЂОКЕ М. СТАНОЈЕВИЋА

ПРОФЕСОРА УНИВЕРЗИТЕТА

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА * БЕОГРАД *

ЛИТОГРАФИЈА
КОСТЕ М. БОЈКОВИЋА
ПОЕНКАРЕОВА УЛИЦА БР. 21.
БЕОГРАД.

ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА ФИЗИКА.

I.У В О Д.

Пошто је физика једна од природних наука,то ради саме дефиниције физике као науке,потребно је рећи неколико речи о томе шта је природа,и шта су природне науке.Појам природе објашњаван је веома различито: час се природом назива сав чулни свет,час све што постоји - цео свет; час се природа сматра као мешавина стварности и претворности (оног што у ствари не постоји); кадкад природу сматрају као царство мрака и злих духова.Међутим под природом у физици се најчешће подразумева све оно, што ми можемо опазити нашим чулима.Кант је објашњавао природу као скуп свију појава све док оне подлежу општим законима.Поједине ствари (тела) у природи зовемо природним телима,а утиске која та тела чине у извесним приликама на наша чула,зовемо природним појавама или феноменима Све се природне појаве не догађају без реда,већ по извесним утврђеним и постављеним природним законима,које испитујемо и доказујемо у науци коју зовемо физиком.Према томе сад бисмо могли одредити поље физике са неколико речи.Физика је она наука,која изучава појаве,које се дешавају на природним телима по општим законима,а због спољних узрока (погрешно због разноврсности самих тих узрока),као због разноликог кретања и разног агрегатног стања.Као спољни узроци до сад су нађени и испитивани: топлота,светлост,електрицитет,магнетизам и тежа.Из овога се довољно јасно види,да је искуство једини извор свих физичких испитивања.До тог пак искуства долазимо:

1/.- посматрањем са нашим чулима;и

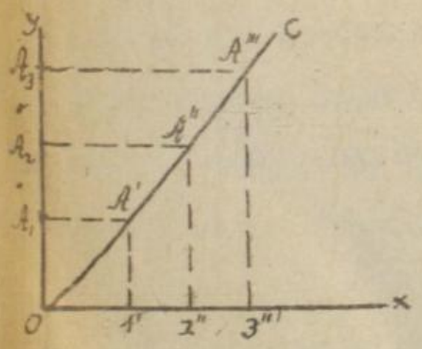
2/.- репродуцирањем или експерименталним произвођењем већ примећених природних појава.То су у исто доба и два метода физике као науке. Први је метод довољно несигуран,као што ћемо мало час само на једном обичном примеру видети,а други је од њега доста поуздани ји и тачнији. Најтачније је пак испитивање у физици,које се врши у исто време по оба та метода.Тако на пр.кад посматрамо падање каквог камена и каквог листа

у ваздуху.а затим и у безваздушном простору,видећемо да ће у ваздуху са исте висине (пређени пут)камен пасти брже (= брзина) него лист, док међутим у безваздушном простору оба тела падају за исто време са исте висине,дакле падају једнаком брзином.У овоме примеру пут,брзина и време јесу оно што зовемо подацима при посматрању.Посматрање падање тела у ваздуху је по првом методу,а у безваздушном простору по другом.

§2. Доводећи у везу податке посматрања,тако да ми постанемо тако рећи господари тих података,значи поставити природни закон посматране појаве.Податке доводимо у везу најчешће математиком,која је нераздвојно помоћно средство физике при извођењу природних закона појаве. Тако ако за наведени пример падања пут (= висину падања)обележимо знаком s (spatium),време падања са t (tempus),и брзину падања са C (celeritas),онда,видећемо доцније,посматрањем појаве падања долазимо до односа,који постоји између тих количина,а тај је однос изражен једначином $s = c \times t$ из које сад по чисто математичким правилима можемо изводити и односе: $c = \frac{s}{t}$ и $t = \frac{s}{c}$.

Све податке можемо доводити у везу и г р а ф и ч к и м п о с м а т р а њ е м т.ј.цртањем.Тако ако за горњи пример узмемо правоугли координатни систем XOУ (сл.1) па по апциси x преносимо јединице времена,а по ординати у пређене путеве за поједине јединице времена онда ћемо добити низ тачака,које нам у опште одређују криву линију c,која нам представља тражени закон кретања.

сл.1.



(Види :Вл.Тодоровић Механика.аутогр.таб.1904-1909)

Дакле посматрања природних појава тројака су: I.-чулна посматрања;II.-посматрања математичким обрасцима;и III.- графичким представљањем.Посматрајући разне појаве долазимо до разних закона,но увек ћемо запазити,да по неколико од тих закона имају неке сличности (везе) између себе тако,да их можемо груписати у један главни закон.

И у самој ствари:циљ је посматрања да доводе до тих општих закона природних п о ј а в а.Такав је један општи закон Њутонов

закон гравитације (о томе ће бити говора у §57).

§ 3.- Кад је појава законом утврђена треба је још и објаснити т.ј.наћи јој узрок или другим речима поставити теорију посматрања.Често није могуће поставити теорију и онда се служимо х и п о т е з о м,чији је значај у природним наукама врло велики,јер је хипотеза водиља наших посматрања све дотле,док се оно са њом слаже.Хипотеза је тим боља,кад она може да предвиди какву нову појаву,јер се она тада приближује теорији.Таква је на пр.хипотеза о светлости,са којом ћемо се упознати у своје време,јер је тс хипотеза предвидела,да се светлост брже простире кроз гушћа него ли кроз ређа тела.Нема ни човека ни справе који ће какво посматрање свршити потпуно без грешке.Према томе су сва наша посматрања скопчана са погрешкама.Погрешке које чинимо могу бити двојаке:

I.- с и с т е м а т с к е,на пр.Неки предмет гледамо,али само са једним оком,онда ми чинимо систематску грешку,коју избегавамо тиме што ћемо предмет посматрати са оба ока.Овакве су погрешке врло честе код инструмената.Друге су погрешке с л у ч а ј н е,напр.исти ловац са истом пушком и истим барутом не може двапут да погоди исту мету само услед ових случајних погрешака.Случајне се погрешке не могу избећи.Речено је,да се систематске погрешке поправљају у неколико више-страним проматрањем,те се тако добија бар приближна тачност,док се међутим случајне погрешке правилом не могу поправити,али се ипак може добити средња,највероватнија тачност,кад се посматрање врши више пута.Но о оваквим се погрешкама,које су у осталом обично и врло мале,води рачуна само у науци,док је за обични живот савршено свеједно хоћемо ли о тим погрешкама водити рачуна или не.

§ 5.-

Чега има у природи - Према ранијој дефиницији природе,јасно је,да у њој има материје (т.ј. материјалне природе или тела).Опажањима познајемо.да је та материја у кретању,кога мора бити,јер без кретања нема материје.У осталом природне појаве и нису ништа друго,до комбиновање кретања.Посматрањем такође дознајемо,да кретање није увек једно исто,већ да се мења с времена на време и оно што мења кретање зовемо

с и л о м.Сила може кретање да измени,али не и да створи.Силе у природи има,али она није њен нов састојак или нешто стваралачко - ванприродно. (види §.15).Сем материје и кретања у природи нема више ничег,а материја и кретање су нераздвојни.

§ 6.

МАТЕРИЈА И ЊЕНЕ ОПШТЕ ОСОБИНЕ.

Како се до данас количина материје у природи није могла никако ни увећати ни умањити,то је у физици постављен закон,да је целокупна количина материје у природи стална и непроменљива.Како је и а с а апсолутна количина материје то је и маса стална,и непроменљива.Материја се не може замислити без простора,те је п р о с т о р (дужина,ширина и висина) прва особина материје.Простор се мери дужинским мерама (метар) и мерама за правац (степени за вертикалне,хоризонталне и сложене правце).При мерењу метром при обичном мерењу тражи се мања тачност,обично до 1/10 мм.док међутим у науци потребна је већа тачност,коју можемо постићи справама:нониусом или в е р н и ј е м или м и к р о м е т а р с к и м з а в р т њ е м.Нониус или вернијe је проста али значајна справа,која прати многе остале инструменте.Нониуси су напредни или назадни;за прве важи образац $\frac{n-i}{n}$ а за друге $\frac{n+1}{n}$.Нониусом меримо како ситне дужине тако и ситне иглове(НВ.О нониусу и о микрометру види М.Ј.Андоновић,Н.Геодезија I књ.223-246 стр.). Граница нониусове употребе је 1/100 мм. Микрометарски завртањ је тачнији од нониуса,његова је граница употребе 1/1000 мм.Основни су правци хоризонтални и вертикални;хоризонталан правац одређујемо л и б е л о м, која је цевasta или лоптаста.Ју треба увек поставити бар у два укрштена положаја,па да одредба хоризонталног правца буде тачна.

(И о либели види у Н.Геодезији I књ.202-297 стр.).Простор дакле меримо нонијусом,микрометром и либелом.Сложене справе из тих јесу:к а т о м е т а р (види Ђ.М.Ст.Екс.ф.I.књ.470 стр.) и т е о д о л и т (Н.Геодезија II.књ.I полов.641 стр.)Толико о првој општој особини ма

материје,о п р о с т о р н о с т и.Друга је општа особина материје д е љ и в о с т.Делови природне материје јесу тела.Деобом неке материје (напр.с о л и)долази се до делова,који ако се даље дело не остају више та материја,већ постају сасвим нове материје (хлор+натријум).Најмањи део,који још има особине првобитне материје зовемо м о л е к и л,а делове молекила називамо а т о м и м а.Атом је недељив.Код органских материја при деоби молекила наилазимо на ћ е л и ј е,о којима мора бити говора,све док постоји разлика између органских и неорганских материја. Тако дакле при деоби материје наилазимо на ове делове:т е л о, ћ е л и ј а м о л е к и л, а т о м.Најдељивија су мириша тела;1 гр.мошуса не губи од своје тежине ништа ни за две године,ма да се та соба једнако ветри.Материја постаје а г л о м е р а т о м - ређањем молекила једно на друго.Но молекили се не додирују баш непосредно ј,између њих остаје извесни међупростор,због чега и запремина једног истог тела није увек исте величине.Према томе би трећа особина сваког тела била ш у п љ и к а в о с т са којом је у вези четврта особина с т и ш љ и в о с т,јер се молекилска тела могу или зближити или још више удаљити.

Пета је особина материје н е п р о б о ј н о с т.Сваки део материје заузима за себе,извесни део простора,који не може и друго тело заузимати у исто време.За чврста и течна тела ова је особина тако рећи опипљива,али није таква за гасове,ма да се та особина и за њих може доказати напр.у извртнутој чаши неће вода ући до горе већ до некле,а даље не да стиснут ваздух,који је у чаши.Већ смо поменули да постоје чврста,течна и гасовита тела,чему ћемо сад додати и е т а р с к а т е л а са напоменом,да су ти разна стања ш е с т а о с о б и н а м а т е р и ј е,која се зове а г р е г а т н а с т а њ а.Последње агрегатно стање материје - е т а р с к о узето је само ради објашњења теорије светлости и електрицитета,о чему ће бити говора у своје време. Прва три агрегатна стања - чврсто,течно и гасовито ,сачињавају тако зване п о н д е р а б и л н е м а т е р и ј е,а четврто је ставе импондерабилне материје Молекули чврстих тела у јаком су вези међу собом - привлаче се услед чега су тела чврста

и имају свој облик;код течних тела привлачење је већ слабије,али ипак није сведено на нулу,као код гасова,ма да га и код гасова има,само што су сфере привлачења гасова удаљене једна од друге и не додирују се; чим се сфере привлачења код гасова додирну наступиће привлачење,тада ће гасови прећи у течна и чврста тела.Чврста су тела најбогатија разноликошћу по облику,тврдоћи,боји.....

Идући редом осталим агрегатним стањима разноликости је све мање и мање,тако да их код гасова готово већ и нема,а шта ли ће тек бити код четвртог агрегатног стања - етра.По тој постепености можемо себи створити слику тог агрегатног стања.Седма и последња је особина материје п о к р е т љ и в о с т.У природи немамо апсолутног кретања јер немамо ни апсолутног мира;све је у релативном миру па према томе и у релативном кретању,пошто се сва материја креће.Напр.човек се креће у лађи,лађа по води,вода по земљи,земља око сунца и своје осе итд.те је тако све у релативном кретању једно према другом.

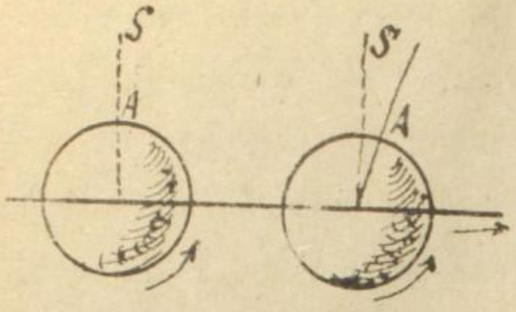
67

К Р Е Т А Њ Е.-

Општа је особина кретања в р е м е.-Без кретања не бисмо имали појма о времену;према томе в р е м е м е р и м о к р е т а њ е м и то сталним (непрестаним) кретањем,а таква су кретања земље око њене осовине и око сунца,те су нере времена дан и година.Трајање дана није се промењило од како се зна.дао полазна тачка за мерење дана јесте кулминација сунца (подне) те тако добијамо сунчани дан.Посматрањем звезда према меридијану добијамо тако звани з в е з д а н и д а н који је од сунчаног краћи за три минута 55,909 сек.,јер док се земља једном обрне око своје осовине она пређе један део своје годишње путање.Према огромној даљини звезда то пренештање земље око сунца потпуно изчезава,али према даљини сунца од земље о њему се мора водити рачуна,јер услед тога прође мало више времена док сунце за неко извесно место на земљи достигне своју највишу тачку на небу,но што би то било кад се земља не би помицала.Услед обртања земље око осе с десна на лево, место А на земљи рецимо да има подне;сутра дан,кад се земља

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛ. БЕОГРАД

Сл.2.



обрне једном око себе, А неће имати још
подне, када се земља једном потпуно обрне
око себе. Услед тог задоцњавања места А
је звездани дан краћи скоро 4 минута од
сунчевог. Ни сви сунчани дани у години
нису једнаки, јер дневна путања земљина
није исте величине за сваки дан тј. брзина земље није увек иста; стога
се ради веће тачности у науци узима средњи сунчани дан. Већа јединица
за мерење времена је година. За почетак године узима се у астрономији
пресек екліптике са екватором, таквих пресека има два, те могу и бити
и две полазне тачке за годину (јесења и пролећна равнодневница). За по-
четак се пак године узима само пролећна равнодневница, и та се година
зове тропском или сунчаном годином, сем тропске имамо и т.зв. сунчану го-
дину. Годину не почињемо тачно у време свршавања земљиног пута око сунца
јер није погодно, пошто земља сврши свој пут за 365 дана 5 сати, 48 мин.
и 48 сек. Јулије Цезар заокруглио је годину на 365 дана 6 сати, због чега
је година била продужена за 11 мин. и неколико секунада, те му је онда
лако било три године сматрати као просте, по 365 дана, а четврта преступ-
на са 366 дана, због оног вишка од 6 сати за 4 год. Због оних 11 минута
наступила је разлика од једног дана после 128 год. На то је обраћана
пажња на Никејском Сабору (за то време грешка је постала за три дана),
а на том је сабору та грешка исправљена тиме што су та три дана изба-
чена. Али у доба папе Гргура погрешка је опет била за 10 дана, те папа
избаци тих сувишних 10 дана и прогласи 5 октобар за 15. Да се пак иста
погрешка не би провлачила и даље, он је наредио да се у сваких 400 год.
избаце по 3 дана. Тако је сад наступило ово:

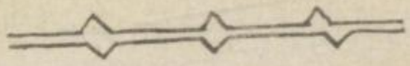
1582 год. разлика између Јулијевог и Гргуровог календара 10 дана;
1600 по Цезару преступна, а по Гргуру опет преступна; разлика 10 дана;
1700 " " " " " проста - разлика 11 дана;
1800 " " " " " " " 12 дана;
1900 " " " " " " " 13 дана;
2000 " " " " " преступна " 13 дана;

2100 по Цезару преступна,а по Гргуру проста - разлика - 14 дана;.

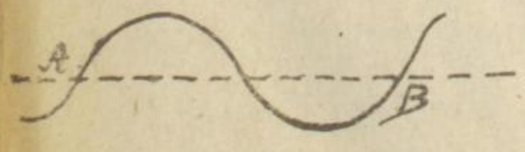
Али ни Гргурова испавка није тачна,јер је по Цезару за 128 год.наступила разлика од 1-ог дана,а он је пак узео на 133 год.тј.за 5 година више(кога то питање интересује нек чита:М.Трпковића,Реформу календара од 1900 год.) .Справе за сигно и тачно мереље времена.

1/.- Сат као клатно говоно је најтачнија справа за тачно мереље времена.Сат је добар онда кад иде или увек само напред или само натраг, стога сатове не треба дотеривати нити га натраг враћати.Сат са клатном није подесан за ношење,те се за ту сврху употребљава сат без клатна или џепни сат.За тачно мереље имамо х р о н о м е т р е удешене и за пренос;то су сатови,код којих је клатно замењено еластичним пером.Појмљиво је,да што је сат мањи тим мање правилно ради;сем тога,сат коме се често мена положај не може да ради тачно,те да се сатови,с те стране обезбеде удешено је да хронометри одржавају увек хоризонталан положај ,помоћу тзв.к а р д о н о в е о с е.За бележење времена на секунде служе нам х р о н о г р а ф и,који су обично са две писаљке,једна пише сама помоћу механизма,а другом пише посматрач притискујући по једном дугмету.

Бележење том справом изгледа од прилике овако:



где је горња линија бележена механизмом,а доња притиском дугмета.Кад се неки хронометар пусти да ради не треба га заустављати.За мереље краћег времена служе нам х р о н о с к о п и,клатна која лупкају при клаћењу у свакој секунди. У долазе справе са кретањем песка,које су такође доста тачне,и вешти посматрачи таквим справама могу мерити време до 1/10 секун.Кад је потребна још већа тачност служимо се с т р о г о с к о п и м а.Најтачнија су и најбоља мереља времена графичким посматрањима и то тзв. д и ј а п а з о н и м а.Дијапазон је виљушка,која трепти по 100 и 1000 пута у једној секунди,и то се трептање бележи у виду таласа на пр.Ако виљушка трепери 1000 пута у секунди,онда ће онај талас забележити за 1/1000 део од секунде.Дужину пак АВ можемо делити још бар на 10 делова,те према томе време меримо са тачношћу до 1/1000 сек.Дакле мере

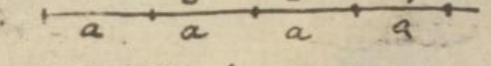


су нам времена тачније од мерења простора.

§8.

Друга је општа особина кретања п о с т о ј а н о с т или л е н и в о с т - и н е р ц и ј а, по којој маса тежи да задржи свој положај и своје стање све дотле док не дође каква страна сила, да јој стање промени тј. да је покрене или да је заустави. (Услед инерције ми се ће нагнемо у назад, горњим делом тела. кад сио на колима и кад она нагло пођу, већ нам се доњи део тела којим седимо измакне у напред нагло а горњи део услед инерције заостеје (полозади).

§9.

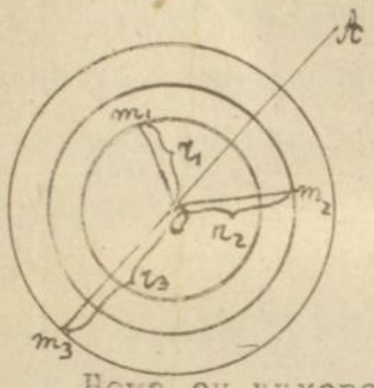
Опште су особине сваког кретања и брзина с, и путања s ; то су карактерни знаци сваког кретања. Путању S замишљамо као траг тела, које се креће, а тај траг може бити права или крива линија било у равни било у простору. Брзина је пак онај пут тела, који оно учини у једној секунди свога кретања. Кад једно тело пређе друге секунде исти онолики пут, колики је прешло и прве секунде, па толики исти пут прелази и сваке идуће секунде, онда кажемо да се то тело креће с т а л н о м б р з и н о м, коју обележавамо са "c" (c e l e r i t a s c o n s t a n s) Графички се стална брзина представља овако: 

Ако са s обележимо пут, онда је пут за једну секунду $s_1 = c$; пут за две секунде биће $s_1 + c = 2c$ за три $s_3 = 3c$ а за t'' биће $s = c \times t$ ..... (1), Из једначине (1) добијамо $t = \frac{s}{c}$ ..... (1а) и $c = \frac{s}{t}$ ..... (1в). Кад имамо два кретања $s = c \times t$ и $s_1 = c_1 \times t_1$ можемо образовати сразмеру: $s : s_1 = ct : c_1 t_1$ Ако се узме да је $s = s_1$ и $c = c_1$, биће и $t = t_1$ тј. две тачке, које за исто време пређу исте путеве имају и брзине једнаке. Ако је пак $t_1 = t$ биће $s : s_1 = c : c_1$ дакле: Кад две тачке за једнака времена прелазе разне путеве њихове ће брзине бити право сразмерне са пређеним путовима. Кад се узме да је $c = c_1$, биће $s : s_1 = t : t_1$ тј. са једнаком брзином пређени путови право су сразмерни временима кретања. Кад је $s = s_1$ добија се $ct = c_1 t_1$ или $c : c_1 = t_1 : t$ дакле кад две тачке, које се крећу једнаким крета-

ним за разна времена пређу исте путове, њихове су брзине обрнуто сразмерне временима кретања.

Најзад из сразмере $s : s_1 = ct : c_1 t_1$ излази: $c : c_1 = \frac{s}{t} : \frac{s_1}{t_1}$ и $t : t_1 = s/c : s_1/c_1$ дакле, кад су путови и времена два ју једна њих кретања разна, онда су а) њихови пређени путови правосразмерна са производима из брзине и времена, б) њихове су брзине правосразмерне са количницима из пређеног пута и времена и 2) њихова су времена кретања правосразмерна количницима из пређеног пута и брзине. Како праволинисko тано и кружно кретање може бити са сталном брзином. У томе случају тачка

Сл.6.



m_1 пређе за 1" пут $s_1 = 2r_1\pi$

тачка m_2 опет за 1" пут $s_2 = 2r_2\pi$

тачка m_3 пак $s_3 = 2r_3\pi$ итд. т.ј. свака тачка на правој OA има разну брзину јер све те тачке за исто време прелазе разне кружне путање.

Нека су њихове брзине по реду $c_1, c_2, c_3 \ldots\ldots$ за меру таквих брзина, по кружним путањама, узимамо брзину оне тачке на правој OA, која је на даљини $r = 1$ од центра O . Та брзина тачке на даљини $r = 1$ зове се угловна брзина. (§13). У колико је та тачка на већој даљини од O т.ј. у колико је r веће, у толико ће и брзина те тачке бити већа.

§11.

Најчешће су променљива кретања, која су или једнако променљива или неједнако променљива, затим убрзана или успорена. Код таквих кретања прираштаји брзине за једну секунду зову се убрзања, која су позитивна (поломна) за убрзана, и негативна или одречна за успорена кретања. Убрзање обележавамо са a (*acceleratio*). Брзину једнако убрзаног или успореног кретања на крају извесне секунде зовемо крајном брзином, а обележавамо је са v (*velocitas - variabilis*). За прву је секунду дакле $v = a$; за другу $v = 2a$, за трећу $v = 3a$ итд. За t'' биће $v = t.a$ .....(2). Наравно до ово резоновање важи само за она кретања код којих је убрзање a једнако у свима секундама. Већ код неједнаких кретања није онако лако извести образац за пут, као што је то био

случај код једнаког кретања (§9) Да бисмо дошли до обрасца за пут код неједнаког кретања морамо увести нов појам о средњој брзини. Узимо да неко тело са убрзаним кретањем пређе пут s за t'' онда кад би то, или друго неко тело прешло исти тај пут s за t'' са сталном брзином C, ту сталну брзину C звали бисмо средњом брзином првог променљивог кретања. Јасно је да ће се средња брзина за сваки појединн секунд добити, кад се узме аритметичка средина из почетне и крајне брзине у тој секунди; напр. средња брзина прве секунде за горњи пример биће: $c_1 = \frac{0+a}{2} = \frac{a}{2}$; у другој секунди је средња брзина $c_2 = \frac{a+2a}{2} = \frac{3a}{2}$; у трећој $c_3 = \frac{2a+3a}{2} = 5a/2$, итд. На тај начин променљиву брзину v претварамо у сталну брзину C, и сад можемо савршено онако исто како смо радили при извођењу обрасца за пут једнаког кретања, тако је:

пут за саму прву секунду $s_1 = c_1 t = \frac{a}{2} \cdot 1 = \frac{a}{2}$

" " " другу " $s_2 = c_2 t = \frac{3a}{2} \cdot 1 = \frac{3a}{2}$

" " " трећу " $s_3 = c_3 \cdot t = \frac{5a}{2} \cdot 1 = \frac{5a}{2}$ и т. д.

Пут од прве две секунде биће: $s_1 + s_2 = \frac{a}{2} + \frac{3a}{2} = \frac{4a}{2} = \frac{a}{2} \cdot 2^2$

Пут тела за прве три секунде биће: $s_1 + s_2 + s_3 = \frac{a}{2} + \frac{3a}{2} + \frac{5a}{2} = \frac{9a}{2} = \frac{a}{2} \cdot 3^2$

Пут за свих t'' био би дакле $s_1 + s_2 + s_3 + s_4 + \ldots\ldots = s_t =$

$= \frac{a}{2} + \frac{3a}{2} + \frac{5a}{2} + \frac{7a}{2} + \ldots\ldots = \frac{a}{2} t^2$ ..... (3)

Образац (3) можемо написати и у облику $s = \frac{1}{2}(at)a$

те с погледом на образац (2) добијамо: $s = \frac{1}{2} v \cdot t$ ..... (4) исти образац (3) може добити и облик: $s = \frac{a^2 t^2}{at}$ или опет с погледом на образац (2) добија се $s = \frac{v^2}{2a}$ ..... (5) где је пут s функција крајње брзине v и убрзања a, а не зависи од времена t . Из обрасца (5) добије се $v^2 = 2as$ и $v = \pm\sqrt{2as}$ ..... (6)

§12.

Постоји још једно кретање, које је сложено из прве два: из једнаког и променљивог. Тако кад бацимо какав камен са висине, ми му дајемо сталну брзину C; али на тај камен дејствује одмах тежа земљина која ту брзину C повећава сваке секунде са g , тако да је брзина после t секунди $v = C + g \cdot t$

Но пак камен бацимо одоздо на више тежа ће дејствовати

супротно и умањаваће брзину c тако тако да ће бити $v = c - gt$

Последња два обрасца обично пишемо уједно и добијамо

$v = c \pm gt$ .....(7а и в).

Како је образац за брзину двојак за овакво кретање, то ће и образац за пут бити двојак и то: $s = \frac{c+c\pm gt}{2} \cdot t$

јер је средња брзина $c_1 = \frac{c+c\pm gt}{2}$ дакле је $s = \frac{2c\pm gt}{2} \cdot t =$

$= ct + \frac{gt^2}{2}$ ..... (8)

Образац (8) показује нам, да тело, које се креће убрзано, односно успорено, а са извесном почетном брзином C пређе пут, који је раван збиру односно јединици из пута са сталном брзином и пута са убрзањем, и за све време кретања. Из обрасца (7) добија се $gt = v - c$ и кад ову једначину помножимо са $s = \frac{v+c}{2} t$ добићемо: $gts = \frac{v^2 - c^2}{2} t$ или $2gs = v^2 - c^2$

одакле је $s = \frac{v^2 - c^2}{2g}$ ---------(9) тј. пређени пут код једнако успореног кретања раван је количнику из разлике квадрата крајње и почетне брзине и двогубог убрзања. За једнако успорено кретање са почетном брзином C крајња је брзина $v = c - gt$ .....(9е) где је gt променљиво, а очевидно је да може наступити тренутак кад је $c = gt$ тј. $v = 0$ и то онда кад је $t = \frac{c}{g}$. За једнако успорено кретање образац за пут биће $s = \frac{c+c-gt}{2} \cdot t$ тј. $s = ct - g/2 \cdot t^2$ ----------.....(10). Из обрасца (9в) добија се $t = \frac{c-v}{g}$ и заменом те вредности у $s = \frac{c+v}{2} t$

добија се: $s = \frac{1}{2}(c+v) \cdot \frac{c-v}{g} = \frac{1}{2} \frac{c^2 - v^2}{g}$

или $2gs = c^2 - v^2$ дакле $s = \frac{c^2 - v^2}{2g}$ ----(11)

Кад у једначину (11) ставимо $v = 0$ што значи да је кретање успорено сасвим престало, добијамо образац $s = \frac{c^2}{2g}$ .....(12)

који нам даје пређени пут успореног кретања за време $t = \frac{c}{g}$

§13.

Једнако кружно кретање

Кружно кретање има оно тело, које као целина не на-

своје место, а чији поједини делови описују паралелне кругове разне величине (напр. казаљка на сату). Код таквог кретања тело има осовину окретања која може бити и тачка. Видили смо већ да брзина таквог кретања зависи од полупречника даљине од осовине тј. од полупречника кружне пу-

путање дотичне тачке.

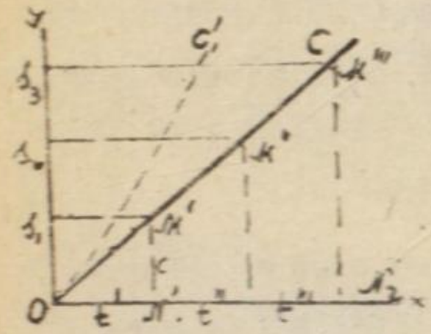
У §9. имали смо $s_1 = 2r_1\pi$ те заменом тога у обрасцу $C = \frac{s}{t}$ добиће се: $c_1 = \frac{2r_1\pi}{t}$ исто је тако $s_2 = 2r_2\pi$ и с тога $c_2 = \frac{2r_2\pi}{t}$ Као што се види сви изрази за C имају $\frac{2\pi}{t}$ као сталан члан, који смо у §9 назвали угловном брзином. Дакле је $\omega = \frac{2\pi}{t}$ ....(13) Према томе назначену добија се: $c_1 = \omega \cdot r_1$; $c_2 = \omega \cdot r_2$ и у опште $c_n = \omega \cdot r_n$ .....(14).

§14.

ГРАФИЧКО ПРЕСТАВЉАЊЕ КРЕТАЊА.

Свако кретање можемо представити графички помоћу две правоугле координантне осе (каткад и са три), од којих је једна Ox апциса, а друга Oy ордината. По апсиси преносимо делове времена кретања, а по ординати величине одговарајућих путева, усвојивши да јединица дужине представља

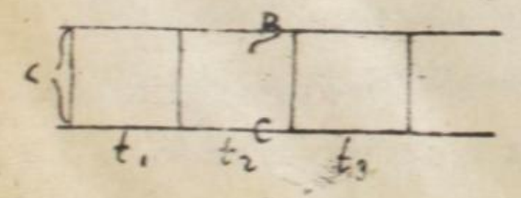
Сл.7.



и јединицу времена. На тај начин добијамо тачке $M'M''M'''$ итд. које су све ближе једна другој у колико је t па према томе и s мање (управо у колико $t''-t'$; $t'''-t''$ и $s''-s'$ и $s'''-s''$ итд. мање). Кад су те разлике бесконачно мале, тачке $M'\ M''\ M'''$ итд. биће бесконачно блиске једна другој и образоваће нам у опште једну криву линију C, која нам је графички представник посматраног кретања. Из сличних троуглова ON_1M' и $OM''N_2$ добија се (сл.7) $s : c = t : s$ дакле $s = ct$ чиме је тачност графичке представе доказана. Дужина N_1M' обележена је са c, јер је то пређени пут за једну секунду, што смо ми назвали брзином.

Ако ли пак брзину преносимо по у ординати, а време опет апсиси, добићемо за једнако кретање правоугаоник AOBC (сл.8) чија нам је страна

сл.8.

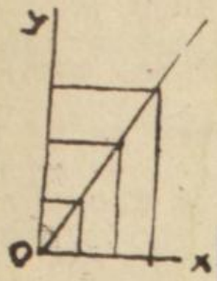


OA таковзвана брзна линија.

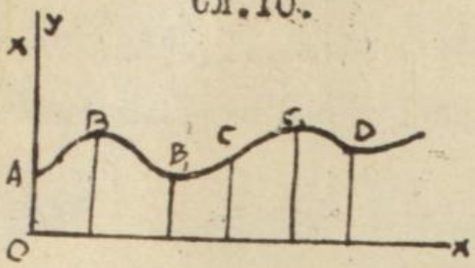
Код једнако убрзаног кретања имали смо образац $s = \frac{at^2}{2} = \frac{gt^2}{2}$ графички представник овакве једначине биће

крива линија из сл.9.која нам у опште преставља неједнака кретања.Кад нам је представник кретања каква неправилна крива линија (сл.10) онда ју делимо на такве делове (АВ, ВС,СД,итд.) који се без велике грешке могу сматрати као праве линије.

сл.9.



Сл.10.

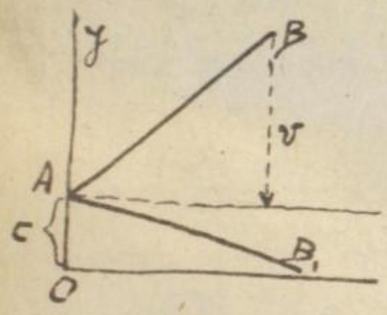


Ваља знати ово:Кад смо нашли брзну линију,онда ако је нека испупчена страна окренута апсиси,сигурно је, да ће кретање бити убрзано,напротив, ако је издубљена страна окренута ка апсиси,кретање је сигурно успорено.

Кад је пак брзна линија права,кретање је сигурно једнако,и тада је брзна линија у исто време и паралелна к оси.Где год брзна линија сече апсису,ту је за одговарајуће време брзина = с.

На слици 11.брзна линија је АВ која је према горе реченом преставник брзине једнако убрзаног кретања са почетном брзином с.Међутим права АВ је брзна линија једнако успореног кретања са истом почетном брзином С.

Сл.11.



§15.

Ми смо до сада испитивали потпуно за себе материју,а за себе пак кретање,што није савршено исто са испитивањем природе,јер смо одмах у почетку казали да су материја и кретање неразвдвојни,и као такве треба их у исто доба оба испитивати.С тога сад морамо вршити испитивања,али тако,да водимо рачуна и о материји и о кретању у исто доба.Ако имамо тело масе m па нека сила да томе телу брзину с,онда ћемо производ из масе m и дате јој сталне брзине с звати количином кретања.Дакле је количина кретања = mc

Ако сила маси m не да сталну брзину с,већ неку променљиву брзину v очевидно је,да ће за тај случај количина кретања бити $m.v$ Како је пак $v = at$ то заменом добијамо:количина кретања = $m.a.t$ или на јединицу времена долази количина кретања

од $a\,m$. Напр. маса од 4 кгр. нека има брзину од 2 метара, онда је количина кретања те масе 4.2=8 мет.кгр. Како је количина кретања функција убрзања a (дакле $F_{(a)}$), то да се неко кретање (то може бити и релативан мир) промени, мора дакле од некуд да дође а. Потребно је дакле нешто да то а изазове и да маси m да количину кретања $a\,m$. То што изазива ту промену зовемо силом (*potestas*) тако да је $P = am$ .....(15) Из обрасца (15) јасно се увиђа, да кад хоћемо да испитујемо силу, морамо водити рачуна и о маси m, и о убрзању те масе а.

§16.

НАЧИН КАКО СЕ СИЛА ПРЕСТАВЉА, МЕРИ И ПРОИЗВОДИ.

Силу графички представљамо дужином напр. ⟶ где стрелица показује правац, којим сила делује. Правац силе показује нам, да ли сила вуче тело: ⟵● или га гура ●⟶ Величина сила представљена је величином праве напр. 1 см. дугачка права нека нам представља силу извесне величине, онда ће нам у истом примеру (задатку) права од 10 см. представљати 10 пута већу силу изражену истим јединицама.

Правац силе представља се графички правцем праве; напр. сила делује на (ниже ↓ (више ↑ итд. Тачка на коју сила непосредно делује зове се њеном нападном тачком, напр. А, односно В ⟵(A B)⟶

Најзад треба водити рачуна и о четвртом елементу сваке силе, а то је њен смисао. Сила напр. делује с лева на десно ⟶ с југа на север ↗ итд. Смисао нам показује стрелица. Код сваке силе треба најпре одредити правац па тек онда и њен смисао. Свака нам је сила потпуно позната, кад је окарактерисана са по четири своја елемента.

За мерење сила потребна нам је нека јединица мере, која наравно мора бити опет нека сила, јер силу можемо мерити само опет силом. За ту јединицу усвојена је земљина сила или т е ж а, јер земља, као и свако друго небесно тело има своју силу, којом привлачи свако тело. Дакле $P=am$ представља нам силу у опште, где а долази од ма које врсте кретања (једна-

(једнаког,убрзаног и успореног),а маса пак m очевидно у свима приликама је једно исто (материја).Код земљине силе која је просто привлачење, убрзање се не обележава са a,већ са g (gravitatio),а силе пак земљина не означава се са P већ са Q (Quantitas) те за земљину силу добијамо образац: $Q = g \cdot m$ ...(15в) а то је пак очевидно и права тежина тела коме је маса m.Убрзање g стално је за исту географску ширину,и за једну секунду износи: $g = 9{,}806$ за Београд. Тежине се мере кантарима са два таса (теразијама),који не мере силе,већ само масе.

Силе пак меримо д и н а м о м е т р и м а,а те су справе обично каква еластична тела.Кад је $P = a.m$.и $P_1 = a_1 \cdot m_1$ па се узме да су масе m и m_1 једнаке,дакле $m = m_1$ онда је и $P : P_1 = a : a_1$ тј. силе су правосразмерне убрзањима,које оне саопште м с т и м м а с а ма.Ако ли је пак $a = a_1$, а m различито од m_1, ,онда је $P : P_1 = m : m_1$, или силе које масама m и m_1 саопште иста убрзања a,право су сразмерне са тим масама.Најзад,кад је $P = P_1$ дакле $am = a_1 m_1$, или $a : a_1 = m_1 : m$ дакле,убрзања су обрнуто сразмерна са масама. Очевидно је да у свима овим испитивањима можемо место силе P ставити тежину Q ,а место убрзања a,тежинско убрзање " g ".За поједине географске ширине није убрзање „g исто ,те с тога једно тело мерено динамометром на разним местима има и разну тежину,док то тело мерено на теразијама има увек исту тежину,па ма га на којој географској ширини мерили.Према томе тежина,коју меримо,зависи само од маса,а никако од привлачне силе (снаге);земљине;динамометрима се пак мери само сила земљина (тежа),а никако тежина.

§17.

ЗАКОНИ О СИЛАМА.

Кад претпоставимо,да на неко тело не делује никаква сила,онда нема разлога да се оно креће променливом брзином,те ће се према томе кретати са сталном брзином,или ће пак бити у миру,дакле:без деловања силе те ће се увек кретати са сталном брзином.То је први закон о осуству сила.Питање настаје,да ли ће сила,која доцније дође имати каквога

утиче је на дејство силе,која је пре ње деловала на то тело.Деловање прве силе остаје исто као и пре и онда,кад дође нека друга сила.То би било друго правило о силама,које се обично исказује овако:Свака сила изазива свој ефект савршено сама за себе,као и да нема никакве више силе,дакле, делује савршено независно једна од друге.Дејство неке силе на какво тело зовемо акцијом.Свако тело показује према сили извесан отпор,и тај отпор зовемо реакцијом.Постоји закон да је акција увек равна реакцији. Особина силе,да својом акцијом изазива исту толику реакцију зове се дејство силе у два правца.

§18.

КЛАСИФИКАЦИЈА СИЛА

Силе могу бити тренутне и трајне.Тренутак је свуда мањи од 1/10 секунде.Кад на неко тело дејствује тренутна сила,она ће му променути стање - покренуће га.

Сила је успела,да крене тело,и оно мора сад да се креће са сталном брзином,коју је од те силе добило;ма да та сила не делује више на то тело.

Трајна сила дејством својим на неко тело изазива неједнаке кретање тога тела.

Привлачна снага земљина тј.сила тежња - спада у трајне силе, и изазива једнако променљива кретања.За правац таквог кретања ваља приметити,да ако се тело креће у правцу теже,кретање ће његово бити по правој линији;а ако се тело не креће правцем теже,кретање тела биће по извесној кривој линији.Дакле,кад стална сила заклапа са правцем кретања извесан угао,путања тела,на које та сила дејствује,биће крива линија. Према теме:Свако је кретање по кривој линији сложено,док праволиниско кретање може бити и просто и сложено.Израз $P = a.m.$ преставља нам силу, те према теме силу можемо разликовати с погледом на a по величини, а с погледом на m разликујемо их на овај начин:Ако је m маса неког тела у целини онда ћемо ту силу P звати м е х а н и ч к о м с и л о м.Ако је

m маса молекила, сида P биће молекидарна; кад је пак m прса атома сила P добиће име атомске силе. За m маса ћелија имамо ћеличку силу. Сем свих ти врста сила и мишићна је снага нарочита врста сила. Силе можемо разликовати још по дејству и по раду. Ако сила дела на нападну тачку, али тело не крене, она тада, кажемо дејствује. Ако пак сила деланем на нападну тачк крене и само тело, ена онда, кажемо ради.

- §20. РАД

Ми кажемо, да је сила P извршила неки рад R:

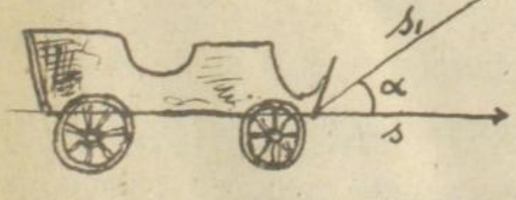
Кад је савладала на некој тачки макакав отпор или ма какву супротну силу; према томе рад је силе у толико већи, у колико је већи отпор у колика је дужи пређени пут. С тога се сваки рад силе мери производом из силе P и пута s таке да је $R = P \times s$ ..... 16.

Каке се сила P мери кгр. а пут s метрима те се рад R мери метар-килограмима. Не сем тога рад се мери и јединицом рада званом в а т.

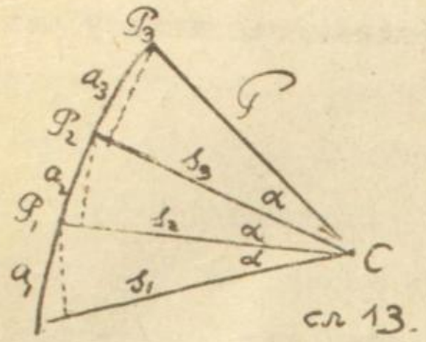
$$Један џул = \frac{1.\text{кгр.}}{9.81} \times \frac{1\text{динамија}}{9.81}$$

За мерење рада имаме још и јединицу у коју зовемо е р г о м, која може бити велики ерг или мали ерг. Однос између досад поменатих јединица за мерене рада јесте овај $1\text{ерг} = \frac{1\text{ ват}}{10000000} = \frac{1\text{м кгр.}}{98100000} = \frac{\text{Гарни кон}}{736000000}$

Израз $R = P \cdot s$ важи за онај случај, када се тело креће у правцу, куда га сила вуче - или гура - али може бити, да правац силе и пут заклапају извесни угао α, то за тај случај израз $R = P \cdot s$ постаје нешто другојаче. Тај је случај напр. код ниских кола (сл. 12). За овај је случај $R = P \cdot s_1$, али је $s_1 = s \cdot \cos\alpha$ те заменом тога постаје: $R = P \cdot s \cdot \cos\alpha$ ....-(17) треба дакле, силу пројектовати на правац пута и силу помножити. Са том пројекцијом, на ће нам добивени производ представљати величину рада те силе. Видели смо да путања тела може бити и крива линија, и рад у томе случају налази-



мо кад ту криву линију, путању, поделимо на делове, које можемо сматрати као праве линије, па за сваки део нађемо рад, и збир свих тих појединих радова биће нам целокупни тражени рад за ту криву путању (сл.13). Појединн ће радови бити:



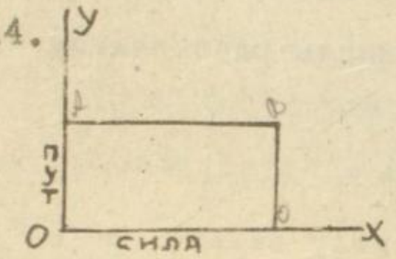
сл 13.

$R_1 = P_1 s_1 \cos\alpha$;
$R_2 = P_2 s_2 \cos\alpha$;
$R_3 = P_3 s_3 \cos\alpha$ ..... итд. а целокупан рад биће: $R = \Sigma(P.s\cos\alpha)$
или како је P и α стално за све чланове, кад је путања део круга, то је $R = P.\cos\alpha \cdot \Sigma(s)$ ..... (18)

§21.

ГРАФИЧКИ ПРЕСТАВЉАЊЕ РАДА.

Рад се графички представља површином (14). По апсциси ваља пренети силе, и по ординати путеве па на правоугаоник ABCO представља величину рада. Ако л сила није била стална, већ променљива, површина која нам графички представља рад, биће са једне



сл.14.

стране ограничена кривом линијом, која зависи од несталности силе.

§ 22.

Рад извршен за јединицу времена зове се ефекат силе, и то је јединица мере рада, од мањих јединица. За веће радове имамо за јединицу ј ног коња, коју смо јединицу већ споменули и која је рад ефекта од 75 кг Кад у обрасцу $R = P.s$ ставимо раније нађене вредности $P = a.m$ и $s = \frac{v^2}{2a}$ добићемо нов образац: $R = \frac{mv^2}{2}$ ..... (19) у ко је изразу рад представљен производом масе и квадрата брзине, а не силом пута, као у ранијем обрасцу $R = P.s$. Израз (19) због свог особи значаја у физици и Механици добио је нарочито име: Жива сила или енергија. Као што се види, по апсолутној (математичкој) вредности рад је савршено једно исто што и енергија, али се ипак то двоје, као што ћемо ускоро видети, битно разликује јер у обрасцу $R = P.s$ брзина не игра никакву улогу, што није случај и са обрасцем: $R = \frac{mv^2}{2}$.

Као пример за разликовање рада $R = P \cdot s$ и енергије $R = \frac{mv^2}{2}$, обично се наводи укуцивање јексера ударцем чекића - енергија - и просто терањем јексера одовго - рад. Из горе реченог, јасно је да је енергија врста брзога интензивног рада. Енергију можемо још дефинити као нагомилани рад у телу, који је оно добило од силе која је на њега деловала тренутно; то тело мора негде да покаже ту своју енергију: дакле енергија тела је његова способност за рад. Раније смо то видели, да у природи постоји само материја и кретање, а обрасцем пак $R = \frac{mv^2}{2}$ спојили смо то двоје у једно, тако да наштај образац показује, да у природи постоји само енергија.

§22.

ЗАКОНИ ЕНЕРГИЈЕ.

1.-Закон.-Енергија неког тела једнака је раду оне силе која је саопштила томе телу дотичну брзину;

Доказивање тога закона:-Узимимо да сила P креће тело масом m по путу s, онда је њена величина $P = a \cdot m$, где је a силом саопштено убрзање томе телу. Даље је према ранијем $s = \frac{v^2}{2a}$ те како је $R = P \cdot s = a \cdot m \cdot s = a \cdot m \cdot \frac{v^2}{2a} = \frac{mv^2}{2}$ (заменом то добијамо) чимо је пак горњи закон и доказан.

2. Закон.-Енергија некога тела равна је ономе раду, који ће то тело извршити, док не изгуби сву своју брзину ДОКАЗ: Узимимо, да је тело бачено вертикално у вис, дакле да губи од своје брзине сваке секунде по "g"; за "t" то ће тело од своје брзине изгубити према томе итд. то ће тело од своје брзине изгубити према томе $t \cdot g$. Тај губитак пада на цело тела тежине Q, те на јединицу тежине паће $\frac{t \cdot g}{Q}$. Но мисмо сидом P дали баченом телу брзину, и што већа сила, већа ће бити и брзина, те услед те праве размерности, над се при рачунању губитка брзине уведе у рачун и сила P добиће се губитак $\frac{g \cdot t}{Q}$ Тај губитак бива све већи све док не постане $v - \frac{gt}{Q} = 0$ тј. док бачено тело, не изгуби сву своју брзину; из те је пак једначине: $P = \frac{Q \cdot v}{gt}$. Како је пак $s = \frac{v^2}{2g}$ то је и $R = P \cdot s = \frac{Q \cdot v}{g \cdot t} \cdot \frac{v^2}{2g} = \frac{Q v^3}{v \cdot 2g} = \frac{Q \cdot v^2}{2g}$. Но зна се да је $Q = m \cdot g$ те је и $R = \frac{mgv^2}{2g} = \frac{mv^2}{2}$ Овим је доказан и други закон о

енергији, који у осталом лакше доказује на овај начин:

Из обрасца $P = a \cdot m$ добија се $a = \frac{P}{m}$, те множењем са t биће: $at = \frac{P}{m} \cdot t$, а то је v. Гоно по горњем закону треба да је: $v - \frac{P}{m} \cdot t = o$ то је $P = \frac{mv}{t}$ Познати образац $s = \frac{v^2}{2g}$ ваља последњим обрасцем помножити, па је $P \cdot s = \frac{mv^3}{2gt} = \frac{mv^3}{2v} = \frac{mv^2}{2}$ Чиме је пак закон доказан.

ПРИМЕР:- Нека је тежина неког чекића $Q = 1$ кгр. а брзина његова нека је $v = 10$ м.; онда из обрасца $Q = m \cdot g$ имамо: $m = \frac{Q}{g} = \frac{1}{9{,}81} = \frac{1}{10}$ (округло) јер овде није потребна баш тако велика тачност.

Образац $R = \frac{mv^2}{2}$ сад постаје према датим количинама: $R = \frac{\frac{1}{10} \cdot 10^2}{2} = 5$ кгр. Међутим, кад бисмо употребили израз за рад а не за енергију онда брзина v неће имати никакав утицај и добиће се $R = P \cdot s$ Ако хоћемо на пример да укуцамо јексер за 1мм. онда је 5 мкгр. $= P \cdot 0{,}001$ ако узмемо нађену количину рада. Отуда $P = \frac{5}{0{,}001}$ 5000 кгр. Дакле да се какав јексер укуца за 1 мм без куцања - простим полагањем терета - потребно је да се на њега спусти - управо неосетно положи терет од 5000 кгр., док енергија тај посао сврши само са 5 кгр. с и л е. Кад се неко тело крене и кад врши рад, па на свом путу удари о какво друго тело, онда ће прво тело пренети од своје енергије и на ово друго тело; та пренета енергија биће равна разлици: $\frac{m_1 v_1^2}{2} - \frac{m_2 v_2^2}{2}$ где је $\frac{m_1 v_1^2}{2}$ првобитна енергија првог тела, а $\frac{m_2 v_2^2}{2}$ енергија која је после удара заостала у првом телу.

Сва су кретања у природи извесан начин преношења енергије из једног тела у друго.

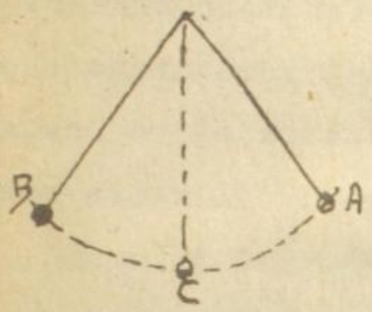
§23.

КАКВИХ ИМАМО ЕНЕРГИЈА.

Енергија $R = \frac{mv^2}{2}$ не јавља се свуда у природи на исти начин; кад се неко тело креће и кад врши рад оно има радну или к и н е т и ч к у енергију; кад ми неко тело уклонимо са његовог места, ми смо зато употребили известан рад, значи да смо томе телу дали онолико енергије колико одговара томе раду; али ми смо то тело оставили на такво место где оно не може да покаже своју добивену енергију због извесне какве

препоне (обичне какве подлоге), но оне је ипак готово, да увек ту енергију покаже, чим ту препону (подлогу) уклонимо. Такво тело кажемо, има потенцијалну енергију или енергију по положају. (Затегнутој еластичној жици дата је потенцијална енергија, као год и напуњеној пушци итд). Та нагомилана потенцијална енергија у каквом телу зове се још и х е м и ј с к о м е н е р г и ј о м.

Све природне појаве нису ништа друго до преноси енергије с једног тела на друго, или прелази енергије из једног од горњих стања у друго Напр. К л а т н о док се креће од С до А има кинетичку енергију, у тачци А, као год и у тачци Б има потенцијалну енергију, која одмах прелази у кинетичку опет. Кад неком телу дамо енолике енергије, колико оно у себе може највише да прими, (напр. навијемо сат сасвим - докле се може), онда се каже, да то тело има т о т а л н ј е н е р г и ј у. Ако пак телу нисмо дали у енеликој мери енергије, колико оно може да прими, онда ће то тело бити са парцијалном или делимичном енергијом. П о т е н ц и ј а л (врста енергије; види §53) јесте она количина рада, коју производи јединица масе (1кгр.) кад падне из б[illegible]начности или се са ма кога места премести у бесконачност.



§24.

К О Н С Е Р В А Ц И Ј А Е Н Е Р Г И Ј А.

Казали смо, да се енергија преноси са једнога тела на друго, и да су све природне појаве, само тај пренос енергије, а сад пак да видимо, да ли се при томе преносу губи што од првобитне енергије количине. Кад камен падне са висине, али на какво тело које он може да разбије (напр. стакло) онда ми јасно увиђамо, да је он своју енергију показао у разбијању тела; али кад камен падне на земљу, не опажамо тако јасно то показивање његове енергије, али и тада чујемо удар пада, место пада биће нешто. угњуто и топлије итд. опет ћемо моћи казати, да је сад енергија камена прешла у звук, топлоту, и да се сва утрошила на сабијање земље (на механички рад). Сума свих тих делова распарчане енергије камена; биће дакле

равка - оној целокупној енергији,коју је тај камен имао,кад је почео да пада.На основу свих сваквих опажања (опажања сваке"сорте")и постављен је у природним наукама (и посебно у физици) з а к о н о х о м с е р в а ц и ј е е н е р г и ј е,који важи за сву васиону:како за сва мала тела и за сва велика (небеска)тела Тај се закон обично исказује овим речима:"Енергија се не може ни створити ни уништити;она је увек ту (у природи)у стадној количини,само мења облик и место."Просто опажањем (или чак искуством - општим)дошло се до закључка,да све врсте енергије пису исте постојаности;тако механичка енергија,врло лако прелази у молекилску енергију (енергију молекила,а то је топлота,звук и тд).Сем тога опажамо да све врсте енергије у природи теже,да заузму облик најпостојанији енергије,а то је топлотна енергија (врста пак молекилске енергије),те према томе и апсолутна количина топлотне енергије тежи максимуму.Та тежња енергије ка једној врсти у науци се зове опадањем или растурањем (*degradatio et dissipatio*)енергије.Извесни пак физичари ту тежњу енергије називају и ентропијом.Из горе реченог о енергији излази,да се и количина енергија налази у непостојаној равнотежи,јер и она такође тежи,да пређе у постојанију од себе енергију - у енергију топлотну.Дакле живот биљни и животињски,као врста непостојаног облика енергије,мора се угасити у целој васиони.Према томе ће у васиони наступити апсолутно мртвило,које ће бити од обичне смрти веће.Тада ће нестати количине енергије,али ће још постојати а т о м с к а и к о л и ч и н а,које ће пак енергије и даље тежити ка топлотној,док једном саме не буде топлотне енергије.Када би се сунце угасило,живота би на земљи остало,али би се земља заједно са осталим планетама окретала још неко време око охлађеног сунца;механички говорећи наш би сунчани систем још био живљи.Али кад наступи доба једнаке топлоте планете се па и земља морају зауставити.Упак се па и тада се не може рећи да ће свега нестати,нити да ће све бити у потпуној непокретљивости у ужем смислу,јер ће количина целокупне енергије бити непромењена,само што ће сва енергија бити у облику топлоте.То ће бити уништење приметног кретања, уништење сваке разноликости;то неће бити обична смрт,већ апсолутно мртвило,које је од обичне смрти много веће.

§25.

---

§25.

Видели смо прошлога часа, да у природи постоји само енергија, која је састављена из два чиниоца: из масе m која се креће, и брзине v (односно с) са којом се та маса креће. Према томе: природне науке могу испитивати само енергије у разном облику. Из обрасца $R = \frac{mv^2}{2}$ види да v може да утиче на целокупан израз на R само по његовој бројној вредности, јер v и није ништа друго до број. Дакле брзина v не може изразу за енергију дати класификацију, јер је и сама нема. Међутим маса т ица својства класификације те их према томе и самоме изразу за енергију даје. Тако m може бити и маса тела, маса молекила, атома и ћелија; кад је m маса тела, његово се кретање зове механичко, а наука која проучава енерги тела јесте механика. Има пак појава, где се тела не крећу, већ само њихо делови молекила (напр. појаве звука) и таква молекиларна кретања проуча наука, коју ћемо овде проучавати, а то је ф и з и к а; дакле за физику је у обрасцу $R = \frac{mv^2}{2}$ је маса m, маса молекила, а цео образац престав ља енергију молекила, која може бити парцијална, тотална, кинетичка итд. шт је напред већ поменуто. Енергија $\frac{mv^2}{2}$ кад је m маса атома јесте хемијска појава, и таква се енергија проучава у науци званој хемији. Најзад че тврта група природних наука је она, која проучава појаве, за које је изра $\frac{mv^2}{2}$ те особине, да је у њему m маса ћелија, које се крећу, при том с кретању добија жив организам - а такве се појаве проучавају у биолошки наукама (зоологија и ботаника).

Из поменутих 4 група природних наука потичу услед још разни специјалности споредне групе као напр. а с т р о н о м с к е н а у к е (кретање "небесних тела") палеонтологија, минералогија итд....

Да дођемо до закона о кретању молекила што је задатак физике, морамо најпре проучити видљива кретања, дакле кретања тела, па ћемо кретања после лакше покушајима преносити на невидљива кретања молекила. Морамо се дакле најпре позабавити науком, која се, како рекосмо, зове М е х а н и к а.

Крај увода.

М Е Х А Н И К А.

326.

О М Е Р А М А.

Пре свега ваља нам се упознати са мерама, са којима ћемо се у току наших испитивања у физици служити. За сва наша мерења имамо тројаких мера: мере за дужину, мере за време, и мере за масу. На конгресу научника у Паризу 1881 год. утврђен је тзв. с и с т е м а п с о л у т н и х м е р а, по коме је јединица мере за дужину сантиметар (с), јединица мере за време је секунд (s) и јединица мере за масу грам (g), Тим мерама меримо све Ради краткоће усвојено је, да се дужине обележавају са L масе са M и време са T , И на основу тога добијамо ову таблицу:

дужине $= L$

површине $= L^2$

запремине $= L^3$

густине $= \frac{\text{маса}}{\text{запремина}} = \frac{M}{L^3} = M.L^{-3}$

брзине $= v = \frac{\text{пут}}{\text{време}} = \frac{L}{T} = L.T^{-1}$

убрзања $= a = \frac{\text{брзина}}{\text{време}} = \frac{v}{t} = \frac{L.T^{-1}}{T} = LT^{-2}$

углове $= \alpha = \frac{\text{л у к}}{\text{полупречник}} = \frac{L}{L} = L^0$

угловне брзине $= \omega = \frac{2\pi}{T} = T^{-1}$ ---(пошто је π сталан број а не величина)

силе $= P = a.m = LT^{-2}M = LMT^{-2}$

количина кретања $= m.c = MLT^{-1}$

радове: $= P.s = LMT^{-2}.L = L^2MT^{-2}$

енергије: $=$ раду $= L^2MT^{-2}$

ефекти $= \frac{\text{р а д}}{\text{в р е м е}} = L^2.T.T^{-3}$

гравитациона поља: $= \frac{\text{п о љ а}}{\text{м а с а}} = \frac{LMT^{-2}}{M} = LT^{-2}$

Кретања тела проучиваћемо кад прво проучимо њихова кретања у релативном миру, дакле у равнотежном стању; то пак проучавамо у науци коју зовемо науком о равнотежи или "С т а т и к о м". Статика је дакле наука о условима за равнотежу тела. Права пак кретања тела проучавамо у науци, коју зовемо "К и н е м а т и к о м". Како је сила $P = a \cdot m$ једини узрок промени кретања то се у механици прво о сили и говори. Због грчке речи сила д и н а м о с и механика често пута назива: д и н а м и к о м.

Према различитом стању тела чије се кретање испитује, механика се дели на ове групе:

1/.- механика чврстих тела - г е о м е х а н и к а.
2/.- " течних " - х и д р о м е х а н и к а,
3/.- " гасовитих " - а е р о м е х а н и к а.

Како су пак статика, динамика (наука о кретању) и кинематика делови механике, то се и оне разликују на:

1/.- Статику чврстих, - г е о с т а т и к у;
2/.- " течних - х и д р о с т а т и к у; и
3/.- " гасовитих - тела - а е р о с т а т и к у;

Динамика се исто тако дели на:

1/.- г е о д и н а м и к у;
2/.- х и д р о д и н а м и к у; и
3/.- а е р о д и н а м и к у.

Исто је то и са кинематиком.

Најпре ћемо проучавати механику чврстих тела, и то њен први део статику чврстих тела или г е о с т а т и к у

I.

М Е Х А Н И К А Ч В Р С Т И Х Т Е Л А

или

Г Е О М Е Х А Н И К А.

1/.- Статика чврстих тела:

Г Е О С Т А Т И К А.

Казали смо, да кретање тела зависи од убрзања a па према томе и од израза $P = a \cdot m$ који такође зависи од a, дакле је функција његова.

Сад пак израз, као што знамо представља силу. Стога кад је $a = 0$, $\alpha = j$ када убрзања нема, онда је $P = 0$ што пак значи, да неће бити ни кретања. Да једно тело буде дакле у равнотежи релативној, потребно је да сила, која на њега делује (могу то бити и више сила) буде равна нули. Како пак једну силу можемо разложити у више других сила, сматрати је као резултанту повољног броја сила, то ћемо ускоро видети како се ради - то горњи став можемо допуњен овако исказати: да неко тело буде у релативној равнотежи, треба да је резултанта свију сила, које на њега дејствују, равна нули, дакле да се све те силе одржавају међусобно у равнотежи.

Одредили смо шта је сила, и знамо која су њена четири елемента (види §16), који карактеришу сваку силу.

У природи махом имамо, да на једно исто тело за исто време делује по неколико сила, и нама сад треба да за сваки такав случај нађемо једну једину силу, која својим дејством потпуно може да замени све дате силе, које на то тело дејствују, треба нам дакле у сваком таком случају наћи резултанту датим силама, односно датој системи сила. Силе, које смо заменули једном силом (резултантом) без промене укулног дејства, зовемо к о м п е т е н т а м а.

При слагању сила које на једно тело дејствују можемо наћи на све случајеве:

1/.- Све силе имају исту нападну тачку; и

а).- у истој су равни, па чак истог правца и смисла;

в).- " " " " ; истог правца и супротног "

с).- " " " " ; а разних праваца-и

д).- у разним су равнама и са разним правцима.

2/.- Све силе имају разне нападне тачке; и

а).- у истој су равни, паралелних праваца и истог смисла.

в).- " " " " " и супротног

с).- " " " " разних праваца" и

д).- У разним су равнима и разних су праваца.

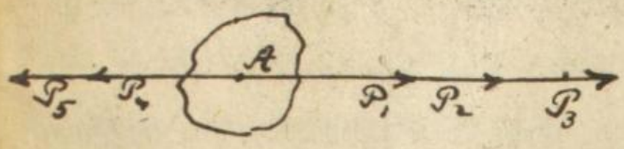
§27.

Слагање и разлагање сила.

Најпростији је случај, кад на тело делују више сила $P_1, P_2, P_3 \ldots P_n$

са истом нападном тачком A и истог хоризонталног правца. Јасно је, да ће при кретању, ако га буде било, тј. ако дате силе $P_1, P_2 \ldots\ldots P_5$ нису у равнотежи, правац остати исти са правцем сила, јер нема никаквих узрока, да се тај правац мења.

Сл.16.

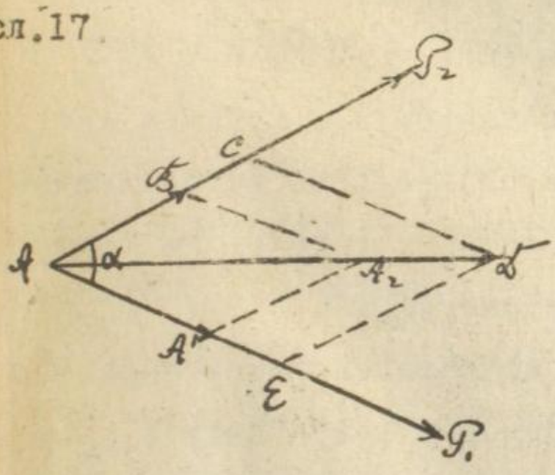


По првом правилу о силама (правило о осу - ству сила) имамо да свака сила дела' независно од других сила, те је према томе сасвим јасно да ће резултанта свих ових сила бити равна њиховом алгебарском збиру: дакле да је $R_{1-5} = \Sigma(P) = (P_1 + P_2 + P_3) - (P_4 + P_5) \ldots\ldots (20)$

Из овога се обрасца види да се све силе једног смисла сумирају понаособ и силе смисла лево одузимају од сила смисла десно. Ако ли је збир сила лево раван збиру сила десно, онда ће резултанта тих сила R бити равна нули тј. те ће се силе одржавати у равнотежи, и само тело, на које оне дејствују налазиће се у релативној равнотежи. Главно је дакле, да се сила истога правца и исте нападне тачке алгебарски сабирају.

Ако две силе имају исту нападну тачку, а разне правце другим речима, ако те две силе делују у правцима под углом α, сложићемо их по тказв. п а р а л е л о г р а м у с и л а.

сл.17



И овде ћемо применити прво правило о осу ству сила, пустивши прво само P_1 да делује за врло кратко време, тако да нападну тачку A премести у A'; затим ћемо по правилу (које ћемо мало час доказати) и које гласи: Нападна тачка силе, може се преместити на ι где по правцу те силе, пустити да сила P_2 делује у тачки A, за исто оно кратке време:

Тако ће тачка A доћи у тачку A_2. На тај начин обадве силе дејствују- ћи на тачку A довели су је у положај тачке A_2; а узимали, да је вре- ме за које силе дејствују на тачку A једновремено, онда се ствар ни у колико не мења. Из слике се пак види, да нам је положај A после дејствовања силе P_1 и P_2 чији су правци под углом α одређен троуглом $AA'A_2$ чија је страна $A'A_2$ паралелна правцу сила P_2 и AA' је правац силе P_1

питагориномправилу, кад се уведу ова означена; $AE = P_1$ $EB = P_2$ $AB = R$ а $\sphericalangle CAE = \alpha$: $R = \pm\sqrt{P_1^2 + P_2^2 + 2P_1P_2\cos(180-\alpha)}$ или како је:

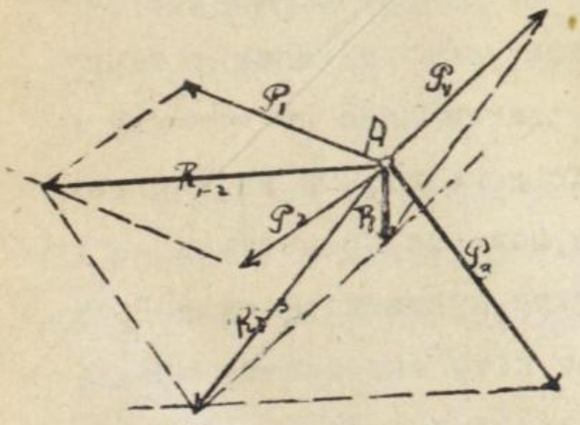
$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos\alpha$ то за бројну величину резултанте добија

$$R = \pm\sqrt{P_1^2 + P_2^2 + 2P_1P_2\cos\alpha} \quad \ldots\ldots 21.$$

Овим обрасцем (21) можемо оверити и онај ранији образац под (20) са закључком изведеним уз тај образац и то кад у обрасцу (21) ставимо $\alpha = 0$ тј. да се правци сила P_1 и P_2 поклапају (или да су паралелни што нас се за сада још не тиче). Тада је $\cos\alpha = \cos 0 = 1$ и према томе: $R = \pm\sqrt{P_1^2 + P_2^2 + 2P_1P_2} = \pm\sqrt{(P_1+P_2)^2} = \pm(P_1+P_2)$ дакле је заиста резултанта сила, са истим предзнаком, равна алгебарској суми компонената.

Ставимо ли да је у обрасцу (21 $\alpha = 90^\circ$ или $\cos\alpha = \cos 90^\circ = 0$ добићемо $R = \pm\sqrt{P_1^2 + P_2^2}$ Када је пак $\alpha = 180^\circ$ (дакле опет исти правац, али смисла супротни) добићемо: ($\cos 180^\circ = -1$) за резултанту $R = \pm\sqrt{P_1^2 + P_2^2 - 2P_1P_2}$ или $R = \pm\sqrt{(P_1-P_2)^2} = \pm(P_1-P_2)$ дакле исти резултат као и за $\alpha = 0$ тј. резултанта је равна алгебарском збиру сила.

После овога можемо узети да сложимо више од две силе, које су још у једној равни и са истом нападном тачком.



Нека су нам дате силе $P_1 P_2 P_3 P_4$ са нападном тачком A, а које су све у истој равни. Најпре ћемо по паралелограму сила сложити силе P_1 и P_2 у једну резултанту R_{1-2} затим опет по паралелограму сила сложимо ту помоћну резултанту R_{1-2} са трећом силом P_3 и добити другу помоћну резултанту R_{1-3}, коју нам најзад треба сложити у дефинитивну резултанту R са силом P_4 опет по паралелограму с и л е. Исто се тако ради кад се слажу више од 4 силе.

Истина на овај начин - помоћу паралелограма сила - долазимо до резултанте

Над троуглом $A A_1 A_2$ можемо констатовати њему подударан троугао $A B A_2$ чија ће страна $B A_2$ бити паралелна правцу силе P_1 а страна $A B$ пак правац силе P. Тиме пак добијамо паралелограм који се у физи и зове П а р а л е л о г р а м с и л а.

На сасвим исти начин долазимо до паралелограма ACDE у коме ће нам тачка D показивати место тачке A после дејства силе $AE=P_1$ и $AC=P_2$ чији правци заклапају угао.

Силе P_1 и P_2 а доводе тачку A_1 дакле у положај тачака A_2 и D (ако је $AA_1=P_1$ и $AB=P_2$ односно $AE=P_1$ и $AC=P_2$ па према горе већ поменутом правилу о преношењу нападне тачке сила, и имајући на уму, да је дијагонала паралелограма AD односно AA^2 права можемо сматрати да је на тачку A деловала само сила AD и довела је је у положај тачке D или пак да је деловала само сила AA^2 и довела је у положај у тачке A_2. Из тога се пак види јасно, да је дејство сила P_1 и P_2 исто са дејством тих дијагоналних сила, што значи да силе P_1 и P_2 можемо заменути дијагоналном или силом, која је с тога резултатна сила P_1 и P_2. Отуда изводимо ово правило: Дијагонала паралелограма чије су стране увек дате силе, преставиће нам правац стварног кретања и сем тога она је и резултанта тих сила одређена по правцу, величини, на њеној тачци и по смислу.

На тај начин врло нам је лако две силе, које имају исту нападну тачку, а правцемима својим заклапају угао увек сложити у једну резултанту графичким путем, кад само од тих сила конструишемо паралелограм (чији ће угао бити δ) и дијагонала тога паралелограма одређиваће нам резултанту са њена четири елемента.

Из сл. 17 види се да нам није увек потребно конструисати паралелограм сила, већ је довољан само троугао нпр. AA_1A_2 коме су две стране дате силе, али тако да им се стрелице не утичу у истом темену стр. 3 (затварајућа стр.) троугла биће тражена резултанта тих двеју сила. М резултанту двеју сила под углом не морамо изналазити по горе показаним графичким методама, већ је често израчунавамо тј. одређујемо аналитичким (рачунским) путем. Рачунско одређивање резултанте је теже од графичког.

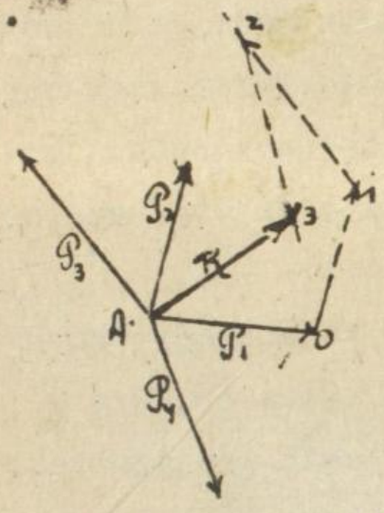
Из троугла ADE (сл. 17) добива се по Карномовом општте пита-

резултанте,која нам је одређена са свих својих четири елемента: са напад-ном тачком А,правцем,смислом и величином.Ако бисмо били ради да рачунским путем одредимо резултанту R ,радићемо као и мало пре.

Најпре знамо да је: $R_{1-2} = \pm\sqrt{P_1^2+P_2^2+2P_1P_2\cos\alpha_1}$

Зато је: $R_{1-3} = \pm\sqrt{R_{1-2}^2+P_3^2+2R_{1-2}\cos\alpha_2}$ и најзад дефинитивна резултанта била би: $R = \pm\sqrt{R_{1-3}^2+P_4^2+2R_{1-3}P_4\cos\alpha_3}$ У овоме би обрасцу требало још само заменути вредност за R_{1-3} пошто се најпре у обрасцу за R_{1-3} замени вредност за R_{1-2} и добије сређен израз за дефинитивну резултанту R као функцију сила P_1 P_2 P_3 P_4 и њихова угла α_1 α_2 α_3 ако је α угао за P_1 и P_2 ;угао α_2 за P_3 и R_{1-2} и α_3 угао за R_{1-3} и P_4 . Из овог једног примера само са 4 сила види се како је овај аналитички метод изналажења резултанте доста тешки неупотребљив; те се стога тај метод увек и избегава.Најлакши је пак и највећма употребљен је метод п о л и г о н а с и л а за већи број сила.Тај је Тај је метод основан на принципу паралелограму сила.

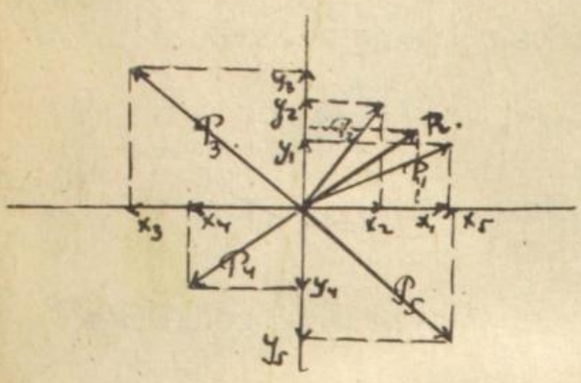
сл.19.



Из кружне тачке O једне силе P_1 вала повући паралелну силу P_2 и на тај правац пренети величину и смисао силе P_2 чиме се добива тачка 1.Из тачке 1 повући сада паралелну са правцем силе P_3 и пренети величину и смисао те силе,чиме добијамо тачку 2;Из тачке 2 повлачи се паралелна са правцем силе P_4 и преноси се величина и смисао P_4 чиме се добива завршна тачка 3 полигона сила 0123 Ту завршну тачку полигона сила вала сад спојити са нападном тачком A која је узета за почетну тачку полигона,и та затварајућа страна полигона силе биће тражена резултанта датих сила одређена по правцу,величини, смислу и са нападном тачком А.Смисао њен одређује се по правилу,да се њена стрелица мора увек сучељавати са стрелицем последње стране полигона сила.Као што се види овај је метод веома лак и погодан за брзо изналажење резултанте дате системе сила.Види се даље да полигон сила није ништа друго до оно што смо нашли у троугау сила (сл.17) и у паралелограму

паралелопипеду сила. Овај је метод одређивања сила резултанте дате система сила за сада највећма употребљен.

Силе, које имају заједничку нападну тачку А, а у истој су равни, могу се сложити још на један начин помоћу координатних оса. Ради тога ваља кроз њихову нападну тачку А повући две координатне осе под углом од 90^0 степени. По правоугаонику сила (овде паралелограм сила прелази у правоугаоник сила) ваља сваку од датих сила $P_1\ P_2\ P_3\ P_4\ P_5$ раставити у по две компоненте, које ће падати у правац координатних осовина x и y. На тај ћемо начин место датих сила $P_1\ P_2\ P_3\ P_4\ P_5$ добити нових 10 сила: $x_1\ x_2\ x_3\ x_4\ x_5\ y_1\ y_2\ y_3\ y_4\ y_5$ од тојих прва група пада у правац Хосе, а друга у правац у осе. Њих ћемо сложити у две

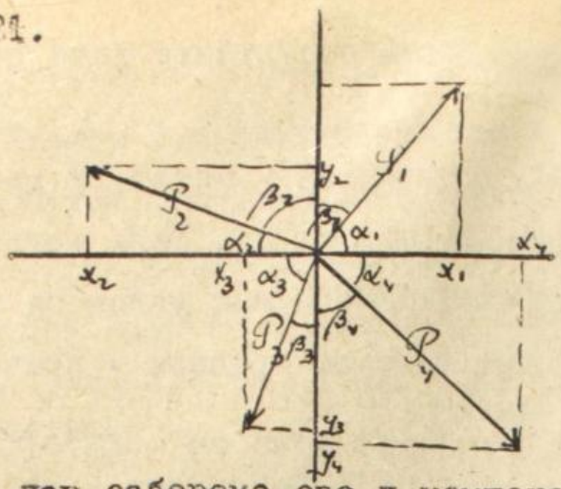


резултанте X и Y по ранијем правилу за такав случај слагања сила, а добивене резултанте њихове X и Y по паралелограму (односно овде правоугаонику сложићемо у дефинитивну резултанту R, која ће нам на тај начин графички бити одређена за сва четири своја елемента.

Како смо већ имали да је $X = \Sigma_{(x)} \pm (x_1 + x_2 + x_3 + \dots\dots)$

и $Y = \Sigma_{(y)} = \pm (y_1 + y_2 + y_3 + \dots\dots)$ и како је за овај случај кад је $x = 90^0$: $R = \pm \sqrt{x^2 + y^2}$ - - -

сл.21.



$y_1 = P_1 \cos\beta_1$
$y_2 = P_2 \cos\beta_2$
$y_3 = P_3 \cos\beta_3$
$y_4 = P_4 \cos\beta_4$.

Кад пак саберемо све x компоненте за себе а све y компоненте за себе добићемо: $\Sigma(x) = X = P_1\cos\alpha_1 + P_2\cos\alpha_2 + \dots + P_n\cos\alpha_n = \Sigma(P\cos\alpha)$

$\Sigma(y) = Y = P_1\cos\beta_1 + P_2\cos\beta_2 + \dots + P_n\cos\alpha_n = \Sigma(P\cos\beta)$

Кад пак ове вредности ставимо у образац (22) за резултанту добићемо:

$$\sqrt{[\Sigma(P\cos\alpha)]^2 + [\Sigma(P\cos\beta)]^2} \quad \dots\dots(23)$$

Пошто смо проучили како ћемо повољан број датих сила са истом нападном тачком и у истој равни слагати у једну компоненту, као и то, како можемо једну силу, сматрајући је као резултанту повољног броја сила, раставити у две силе, од којих опет сваку можемо раставити опет у две силе итд. докле хоћемо, то је тзв. разлагање сила, супротан посао слагању). то можемо прећи на слагање сила у простору, или ћемо опет узети да те силе, које су у простору (дакле више не у једној равни), ипак имају исту нападну тачку. Како две праве увек одређују једну раван (када се секу). то, пошто нам дужине представљају силе, тек три силе дају најмањи број сила за овај случај, и кад имамо три силе у простору онда пред собом имамо најпростији случај те врсте. Сем тога посматрање бива доста упрошћено, кад се узме да с су правци тих трију сила управни једно на друго.

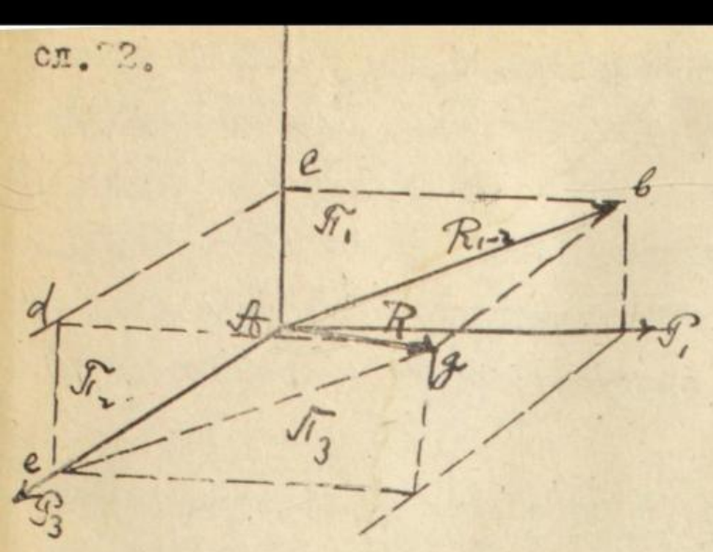
Правци силе P_1 и P_2 (сл.22) одређују раван $\Pi_1 = \mathcal{A}bca$ а силе P_2 и P_3 својим правцима одређују пак раван $\Pi_2 = Acde$ Најзад правци с и л а P_1 и P_3 одређују нам и трећу раван.

Те су три равни Π_1 Π_2 Π_3 нормалне једна на другој дакле је:

$\Pi_1 \perp \Pi_2 \perp \Pi_3$.

На основу овога можемо за силе P_2 и P_2 - пошто су у једној истој равни употребити став о паралелограму, ако хоћемо, да им одредимо

сл. 22.



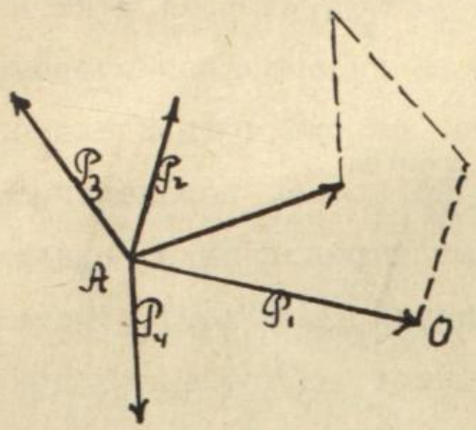
резултанту R_{1-2} која ће бити престављена за сва четири своја елемента дијагоналом правоугаоника Π_1. Јасно је, да добивена резултанта R_{1-2} мора лежати у једној равни са силом P_3 јер њихови правци су престављени правима која се секу. С тога опет по паралелограму сила можемо наћи резултанту за R_{1-2} и P_3 која ће нам бити престављена дијагоналом правоугаоника $Abed$ и то за сва четири елемента. Из слике 22. (види се) да се оба паралелограма сила: Aabc и $Abed$ могу и то врло лако повлачењем паралелних појединим правама, допунити до паралелопипеда (у овоме случају правоуглог) у коме нам је дефинитивна резултанта престављена је дијагоналом, дијагоналног пресека Abeg, ако су три управне ивице тога паралелопипеда графички преставници од сила P_1 P_2 P_3. Из свега овога добијамо правило: Три силе у простору са истом нападном тачком, и са правцима једно на друго, имају за резултанту дијагоналу паралелопипеда, чије су ивице величине датих сила. Рачунским путем резултанту оваквих сила добијамо на основу ранијих образаца, јер је

$AB = R_{1-2} = \sqrt{P_1^2 + P_2^2}$ и $R = Ag = \sqrt{R_{1-2}^2 + P_3^2}$

те само треба заменити вредност за R_{1-2} то се добија: $R = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 + P_3^2}$ ....(24) или, ако због сличности паралелопипедонових ивица са осама просторног координатног система x y z , ставимо: $P_1 = x$, $P_2 = y$, $P_3 = z$ добићемо образац који ће доцније више требати: $R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ ....(24a). За случај кад имамо више сила у простору, можемо сложити најпре две по паралелограму сила у једну нову силу са трећом датом силом; па нову помоћну резултанту сложити са четвртом-датом силом опет по паралелограму сила и тако продужити посао док последњу од датих сила не сложимо с последном од помоћних резултанта. Но као што се види овај метод није толико употребљив; његова би се неупотребљивост још јасније опажала за случај на слици, јер бисмо после четврте - пете силе имали читав комплекс правих, да би се тешко могли наћи међу њима. Много је лакши а и

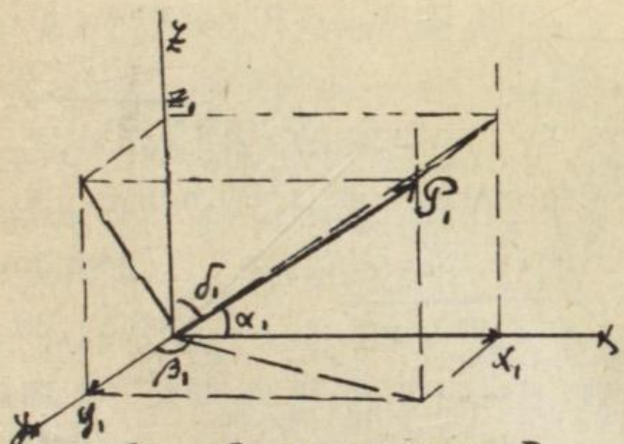
случај метод п о л и г о н а сила, који [illegible] су силе биле у једној равни, само он сад бива п р о с т о р н и полигон сила, пошто оперише са силама у простору. Паралелне које смо повлачили из крајних тачака 0,1,2,....(сл.19) повлаче се и овде али само у простору тако да паралелна са својом одговарајућом силом лежи увек у једној равни. Затварајућа страна таквог просторног полигона сила биће и у овом случају резултанта датих сила у простору, одређена потпуно са сва своја четири елемента (види сл.23).

Као што се види слика 23 иста је са сликом 19. пошто ми и просторне силе не можемо без нацртне геометрије представити другојаче од сила у једној равни. С тога овде треба увек замишљати и имати на уму, да су ове силе у разним равнима. У осталом још је боље у оваком случају резултанту одређивати помоћу просторног координатног система, разуме се правоуглог. Кроз наладну тачку свих тих сила,



сл. 23.

ваља поставити три координатне осе $x \perp y \perp z$ и по паралелопипеду сила, сваку од датих сила треба раставити у по три компоненте, које ће сл.24. надати у правац координатних осовина



(као радити као и у нацртној геометрији: Дата тачка A у простору: конструисати пројектни паралелопипед, који ће нам на осовинама x, y и z отсецати компоненте x_i y_i и z_i. На слици 24. разложена је само сила P_i на компоненте x_i y_i и z_i ради веће јасности; у осталом како је рађено са силом P_i исто се тако ради и са сваком силом P_2, P_3. ... P_n .тако да добијамо одговарајуће компоненте $P_2 = x_2 + y_2 + z_2$; $P_3 = x_3 + y_3 + z_3$ итд. Кад је то разлагање сила извршено, имамо случај већ познат: три силе у простору, чији су правци нормални један на други, наравно пошто најпре извршимо слагање свих сила x_1 x_2 x_3 .... x_n затим y_1 y_2 y_3 ..... y_n и z_1 z_2 z_3 ..... z_n пошто добијемо три силе $x = \Sigma(x)$; $y = \Sigma(y)$; $z = \Sigma(z)$

За сваки случај слагања сила нашли смо образац за резултанту.

за резултанту: $R=\sqrt{x^2+y^2+z^2}=\sqrt{[\Sigma(x)]^2+[\Sigma(y)]^2+[\Sigma(z)]^2}$

Ако углове, које заклапају правци сила са X осом обележимо са α (тј. угао силе P_1 са α_1; силе P_2 са α_2 и т. д.) и углове сила са у осом са β углове сила Z осом са γ онда добијамо:

$X_1=P_1\cos\alpha_1$, $X_2=P_2\cos\alpha_2$ $X_n=P_n\cos\alpha_n$

$y_2=P_1\cos\beta_1$, $y_2=P_2\cos\beta_2$ $y_n=P_n\cos\beta_n$

$Z_1=P_1\cos\gamma_1$, $Z_2=P_2\cos\gamma_2$ $Z_n=P_n\cos\gamma_n$

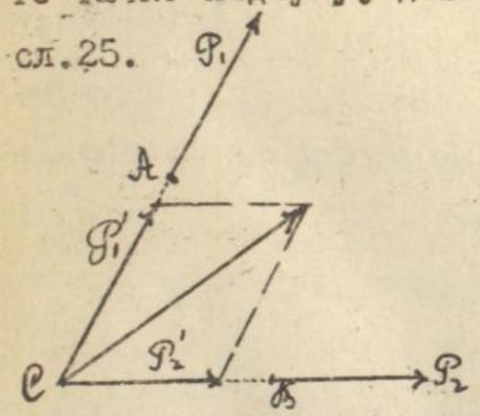
све вредности заменимо у горњи образац, добићемо најпре:

$x=\Sigma(x)=\Sigma(P\cos\alpha)$

$y=\Sigma(y)=\Sigma(P\cos\beta)$ и

$z=\Sigma(z)=\Sigma(P\cos\gamma)$ а зачим $R=\sqrt{[\Sigma(P\cos\alpha)]^2+[\Sigma(P\cos\beta)]^2+[\Sigma(P\cos\gamma)]^2}$

На овај начин видели смо у главном, како се слажу и разлажу) силе са истом нападном тачком, па биле да су оне у истој равни, било у простору. Сада пак можемо узети сложеније случајеве слагања сила, оне, кад силе немају исту нападну тачку већ, свака сила има своју засебну нападну тачку. Узећемо најпре да су такве силе, са разним нападним тачкама, у једној истој равни; напр. кад је A нападна тачка силе P_1, а B нападна тачка силе P_2. По раније поменутом правилу о премештају нападне тачке правцем силе, које је доказано при извођењу паралелограма сила, можемо нападне тачке A и B премаштити правцима сила P_1 и P_2 тако да обе те тачке падну уједну тачку C, која је пресек праваца сила P_1 и P_2

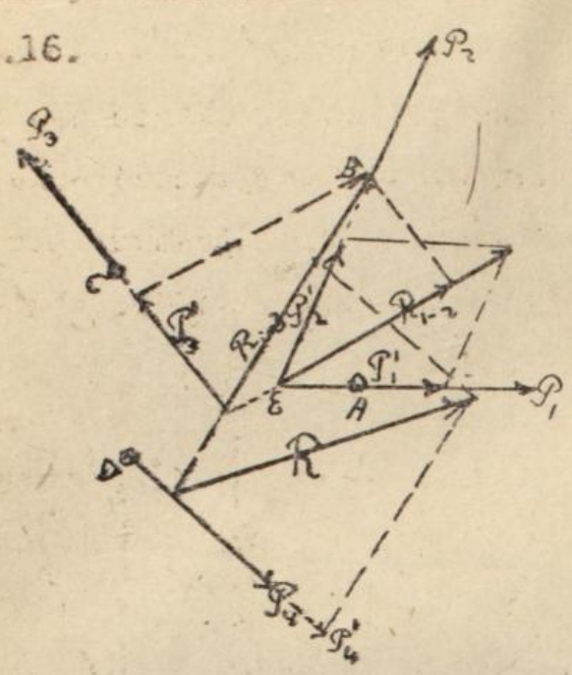


сл. 25.

Затим од тачке C пренесемо величине сила P_1 и P_2 те добијамо $P_1'=P_1$ и $P_2'=P_2$ које ћемо силе сложити просто по паралелограму сила и добити њихову резултанту. Како смо силама P_1 и P_2 премештали нападну тачку, то ће C бити премештена нападна тачка резултанте, а доцније ћемо видети, како можемо одредити право место нападне тачке резултанте оваквих сила. За сада ћемо C сматрати као њену нападну тачку према горњем истом правилу. Према свеме што је речено за две силе, види се да ничег новог нећемо добити ни за случај, кад имамо више сила у истој равни са разним нападним тачкама, јер ћемо, како је

како је мало час показано сложити прве две, па њихову резултанту,

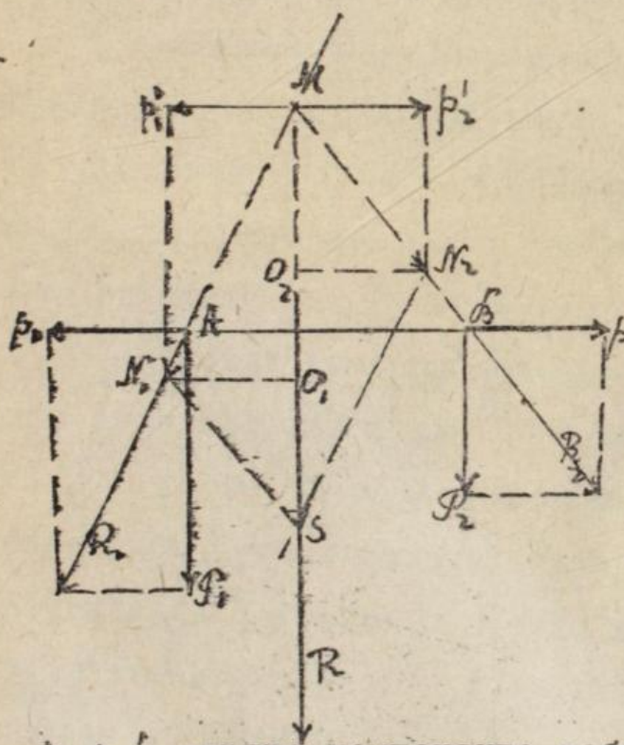
Сл.16.



на исти начин са трећом; нову резултанту, опет по горњем упуству са четвртом силом итд. продужавамо посао све док не дођемо до последње силе и последње дефинитивне резултанте. (сл.26). Узимимо сада да су нам дате две паралелне силе $P_1 \parallel P_2$ али истог смисла, па се од нас тражи, да их сложимо у једну резултујућу силу R.

Саставимо најпре нападне тачке А и В (сл.27) и у А и В додајмо по једну силу p_1 и p_2 које су истих правца и величина које се дакле одржавају у равнотежи истане ни у колико не мењају.

сл.27.



Нађимо сада резултанте сила P_1 и p_1 и P_2 и p_2 што јесу силе R_1 и R_2 по паралелограму сила, па ћемо те силе R_1 и R_2 продужити до њихова пресека М. У м ћемо опет додати силе p_1' и p_2' истог правца и величине (и са силама p_1 и p_2) али супротног смисла, које потирући се дејство сила, R_1 и R_2 не рекоше ни у колико.

Разложимо сад по паралелограму силе $R_1 = MN_1$ и $R_2 = MN_2$ али тако да по једна компонента буду дате силе p_1' и p_2'; друге компоненте добићемо тим разлагањем и оне су: MO_1; и MO_2. Те две силе које су према самом раду сабране дати исто дејство, Са датим паралелним силама, имају исти правац и нападну тачку, треба их дакле алгебарски сабрати, да бисмо добили резултанту. Но до исте резултанте долазимо и образовањем паралелограма сила. $R_1 = MN_1$ и $R_2 = MN_2$

Пресек те резултанте са правом АВ биће право место резултанте нападне тачке те с тога треба праву MS пренети по њеном правцу од С па до

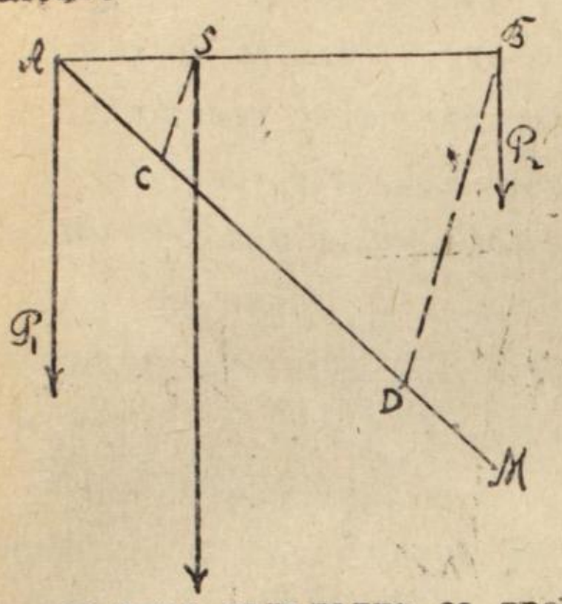
и дужина CD биће резултанта датих паралелних сила.Из овога се види да је резултанта паралелних сила равна збиру појединих сила,да је дакле: $R = P_1 + P_2$ Да бисмо одредили место нападне тачке резултанте и паралелних сила,послужићемо се сличним троугловима: $\Delta M N_1 O_1 \sim \Delta ABC$ из сл.27.Из њихове сличности се добија: $MO_1 : O_1N_1 = MC : AC$ или $P_1 : p_1 = MC : AC$ .....(α).Исто тако је: $\Delta MN_2O_2 \sim \Delta MBC$ одакле је: $MO_2 : O_2N_2 = MC : BC$ или $P_2 : p_1 = MC : BC$ ....(β).Ако сразмеру (α) поделимо сразмером (β) добићемо: $\frac{P_1}{P_2} : 1 = 1 : \frac{AC}{BC}$ те отуда $\frac{P_1}{P_2} = \frac{AC}{BC}$ или $P_1 . AC = P_2 . BC$ и најзад $AC = \frac{P_2 . BC}{P_1}$ Но најподесније је употребити сразмеру: $P_1 : P_2 = BC : AC$ .....26.у којој,ако дужина AC и BC назовемо *крацима* сила P_1 и P_2 налазимо ово правило:Паралелне силе истога смисла имају се обрнуто као њихови краци.

Из обрасца 26.увиђа се да ће резултанта бити увек ближе већој сили,а даља од мање;кад су пак силе једнаке и краци ће бити једнаки тј. резултанта ће бити на средини.На тај начин,ако знамо да је једна сила три пут већа од друге,па се тражи место резултанте,ми ћемо дужину AB (сл.27) поделити на четири дела,а на трећој четвртини од мање - а на првој веће силе,биће нападна тачка резултанте,која ће бити паралелна са силама и равна њиховом збиру.

Како је резултанта паралелних сила паралелна са својим компонентама,то сваку од сила P_1 и P_2 (сл.27) можемо сматрати као резултанте паралелних сила,тако да је: $P_1 = Q_1 + Q_2$ и $P_2 = Q_1' + Q_2'$ те ће тада бити $R = P_1 + P_2 = Q_1 + Q_2 + Q_1' + Q_2'$ .....(27) образац на дефинитивну резултанту.Из обрасца (27) добија се правило:"Резултанта већег броја паралелних сила равна је њиховом збиру,кад су две силе истога смисла."

Нападну тачку резултанте паралелних сила лако изналазимо и овом графичком конструкцијом.Из нападне тачке A силе P_1 повуцимо произвољну праву AM, и од A на њој пренети прво $P_2 = AC$ а затим $P_1 = CD$. .Саставимо затим D са B и из C повуцимо паралелну са BD; пресек те праве са правом AB биће наладна тачка S резултанте паралелних сила.P_1 и P_2 .Сама резултанта знамо имаће правац паралелан са

сл.28.



са P_1 и P_2 и величина јој је $R=P_1+P_2$

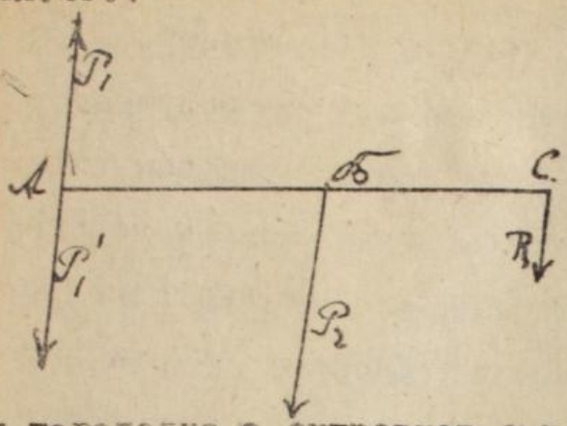
Доказ ове конструкције састоји се у овоме: $\triangle ACS \sim \triangle ABB'$ те је отуда: $AC:AD = AS:AB$ тј. $P_1:R-P_1 = AC:AB-AC$ дакле $P_1:P_2 = AC:AS$ чиме је с погледом на образац (26) конструкција ова доказана. Ако пак имамо више паралелних сила истога смисла сложићемо их, кад према горњим упуствима сложимо прво две, па њихову резултанту која је такође.....

са њима паралелна са трећом итд. до последње силе и до дефинитивне резултанте R, чија је величина као што је већ једном (образац 27) напоменуто, равна суми свих датих паралелних сила, дакле је $R=\Sigma(P)$.

Паралелне силе можемо слагати у резултанту и рачунским путем тј. а н а л и т и ч к и, и то помоћу координатних оса разлажући сваку од датих сила у по две компоненте, које ће падати у правцу осовина x и y. Само ће у том случају сви углови α као и сви углови β бити једнаки између себе. Према томе добили би дакле: $P_1 = x_1 + y_1 = P_1\cos\alpha + P_1\cos\beta$; $P_2 = x_2 + y_2 = P_2\cos\alpha + P_2\cos\beta$ и т. д. - те је сума свих x компонента: $x = x_1 + x_2 + \dots x_n = \Sigma(x) = (P_1+P_2\dots P_n)\cos\alpha = \Sigma(P)\cos\alpha$; а збир свих y компонената биће: $y = y_1 + y_2 + \dots y_n = \Sigma(y) = (P_1+P_2+\dots P_n)\cos\beta = \Sigma(P)\cos\beta$. Према томе и резултанта сила $x = \Sigma(P)\cos\alpha$ и $y = \Sigma(P)\cos\beta$ биће $R = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{[\Sigma(P\cos\alpha)]^2 + [\Sigma(P)\cos\beta]^2} = \sqrt{[\Sigma(P)]^2(\cos^2\alpha+\cos^2\beta)} = \sqrt{[\Sigma(P)]^2} = \Sigma(P)$.

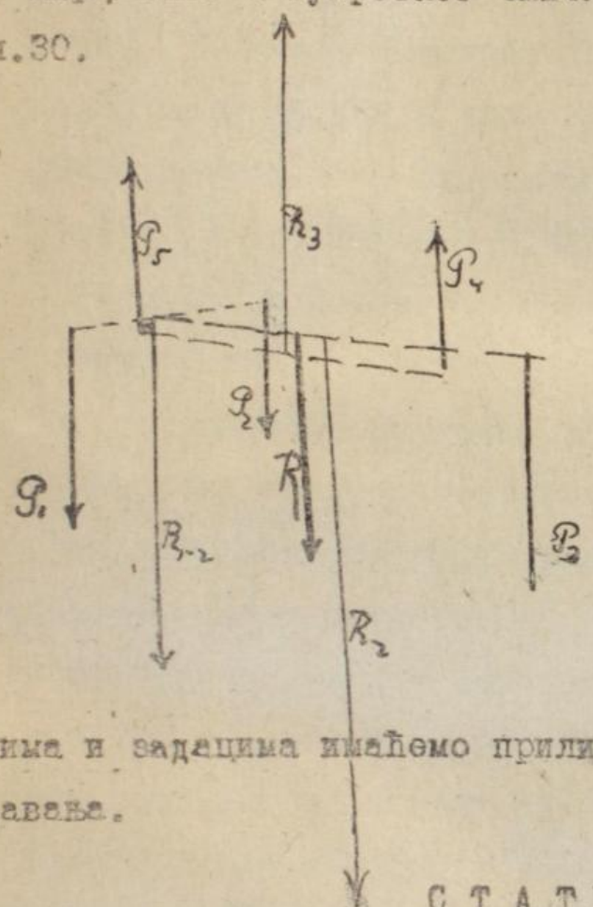
Паралелне силе могу бити и супротног смисла. Да бисмо добили резултанту таквих сила, саставићемо им нападне тачке A и B (сл.29) и већу силу P_1 разложићемо на две компоненте, које ће са њом бити паралелне и истог смисла и од којих ће једна сила P_1' бити по величини и правцу једнака сили P_1 и да са њом има исту нападну тачку A, тако да се силе P и P_1' одржавају у равнотежи. Према томе остаје као укупно дејство сила P_1 и P_2 остаје компонента R_1 која ће према томе бити и тражена резултанта. Њена је величина очевидно $R = P_2 - P_1' = P_2 - P_1$ .....(28) дакле је и резултанта паралелних сила у опште (ма кога смисла оне биле) равна алгебарској суми појединих компонената.

сл.29.



Расмотримо још један случај. Нека су силе $P_1 P_2 P_3 \ldots P_5 \ldots$ (сл.30), паралелне али да су P_1 P_2 и P_3 једног смисла а P_4 и P_5 супротног смисла сложимо најпре P_1 P_2 и P_3 за себе у резултанту R_2 а ~~за себе~~ силе P_4 и P_5 опет за себе у резултанту R_3. Силе R_2 и R_3 су паралелне а супротног смисла, те је њихова резултанта равна њиховој разлици, а налазимо је по мало пре показаној конструкцији. На крају овога излагања да напоменемо какви случајеви могу наступити при разлагању сила. Тако напр. може нам бити дато 1/.- резултанта R и величина компоненте, а тражи се правац обеју компонента; 2/.- може бити дати резултанта и правци компонената, којима треба наћи величине; и 3/.- могу нам бити дате резултанта, величина једне и правац исте те компоненте итд. А у осталом са тим основним стварима и задацима имаћемо прилика, да више пута радимо и у току даљих предавања.

сл.30.

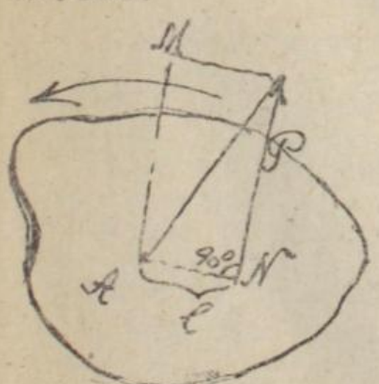


§ 28.

С Т А Т И Ч К И М О М Е Н А Т

Кад имамо неко чврсто тело, које је ма на који начин утврђено у тачци А, тако да сила P, која напада то тело у тачци Н (сл.30а) не може да га одвуче правцем своје нападне линије (NP), онда ће се дејство силе P показати у окретању тела око тачке утврђене за А, а то окретање меримо по количини. Најкраће одстојање тачке утврђена А од правца силе P; зовемо краком силе P у односу на тзв. утврђена А и обележавамо га са l

сл.30а.

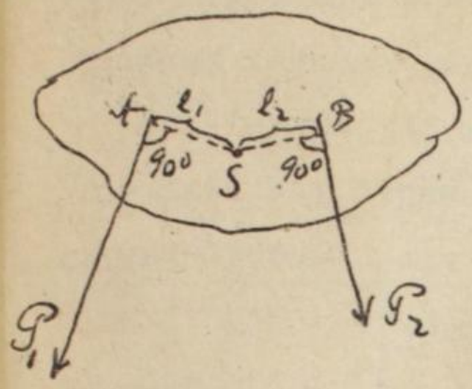


Производ из величине крака и интензитета

једне силе,којој тај крак одговара,зовемо с т а т и ч к и м м о м е н т о м.Дакле о статичком моменту,може бити говора само кад је тело утврђено бар у једној тачци.Пошто сила P изазива у овом случају окретање тела,то се статички моменат идентификује са називом моменат окретања,као и са називом моменат механички.Према горњој дефиницији статичког момента,једначина $M = Pl$ ...(28) даје нам статички моменат силе P чији је крак дужине l .Из те једначине видимо,да једна иста сила има разне статичке моменте,(у односу на исто тело) према величини крака l ,односу према положају тачка утврђења A и правца силе P.Кад је крак силе $l = 0$ тј.кад сила пролази кроз тачку утврђења.онда је и моменат M=0, другим речима у томе случају неће бити окретања.Кад везмо тачку утврђења A са крајним тачкама силе P (дакле са нападном тачком H и крајем P, добићемо троугао AHP,чија је површина $= \frac{HP.AN}{2} = \frac{P.l}{2}$ дакле равна половини статичког момента силе P- која је основица троугла,кад јој је крак l раван висини тог троугла.Ако уз тај троугао,који се зове моментни троугао,додртамо још један њему подударан,добијамо моментни паралелограм $NAPM$ чија је површина $F = P.l$ тј.потпуно равна статичком моменту силе,која је равна основи тог паралелограма,а крак l силе P је висина тога паралелограма.Моментни паралелограм прелази у моментни правоугаоник,кад је моментни троугао правоугли а то ће бити онда.кад крак силе пролази кроз коју од крајњих тачака.(обично кроз нападну тачку).

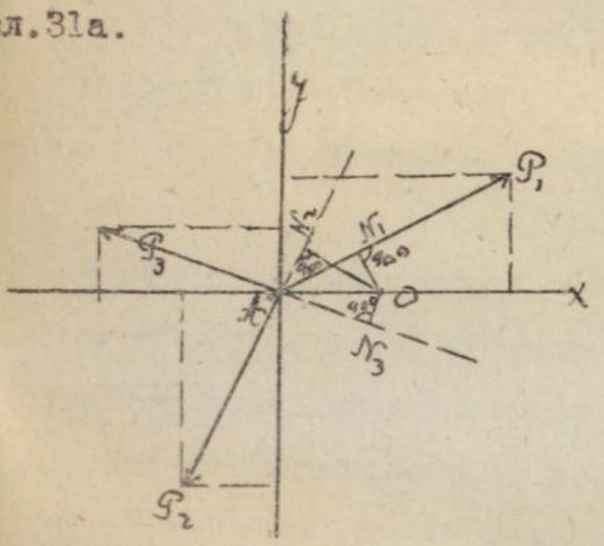
Статички моменат (моменат окретања) неке силе може бити позитиван (положан) и негативан (одречан) према томе,да ли се тело дејством силе P окреће око тачке утврђења A с десна на лево,или с лева на десно. На сл.36а моменат окретања силе P био би негативан,јер је окретање с лева на десно ↙ (правац окретања обележавамо увек таквом стрелицом).Као што је ретко код сила,да имамо посла са једном само силом, тако се ретко јавља сасвим за се један статички моменат,већ готово увек имамо посла са два,три ... са n статичких момената.Кад је тело утврђено у тачци S ,дејство сила P_1 и P_2 које нападају то тело у тачкама A и B,наћићемо помоћу статичких момената $M_1 = M_2$ у односу на тачку A.Како су краци тих сила l_1 и l_2 то су њихови моменти

$M_1 = P_1 l_1$ - — - - - - - - (на сл.31 одречан) и $M_2 = P_2 l_2$ - - - - - - (положан) Кад би постојала једначина $M_1 = M_2$ јасно је да се тело не би окретало, јер би се дејство статичким моманата - пошто су равне имена - потрла; док међутим ако је напр. $M_1 > M_2$ зна се да ће се тело окретати смислом већег момента M_1; дакле у овом случају с лева на десно.



сл.31.

Прецртајмо слику 21 добићемо сл.31 а и на х осовини одаберимо повољну тачку О, и из ње повуцимо управне на правце свију сила $P_1\ P_2\ P_3 \ldots$ добићемо дужине ON_1, ON_2 и ON_3.



сл.31а.

Сем тога једначине $x = \Sigma(P\cos\alpha)$ и $y = \Sigma(P\cos\beta)$ помножимо истом АО, па ћемо добити.

$OA.x = P_1 OA\cos\alpha_1 + P_2 OA\cos\alpha_2 + \ldots\ldots$ и

$OA.y = P_2 OA\cos\beta_1 + P_2 OA\cos\beta_2 + \ldots\ldots$ и. т. д.

Но како је $x = P\cos\alpha$ и $y = P\cos\beta$ а $OA.\cos\alpha$, $OA\cos\alpha_1$; $OA\cos\alpha_2$ и т. д. нормалне пројекције остојања ОА на правцима појединих сила, које су по реду: AN_1, AN_2, AN_3 -- AN_n и сем тога $OA\cos\beta_1$, $OA\cos\beta_2$ - - - - - - - $OA\cos\beta_n$ су одстојања тачке О од правца резултанте R и датих сила $P_1\ P_2 \ldots P_n$ а та су одстојања по реду ON_1, ON_2, ON_3 - - - - - - - ON_n, те добијамо ове једначине: $R.AN = P_1 AN_1 + P_2 AN_2 + \ldots\ldots$ (α) и

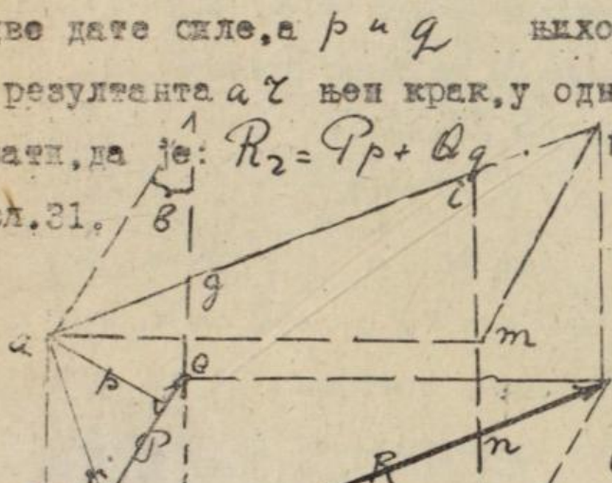
$$R.ON = P_1 ON_1 + P_2 ON_2 + \ldots\ldots \quad (\beta)$$

За нас је сада важна ова друга једначина (β) јер су у њој појединн производи равни статичким моментима тих сила у односу на тачку О, те нам једначине (β) показује да је статички моменат резултанте - дакле резултујући статички моменат - раван збиру алгебарском статичких момената појединих сила у односу на исту тачку. Ово нам правило показује да при слагању статичких момената имамо да радимо као што смо радили и при слагању сила, само овде треба добро пазити на знак сваког појединог момента. За једничка тачка О може

статичких момената зове се њихово средиште. Као год код сила, тако и код статичких момената тело ће остати у равнотежи, кад је резултујући статички моменат $M = \Sigma(M) = 0$ дакле, кад се поједини статички моменти одржавају у равнотежи тј. кад се поништу.

Кад моменти $M_1 = P_1 l_1$ и $M_2 = P_2 l_2$ одржавају неко тело у равнотежи, значи, кад је њихов алгебарски збир=0 или $P_1 l_1 = P_2 l_2$ онда по овој једначини можемо увек одредити четврти члан, кад су нам само три члана позната. Тачније? Често се тражи крак l_1, односно l_2 Кад се зна моменат $M_2 = P_2 l_2$ односно $M_1 = P_1 l_1$ и сила P_1 односно P_2

Горње правило, да је статички моменат резултанте раван алгебарској суми статичких момената сзи-ју компонената, зове се закон статичког момента, а сем горњег начина тај став доказујемо и овако: Ако су P и Q две дате силе, а p и q њихови краци у односу на тачку a, и R њихова резултанта а r њен крак, у односу на исту тачку a, онда нам треба доказати, да је: $R_2 = Pp + Qq$



сл. 31.

Нека је $deco$ паралелограм сила $P = do$ и $Q = de$ дакле је $dc = R$ па изберимо повољну тачку a, и нађимо краке сила, тако да је крак силе P раван p, крак силе $Q = q$ и крак силе R нека је r тако да су поједини моменти $M_1 = Pp$, $M_2 = Qq$ и $M = Rr$.

Нацртајмо сем тога моментне паралелограме тако да је: паралелограм $adef = R \cdot r$ а паралелограм $abod = P \cdot p$ и $adem = Qq$ онда нам треба доказати да је: $abod + adem = adcf$

Најпре је $abod = aghd$ и $adem = adni$ јер ти паралелограми имају једнаке основице и исте висине, с тога је:

$$abod + adem = aghd + adni$$

Но како је $aghd = ifcn$ јер и ти паралелограми имају исте основице и једнаке висине па је:

$$abod + adem = \underbrace{icfn + adni}_{} = adcf.$$

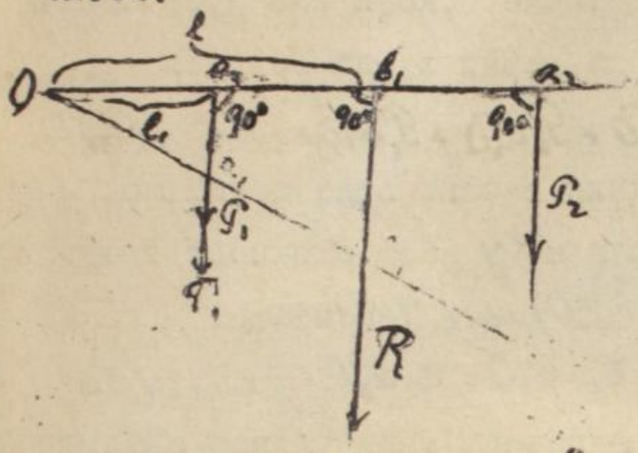
или

$Pp + Qq = Rr$ чиме је закон статичког момента доказан.

Ако силе P_1 и P_2 имају разне нападне тачке доказ закона статичким моментима биће овакав:

За паралелан положај сила ($P_1 \parallel P_2$) имали смо да је $R = P_1 + P_2$ ..... (α) Из слике 32 добијамо:

сл.32.



$Ob_1 = Oa_1 + \overline{a_1 b_1}$ или $l = l_1 + \overline{a_1 b_1}$

Али је $a_1 b_1 : a_1 a_2 = P_2 : R$ и $a_1 b_1 = \frac{P_2 \cdot a_1 a_2}{R}$ или $a_1 b_1 = \frac{P_2 \cdot a_1 a_2}{P_1 + P_2}$ дакле $l = l_1 + \frac{a_1 a_2 \cdot P_2}{P_1 + P_2}$

односно ..... $l = l_1 + \frac{P_2 (l_2 - l_1)}{P_1 + P_2}$ ..... (β)

Кад једначине (α) и (β) помножимо добијамо: $R \cdot l = l_1 (P_1 + P_2) + P_2 (l_2 - l_1) =$

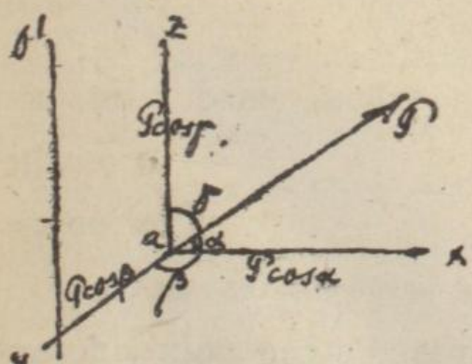
$= P_1 l_1 + P_2 l_1 + P_2 l_2 - P_2 l_1$ дакле $R \cdot l = P_1 l_1 + P_2 l_2$

чиме је став доказан.

Ово што смо доказали за два статичка момента важи и за више њих, јер сваки од њих можемо сматрати за резултујући статички моменат за друга два. На основу тога закон о статичком моменту садржан је у општем обрасцу: $R \cdot l = P_1 l_1 + P_2 l_2 + P_3 l_3 + \cdots + P_n l_n$ ..... (29)

За случај да имамо сила, које делују на тело учвршћено у једној тачци, напомињато је, да су те силе обично у простору, а тачка утврђена А прелази за тај случај у обртну осу OO'

сл.33.



На сл.33 представљена је једна сила P са свима појединостима. Производ $P \cdot \cos\alpha \, a0$ зове се овде статички моменат силе P у односу на обртну осу OO'.

Дакле статички моменат дате силе P у односу на осу OO' добијамо кад њену компоненту, која је управна како на осу OO' тако и на управну из њене нападне тачке a, на ту осу, помножимо том управном.

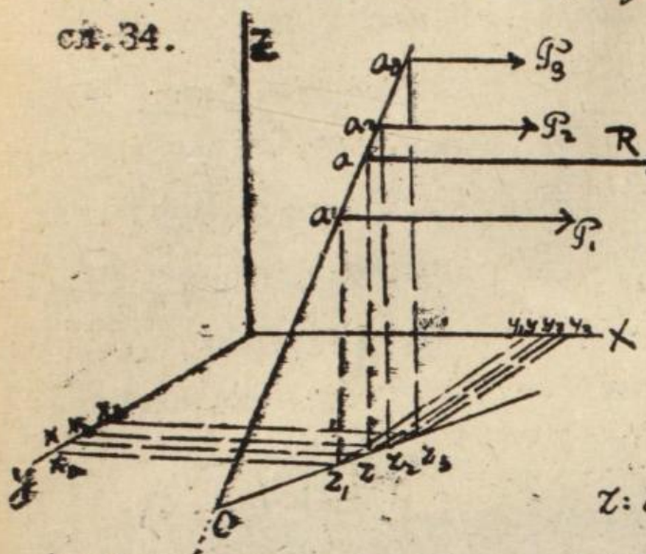
Кад је $\angle \alpha = 0$ онда је и статички моменат силе P овај: $M = 0$, пошто правац силе и правац осе падају у исту раван.

Паралелне силе у простору, видели смо, да се могу заменити средњом силом (= резултантом), која је равна суми њиховој, а њен статички

моменат раван је суми статичких момената појединих паралелних сила у односу на исту осу...

Нека су (сл.34) дате силе у простору P_1, P_2, ...P_n и њихова резултанта нека је $R = \Sigma(P)$.

сл.34.



Линију која везује све нападне тачке продужимо до тачке O, која нам представља пр дор осовине са равни ху, па ће бити:

$$R \cdot aO = P_1 a_1 O + P_2 a_2 O + P_3 a_3 O + \dots\dots (\alpha)$$

Над из нападних тачака сила спустило управне на раван xy због сличност троуглова $a_1 z_1 O$; $a z O$; $a_2 z_2 O$; и $a_3 z_3 O$ добијамо:

$$z : aO = z_1 : a_1 O = z_2 : a_2 O = z_3 a_3 O \dots\dots (\beta)$$

Ако сваки члан једначине (α) помножимо са одговарајућим чланом сразмере (β) добићемо: $R \cdot aO \cdot \frac{z}{aO} = P_1 a_1 O \cdot \frac{z_1}{a_1 O} + P_2 a_2 O \frac{z_2}{a_2 O} + P_3 a_3 O \frac{z_3}{a_3 O} \dots\dots$

или $R \cdot z = P_1 z_1 + P_2 z_2 + P_3 z_3 + \dots\dots (\gamma)$ где су $z = az$; $z_1 = a_1 z_1$; $z_2 = a_2 z_2$; $z_3 = a_3 z_3$

Ако су сада одстојања нападних тачака од равни Zy редом x, x_1, x_2, x_3 - а од равни xz пак у; $y_1, y_2, y_3 \dots\dots$ то истим посматрањем као мало час добијамо

$$R_x = P_1 x_1 + P_2 x_2 + P_3 x_3 + \dots\dots (\delta)$$

$$R_y = P_1 y_1 + P_2 y_2 + P_3 y_3 + \dots\dots (\Delta)$$

или краткоће ради:

$$R_x = \Sigma(P_x);\ R_y = \Sigma(P_y) \text{ и } R_z = y(P_z) \dots\dots (30)$$

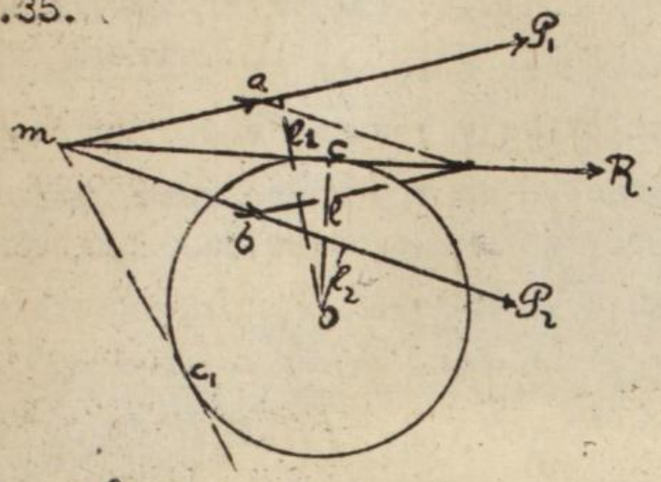
Ако у једначинама под (30) ставимо и $R = \Sigma(P)$ добићемо нове једначине

$$x = \frac{\Sigma(P_x)}{\Sigma(P)};\ y = \frac{\Sigma(P_y)}{\Sigma(P)};\ z = \frac{\Sigma(P_z)}{\Sigma(P)} \dots\dots (31)$$

тј. остојање средишне тачке паралелних сила, а то је нападна тачка резултанте њихове, Код ма које равни, равна је алгебарској суми момената датих паралелних сила у односу на ту раван, подељеној са алгебарском сумом тих сила. Нећемо се задржавати на непаралелним силама у простору, јер и за њих важи закон: да је статички моменат резултанте раван суми статичких момената појединих сила у односу на дату осовину. Према горе изведеном правилу и обрасцима (31) статичке моменте корисно примењујемо за одређивање нападне тачке резултанте оних сила, које имају разне нападне тачке. За две таквесиле P_1 и P_2 нашли смо

величину резултанте $R=\sqrt{P_1^2+P_2^2+2P_1P_2\cos\alpha}$ и њен правац, али нисмо мо-
ли одредити право место њене нападне тачке. Сад, кад имамо такве две силе
и правац и величину њихове резултанте узећемо произвољну тачку O (сл.35)
и из ње ћемо пустити управне на силе P_1 и P_2 као и на R тиме ћемо добити
краке l, l_1, l_2, па како знамо да је: $Rl=P_1l_1+P_2l_2$

сл.35.



то је отуда $l=\frac{P_1l_1+P_2l_2}{R}=$

$$=\frac{P_1l_1+P_2l_2}{P_1+P_2}$$

Овом израчунатом дужином

треба из O као полуполупречником описати круг, и из пресека m правац сила P_1 и P_2 повући на тај круг дирке; додирне тачке могу бити нападна тачка резултанте; али обадве додирне тачке пре одговарају једном истом задатку, те треба одредити, која ће од њих две бити. То се одређује по смислу статичких момената сила и саме резултанте. Тако нпр. на сл.35 обе силе P_1 и P_2 имају положне статичке моменте и према томе, и смисао момента резултанте може бити само положан чему пак одговара додирна тачка C; друга додирна тачка c_1 мора дакле отпасти јер одговара одречном моменту. Кад имамо више сила са разним нападним тачкама, ако су те силе и њине нападне тачке у једној равни, па се тражи резултујући моменат тих сила у односу на неку тачку (или осу) онда ћемо најпре повући координатни систем, x у кроз тачку утврђена o, и сваку од датих сила разложићемо на две компоненте, од којих ће једна ићи паралелно X оси, а друга паралелно са у осовином па ће бити: $x_1=P_1\cos\alpha_1$; $x_2=P_2\cos\alpha_2$; $x_n=P_n\cos\alpha_n$ ..... и $y_1=P_1\cos\beta_1$; $y_2=P_2\cos\beta_2$ ... $y_n=P_n\cos\beta_n$ Према томе скуп компонената у правцу X осе биће: $x=\Sigma(x)=\Sigma(P\cos\alpha)$

а сума оних компонената у правцу у осовине биће: $y=\Sigma(y)=\Sigma(P\cos\beta)$

због тога се добије: $R=\sqrt{[\Sigma(P\cos\alpha)]^2+[\Sigma(P\cos\beta)]^2}$ ...

трећи члан поткореног збира отпада пошто је $=0$, стога шро је угао између тих сила $= 90^0$ а $\cos 90^\circ = 0$. Како сила $y = \Sigma(y) = \Sigma(P\cos\beta)$ има одречан моменат а сила $x = \Sigma(x) = \Sigma(P\cos\alpha)$ положаи то ће моменат њихове резултанте бити раван њиховом алгебарском збиру - т.ј. разлици у овоме случају, те ако је λ крак силе y, а τ крак силе X, а ℓ крак резултанте онда је $M\cdot\ell = M_x - M_y = \Sigma(x\tau) - \Sigma(y\cdot\lambda) =$

$= \Sigma(P\cos\alpha\cdot\tau) - \Sigma(P\cos\beta\cdot\lambda)$ .....(32). Разгледајмо још последњи случај слагања статички момената и то кад су силе с разним нападним тачкама и у простору. У томе случају узимамо просторни координатни систем и сваку поједину силу разлажемо на по три компоненте, које су паралелне са координантним осама - то постижемо онако: како је показано на страни ./. Знамо сад, да ће бити $x_1 = P_1\cos\alpha_1$; $x_2 = P_2\cos\alpha_2$ итд. као код $y_1 = P_1\cos\beta_1$; $y_2 = P_2\cos\beta_2$ и $z_1 = P_1\cos\gamma_1$; $z_2 = P_2\cos\gamma_2$ и ш.д. затим је: $X = \Sigma(x) = \Sigma(P\cos\alpha)$; $y = \Sigma(y) = \Sigma(P\cos\beta)$ и $Z = \Sigma(z) = \Sigma(P\cos\gamma)$ и то су резултанте појединих сила истога правца; те три резултанте (X, y, Z) и то треба сад сложити у резултанту: $R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. Кад смо, ово утврдили за силе, можемо видети шта ће бити са њиховим моментима и са моментом њихове резултанте. Нека је оса окретања паралелна z-осовини, очевидно је, да ће тада сила $Z = \Sigma(P\cos\gamma)$ бити тада на окретање тела без икаквог утицаја због те паралелности, те према томе остају за за расматрање само моменти сила X и Y. Узимимо ради тога испитивања на телу произвољну тачку A, која је са O у чврстој вези, то ће онда сила y окретати тачку A у једном, рецимо смислу, и то у толико јаче, у колико је већи њен интезитет, и у колико је веће остојање тачке A од осе OO'. Ако је то остојање x (= крак силе), моменат је силе $M_1 = yx$ На исти се начин изводи да је моменат силе X у односу на исту осу OO' и исту тачку A, кад је њен крак y, $M_2 = X\cdot y$ само што овај моменат има положан смисао.

За моменат резултујући ваља образовати с тога разлику $yx - Xy$ или заменом вредности за X и Y добићемо: $M_x = \Sigma(x\cdot P\cdot\cos\beta) - \Sigma(y\cdot P\cdot\cos\alpha) =$
$= \Sigma[P(x\cos\beta - y\cdot\cos\alpha)]$
Ако ли то тело треба одржати у равнотежи, мора да је: $M_x = \Sigma[P(x\cos\beta - y\cos\alpha)] = 0$ ..... (33) Ово би расматрање требало поновити и за осовине окретања, које су паралелне са другим двема координатним осовинама. Но ми

се у то овде нећемо упуштати,већ ћемо дати готове обрасце који гласе:

$$m_y = \Sigma[P(y\cos\beta - z\cos\beta)] = 0 \quad \ldots\ldots(34)$$

$$m_z = \Sigma[P(z\cos\alpha - x\cos\gamma)] = 0 \quad \ldots\ldots(35)$$

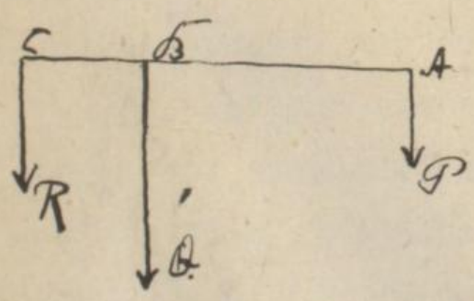
Кад смо нашли моменте у односу на осовини које су паралелне са појединим координатним осама,можемо их као силе сабрати у један резултујући моменат (и тако као силе управних праваца)тако да би ревултујући моменат био:

$$m = \sqrt{m_x^2 + m_y^2 + m_z^2} \quad \ldots\ldots(36).$$

§29.

НАУКА О СПРЕГОВИМА.

При слагању паралелних сила,видели смо да ако су силе истог смисла,њихова је резултанта R равна збиру њиховом,а ако су супротног, разлици - односно алгебарском збиру опет.Но тада нисмо специјално разгледали случај,када су силе P_1 и P_2 паралелне,супротног смисла и једнаке величине (интензитета).При тражењу резултанте паралелних сила супротног смисла нисмо чак ни водили рачуна ни о моментима,па ћемо то сад овде и учинити и на ту се ствар вратити.Кад неке силе P и Q можемо заиста заменити резултујућом силом R значи, да ће онда наступити равнотежа,коју преставља једначина: $R.CB = P.AB$ пошто је моменат силе P у односу на тачку A раван нули, јер та сила пролази кроз ту тачку,те јој је дакле крак = 0.Из горње једначине и краке резултанте добијамо вредност:



сл.36.

$$BC = \frac{P.AB}{R} = \frac{P.AB}{Q-P} \quad \ldots\ldots(\alpha)$$

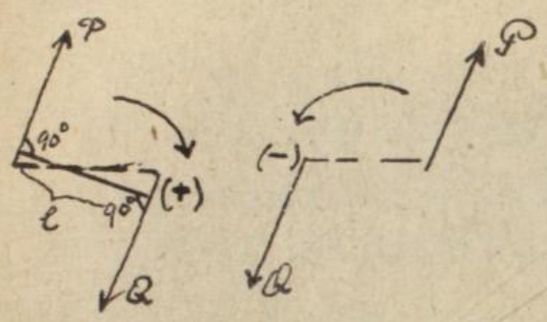
Из ове једначине(α) јасно је,да је нападна тачка резултанте R одређена за све случајеве,кад је $Q \geq P$, али ако је $Q = P$ добија се $BC = \frac{P.AB}{0} = \infty$ што значи,да тачка B није одређена,и нападна тачка резултанте таквих сила пада у бесконачност.Такве две силе,које су паралелне,једнаке по интензитету а супротног смисла,издвојио је Poinsot у механици као нов,засебни елемекат,давши му име спрегнуте силе или просто спрег.

Спрегнуте силе теже увек да изврше окретање и та се њихова тежња изражава производом једне од спрегнутих сила и најкраћег остојања тих спрегнутих сила,које се зове к р а к с п р е г а.

Тај се производ зове м о м е н т о м с п р е г а.

Моменат спрега,према томе на коју се страну окретање врши,или је положан или одречан (у поређењу са окретањем сахатних сказаљака).Смисао момента спрега обележава се стрелицом ↙ и ↘ као што се то и на сл.37.види.

сл.37.



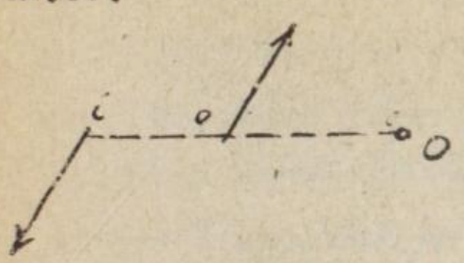
Спрегнуте силе могу имати и свој статички моменат у односу на повољну тачку O.Како је у опште моменат резултанте паралелних сила супротног смисла раван разлици момената појединих сила,дакле: $M = Pac - P.bc =$

$= P(ab-bc) - P(bc) = P(ab + Pbc - Pbc = Pab$ ...37.

(сл.38)

По једначини 37"моменат једнога спрега у односу на тачку O раван је статичком моменту једне од спрегнутих сила у односу на ту исту тачку."

сл.38.



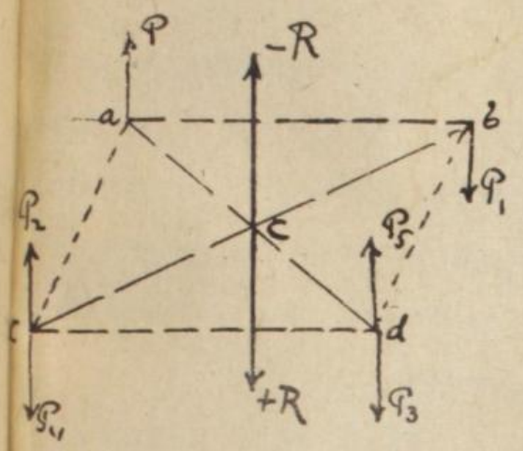
Утврдили смо да окретање спрега може бити положно и одречно,што сад допуњујемо и тиме,да то окретање мора бити у равни спрегнутих сила.Ако ли на ту раван окретања спустимо управну и то са оне стране откуда спрег гледан има положно окретање,па на тој управној пренесемо величину момента спрегнутих сила,онда добијамо у тој дужи тзв. о с у с п р е г а или обртну осу спрега која ће нам често пута потпуно заменивати свој одговарајући спрег.Из саме ове одредбе осе спрега излази,да је конструктивно лако одредити осу спрега,кад је дати спрег о обратно.

Да испитамо сад неколико важних ставова о спреговима.

1.-став.-"Сваки спрег можемо померити паралелно самоме себи,било у равни спрега или изван ње али ће дејство његово остати савршено непромењено."

Доказ.-Ако су P и P$_1$ силе једнога спрега у равни хартије,а $\overline{ab}$

л.39.

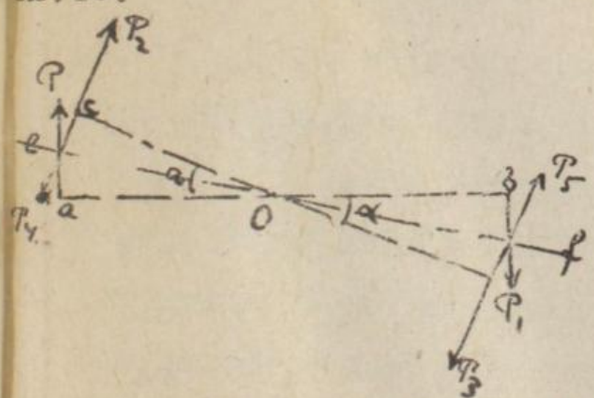


крак тога спрега, онда померимо тај пред паралелно самоме себи тако, да крак ав пређе у cd, а силе P и P_1; P_2-P_3, било опет у равни хартије, било изван ње, само да је ав и cd у чврстој вези између себе Додајмо у C силу P_4 и у d силу P_5 које су истог интензитета са силама P_2 и P3 и истога правца, само супротног смисла, то ће онда све четири силе P_2.....P_5 бити у равнотежи, тј. стање се тела под њиховим дејством ни у колико не мења. Како је пак абcd паралелограм, чије се дијагонале cf и ad, секу у C, то можемо у тој тачци поставити резултанте сила P, P_2 ... и $P+P_5=-R$; за те резултанте знамо, да ће бити $+R=P_3$. и $-R=-(P+P_5)$ Силе пак $+R$ и $-R$ одржавају се у равнотежи, те остају према томе да делују само силе P_2 и P_3, које дакле на то тело морају имати исто дејство као и спрег P P_1. Како силе P_2 и P_3 образују спрег паралелан и раван првобитне, те је тиме и горњи став доказан.

2.- с т а в.-"Сваки спрег можемо без промене његовог дејства, окренути око средине његотог крака или око његове осе у својој равни за поволан угао α, само да су нове нападне тачке у чврстој вези са старим."

Доказ: Нека је ав крак спрега P P_1 (сл.40) па окретањем око

сл.40.



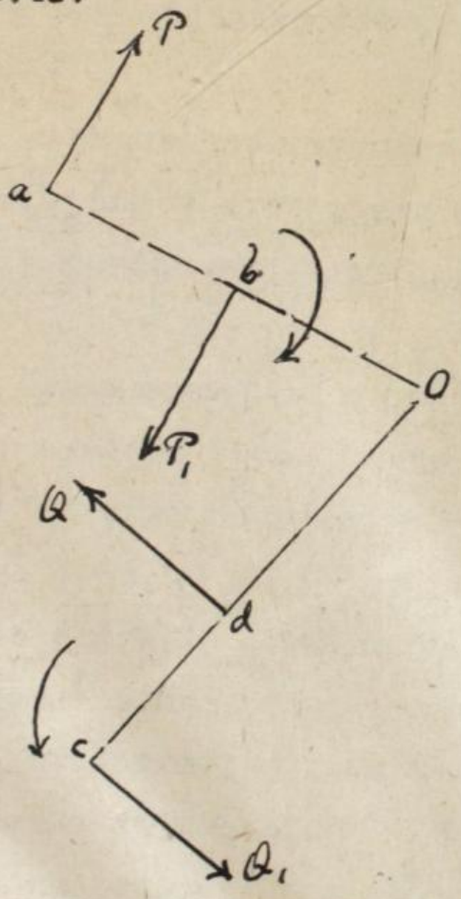
средине O за угао α, нека тај крај узме положај cd; у c повучимо силе P_2 и P_4, а у d пак силе P3 и P_5, које су у равни сила P (односно P_1). Пошто су те силе у равнотежи, то се дејство спрега P P_1 ни у колико не мења. Замислимо да смо силе P и P_4 пренели са нападном тачком у e, а силе P, и P_5 у f онда праве $\overline{eO}$ половиће углове: $\sphericalangle aOc=\alpha$ и права Of полови угао $\times bOd=\alpha$ из чега излази, да је Oe и Of једна иста права. Силе P и P_1 које

делају у тачки e, имају за резултанту r , која дели угао између P и P_4 те јој је правац исти са oe ; исто је тако r_1 резултанта сила P_1 и P_5 чији је правац права of . Те су две резултанте r и r_1 , од једнаких сила, које склапају једнаке углове, а делају у истој правој супротног смисла; оне су дакле једнаке и одражавају се у равнотежи. Стога се и њихове компоненте P P_1 , P_4 и P_5 морају одржавати међусобно у равнотежи. Преостаје дакле само дејство сила P_2 и P_5, које дакле потпуно замењује дејство спрега PP_1; чиме је став доказан.

У С Л О В И З А Р А В Н О Т Е Ж У С П Р Е Г О В А.

Нека у једној равни имамо два спрега супротних момената. Да би нашли кад ће бити то тело под њиховим дејством у равнотежи, узећемо повољну тачку O у равни спрегова, и из ње ћемо спустити управне на спрегнуте силе, чиме добијамо краке спрегнутих сила, - али не краке спрегова. Раније смо утврдили да ће равнотежа наступити онда, када је резултујући моменат сила раван нули, дакле кад је, према сл.41);

сл.41.



$$P.a\bar{o} - P.b\bar{o} + Q.d\bar{o} - Q.\bar{c}o = 0$$ или

кад ставимо: $ao = ab + bo$ и

$co = do + cd$ добићемо:

$$P.ab + P.bo - P.bo + Q.do - Q.cd - Q.do = 0$$

Да наступи дакле равнотежа, треба дакле да постоји услов: $P.ab - Q.cd = 0$

или кад ставимо $ab = l$ и $cd = l_2$

добијамо: $Pl_1 - Ql_2 = 0$

или боље: $P.l_1 = Ql_2$ .... (38)

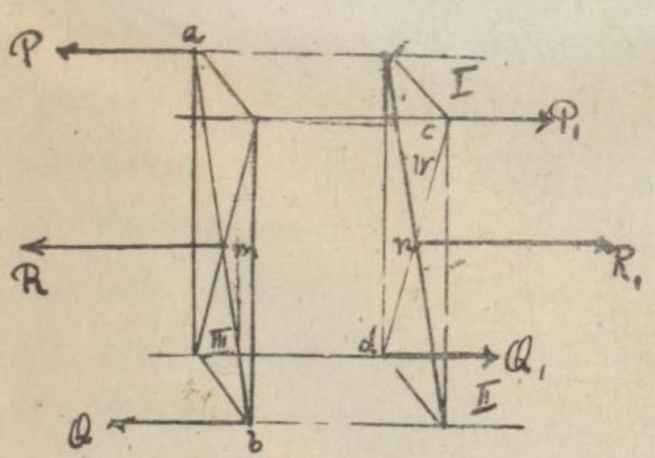
Једначина (38) показује нам, да ће равнотежа тела наступити онда, кад је моменат једног спрега раван моменту другога спрега. Једначину (38) и став уз њу можемо без даљег испитивања овако уопштити: "Кад на неко чврсто тело делује читав низ спрегова, оно ће бити у равнотежи, кад алгебарски збир момената свих спрегова буде раван нули."

Крак спрега возимо каткад и основом спрега.

Често се пута дешава, да имамо спрег са краком извесне дужине a па га треба редуковати на спрег са основом b. Ако су силе за крак a биле $+P$ и $-P_1$, а за редуковани крак b пак $+Q$ и $-Q$, онда би та два спрега била једнака по дејству, кад је $P_a = Q_b$. У овој је једначини непознато Q и решимо по Q па добијамо $Q = \frac{P_a}{b}$ што само треба још и конструисати, па је задатак решен. Но о томе ми се нећемо сад бавити. (види К. Јовановића "Граф. Статику I књ. стр.....).

Кад имамо више спрегова, и за њих као год и само за један спрег мора бити: $P_1 a_1 = Q_1 b$ тј. $Q = \frac{P_1 a_1}{b}$ затим $Q_2 = \frac{P_2 a_2}{b}$; $Q_3 = \frac{P_3 a_3}{b}$ ——— итд. а сабирањем тих једначина добијамо: $Q_1 + Q_2 + \ldots = \frac{P_1 a_1}{b} + \frac{P_2 a_2}{b} + \ldots$ или: $Q_1 + Q_2 = \frac{P_1 a_1 + P_2 a_2}{b} = R b$ дакле и овим смо путем добили, да је статички моменат резултујућег спрега раван алгебарској суми статичких момената појединих спрегова.

3.- с т а в. Ако ли имамо два спрега, који су у двема паралелним равнима, супротних момената, али једнаких по величини, онда ће они одржавати се у равнотежи. сл.43.

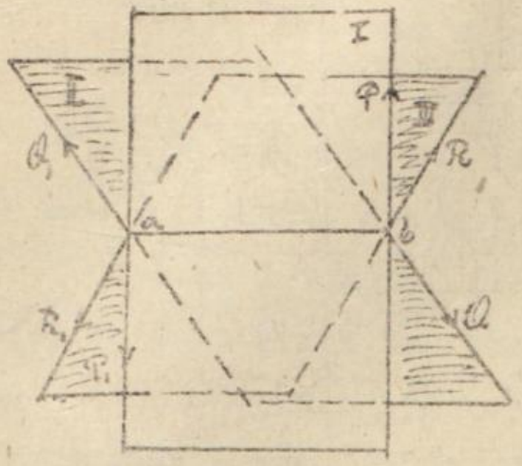


Доказ:- Ако су P P_1 и Q Q_1 спрегови у паралелним равнима (сл.43) то треба те две равни пресећи са двема управним равнима (III и IV) на њих, - и у пресечним тачкама дијагонала тих пресечних равни образујемо резултанте паралелних и једнаких сила P и Q сила P_1 и Q_1 које ће бити истог правца али супротног смисла. Добићемо: $R = P + Q = 2P = 2Q$ и $R_1 = P_1 + Q_1 = 2P_1 = 2Q_1$ те се две резултанте потиру, што значи да се и спрегови, који су дали те ревултанте, одржавају у равнотежи.

4.-став.-"Два спрега у непаралелним равнима - у равнима, које се укрштају - могу се заменити спрегом, чије ће силе по величини и правцу бити дијагонале обадва паралелограма, коме су стране силе датих

спрегова сведене на исти крак."-

сл.44.



Доказ.- Дате спрегове у равни I и II сл.44. можемо свести и преместити на крак ав, који је пресек тих равни. Силе које је делају у тачкама а и в склопимо по паралелограму сила у резултанте R_1 и R_2 које такође дају спрег у новој III равни. Ако обележимо пресек ав = l онда је моменат овог трећег спрега $M = Rl$ Ако је α угао нагиба између датих равни I и II по обрасцу (21) добићемо:

$R=\sqrt{P^2+Q^2+2PQ\cos\alpha}$ или кад обадве стране те једначине помножимо са l биће $Rl=\sqrt{P^2l^2+Q^2l^2+2PQl^2\cos\alpha}$ .....(40).

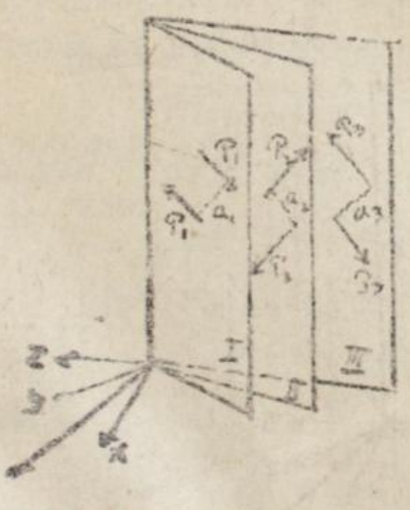
У овој једначини можемо ставити, да је за силу P крак $l=p$ за силу Q да је $l=q$ а за R да је $l=r$ па је:

$R.r=\sqrt{(Pp)^2+(Qq)^2+2PpQq\cos\alpha}$ .....(41).

Ако угао између осовина момената $R.r$, $P.p$ и $Q.q$ означимо са β односно са γ добијамо: $Pp:Qq:Rr = \sin\gamma:\sin\beta:\sin\alpha$ чиме је одређен и положај осовине резултујућег момента.

Узмимо сада више равни, које се све секу по једној правој (као листови у књизи) и у свакој од тих равни нека нам је дат по један спрег повољнога смисла (сл.45). Из повољне тачке А на пресечној правој датих равни повучи осе спрегова x, y и z које ће дати систем сила (оса) са истом нападном тачком, те ћемо их сложити по паралелопипедној сили, или пак по просторном полигону сила, тако да добијемо резултујућу осу спрегова g .До не можемо доћи и помоћу просторног правоуглог координатног система, иста нам је већ позната, тако да је: $Ax=P_1a_1=m_1$, $Ay=P_2a_2=m_2$ и $Az=P_3a_3=m_3$ и т.д. ако има више оса. Али је даље:

сл.45.



$$M_1 \begin{cases} M_x = M_1 \cos\alpha_1 \\ M_y = M_1 \cos\beta_1 \\ M_z = M_1 \cos\gamma_1 \end{cases}$$

и исто тако:

$$M_2 \begin{cases} M_x = M_2 \cos\alpha_2 \\ M_y = M_2 \cos\beta_2 \\ M_z = M_2 \cos\gamma_2 \end{cases}$$

итд. за сваку осу.

Резултујућа оса била би:

$$A\varrho = M_R = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}$$

али како је даље:

$$M_x = M_1\cos\alpha_1 + M_2\cos\alpha_2 + \cdots\cdots = \Sigma(M\cos\alpha)$$
$$M_y = M_1\cos\beta_1 + M_2\cos\beta_2 + \cdots\cdots = \Sigma(M\cos\beta)$$
$$M_z = M_1\cos\gamma_1 + M_2\cos\gamma_2 + \cdots\cdots = \Sigma(M\cos\gamma)$$

то је: $$M_R = \sqrt{[\Sigma(M\cos\alpha)]^2 + [\Sigma(M\cos\beta)]^2 + [\Sigma(M\cos\gamma)]^2} \quad \ldots\ldots (43).$$

Овај нам израз даје резултујућу осу. Дакле са њом и резултујући моменат свију момената у датим равнима, које се секу.

Како се може написати:

$$M_x = m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + \cdots\cdots = \Sigma(mx)$$
$$M_y = m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3 + \cdots\cdots = \Sigma(my)$$
$$M_z = m_1z_1 + m_2z_2 + m_3z_3 + \cdots\cdots = \Sigma(mz)$$

итд.

то се добија од горњег обрасца још и:

$$M_z = \sqrt{[\Sigma(mx)]^2 + [\Sigma(my)]^2 + [\Sigma(mz)]^2} \quad \ldots\ldots (44).$$

§ 30.

ОПШТИ УСЛОВИ ЗА РАВНОТЕЖУ СИЛА У ПРОСТОРУ.-

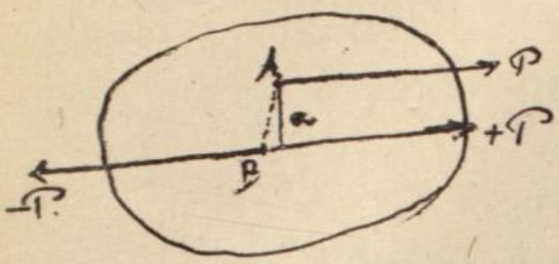
Најпре морамо утврдити став о тзв. премештању сила.-

Кад имамо силу P, видели смо, да јој нападну тачку A можемо премештити дуж њеног правца - тј. дуж њене нападне линије. Но ако одаберемо на коме чврстоме телу повољну какву тачку B, и у њој додамо две силе једнаког интензитета са силом P, али да су једна P а друга -P, дакле; да се одржавају у равнотежи.

Очевидно је да те додане силе не ремете дејство силе P, нити пак стање тела. Но сада првобитна сила P са силом -P чини спрег чији моменат био M = P.a; ако са a означимо даљину силе P од правца сила

P и - P, Ако је тело и пре било утврђено у тачци B, значи, да је сила P тежила, да га окрене у положном смислу ⤵ баш као и спрег, који смо

сл.46.

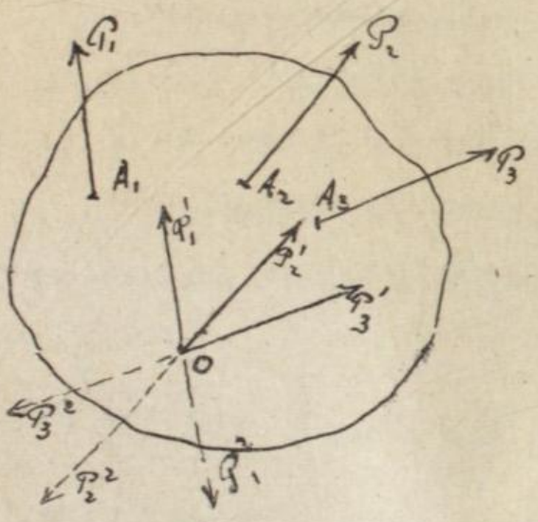


добили додавањем сила $+P$ и $-P$ у тачци B. Пошто дакле сила P и спрег P и - P имају исто дејство то спрег може заменити и силу и остаје дејство силе + P; отуда овај став. "Сваку силу можемо заменити спрегом, коме ће једна спрегнута сила бити дата сила и то без промене дејства, само ако је нападна тачка друге спрегнуте силе у тачци у којој је тело утврђено."

Овим ћемо се ставом послужити при испитивању општих услова за равнотежу тела на које дејствује више сила у простору.

Тело, на које дејствују повољне силе, може бити или слободно у простору, или пак утврђено на који начин. Ако је такво тело слободно у простору и на њега дејствују силе P_1 P_2 ... P_m (сл.47), и ми

сл.47.



узмемо повољну тачку O на томе телу, па кроз ту тачку повучемо силе: $P_1' \parallel P_1$, $P_1^2 \parallel P_1$; затим $P_2 \parallel P_2' \parallel P_2^2$ па $P_3 \parallel P_3' \parallel P_3^2$ итд. Али тако да су одговарајуће силе опет једнакога интензитета, да је дакле: $P_1 = P_1' = P_1^2$ и $P_2 = P_2' = P_2^2$ итд. Тиме смо место датих n сила добили n простих сила: P_1' , P_2' , P_3' . — — — — P_n' и n спрегова $P_1P_1^2$, $P_2P_2^2$, $P_3P_3^2$ . . . $P_nP_n^2$

Оних n простих сила са заједничком су нападном тачком O и лако можемо сложити у једну резултанту R , а за n спрегова можемо на сад познате начине наћи резултујућу осу спрега или резултујући моменат.

Али како смо утврдили, да је нападна тачка резултанте двеју спрегнутих сила у бесконачности, то излази, да се спрег не може заменити коначном силом, која дејствује у коначном остојању, те ће с тога за равнотежу тела бити потребно, да резултанта сила буде $=0$, као год

резултујући моменат што мора бити за себе = 0.

Према томе најопштији услови за равнотежу кога тела у простору,на које дејствује више сила,били би изнети овим двема општим једначинама:

$$R=0 \quad и \quad M=0 \text{ ——.....(45).}$$

Ако сада кроз тачку O (сл.47) повучемо координатни систем и резултујућу силу R ,као и резултујући моменат M односно његову осу S раставимо у по три компоненте,које падају у правац координантних оса,добићемо: $R=\sqrt{P_x^2+P_y^2+P_z^2}$ и

$$M=\sqrt{M_x^2+M_y^2+M_z^2}$$

Према овим двема једначинама и с погледом на једначину (45) за равнотежу овога тела мора бити: $R=\sqrt{P_x^2+P_y^2+P_z^2}=0$ и

$$M=\sqrt{M_x^2+M_y^2+M_z^2}=0$$

Ово је могуће пак само онда,када је понаособ: $P_x=0$

$P_y=0$, $P_z=0$, ———— затим: $M_x=0$

$M_y=0$, $M_z=0$ ———— ....(46)и

(47) пошто поткорене количине у свом збиру не могу дати никада нулу, јер су све позитивне (квадрати);другим речима,ако не постоје једначине (46) и (47) горњи изрази неће бити индентички равни нули ,и према томе и тело се неће налазити у равнотежи.

Како смо пак раније имали обрасце:

$P_x=\Sigma(P\cos\alpha)$; $P_y=\Sigma(P\cos\beta)$; $P_z=\Sigma(P\cos\gamma)$ —— итд.као обрасце $M_x=\Sigma(M\cos\alpha)$; $M_y=\Sigma(M\cos\beta)$ $M_z=\Sigma(M\cos\gamma)$

по једначинама (46) и (47) можемо дати специјалније облике:

$$\Sigma(P\cos\alpha)=0 \quad \Sigma(P\cos\beta)=0 \text{ и } \Sigma(P\cos\gamma)=0 \text{ —— ...(48)}$$

$$\Sigma(M\cos\alpha)=0 \quad \Sigma(M\cos\beta)=0 \text{ и } \Sigma(M\cos\gamma)=0 \quad ....(49)$$

Ових шест једначина садрже у себи све услове за равнотежу тога тела, кад на њега дејствује повољан број сила у простору.

Ако ли пак узмемо,да тело није слободно у простору,већ да је утврђено - рецимо у тачци O,онда,ако је то утврђење јако,оно ће само собом потирати дејства сила (оних простих)P_1' ,P_2' P_3'....P_n'

те према томе у овоме нам случају остају за расматрање само - дејство оних n спрегова, наиме дејства спрегова:

$$P_1P_1^2\ ;\ P_2P_2^2\ ;\ P_3P_3^2 - - - - P_nP_n^2$$

Због тога што у овом случају дејства сила отпадају за равнотежу тела и неће бити потребни услови: $P_x = 0$, $P_y = 0$, $P_z = 0$ јер су они утврђењем тела дати сами по себи, остају дакле ови услови

$$\Sigma(m\cos\alpha) = m_x = 0$$
$$\Sigma(m\cos\beta) = m_y = 0 \text{ и}$$
$$\Sigma(m\cos\gamma) = m_z = 0 \text{ - - ——— - - ———} \quad 50'$$

дакле свега та три услова.

Но тело у простору можемо утврдити и у две његове тачке, у тачци О и рецимо још једној његовој тачци А. Ово сад не знаци ништа друго, до то, да се то тело може сада окретати једино око једне праве и то Оне, која везује те тачке његовога утврђења, дакле око осе обртања ОА. Услед овога два ће резултујућа момента - рецимо.

$$m_x = \Sigma(m\cos\alpha) \text{ и } m_y = \Sigma(m\cos\beta)$$

бити сами по себи (без услова) равни нули, јер их поништре горње утврђење у двема тачкама. Оних n простих сила такође су утрђењем потрте и у овом случају, те како преостаје дејство последњег трећег спрега, то ће као услов за равнотежу тога тела, бити довољна само једначина:

$$m_z = \Sigma(m\cos\gamma) = 0 \ldots\ldots (50a.)$$

Најзад кад је тело у простору али утврђен у трима својим тачкама које нису на истој правој, онда такво утврђење не дозвољава ни прогресивног, нити пак кретање: оно ће дакле потирати дејства оних простих сила, као и оних n спрегова. Према томе не треба је на то тело никакво дејство, то и нису потребни никакви услови за његову равнотежу; отпадају дакле сви шест општих једначина за равнотежу тела.

Ово исто бива и кад се тело утврђује у више од три тачака.

НАУКА ТЕЖИШТУ.

§ 31.

Још одмах у почетку говорећи о материји и њеним општим особинама, казали смо, да је свако тело састављено из делића, који такође имају своју масу, на коју пак дејствује и земљина тежа

Другим речима и молекили свакога тела имају сваки своју
ну Како је пак раздаљина између појединих молекила једнога тела
нала како ми привлачну силу земљину (дакле тежу) сматрамо као да је
нцентрисана у средини земљиној,која је од њене површине јако удаљена
узимамо,да су све силе,које дејствују на поједине молекиле,пара-
лне.

Како је тело скуп свију тежина молекила,дакле резултанта
их тих паралелних сила,које дејствују на сваки молекил тога тела.Ми
резултанту,према нашим ранијим испитивањима,умемо да одредимо за
њена четири елемента.

Тако ако су P_1 P_2 P_3 . —— P_n привлачне силе које делају
поједине молекиле тела онда је $R = \Sigma(P) = Q = \Sigma(q)$
мина тога тела,ако је са q обележена тежина једнога молекила тог
ла.

Нападну тачку резултанте R свију тих тежних сила,које дејствују на поједине молекиле тела,зовемо његовим т е ж и ш т е м.
ежиште није дакле ништа друго до средишна тачка паралелних сила.

Услед резултанте R тежних сила,тело ће се,ако је слободно
ретати ка центру земљином.

Ако га у тежишту подупремо - утврдимо,биће у равнотежи.
већ утврђењем у другој којој тачци било би основано окретање.).

Тежиште којега тела,наћи ћемо помоћу образца,које смо већ
осад извели приликом слагања нарочито паралелних сила.Нарочито ћемо
есто употребљавати обрасце:

$$R.l = P_1 l_1 + P_2 l_2 + \text{——} + P_n l_n \quad \ldots.(29).$$

$$R_z = \Sigma(P_z) = 0 \text{ ——————} \ldots.(30)$$

$$R_x = \Sigma(P_x) = 0 \text{ ——————} \ldots.(31); \text{и}$$

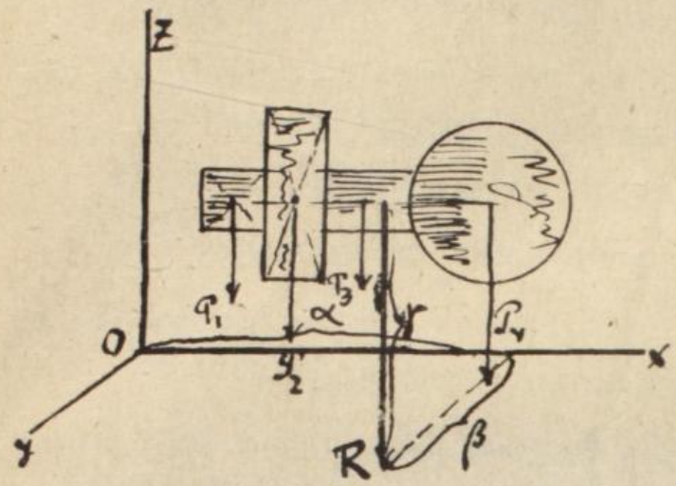
$$R_y = \Sigma(P_y) = 0 \text{ ——————} \ldots.(31).$$

Према нашем досадањем знању јасно нам је,да је тежиште па-
алелограма у пресеку његових дијагонала,лопте и круга пак у њиховом
ентру,праве линије на њеној средини итд.и да нам је у опште врло
лако одредити тежиште каквог било правилног тела.

Релативно је много теже одредити тежиште неправилног,као и

каквог сложеног тела.У таквим случајевима одређиваћемо тежиште применом горњих образаца,помоћу којих му одредимо координате у просторном правоуглом координатном систему.

сл.43.



Тако напр.ако имамо да одредимо тежиште сложеном телу представљеном на сл.48,ми ћемо наћи најпре тежиште појединих његових делова,који су правилна тела,и резултанте тежина свију тих делова.За те резултанте тежина: $P_1 P_2 P_3 P_n$ наћи ћемо по једном од горњих образаца резултанту R и њена нападна тачка S биће тежиште овог сложеног тела.

Нађено тежиште S треба пројектовати у све три координатне равни, дакле у xy, xz, yz и на тај му начин наћи координантне α, β, γ.

Те координате пак налазимо одмах по напред већ одређеним обрасцима,који нам у опште одређују тежиште сваког тела:

$$\alpha = \frac{P_1x_1 + P_2x_2 + \cdots P_nx_n}{P_1 + P_2 + \cdots P_n} = \frac{\Sigma(Px)}{\Sigma(P)} \quad \ldots(51).$$

$$\beta = \frac{P_1y_1 + P_2y_2 + \cdots P_ny_n}{P_1 + P_2 + \cdots P_n} = \frac{\Sigma(Py)}{\Sigma(P)} \quad \ldots(52)$$

$$\gamma = \frac{P_1z_1 + P_2z_2 + \cdots P_nz_n}{P_1 + P_2 + \cdots P_n} = \frac{\Sigma(Pz)}{\Sigma(P)} \quad \ldots(53).$$

Ако је неко тело такве природе,да му на показан начин и помоћу ових образаца не можемо одредити тежиште,ми ћемо онда то тело раздељити на такве делове,којима је лако одредити тежишта,и радити онако као мало час за пример тела на сл.48.

Често нам пута тело није дато својим обликом (или обликом својих делова:као на сл.48),већ својом масом,или што је исто,масом својих појединих делова,и таквоме телу ми хоћемо да одредимо тежиште

Употребимо обр: $P = G = m \cdot g$, како је g за једно исто место стално,добијамо: $G_1 = m_1 g$, $G_2 = m_2 g$ $\cdots\cdots$ $G_n = m_n g$. Ове вредности треба ставити у образац (51),(52) и (53),свуда место P односно P_1, P_2, P_n тако да добијамо за координате тежишта,па и нам датог тела са тежинама појединих његових делова:

$$\alpha = \frac{g(m_1x_1 + m_2x_2 + \cdots m_nx_n)}{g(m_1 + m_2 + \cdots m_n)} = \frac{\Sigma(mx)}{\Sigma(m)} \quad \ldots(54)$$

$$\beta = \frac{g(m_1y_1 + m_2y_2 + \cdots m_ny_n)}{g(m_1 + m_2 + \cdots m_n)} = \frac{\Sigma(my)}{\Sigma(m)} \quad \ldots(55)$$

$$\gamma = \frac{g(m_1z_1 + m_2z_2 + \cdots m_nz_n)}{g(m_1 + m_2 + \cdots m_n)} = \frac{\Sigma(mz)}{\Sigma(m)} \quad \ldots(56)$$

Ове нам дакле једначине одређују сасвим тачно положај тежишта таквог тела у простору.

Употребимо ли и образац (15в) $Q = mg$ кад у њему одредимо: $m = \frac{Q}{g}$ односно и поједине делове: $m_1 = \frac{q_1}{g}$, $m_2 = \frac{q_2}{g}$, $m_n = \frac{q_n}{g}$ ... па заменом тих вредности у горње обрасце (54),(55) и (56) добијамо:

$$\alpha = \frac{g(q_1x_1 + q_2x_2 + \cdots q_nx_n)}{g(q_1 + q_2 + q_3 + \cdots q_n)} = \frac{\Sigma(qx)}{\Sigma(q)} \quad \ldots(57)$$

$$\beta = \frac{g(q_1y_1 + q_2y_2 + \cdots q_ny_n)}{g(q_1 + q_2 + q_3 + \cdots q_n)} = \frac{\Sigma(qy)}{\Sigma q} \quad \ldots(58)$$

$$\gamma = \frac{g(q_1z_1 + q_2z_2 + \cdots q_nz_n)}{g(q_1 + q_2 + \cdots q_n)} = \frac{\Sigma(qz)}{\Sigma(q)} \quad \ldots(59)$$

Каткада нам је лако наћи запремине појединих делова неког тела, и помоћу тих запремина тражимо потом тежиште. Доцније ћемо имати образац: $Q = v \cdot \sigma$ где је σ специфична тежина дотичног тела, а v његова запремина.

Ако су запремине појединих делова тога тела $v_1, v_2, v_3 \cdots v_n$ а њихове одговарајуће тежине $q_1, q_2, q_3 \cdots q_n$ онда је - пошто је σ за сваки део исто: $q_1 = v_1\sigma_1$; $q_2 = v_2\sigma_2$; $\cdots q_n = v_n\sigma_n$ Заменом ових вредности у последња три обрасца (57,58 и 59), добијамо координате тежишта тог тела изражене запреминама делова тог истога тела. Те су координате:

$$\alpha = \frac{v_1x_1 + v_2x_2 + \cdots + v_nx_n}{v_1 + v_2 + \cdots v_n} = \frac{\Sigma(vx)}{\Sigma(v)} \quad \ldots(60)$$

$$\beta = \frac{v_1y_1 + v_2y_2 + \cdots v_ny_n}{v_1 + v_2 + \cdots v_n} = \frac{\Sigma(vy)}{\Sigma(v)} \quad \ldots(61)$$

$$\gamma = \frac{v_1z_1 + v_2z_2 + \cdots v_nz_n}{v_1 + v_2 + \cdots v_n} = \frac{\Sigma(vz)}{\Sigma(v)} \quad \ldots(62)$$

При тражењу тежишта каквог плочастог тела, чије поједине плоче имају исту дебљину d, то ћемо наћи површине свих појединих плочица $f_1, f_2, f_3 \dots f_n$ па како је запремина плоче равна њеној површини помноженој дебљином, дакле: $v_1 = f_1 d$, $v_2 = f_2 d$, $\dots$ $v_n = f_n \cdot d$ то ћемо моћи појединe површине плочица изразити запреминама одговарајућих плоча, тако да је: $f_1 = \frac{v_1}{d}$; $f_2 = \frac{v_2}{d}$; $f_3 = \frac{v_3}{d}$ итд. Но ако горње вредности за запремине појединих плочица заменимо у последња три обрасца (60-61-62) добићемо нове обрасце за координате тежишта овог плочастог тела изражене површинама појединих плоча.

$$\alpha = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + \dots + f_nx_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} = \frac{\Sigma(fx)}{\Sigma(f)} \quad \dots (63)$$

$$\beta = \frac{f_1y_1 + f_2y_2 + \dots + f_ny_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} = \frac{\Sigma(fy)}{\Sigma(f)} \quad \dots (64)$$

$$\gamma = \frac{f_1z_1 + f_2z_2 + \dots + f_nz_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} = \frac{\Sigma(fz)}{\Sigma(f)} \quad \dots (65)$$

Најзад можемо имати пред собом какво линиско - жичасто - тело, чија је дебљина тако мала, да се може занемарити онда како је запремина жице равна производу из пресека s и дужине l, дакле: $s \cdot l = v$ те ће за појединe делове тога тела бити: $v_1 = sl_1$; $v_2 = sl_2$ и т.д. пошто је пресек свуда исти. Заменом тих вредности у (605, (61) и (62) добијамо:

$$\alpha = \frac{s(l_1x_1 + l_2x_2 + \dots + l_nx_n)}{s(l_1 + l_2 + \dots + l_n)} = \frac{\Sigma(lx)}{\Sigma(l)} \quad \dots (66)$$

$$\beta = \frac{s(l_1y_1 + l_2y_2 + \dots + l_ny_n)}{s(l_1 + l_2 + \dots + l_n)} = \frac{\Sigma(ly)}{\Sigma(l)} \quad \dots (67)$$

$$\gamma = \frac{s(l_1z_1 + l_2z_2 + \dots + l_nz_n)}{s(l_1 + l_2 + \dots + l_n)} = \frac{\Sigma(lz)}{\Sigma(l)} \quad \dots (68)$$

у којима су нам обрасцима просторне координате овог жичастог тела изражене са дужинама l појединих делова жице.

Последња три обрасца (66, 67 и 68) показују нам, да је положај тежишта каквог жичнога тела потпуно независан од масе његове, већ зависи само од његовог облика и просторнога положаја; ово нас је управо и довело до појма о г е о м е т р и ј с к и м т е л и м а.

НЗ.- Ако ли нам треба наћи тежиште каквог неправилно сложеног тела, али са много већом тачношћу од досадање, ми бисмо то тело мо-

рали замишљати подељено на бесконачно мале делове, чије ћемо тежине, премине, масе, површине или дужине такође изражавати са бесконачно им количинама (диференцијалима) и радити помоћу више анализе (инфи-тезималног рачуна).

При одредби кордината тежишта дешава се, да је једна од њих - α - равна нули, што ће, јасно је, - бити онда, кад је само тежиште у ра-ни оних других двеју координата - односно у равни zy

Таква раван, која пролази кроз тежиште тела зове се тешка ван.

Може се десити, и да су две од координата - напр. $\alpha=0$ и $\beta=0$. вне нули, што значи да је тежиште на једној од координатној осовини оде на z оси). Таква права, која пролази кроз тежиште тела зове се ешка права или боље т е ш к а л и н и ј а.

Ако се најзад деси, да су све три координате тежишта равне нули, дакле и $\alpha=\beta$, $\beta=0$, $\gamma=0$ значи, да ће се то тежиште на-ћи у самоме координатном почетку.

Врло се често дешава, да нам није потребно да на овакав ра-чунски начин одређујемо тежиште кога тела помоћу координата у просторном систему, већ је довољно каткад телу одредити тежиште само експери-менталним (практичким) путем.

Тако нпр: каквом линиском телу одређујемо тежиште експери-менталним путем, кад га постављамо на какав шиљат ослонац, померајући га све дотле, док не заузме потпуно хоризонталан положај; тачка ослонца у томе положају биће тражено тежиште тог линиског тела. Отако је потребно одређивати тежиште хетерогеним линиским телима, ~~а хомогена ли-ниским телима~~, а хомогена линиска тела имају ту особину, да су им тежиш-та увек на њиховој средини.

Хомогеној паралелограмовој површини тежиште је у пресеку дијагонала; а хетерогеној површини, као и ма каквог облика хомогеној површини одређујемо тежиште овим експериментом: ту неправилну површи-ну обесимо о конац прво у једном правцу, и правац вертикално затегну-тог конца обележимо. Затим конац вежемо за тело на другом месту и опет обележимо правац вертикално затегнутиг конца.

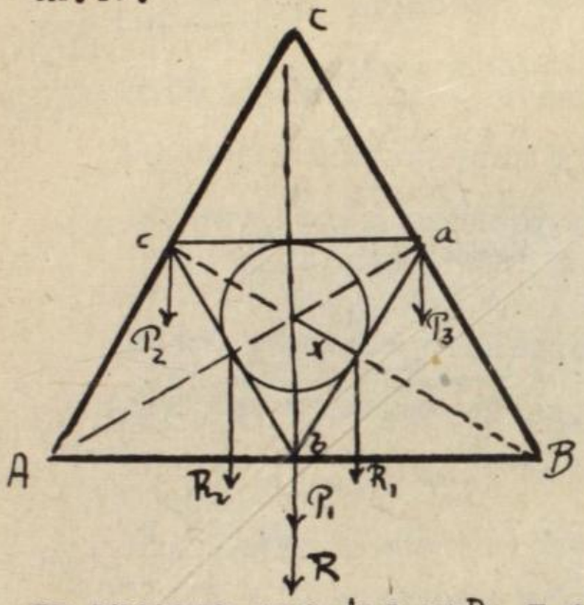
Пресек та два забележена правца биће тражено тежиште те неправилне површине било хомогене било хетерегене. Забележени правци конаца овде су тешке линије.

§ 32.

ОДРЕЂИВАЊЕ ТЕЖИШТА ЛИНИСКИХ ТЕЛА.

Потражимо тежиште једнога равностраног жичног троугла ABC (сл.49). Тежишта појединих страна као хомогених жица су на њиховим срединама: a,в, и c,a у њима ће делити тежине појединих страна P_1, P_2 и P_3 Те ћемо силе -тежине- сложити у резултанте R и R_2 чије су нападне тачке на срединама права, што састављају средине страна AB, BC и AC, дакле на срединама права, које везују тачке a,в,и c.

сл.49.



Из планиметрије се зна да су и мали троугли авс, Авс, авВ; и асС равностранн и да су њихове стране:

$$ab = \frac{1}{2} AB \; ; \; ac = \frac{1}{2} AC \; ; \; bc = \frac{1}{2} BC \text{ и т.д.}$$

Ако је сад полупречник круга уписаног у троуглу авс: $z = x$ онда је

$$\Delta abO = ab \cdot \frac{x}{2}$$
$$\Delta acO = ac \frac{x}{2}$$
$$\Delta boc = bc \cdot \frac{x}{2}$$

Сабирањем ових једнакина добиће се:

$$\Delta abc = \frac{x}{2}(ab + bc + ac)$$ или пошто је: $ab = \frac{1}{2} AB$

итд. то је:

$$\Delta abc = \frac{x}{2} \cdot \frac{1}{2}(AB + BC + AC) = \frac{x}{4}(AB + BC + AC)$$

Површина датога троугла је: ABC $= P = 4abc$

дакле: $P = x(AB + BC + AC)$ или: $P = x \cdot O$

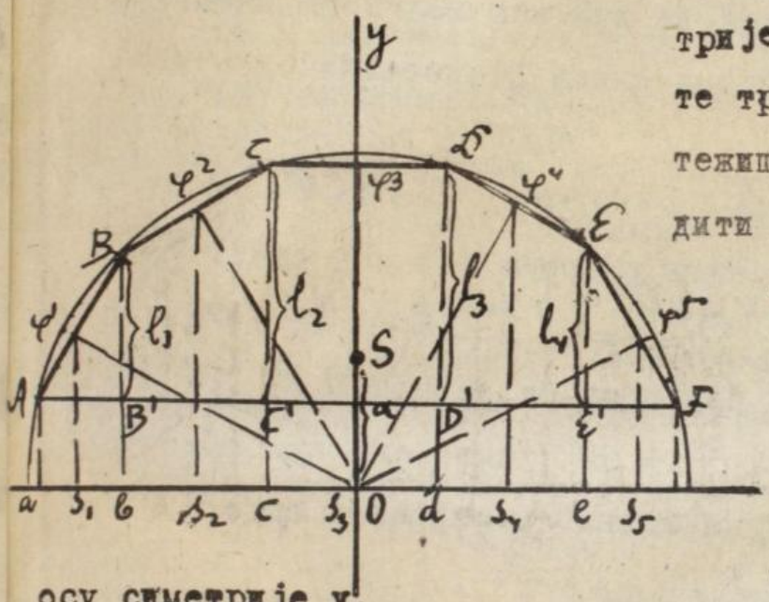
пошто је збир у загради раван обиму троугла, чије се тежиште тражи. Из те последње једначине добијамо: $X = \frac{P}{O}$ ....(69) као кординату тежишта овога жичног троугла, рачунату од које било праве, која везује средине страна тог троугла. Да би ту координату одредили, треба површину троугла

поделити његовим обимом.

Кад имамо правилан и странн полигон од пет хомогених жица, наћи ћемо му тежиште, кад из средине сваке стране (из њеног дакле тежишта) дигнемо унутрашње нормале. Пресек тих нормала је тежиште тог полигона. Према томе тежиште правилног жичног полигома је у центру описаног или уписаног круга, око или у томе полигону.

Ако је правилни жични отворен, тежиште му обичио изналазимо у односу на произвољну хоризонталу - x осу.

сл.50.



Такав полигон добија (има) основу симетрије, на којој мора лежати њено тежиште, те треба још само одредити дальину тога тежишта, од узете x осе, треба дакле одредити кординату x.

Замислићемо да је овај полигон уписан круг, или још боље, да је око њега описан круг, полупречника r, а кроз центар тога круга повуцимо координату x, и осу симетрије y.

Тежиште пологонових појединих страна је у њиховој средини ($\varphi', \varphi^2, \varphi^3, \varphi^4, \varphi^5$ ---------), и ако те тачке пројецирамо заједно, пројекцирамо и темена појединих полигонових страна на кординату x, добијамо дужине: y, y_2 y_3 ---------- y_n и l_1 l_2 l_3 ..... l_n (види сл.50), које су нам потребне за ранији општи образац за кординату x;

$$x = \frac{l_1 y_1 + l_2 y_2 + l_3 y_3 + \cdots l_n y_n}{l_1 + l_2 + l_3 + \cdots l_n} = \frac{\Sigma(ly)}{\Sigma(l)} \quad \ldots\ldots(70).$$

Овај образац (70) можемо упростити, јер како је $\Delta ABB_1 \sim \Delta \varphi' 1 O$

то је: $y_1 : r = AB' : c_1$ Исто је тако и $\Delta B_1 CC' \sim \Delta y_2 1_2 O$

те је $y_2 : r = BC' : l_2$

Затим се опет помоћу сличности троуглова добијају и остали обрасци: $y_3 : r = C'D' : l_3$; $y_4 : r = D'E' : l_4$ итд.

Отуда је пак по правилу о производу чланова у сразмери:

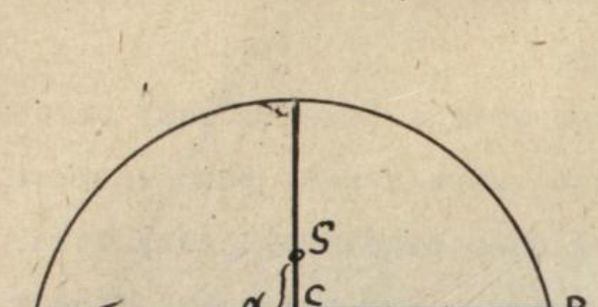
$l_1 y_1 = r AB'$; $l_2 y_2 = r B'C'$; $l_3 y_3 = r C'D'$; $l_4 y_4 = r D'E'$ и тако даље

а заменом тога у обрасцу (70) добићемо:

$x = \frac{r(AB'+C'B'+C'D'+D'E'+E'F'}{l_1+l_2+l_3+\dots l_n} = r\frac{AF}{\Sigma(l)}$ где је $A'B'+C'B'+C'D'+\dots = AF$ равно тетиви отвореног полигона.

Како је $\Sigma(l)=0$ тј.обим полигона, то добијамо као дефинитивни образац: $x = \frac{rAF}{0}$ .....(71) који нам одређује координату тежишта S рачунату од x осовине која иде кроз центар полигона 0.

сл.51.



ТЕЖИШТЕ ЛУКА.

Како је лук полигон од бесконачно много страна, то ће очевидно горње разматрање важити и за лук као год и једначина (71) која према слици 51. постаје:

$x = \frac{r\cdot\overline{AB}}{\widehat{AB}}$; где је сад:

$\overline{AB} = 2r\sin\varphi$ и $\widehat{AB} = l = 2\varphi r$

те заменом у горњи образац биће:

$x = \frac{r\cdot 2\sin\varphi}{2\varphi} = \frac{r\sin\varphi}{\varphi}$ ...(72). то је образац за кординату тежишта лука $\widehat{AB}$ рачунату од центра 0.

Ако је у обрасцу (72) $\varphi = \frac{\pi}{2} = 90^0$; дакле, ако лук припада квандранту, онда координата тежишта лука жичног квандранта биће:

$x = \frac{r\sin\frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{2}} = \frac{r}{\frac{\pi}{2}} = \frac{2r}{\pi}$ ----------....(73).

Ако ли је пак $\varphi > \pi$ боље: $x = \frac{r\sin\pi}{\pi}$ ---------- ....(74) координата тежишта полукружног лука.

Најзад, ако је $\varphi = 2\pi$ тј. ако лук постане цео круг, онда је: $x = \frac{r\sin 2\pi}{2\pi} = \frac{0}{2\pi} = 0$, дакле за круг тежиште је у самом центру.

§ 33.-

ТЕЖИШТЕ РАВНИХ И КРИВИХ ПОВРШИНА.

Све површине разликујемо на равне и криве површине.-Тежишта ћемо прво одређивати код равних површина а тек после код кривих површина, јер ћемо тако имати поступности у раду.

При одређивању тежишта код равних површина, делимо ту површину на саме линије паралелне између себе, и везивањем њихових тежишта - тј. њихових средина, ако је та површина хомогена - добићемо једну тешку линију. Повлачењем паралелних линија у другом правцу, добићемо и другу

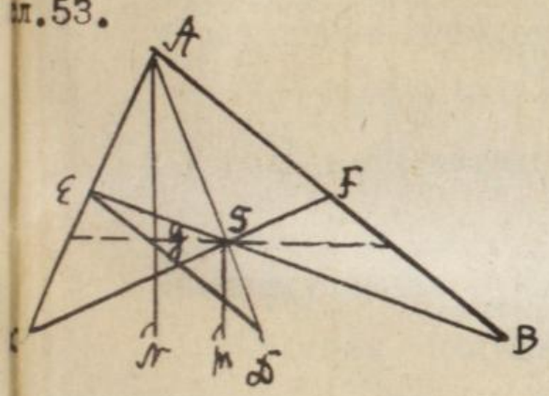
ешку линију, која ће са првом у пресеку одређивати тежиште те површине
сл.52.



(сл.52). На овај се начин налази да је тежиште сваке паралелограсне површине у пресеку дијагонала, које се према томе могу сматрати као две тешке линије. И при тражењу тежишта троуглове површине, повлачимо ове паралелне линије и то обично паралелно са основом, и још са једном од страна. Код троугла долазимо до закључка да је средња линија сваке троуглове стране тешка линија те је према томе и тежиште троугловог у пресеку двеју средњих линија његових страна.

Још у планиметрији се доказује да је тежиште троугловог на једној трећини од основе, а и две трећине од темена на средњој линији. Ми ћемо образац и ми овде извести:

сл.53.



Имамо: $\triangle ASB \sim \triangle ESD$

отуда је: $AB : AS = DE : AD$

или како је: $DE = \frac{1}{2} AB$

то ће бити $2DE : AS = DE : SD$

или $2DE \cdot SD = AS \cdot DE$. дакле

$2SD = AS$ Над обема странама ове једначине додамо исту количину SD

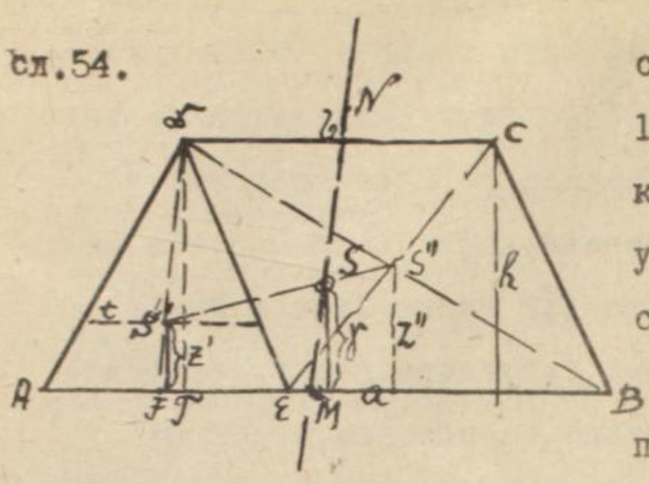
$3SD = AS + SD = AD$ или: $DS = \frac{1}{3} AD$ ———— ... (74)

чиме је доказ изведен.

Ако пак на основу BC спустимо управне из A и из S, а из S повучемо још и паралелну са BC, тако добијамо као карактеран пресек тачку "g". Сада је $gN = \frac{1}{3} AN = \frac{1}{3} h$ (што се јасно из слике 53 види) Отуда: "тежиште је троугла у пресеку средње линије и праве која је, од $\frac{1}{3} h$ од стране, чија је средња линија узета паралелна са том страном.

Већ је релативно теже одређивање тежишта трапезове површине. Трапез је сложена слика, коју можемо раставити на троугао и паралелограм, или дијагоналом на два троугла, или са двема висинама на два троугла и правоугаоник, а свима таквим деловима ми смо до сада већ одређивали тежиште. Узмимо напр: трапез ABCД (сл.54) поделимо га на троугао АДЕ и паралелограм BCДЕ. Нађимо тежишта тог троугла и паралелограма; повуцимо прво

сл.54.



средњу линију DF и висину DT па на $1/3h$ повуцимо праву $t_1 \parallel AE$ и у пресеку са DF добићемо S' - тежиште троугла. Тежиште паралелограма ВСДЕ је у пресеку његових дијагонала, дакле у S''.

Кад бисмо сад замислили, да смо трапез делили све на паралелне линије (танке крушчице), које би биле паралелне са паралелним странама а и в трапеза, онда бисмо добили М Н као тешку линију. На њој дакле мора бити тежиште.

Кад би сад замислили, да у S' дејствује сила P' која би представљала тежину троугла, АДЕ, а у S'' сила P'' која би представљала тежину паралелограма ВСДЕ, онда ће извесно P' и P'' бити паралелне силе (као тежне силе), а и њихова резултанта, видели смо, мора имати своју нападну тачку на везујућој линији за оба тежишта S' и S

Тежиште дакле трапеза биће у пресеку правих МН и $S'S''$ у тачци S.

На тај начин одредили смо трапезу тежиште конструктивним путем, а сада ћемо га одредити и рачунски, тј. аналитичким методом.

Ради тога обележимо АВ са а; ДС са в; па је: АЕ = (а-в). Трапез нам је већ подељен на троугао и паралелограм, а тим његовим деловима можемо лако и врло просто наћи површине, и за одредбу тежишта трапезовог употребити затим обрасце (63, 64, 65). Али како нам овде није потребан просторни координатни систем, узећемо само две осе х и у и то такве, да оса у пролази кроз тежиште, дакле да и онаотпадне, и да нам остаје само да одредимо координату y .

Ако је f_1 површина троугла, а z' координата његовог тежишта од x осе (која се поклапа са основом АВ); а f_2 површина паралелограма, а z_2'' координата његовог тежишта S'' од исте x осе, онда је:

$$y = \frac{f_1 z_1 + f_2 z_2}{f_1 + f_2} \quad \text{.....(75).}$$

Овај образац можемо још сад и развити, јер ако ставимо $f_1 = \frac{a-b}{2} h$ и $f_2 = b \cdot h$ затим: $z_1 = \frac{1}{3} h$ и $z_2 = \frac{h}{2}$

добићемо:

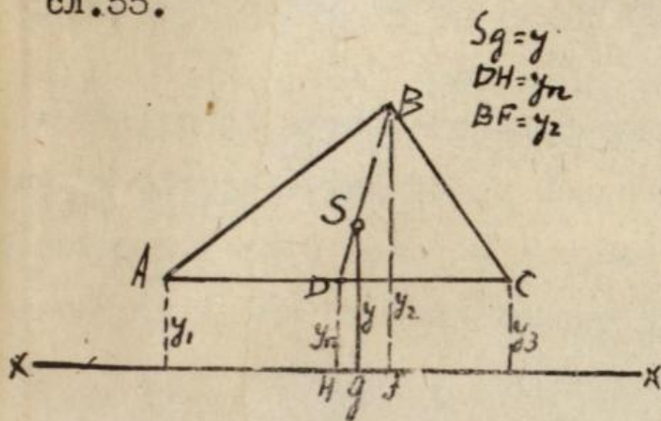
добићемо: $y = \frac{\frac{(a-b)}{2}h + \frac{b \cdot h}{2}}{\frac{a-b}{2} \cdot h + bh} = \frac{\frac{ah^2}{8} - \frac{bh^2}{8} + \frac{3bh^2}{8}}{a\frac{h}{2} - b\frac{h}{2} + 2b\frac{h}{2}} =$

$= \frac{\frac{ah^2}{2} + \frac{2bh^2}{3}}{ah+bh} = \frac{\frac{h^2}{3}(a+2b)}{h(a+b)}$ даље

$$y = \frac{h}{3}\left(\frac{a+2b}{a+b}\right) \cdots\cdots (76)$$

Тежиште троугла у односу ма на коју осу.

сл.55.



Увмимо повољну хоризонталу X X као осу. Зна се, да је: $SD = \frac{1}{3} BD$

тј. $SD : BD = 1:3$

Како је пак: $SD = Sq - \Sigma H$, $BD = BF - \Sigma H$

то је: $Sq - \Sigma H : BF - \Sigma H = 1:3$

или: $(y - y_n) : (y_2 - y_n) = 1:3$

Из слике се види, да је: $y_n = \frac{y_1 + y_3}{2}$

јер је Д средина стране АС, стога је:

$$\left(y - \frac{y_1+y_3}{2}\right) : \left(y_2 - \frac{y_1+y_3}{2}\right) = \frac{2y - y_1 - y_3}{2} : \frac{2y_2 - y_1 - y_3}{2} = 1:3.$$

$$2y - y_1 - y_3 = \frac{2y_2 - y_1 - y_3}{3}$$

$$6y - 3y_1 - 3y_3 = 2y_2 - y_1 - y_3$$

$$6y = 2y_1 + 2y_2 + 2y_3 \text{ даље}$$

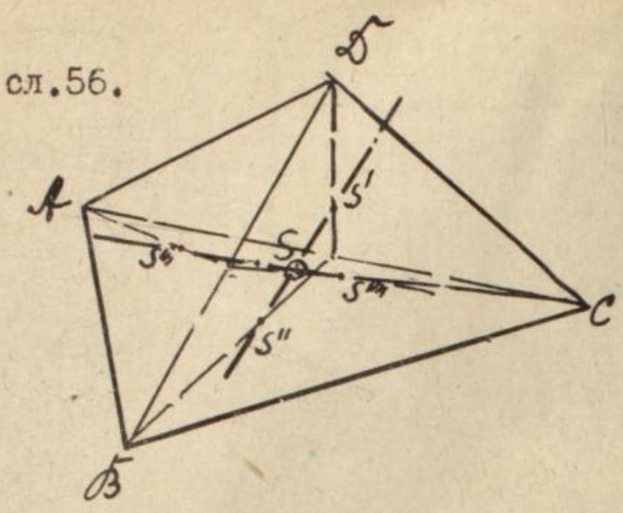
$$y = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \cdots\cdots\cdots (77).$$

Дакле, остојање тежишта једног троугла од једне праве која мора бити у равни тога троугла, равна је трећини суме остојања троуглових темена од исте праве.

Тежиште општег четвороугла најлакше је наћи деобом његовом на по два троугла, прво једном, а затим и другом дијагоналом. Тим троуглима одредићемо тежишта, која су на трећини висине и средњој линији; та ћемо тежишта повезати, па ћемо добити две тешке линије, које у пресеку сноме дају тежиште четвороугла.

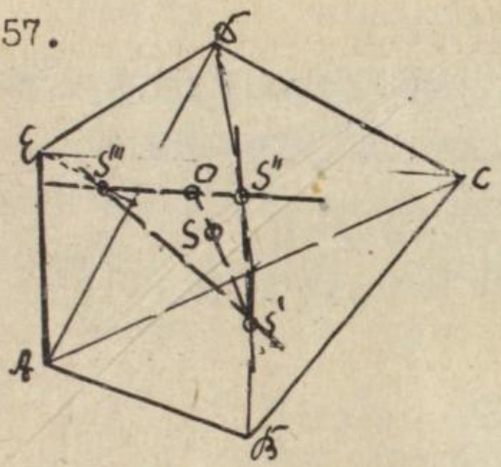
Тежиште четвороугла можемо одредити и помоћу образаца (63, 64 и 65), они ће гласити: $d = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2}{f_1 + f_2}$ где су f_1 и f_2 површине троуглова, на које је четвороугао подељен дијагоналом.

сл.56.



Тежиште ма каквог полигона налазимо кад тај полигон дијагоналама из једног темена поделимо све у саме троуглове (сл.57), ко-ју ми можемо одредити тежишта S', S'', S''' Вежимо сад S'' и S''' ту дуж по-делимо по сразмери: $S'''O : S''O = \triangle ABC : \triangle ABE$ и деону тачку O саставимо са S' и дужину OS' поделимо по сразмери $OS : SS' = \triangle ABC : \triangle ACD$ те је сад деона тачка тражено тежиште четвороугла.

сл.57.

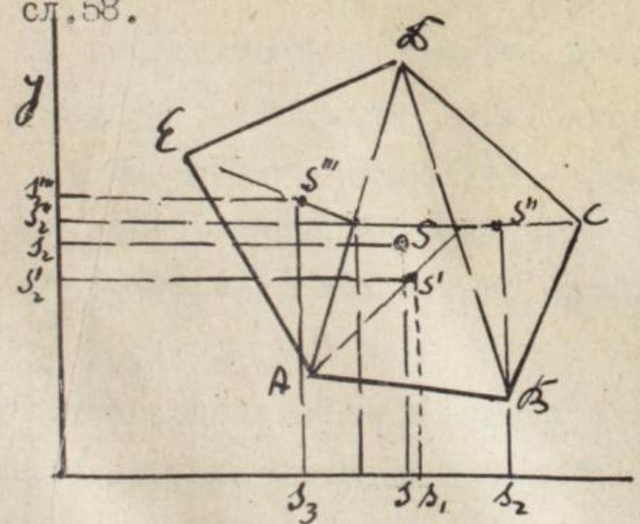


Но тежиште полигона ретко се одређује на тај начин, већ најобичније помоћу координатног система у равни, и опет деобом полигона у троугле дијагоналама из једне тачке (сл.58).

Нека су површине појединих троуглова f_1, f_2, f_3 а координате њихових тежишта нека су: $S'S_1 = y_1$, $S''S_2 = y_2$; $S'''S_3 = y_3$

а $S'S_2' = x_1$, $S''S_2 = x_2$ итд. онда је:

сл.58.



$$\alpha = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + f_3x_3 + \dots}{f_1 + f_2 + f_3}$$

$$\beta = \frac{f_1y_1 + f_2y_2 + f_3y_3 + \dots}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots}$$

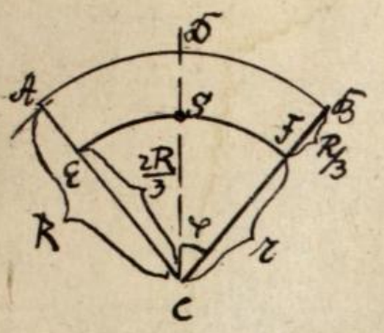
За поједине је пак троуглове, као што смо мало ч. с видели: $\beta_1 = S'S_1 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$ ако су $y_1\ y_2\ y_3$ - - — — — — одговарају-ће координате тежишта $S'\ S''\ S'''$ и $\beta_2 = S''S_2 = \frac{y_1 + y_3 + y_4}{3}$ — — итд.

Ове бисмо вредности могли сада сменити у горњим једначинама за α и β и добили би нове изразе за те кординате.

Све до сада проучаване површине биле су равне и ограничене са свих страна правим линијама; прећимо сад на равне површине ограничене и правим и кривим линијама.

Таква је једна површина кружни исечак, који као што се зна има своју осу симетрије, на којој се тежиште његово мора налазити.

сл.59.



Да нађемо баш која ће тачка на тој оси симетрије СД бити тежиште S можемо исечак полупречницима поделити на ∞ много узаних троуглова, чија су тежишта на 2/3 висине тј. на $\frac{2}{3}R$ од центра C. На тај начин везивањем тих тежишта појединих троуглова, добијамо тешки лук $\varepsilon S \varphi$ који нам у пресеку са СД даје тежиште исечка АВСД.

Ако SC обележимо са r, онда је $r=\frac{2}{3}R$

Имали смо пак, да је тежиште лука одређено својом кординатом $\alpha=\frac{r\sin\varphi}{\varphi}$ те кад овде сменимо r добићемо:

$$\alpha=\frac{2}{3}R\cdot\frac{\sin\varphi}{\varphi} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (78).$$

Но ординату α можемо још изразити и тетивом лука АВ, као и самим луком $\overset{\frown}{AB}$. Ако је $\overline{AB}=t=2R\sin\varphi$ и $\overset{\frown}{AB}=l=2R\varphi$

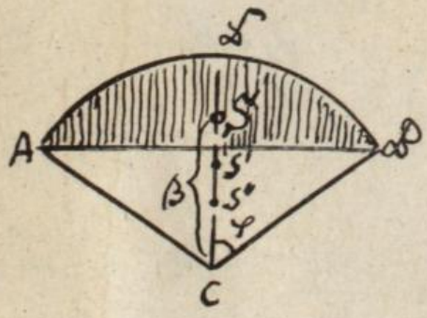
онда је: $\sin\varphi=\frac{t}{2R}$ и $\varphi=\frac{l}{2R}$ те заменом у (78) добија се:

$$\alpha=\frac{\frac{2}{3}R\cdot\frac{t}{2R}}{l/2R}=\frac{\frac{2}{3}R\cdot t}{l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (79).$$

Ако је кружни сектор АВСД потпун квадрат, онда је $\varphi=90^0=\frac{\pi}{2}$ те је и: $\alpha=\frac{\frac{2}{3}R\cdot\sin\frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{2}}=\frac{2\cdot\frac{2}{3}R}{\pi}=\frac{4R}{3\pi}$ ..... (80).

КРУЖНИ ОТСЕЧАК има такође своју линију симетрије, на којој се и тежиште налази (сл.60); тежиште ће према томе бити потпуно одређено,

сл.60.



кад му се нађе ордината β рачуната од центра С. Ту ћемо ординату опет одредити по једначини (63), јер ако је f_1 = површина сектора АВСД и f_2 = површина троугла АВС (сл.60). Затим $y_1=S'C$ ордината тежишта секторовог а $y_2=S''C$ ордината троугловог тежишта, онда је ордината сегментовог тежишта:

$$\alpha=SC=\frac{f_1y_1-f_2y_2}{f_1-f_2} \quad \ldots\ldots\ldots (81).$$

Знак је производа f_2y_2 и количине f_2 негативан, стога што површину f_2 треба одузети од f_1 и добити површину f сегмента.

Како је пак раније нађено $f_1 = r^2\varphi$;

$$f_2 = \frac{AB \cdot CE}{2} = \frac{(AE+BE)\cdot EC}{2} = \frac{(r\sin\varphi + r\sin\varphi)\cdot r\cos\varphi}{2} =$$

$$= \frac{2r\sin\varphi r\cos\varphi}{2} = \frac{r^2\sin 2\varphi}{2}$$

$$y_1 = \frac{2}{3}\cdot r\cdot\frac{\sin\varphi}{\varphi} \qquad y_2 = \frac{2}{3}r\cos\varphi$$

јер је троуглова висина ($EC = r\cos\varphi$), то заменом свих тих вредности у једначину (81) добијамо:

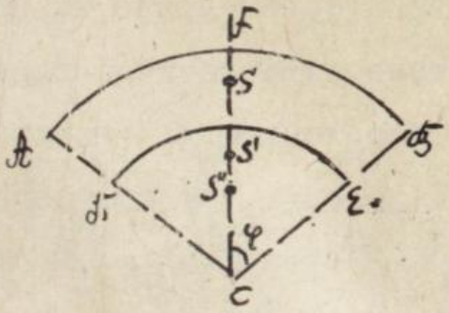
$$\alpha = \frac{r^2\varphi\,\frac{2}{3}r\cdot\frac{\sin\varphi}{\varphi} - \frac{r^2\sin 2\varphi}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot r\cos\varphi}{r^2\varphi - \frac{r^2\sin 2\varphi}{2}} =$$

$$= \frac{\frac{2}{3}r^3\sin\varphi - \frac{2}{3}r^3\sin\varphi\cos^2\varphi}{r^2\varphi - r^2\sin\varphi\cos\varphi} =$$

$$= \frac{\frac{2}{3}r^3\sin\varphi(1-\cos^2\varphi)}{r^2(\varphi - \sin\varphi\cos\varphi)} =$$

$$= \frac{\frac{2}{3}r\cdot\sin^2\varphi}{\varphi - \sin\varphi\cos\varphi} \qquad \text{.....(82).}$$

Одредимо сада кординату тежишта једног дела к р у ж н о г а п р с т е н а, које се такође налази на линији симетрије те површине. Део АВДЕ кружног прстен раван је разлици два кружна исечка, те ако је сл.61



f_1 површина већега, а f_2 површина мањег исечка, а y_1 и y_2 ординате њихових тежишта, онда за ординату тежишта датог дела кружног прстена добијамо образац:

$$SC = \alpha = \frac{f_1 y_1 - f_2 y_2}{f_1 - f_2} \qquad \text{.....(83)}$$

Но зна се да је: $f_1 = R^2\varphi$ и $f_2 = r^2\varphi$

затим $y_1 = \frac{2}{3}R\cdot\frac{\sin\varphi}{\varphi}$

и $y_2 = \frac{2}{3}r\,\frac{\sin\varphi}{\varphi}$ те заменом свих тих вредности у (83) добија се:

$$\alpha = \frac{R^2\varphi\cdot\frac{2}{3}R\cdot\frac{\sin\varphi}{\varphi} - r^2\varphi\cdot\frac{2}{3}r\cdot\frac{\sin\varphi}{\varphi}}{R^2\varphi - r^2\varphi} =$$

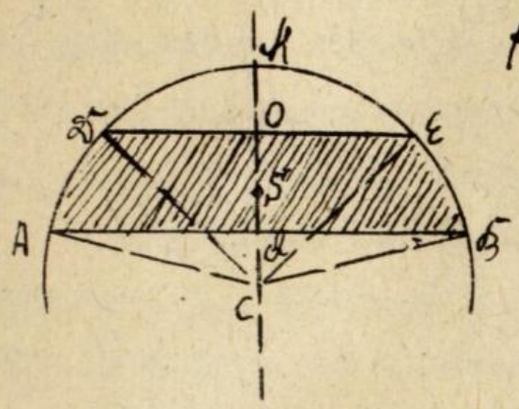
$$= \frac{\frac{2}{3}\cdot\sin\varphi(R^3 - r^3)}{\varphi(R^2 - r^2)} \qquad \text{.....(84).}$$

Ако ставимо: $R^3 - r^3 = (R-r)(R^2 + Rr + r^2)$ и $R^2 - r^2 = (R+r)(R-r)$

онда образац (84) добија облик: $\alpha = \frac{\frac{2}{3}\sin\varphi(R^2+Rr+r^2)}{R+r}$ . . . . . (85).

Од равних површина узмимо још да одредимо тежиште једног дела кругове површине, која се налази између две паралелне тетиве. Тежиште је те површине на линији симетрије његове, која је управна на обе тетиве; треба му одредити само ординату $SC = \alpha$ (сл.62).

Сл.62.



Ако је f_1 = површина сегмента АВМ а f_2 = површина мањег сегмента ДЕМ, и ако је y_1 = ордината тежишта већег а y_2 = ордината тежиште мањег сегмента у односу на центар С, онда је ордината тежиште кружног дела АВДЕ одређена једначином:

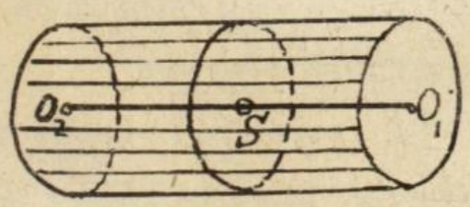
$$\alpha = \frac{f_1 y_1 - f_2 y_2}{f_1 - f_2}$$ где још ваља

специјалне вредности за f_1 и f_2 ; y_1 и y_2 - - - - - - и сменити их.

К Р И В Е П О В Р Ш И Н Е.

Међу кривим површинама (које нису у једној равни) разгледајмо најпре омотач једнога ваљка.

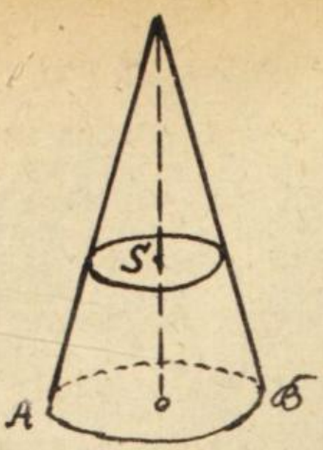
сл.63.



Ако омотач ваљка поделимо уздужним паралелама на саме паралелограме (сл.63) чија су тежишта у пресеку дијагонала, па им тежишта посастављамо, добићемо тежиш кр. чије се тежиште према томе мора поклапати са тежиштем омотача ваљка. Његово је пак тежиште у центру S те је S тежиште кружног омотача. Како тежки круг хомогену облицу дели на потпуно два једнака дела, то излази, да је тежиште омотача хомогене облице на средини њене осовине.

Исто тако налазимо да је и тежиште омотача праве и правилне призме на средини њене осовине, док је тежиште купиног омотача (и то праве к. с) на 1/3 њене осовине од основе. То долази отуда што омотаче купе можемо поделити на све саме узане троуглове, којима су тежишта на 2/3 висине од темена или на 1/3 од основе. Тежишта тих троуглова по везана дају опет тежки круг, чије се тежиште S поклапа са тежиштем

сл 64.

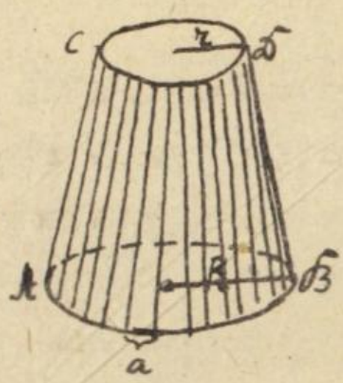


купиног омотача.

И тежиште омотача праве и правилне пирамиде је на њеној осовини и то на 1/3 осовине од основе или на 2/3 од врха. Једино је та разлика од купе, што овде не добијамо тешки круг, већ тешки полигон, који је сличан са пирамидином основом.

Кад имамо зарубљени конус омотач му можемо поделити на све саме узане трапезе (сл.65), којима тежишта одређујемо на познат нам начин (образац 76), па је: $y = \frac{h}{3} \cdot \left(\frac{a+2b}{a+b}\right)$

сл.65.



где само ваља ставити: $a = \frac{2R\pi}{n}$ и $b = \frac{2r\pi}{n}$ · где је n број узетих трапеза

Стога кад заменимо те вредности, добићемо

$$y = \frac{h}{3} \frac{\frac{2R\pi}{n} + \frac{2r\pi}{n}}{\frac{2R\pi}{n} + \frac{2r\pi}{n}} = \frac{h}{3} \cdot \frac{\frac{2\pi}{n}(R+2r)}{\frac{2\pi}{n}(R+r)}$$

$$y = \frac{h}{3} \cdot \frac{R+2r}{R+r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (86).$$

На савршено исти начин налази се и тежиште омотача зарубљене пирамиде, пошто се и ту стране пирамиде деле на n узаних трапеза.

Тежиште омотача куглиних зона добијамо кад зону поделимо све на саме узане елементарне зоне једнаких површина; тежиште је сваке те елементарне зоне на управном полупречнику на тетиви -(односно на висини зоне), Пошто свако појединo тежиште одговара једнакој маси, то је средина висине зонине уједно и тежиште њеног омотача.

Исто ово, што је речено за омотач зоне, вреди и за омотач калоте, јер је и тежиште њеног омотача на половини њене висине.

Најзад како је полулопта калота, за коју је висина једнака полупречнику, то је тежиште омотача полулопте на средини њеног управног полупречнику.

§ 34.

ТЕЖИШТЕ ТЕЛА.

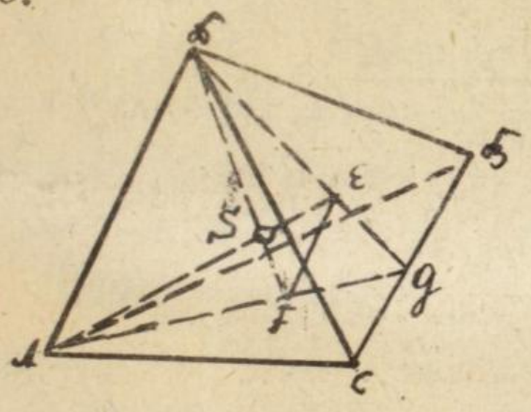
При одредби тежишта пуног (масивног) цилиндра, делићемо га равним паралелним са основама на све саме узане кружне плочице, којој

је свакој посебице њене тежиште у њеноме центру,-тако,да кад вежемо сва та тежишта добијамо осовину цилиндра као тешку линију.Тешки круг за омотач облице уједно је - тешки круг за пуну облицу,јер ми можемо замислити,да бесконачан број цилиндара,који су све један у другоме,саставља масиван цилиндар,и за сваки појединн цилиндар - односио његов омотач - добијамо тешки круг у равни тешког круга пуне облице.Стога је дакле тежиште,хомогеног пуног ваљка у пресеку његовог тешког круга и његове осе а та је тачка управо на половини његове осовине.

Ово што вреди за прав цилиндер,вреди и за кос,јер је и тежиште пуног хомогеног а косег цилиндра на средини његове осовине.

Савршено то исто вреди и за пуну хомогену призму,јер је и њено тежиште на половини њене осовине.

Узмимо да нам је дата пуна тространа пирамида АВСД (сл.66) са основицом АДС, да би јој нашли тежиште,морали бисмо је поделити на сл.66.



на све саме троуглове са равнима,које би биле паралелне са њеном основицом.

Тежишта свих тих троуглова - ако је пирамида хомогена образују једну тешку линију δF ,која везује теме пирамиде δ са тежиштем њене основице F.

Кад бисмо сад пирамиду тако наместили,да нам њена страна ВСД постане основица,а тачка А,да јој буде теме,па урадимо исто оно што и мало час,добићемо другу тешку линију АЕ.У пресеку тих двеју тешких линија биће тежиште S саме пирамиде.

Но ово би било графичко одређивањч тежишта пирамиде,а сад да га одредимо и рачунски.

Из сл.66.имамо: $\triangle A\delta S \sim \triangle FSE$ те је отуда:

$A\delta : \delta S = EA : SF$ Како је пак: $FQ = \frac{1}{3} AQ$ а $QE = \frac{1}{3}\delta Q$

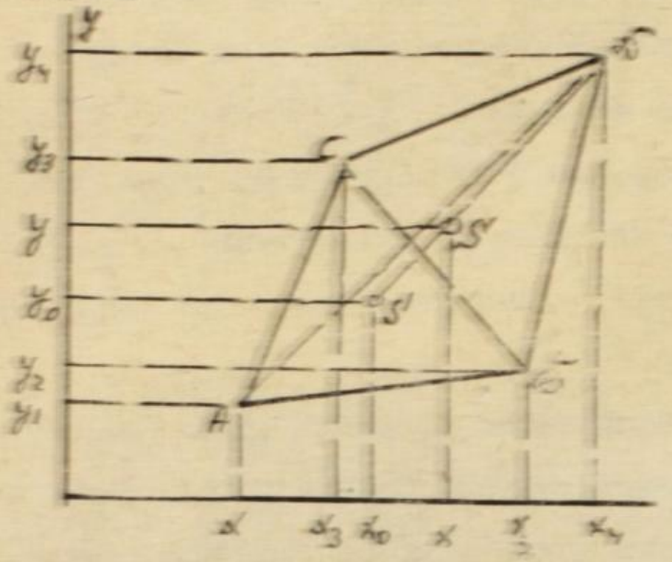
и $EF = \frac{1}{3} A\delta$ или $A\delta = 3EF$ те заменом тих вредности у горњој сразмери добијамо: $3FE : S\delta = EF : SF$

или $3FE \times SF = S\delta : EF$ дакле: $SF = \frac{\delta S \cdot EF}{3FE} = \frac{1}{3}\delta S$ или

$3SF = \delta S$.....(87).

Пакле, тежиште пирамиде као тела је на једној четвртини од о
нице оне праве, која везује теме пирамиде са тежиштем чене основице, ил
другим речима тежиште дели ту праву по размери 1:3.

Али тежиште пирамиде можемо одредити и у односу на осе коор
натног система. Према обрасцу (77) имамо за тежиште S' основице пира
сл. 67.



дине прво у односу на x осу: y_x

$y = \frac{y_1+y_2+y_3}{3}$ ватим у односу на y ос

$x = \frac{x_1+x_2+x_3}{3}$

На сл. 67 добијамо: $y = y_0 + \overline{y_0 y}$ (α)

и $x = x_0 + \overline{x_0 x}$ - - (β)

Међутим је по једначини (87)

$\overline{x_0 x} = \frac{1}{4}\left(x_4 - \frac{x_1+x_2+x_3}{3}\right)$ - - - (β) и

$\overline{y_0 y} = \frac{1}{4}\left(y_4 - \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$ (α) те је:

$$x = \frac{x_1+x_2+x_3}{3} + \frac{1}{4}\left(x_4 - \frac{x_1+x_2+x_3}{3}\right) = \frac{x_1+x_2+x_3+x_4}{4} \quad \ldots\ldots (88)$$

а

$$y = \frac{y_1+y_2+y_3}{3} + \frac{1}{4}\left(y_4 - \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right) = \frac{y_1+y_2+y_3+y_4}{4} \quad \ldots\ldots (89)$$

Но ми смо могли увести и трећу као координатну осу управну н
ове две, пакле могли смо радити са просторним координатним системом, но
јасно је према горњим обрасцима (88) и (89) да ће за ту трећу z ос
бити: $z = \frac{z_1+z_2+z_3+z_4}{4}$ ..... (90).

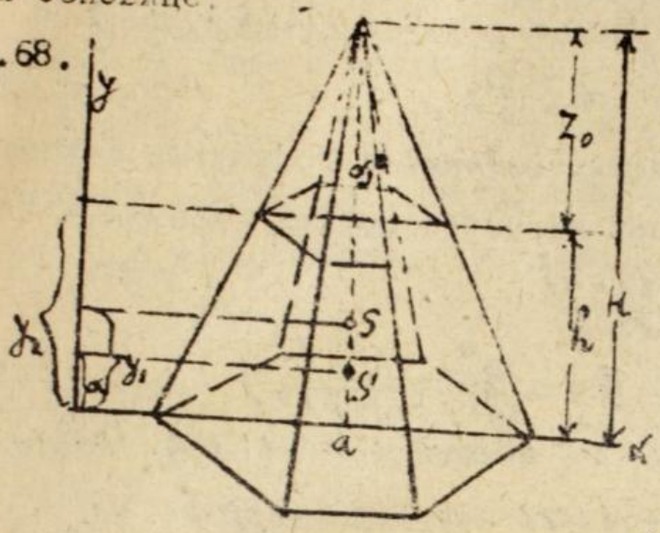
На свих се последњих једначина види, да је потребно само на
ординате и апсисе темена пирамидних рогљева у односу на ону осу
је тежиште те пирамиде одређено својом ординатом у односу на ту осу
ван, јер је та ордината равна четвртини од збира ордината, свих темена
мидиних рогљева.

Тежиште хомогене, пуне купе је на њеној оси и дели је по
размери 1:3, тако да је мањи део на основи, а већи врху купе. То нећемо
ни изводити нити доказивати, јер треба радити савршено на исти начин к
и код пирамиде, што смо већ пак већ радили. Прећићемо одмах на одређивањ

тежишта зарубљене пирамиде

Ако је пирамида правилна и хомогена, тежиште ће јој бити негде на осовини са ординатом α у односу на x осу која пролази кроз равак основице.

сл.68.



Употребићемо образац (60) увевши да је v_1, запремина потпуне велике пирамиде, а v_2 запремина горње, допунске мале пирамиде, тако да је запремина зарубљене пирамиде, којој се тежиште одређује дата разликом:

$$v = v_1 - v_2$$ Дакле је:

$$\alpha = \frac{v_1 y_1 - v_2 y_2}{v_1 - v_2} \quad \text{.....(91).}$$

Ако ли пак са F обележимо површину веће (доње) основе, а са f површину горње (мање) основе, са H целу висину а са h висину зарубљене, тако да је $h + x_0 = H$ јер је x_0 = висина допунске пирамиде, онда је: $v_1 = F\frac{H}{3}$; $v_2 = f\frac{x_0}{3}$; $H = h + x_0$; ——— те и

$$v_1 = F\frac{h+x_0}{3} \quad ; \quad y_1 = \frac{H}{4} = \frac{h+x_0}{4} \quad ; \quad \text{и}$$

$$y_2 = h + \frac{x_0}{4}$$

те заменом свих тих вредности у једначину (91) добијамо:

$$\alpha = \frac{F\cdot\frac{h+x_0}{3}\cdot\frac{h+x_0}{4} - f\frac{x_0}{3}\left(h+\frac{x_0}{4}\right)}{F\cdot\frac{h+x_0}{3} - f\cdot\frac{x_0}{3}} \quad \text{.....(92)}$$

Кад се пак једначина (92) потпуно разради и уреди, добиће се на крају крајева дефинитивна једначина ординате тежишта:

$$\alpha = \frac{h}{4}\left(\frac{F+2\sqrt{Ff}+3f}{F+\sqrt{Ff}+f}\right) \quad \text{.....(93).}$$

Овај исти образац (93) даје нам и ординату тежишта зарубљене купе, коју можемо сматрати као правилну пирамиду од ∞ много страна, само је сад: $F = R^2\pi$ и $f = r^2\pi$ те је

$$\alpha = \frac{h}{4}\cdot\frac{\pi}{\pi}\left(\frac{R^2+2\sqrt{R^2r^2}+3r^2}{R^2+\sqrt{R^2r^2}+r^2}\right) =$$

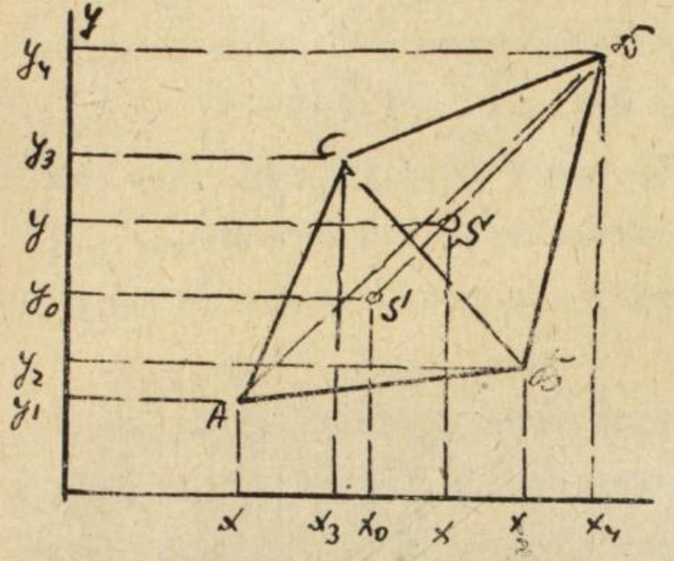
$$= \frac{h}{4}\left(\frac{R^2+2Rr+3r^2}{R^2+Rr+r^2}\right) \quad \text{.....(94).}$$

Нећемо ни доказивати, да је тежиште хомогене лопте и лопт

Дакле, тежиште пирамиде као тела је на једној четвртини од осн вице оне праве, која везује теме пирамиде са тежиштем њене основице, или другим речима тежиште дели му ту праву по размери 1:3.

Али тежиште пирамиде можемо одредити и у односу на осе координатног система. Према обрасцу (77) имамо за тежиште S' основице пирам

сл.67.



дине прво у односу на x осу; y_x

$y = \frac{y_1+y_2+y_3}{3}$ затим у односу на y осу:

$x = \frac{x_1+x_2+x_3}{3}$

Из сл.67 добијамо: $y = y_0 + \overline{y_0 y}$ (α)

и $x = x_0 + \overline{x_0 x}$. — (β)

Међутим је по једначини (87)

$\overline{x_0 x} = \frac{1}{4}\left(x_4 - \frac{x_1+x_2+x_3}{3}\right)$. — (γ) и

$\overline{y_0 y} = \frac{1}{4}\left(y_4 - \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$ (δ) те је:

$$x = \frac{x_1+x_2+x_3}{3} + \frac{1}{4}\left(x_4 - \frac{x_1+x_2+x_3}{3}\right) = \frac{x_1+x_2+x_3+x_4}{4} \quad \ldots\ldots (88)$$

a

$$y = \frac{y_1+y_2+y_3}{3} + \frac{1}{4}\left(y_4 - \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right) = \frac{y_1+y_2+y_3+y_4}{4} \quad \ldots\ldots (89)$$

Но ми смо могли узети и трећу као координатну осу управну на ове две, дакле могли смо радити са просторним координатним системом, но до јасно је према горњим обрасцима (88) и (89) да ће за ту трећу z осу бити: $z = \frac{z_1+z_2+z_3+z_4}{4}$ ..... (90).

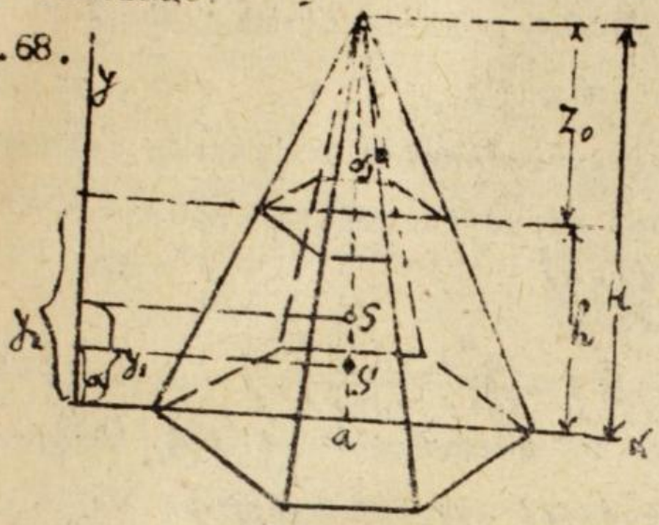
Из ових се последњих једначина види, да је потребно само знати ординате и апсисе темена пирамидиних рогљева у односу ма на коју осу п је тежиште те пирамиде одређено својом ординатом у односу на ту исту р ван, јер је та ордината равна четвртини од збира ордината, свих темена пи рамидиних рогљева.

Тежиште хомогене, пуне купе је на њеној осовини и дели је по размери 1:3, тако да је мањи део ка основи, а већи врху купе. То нећемо ни ди изводити нити доказивати, јер треба радити савршено на исти начин ка и код пирамиде, што смо ми лак већ радили. Прећићемо одмах на одређивање

тежишта зарубљене пирамиде

Ако је пирамида правилна и хомогена, тежиште ће јој бити негде на осовини са ординатом α у односу на X осу која пролази кроз равак основице.

сл.68.



Употребићемо образац (60) увевши да је v_1, запремина потпуне велике пирамиде, а v_2 запремина горње, допунске мале пирамиде, тако да је запремина зарубљене пирамиде, којој се тежиште одређује датом разликом:

$$v = v_1 - v_2$$ Дакле је:

$$\alpha = \frac{v_1 y_1 - v_2 y_2}{v_1 - v_2} \quad \text{.....(91).}$$

Ако ли пак са F обележимо површину веће (доње) основе, а са f површину горње (мање) основе, са H целу висину а са h висину зарубљене, тако да је $h_0 H + x_0$ јер је x_0 = висина допунске пирамиде, онда је: $v_1 = F\frac{H}{3}$; $v_2 = f\frac{x_0}{3}$; $H = h + x_0$; ——— те и

$$v_1 = F\frac{h+x_0}{3} \; ; \; y_1 = \frac{H}{4} = \frac{h+x_0}{4} \; ; \quad \text{и}$$

$$y_2 = h + \frac{x_0}{4}$$ те заменом свих тих вредности у једначину (91) добијамо:

$$\alpha = \frac{F.\frac{h+x_0}{3}.\frac{h+x_0}{4} - f\frac{x_0}{3}\left(h+\frac{x_0}{4}\right)}{F.\frac{h+x_0}{3} - f.\frac{x_0}{3}} \quad \text{.....(92)}$$

Кад се пак једначина (92) потпуно разради и уреди, добиће се на крају крајева дефинитивна једначина ординате тежишта:

$$\alpha = \frac{h}{4}\left(\frac{F+2\sqrt{Ff}+3f}{F+\sqrt{Ff}+f}\right) \quad \text{.....(93).}$$

Овај исти образац (93) даје нам и ординату тежишта зарубљене купе, коју можемо сматрати као правилну пирамиду од ∞ много страна, јамо је сад: $F = R^2\pi$ и $f = r^2\pi$ те је

$$\alpha = \frac{h}{4}\cdot\frac{\pi}{\pi}\left(\frac{R^2+2\sqrt{R^2r^2}+3r^2}{R^2+\sqrt{R^2r^2}+r^2}\right) =$$

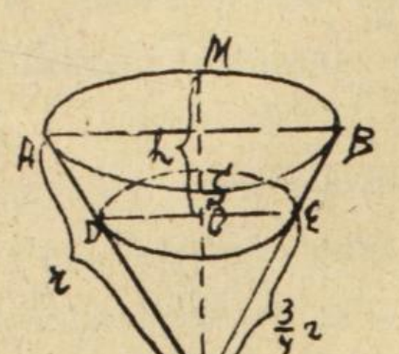
$$= \frac{h}{4}\left(\frac{R^2+2Rr+3r^2}{R^2+Rr+r^2}\right) \quad \text{.....(94).}$$

ећемо ми доказивати, да је тежиште хомогене лопте у њеном центру

тако нећемо изводити обрасце за тежишта куглиног масивног сектора, куглиног масивног сегмента, зоне и калоте, већ ћемо их само исписати готове.

Тако тежиште куглиног сектора (сл.69) има за ординату у односу на осу кроз центар C

сл.69.



$$\alpha = \frac{3}{8}(2r-h) \quad \ldots\ldots (95).$$

а кад у томе обрасцу ставимо $h=r$ добићемо: $\alpha = \frac{3}{8}r$ ...(96).

као ординату тежишта полукугле. Тежиште куглиног сегмента има за ординату:

$$\alpha = \frac{3}{4}\left(\frac{(2r-h)^2}{3r-h}\right) \quad \ldots\ldots (97).$$

Ордината је тежишта куглине зоне:

сл.70



$$\alpha = \frac{h}{2}\left(\frac{3\rho^2+4\rho_1^2+h^2}{3\rho^2+3\rho_1^2+h^2}\right) \quad \ldots\ldots (98).$$

где је h висина зоне, ρ и ρ_1 полупречници пресечних кругова (види сл.70)

Напомена: Кад имамо да одређујемо тежиште каквог тела, које је сложено из ових проучених простих тела, радићемо онако како је показано уз сл.48 и уз обрасце (51) (52) и (53).

РАВНОТЕЖА И СТАБИЛНОСТ

Видели смо да је тежиште тела нападна тачка резултанте привлачних сила земљиних на поједине од молекила тог тела те кад знамо резултанту тих привлачних сила - дакле кад нам је позната тежина тог тела, - а тек тога и нападна тачка те резултанте, односно тежиште тога тела, онда нам је познато и само оно стање, у коме се то тело налази, а које физичари зову и природом тога тела, дакле онда нам је позната и природа самога тела.

Помињали смо, да ће се тело под утицајем тежине резултанте кретати ка центру земљином, само ако није ни једном својом тачком утврђено, дакле ако је слободно у простору. Ако ли је тако тело утврђено у једној својој тачци, која се не поклапа са његовим тежиштем, може се и покретати услед дејства теже, а може бити и у равнотежи што зависи од тога да ли правац теже пролази кроз ту тачку а у исти пак и кроз тежи

те или не.

Да постоји равнотежа у томе случају - с погледом на прогресивно кретање, треба још да је утврђено јаче од резултанте тежине, како би оно том својом јачином ту резултанту могло да потре.

Под кретањем каквога тела разуме се кретање његовога тежишта према томе, ако се тежиште каквога тела не креће, ни онда кажемо да се ни само то тело не креће: дакле да је у равнотежи. Како се тежиште не креће са места, кад се тело око њега као око осовине окреће, то окретање тела око његовог тежишта не сматрамо као кретање.

Дакле, кад је каквоме телу тежиште у равнотежи и само је тело у равнотежи, а кад тежиште тела није у равнотежи, онда не може бити говора ни о равнотежи тог тела све дотле, док му се тежиште креће.

При даљем испитивању равнотеже треба нам водити рачуна о положају тачке утврђена према тежишту тј. о томе, да ли је тачка утврђена

1/.- у т е ж и ш т у;

2/.- и з н а д њ е г а, и

3/.- и с п о д т е ж и ш т а

Кад се тачка утврђена налази баш у самоме тежишту, кажемо да се тело налази у н е м а р н о ј или и н д и ф е р е н т н о ј равнотежи, што значи, да ће оно увек остати у ономе положају који му ми будемо дали (види сл. 71). Нека је тело са тежиштем S утврђено баш том

сл 71.



тачком S дакле нека се утврђење U поклапа са тежиштем S, онда кад тело из положаја I доведено у положај II оно ће опет остати пако га наместимо - дакле у положају II. То долази отуда, што су тежиште S и тачка утврђења U увек на тешкој линији $Q W$

сл 72.



Ако ли је тело утврђено изнад тежишта за тај случај кажемо: т е л о ј е о б е ш е н о. Кад обешено тело изведено из равнотежног положаја I у положај II, онда ће очевидно тачка утврђена U остати на своме месту (сл. 72) а тежиште S доћи ће у S' тј. прећи ће кружни лук SS'. Тежина тела

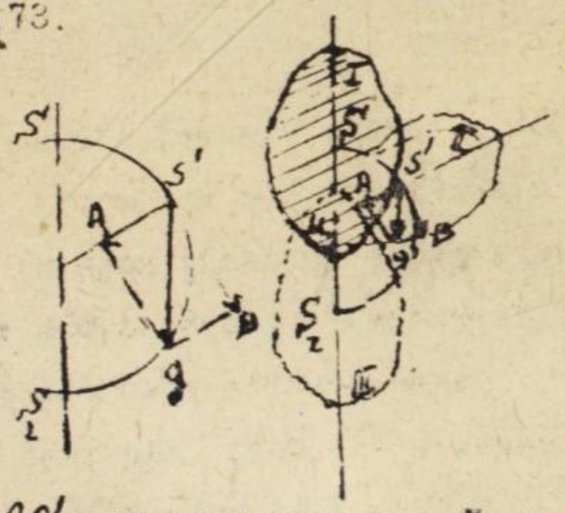
у равнотежном положају дејствује правцем gS а у положају II иста та тежина дејствује правцем $g's'$ која је паралелна правцу Sg (ви ди у почетку науке о тежишту).

Тежину $g's'$ разложимо на две компоненте, од којих ће једна бити у правцу us' , а друга у правцу управном на тај правац. На ћемо наћи, да ће компоненту $s'u$ потпун утврђење у тачци u те ће према томе остати само дејство компоненте $s'b$ који, како се са сл. 72 види тежи да врати тело из положаја II у равнотежни положај ! Та ће компонента бити увек извесне величине сем кад се правци Sgu и $s'u$ поклапају јер је тада та компонента равна нули

Пошто се тело свако утврђено враћа увек у равнотежни положај (сем поменутог изузетног случаја) то се свака равнотежа зове

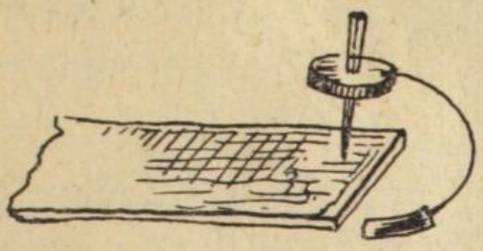
с т а л н о м или **с т а б и л н о м** **р а в н о т е ж о м.**

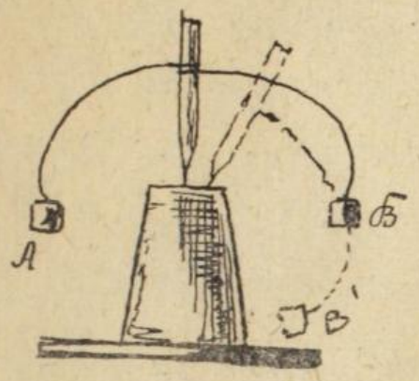
Најзад ако је тело утврђено у тачци која је испод тежишта - за танко тело можемо да је подупрто - и ако тако тело изведемо из равнотежног положаја I у положај II (сл. 73) тачка утврђења И остаје где је а тежиште S прелази у S' дакле чини пут SS'. У S' дела тежина тела у правцу $S'g' \parallel Sg$ Ако силу $S'g'$ разложимо на две компоненте, од којих ће је дна пасти у правац $S'u$ а друге у правац на тај управан. Прву компоненту AS' потпре утврђење И на које она и притискује (како се из сл. 73 види друга пак компонента BS' сваки тело све ниже све дотле, докле га не доведе у положај III стабилне равнотеже. Па у који положај извели ми тако утврђено тело из равнотежног положаја, оно ће заузе ти увек положај стабилне равнотеже, због тога се равнотежа свако утврђеног тела зове: **н е с т а л н о м, п р о м е њ љ и в о м** или **л а б и л н о м р а в н о т е ж о м.**



Да лабилна равнотежа пређе у сталну, очевидно је потребно да се тежиште спусти испод тачке утврђења - односно тачке подупирања. То се пак у практици постиже додавањем разних жица, разних обешених

сл.74 и 75.





тела итд.томе подупртом телу (сл.74 и 75).Ово се додавање врши нарочито код врло лаких тела - као напр.код плуте, јер се таква тела никад готово не могу поставити у лабилну равнотежу.

Тако заоштрен плајваз можемо поставити у равнотежу (према сл.75) додавањем или оба тела А и В са обадве стране или додавањем само једног тела - напр.В само ће у овом другом случаје у положај плајваза бити кос,а не потпуно вертикалан,као кад се додају оба тела А и В.

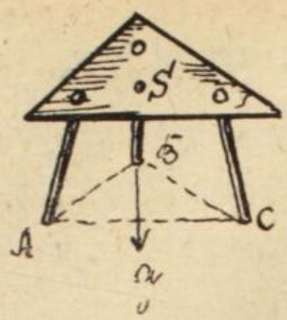
На основу овога играчи по конопцу служе се - ради одржавања равнотеже тешким мотками или другим чиме,чиме ће само спустити своју тачку тежишта испод тачке ослонца на конопцу.

Тело може бити утврђено и са две своје тачке и у томе се случају оно може окретати само око оне праве,која везује те две тачке утврђена.При таквом утврђењу могу наступити такође три случаја.Може поменута оса пролазити кроз тежиште - у коме случају добијамо и н - д и ф е р е н т н у р а в н о т е ж у овако утврђеног тела.Може оса бити изнад тежишта,која је равнотежа тако утврђеног тела с т а б и л н а;и најзад ако је оса утврђена испод тежишта равнотежа је лабилна.

Кад је тело утврђено у три и више тачака нема више говора о свакој или онакој равнотежи већ о с т а б и л н о с т и.

Ако имамо напр.троножац,коме су А,В,и С (сл.76) тачке подупирања,онда из обичног живота знамо,да се тај троножац неће претурати, и ако га донекле изведемо из равнотежног положаја;знамо да ће претурање наступити тек кад нога А дође у исту раван са ногом Б иС,ако троножац претурамо око две ноге В и С;или тек онда кад ноге А и В дође у исту раван са С,ако око те ноге претурамо троножац.Према томе просто на основу искуства дошли смо до закључка,да је једини услов за стабилност тела,да правац његове тежине g пробија површину,која се добија састављањем тачака ослонаца,поред услова,да подлога буде толико

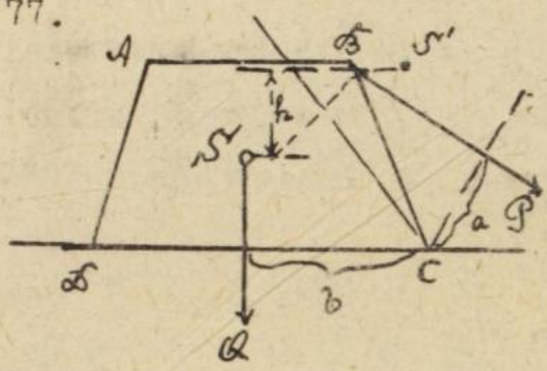
сл.76.



да потре тежину тела Q. .У моменту,кад правац тежине тела прелази,кроз ивицу полигона ослонаца,тело се налази у лабилној равнотежи.

Да видимо сад како можемо испитати величину стабилности каквог тела.Лежи ли како тело на какој равни,то га нека сила извесног интензитета може превернути око једне стране његовог полигона ослонаца.У колико је већа сила која је потребна да око те стране тело сасвим претури,и у колико је већи пут претурања тога тела,у толико је већа и стабилност тога тела (сл.77).Према томе производ P.a мерило би нам делом стабилност тела. Дејству силе P опире се тежина тела Q са својим моментом у односу на ивицу претурања,дакле са производом $Q.b$,тако да кад је: $Qb > Pa$ нема претурања - тело је стабилно; $Qb = P.a$ тело је у лабилној равнотежи и $Qb < P.a$ тело се претура јер нема стабилности.

сл.77.



Из тога се горњег види,да је стабилност тела већа у колико је тежина Q већа и у колико је основица подлоге b већа.

Ако ли пак тело АВСД у положај лабилне равнотеже,тј.тежиште S доведемо у положај S',ми смо тиме извршили рад $Q.h$ а из тога је јасно,да је стабилност тела Q већа,у колико је потребан већи рад да то тело преврне,а тај је рад већи за исто тело у колико је h веће, дакле у колико више дижемо тежиште;то је пак очевидно онда,кад је тежиште тела што дубље.

Отуда ова три услова за стабилност тела;стабилност је већа:

1/ - што је тежина тела већа

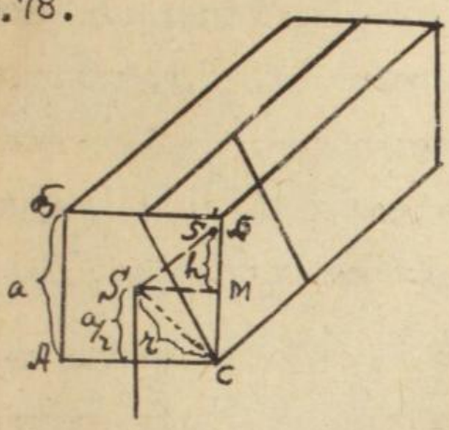
2/.- што му је основица ослонца већа;и

3/.- што му је тежиште дубље.

Због последњег услова,кад год се кола товаре тежа се тела мећу озго а лакша горе,да би тежиште кола било што дубље,а стога стабилност што већа.

Саму стабилност тела зовемо с т а т и ч к о м с т а б и л о ш ћ у, док онај рад који је потребан да се једно тело изврне зовемо а д н о м или д и н а м и ч к о м с т а б и л н о ш ћ у. Према то : статичка стабилност била би $Q.b$ .....(99) (тежина пута основица) динамичка пак $Q.h$ =-(100) (тежина пута висина издизања тежишта). Из 1.78 добија се; $h = S'C - \frac{a}{2}$; али је $S'C = SC = r = \sqrt{(\frac{a}{2})^2+(\frac{b}{2})^2}$

1.78.



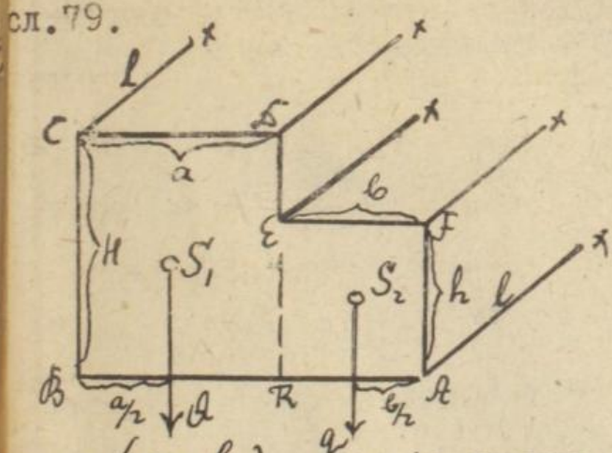
дакле је $h = \sqrt{(\frac{a}{2})^2+(\frac{b}{2})^2} - \frac{a}{2}$ те према томе радна је стабилност

$$St_R = Q\left(\sqrt{(\frac{a}{2})^2+(\frac{b}{2})^2} - \frac{a}{2}\right) \ldots\ldots(101).$$

Овај образац за стабилност важи за случај кад је тежиште тела на средини. Али ако се тражи радна стабилност каквог зида, очевидно је да не можемо наћи тежину Q тога зида, која се међу тим јавља у изразу (101) за радну стабилност; стога ту тежину за таква тела изражавамо запремином и специфичном тежином, јер је $Q = v.\delta$ (о томе доцније) или како је $v = a.l.b$ то је $Q = ablb$ те образац (101) постаје:

$$St_B = ablb\left(\sqrt{(\frac{a}{2})^2+(\frac{b}{2})^2} - \frac{a}{2}\right) \ldots\ldots(102).$$

Да пређемо укратко испитивање стабилности неколиких разних профила. Потражимо напр: стабилност профила каквог зида или насипа (сл. сл.79.



сл.79). Превртање може бити око ивице Ах и Вх те према томе и имамо две стабилности таквог профила, Са равни ЕКх делимо профил на два паралелопипеда, који имају тежишта у половини висине у S_1 и S_2; стабилност већег паралелопипеда за ивицу Вх биће: $Q.\frac{a}{2}$ а мањега за исту ивицу $q(a+\frac{b}{2})$ те је укупна стабилност профила за ивицу Вх.

$$St_R = Q.\frac{a}{2} + q(a+\frac{b}{2}) \ldots\ldots(103)$$ или ако из обрасца избацимо тежине Q и q добијамо: $St_B = aHlb.\frac{a}{2} + bhlb(a+\frac{b}{2})$

$$\text{или } St_B = lb\left[\frac{a^2H}{2} + bh(a+\frac{b}{2})\right] \ldots\ldots(104)$$

стабилност овог профила за ивицу Ах биће:

$$St_A = q\frac{b}{2} + Q\left(b + \frac{a}{2}\right) \dots\dots (105).$$

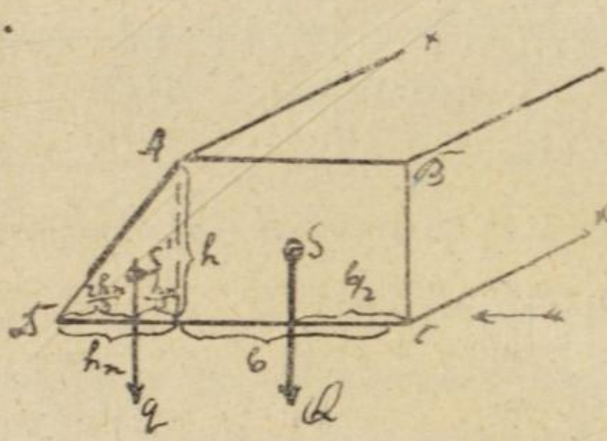
Kako je desna strana jednačine (105) veća od desne strane jednačine (103) to je i stabilnost ovog profila veća za ivicu Ax nego li za ivicu Bx. Jednačina (105) izbacivanjem zapremina h i l postaje:

$$St = b.h.l.\delta\frac{b}{2} + H.a.l.\delta\left(b + \frac{a}{2}\right) \quad \text{ili}$$

$$St_A = l\delta\left[\frac{b^2 h}{2} + aH\left(b + \frac{a}{2}\right)\right] \dots\dots (106).$$

Ispitajmo stabilnost i profila, prestavljenog na (sl.80) koji je u oblik trapeza, i često se u praktici javodi kod nasipa. Taj ćemo profil jednom ravni podeliti na trougaast i paralelopipedni deo, koji imaju svoja težišta u S' i S'' kod ovakog profila volimo računa i o nagibu, a to je priraštaj širine na jedinicu visine; ukupan nagib profila neka je h_n kod svog profila imamo da ispitamo stabilnost za dve ivice Cx i Dx. Prema sl.80 možemo odmah napisati: $St_D = q\cdot\frac{2}{3}h_n + Q\left(h_n + \frac{b}{2}\right)$ ....(107)

sl.80.



ali je $q = \delta\left(\frac{h_n \cdot h}{2}\right)l$ gde je δ specifična težina materijala, od koga je nasip; $\frac{h_n \cdot h}{2}$ površina pravougaastog dela nasipa i l duži na samog nasipa; isto je tako: $Q = \delta.b.h.l$ gde je nova količina samo b, koja prestavlja širinu paralelopipedog profila. Rad te dve vrednosti za Q i q zamenimo u (107) dobićemo:

$$St = \frac{2}{3}h_n.l.\delta\frac{h_n.h}{2} + b.h.l\delta\left(h_n + \frac{b}{2}\right) \text{ ili } St_D = l\delta\left[\frac{1}{3}h_n^2 h + bh\left(h_n + \frac{b}{2}\right)\right] \dots (108)$$

Isto je tako stabilnost za ivicu C:

$$St_C = Q\frac{b}{2} + q\left(b + \frac{h_n}{3}\right) \dots\dots (109).$$

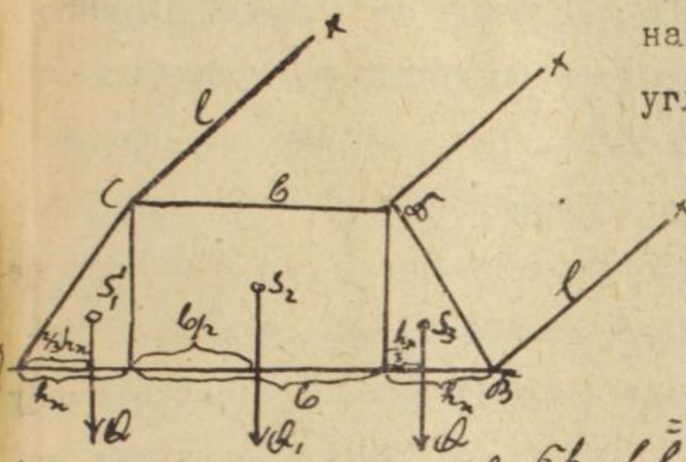
Desne strane jednačina (107) i (109) pokazuju nam da je stabilnost oko ivice Cx mana, da će pretuŕanje oko ne pre nastupiti nego li oko ivice Dx.

Jednačinu (109) možemo napisati i u obliku:

$$St_C = b.h.l.\delta\frac{b}{2} + l\delta\frac{h_n.h}{2}\left(b + \frac{h_n}{3}\right) \dots\dots (110).$$ gde se ne vodi računa o težinama Q i q.

U profil svih običnih nasipa (sl.81) ima pretuŕanja oko dve ivice Ax i Bx, te prema tome i dve stabilnosti, ali su obadve jednake, jer

сл.81.



је профил потпуно симетричан.Такав профил као што се из слике види делимо на троје, на два троугаона дела и један четвороугласти.

Као код прошлих примера добијамо:

$$St_A = St_B = Q\cdot\frac{2}{3}h_n + Q(h_n+b) + Q(h_n+b+\frac{h_n}{3})$$

$$\text{или } St = Q\left[\frac{2}{3}h_n+h_n+b+\frac{h_n}{3}\right]+Q(h_n+b) =$$

$$= Q(2h_n+b)+Q_1(h_n+b) \quad \ldots\ldots(111).$$

Ако ли пак ставимо: $Q = \frac{\sigma h_n \cdot h\cdot l}{2}$ и $Q_1 = \sigma\cdot b\cdot h\cdot l$ добићемо:

$$St = \frac{\sigma h_n\cdot h\cdot l}{2}(2h_n+b)+\sigma b\cdot h\cdot l(h_n+b) \quad \ldots\ldots(112).$$

Обрасци за стабилност,у којима немамо тежине,већ могу издржати,а да не пропадну.

§ 36.

СТАБИЛНОСТ ЧОВЕЧЈЕГ ТЕЛА.

Стабилност човечјег тела,као и тела животиња управља се по истим она три услова,као и стабилност осталих природних тела.Кад човек стоји право на обема ногама,његово је тежиште - које је у карлици човечјој,између кукова - на управној на његову подножну раван;кад човек стоји на једној нози,његова управна тешка линија мора бити у подножју ноге на којој стоји.Кад човек стоји на обема ногама,његове стопало праве трапез (сл.82),у колико је тај трапез већи,у толико је стабилност

сл.81.



човечјег тела већа;у толико он поузданије и чвршће стоји.

Кад човек иде,диже наизменце час једну час другу ногу,и тада му тежиште или није подупрто или се носи с једне ноге на другу;при томе човек савија тело нешто унапред,да би тим олакшао тежишту тежину, да падне у правац ножних прстију,а напрезању мишића,да крену тело у напред.То савијање расте,са брзином кретања,те би тако човек морао пасти.кад неби само брзо подупро тежиште другом ногом.Линија кретања тежишта при ходу приказана је сл.83;као што се види она је хоризонтална

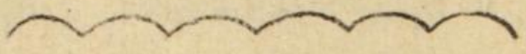
сл.83.



одступа мало, тако да се висина тежишта при ходу незнатно мења.

Код људи који пак немају чашице (тј. код људи са једном или обе дрвене ноге) тежиште се креће по линији представљеној на сл.84, из које се види да се при сваком кораку висина тежишта

сл.84.



знатно увећава, зато је пак потребан и већи рад, те зато код таквих људи и виђамо већа напрезања при ходу.

Сем тога клаћење тела (дакле и тежишта) зависи и од ширине карлице, те се зато женске више и клаће при ходу што им је карлица шира него код мушких.

При трчању стварно се у неколико мења, јер се тада тежиште врло брзо преноси са ноге на ногу, и има тренутака, кад нисмо ни једном ногом наслоњени на земљу; тада тежимо да се што брже крећемо, и због тога је горњи део тела више нагнут у напред, те тешка линија човечјег тела пада испред ногу, те зато при трчању брзо морамо да се у тим тренуцима ногом о земљу одупремо, да неби пали. Ми брже трчимо зато да такво падање спречимо. Пошто се при трчању тежиште брже преноша са једне ноге на другу, то је и линија кретања тежишта више права, јер нема времена за извршивање оног балансирања, које се јавља при ходу.

Кад војници иду стројем, морају ићи у корак, да би се код њих у један мах тежиште преносило на исту страну; кад неби пак ишли у корак, десило би се, да се код једнога тежишта пренесе на десну ногу због чега се и тело повије баш онда, кад се код његовог оближњег са десне стране тежиште пренесе на леву ногу, због чега се и он повија лево; услед тога би се они мували и гурали, јер су и иначе врло близу једно поред другог.

У осталом довољно је напоменути: да сви закони о тежишту, које смо већ изводили, вреде и за тежиште човечјег тела, као год што сви закони о равнотежи и стабилности тела што вреде за равнотежу и стабилност човечјег тела, те се због тога на овоме нећемо више задржавати.

§ 37.

На реду је да се упознамо са најглавнијим делом статике, која пак носи назив:

НАУКА О ПРОСТИМ МАХИНАМА.

Механичка или физичка сила не може се готово никад употребити за извршење каквог рада у сваком облику, у коме се она у природи јавља, увек је потребно на некакав начин снагу воде, паре, ветра, електрицитета, коња итд. претворити у корисан рад и таквим природним силама заменити човечју снагу. Средства којима мењамо нападну тачку, правац и пак интензитет какве природне силе или којима преносимо рад зовемо м а х и н а м а. Машине су састављене или из једног елемента - п р о с т е машине или из више елемената (простих машина) - с л о ж е н е

Била машина проста или сложена (- с а в р ш е н о то не мења ствар ни у колико-мора имати ова три дела.

1/.- део који прима у потпуности природну силу онако, како она дејствује у природи;

2/.- део који ту природну снагу мења - за нашу употребу прилагођава;

3/.- део који ту снагу - већ прилагођену по вољи нашој - даље преноси на употребу.

Сасвим је јасно да ниједна машина не може дати више рада но што је примила, шта више свака ће машина услед савлађивања извесног отпора, увек дати мање рада, но што га је и примила. Савлађивање отпора који мора машина да савлада или је корисно или штетно; корисно је савлађивање оних отпора, који баш и сачињавају рад и задатак те машине; сва трења појединих делова машина сачињавају штетно савлађивање отпора. К о р и с а н р а д једне машине састоји се у савлађивању корисних отпора, а споредан рад машине је савлађивање штетних отпора.

Што се тиче машина ваља имати на уму ове основне законе механике;

1/.- Ниједна машина не може дари рада све дотле, докле га сама не прими:

2/.- Корисан рад (корисан ефекат) једне машине увек је мањи од рада природне силе; услед овога закона механике јасно нам је и то, зашто је у природи немогуће *Perpetuum mobile* тј. зашто човек не може конструисати машину, која ће се, кад се једном покрене, без даљег дејства спољних сила радити вечито;

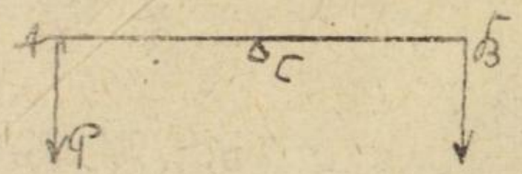
3/.- Рад силе раван је раду отпора тј. производ из сила и њеног

његовог пута, кад машина ради непрестано и са непроменљивом снагом, тј. кад је машина у равнотежи. Ако је P сила, s њен пут; Q терет и s његов пут онда је дакле: $P.s = Q.s$ .....(113) или $P:Q = s:s$ .... (113а) из овога и излази: З л а т н о п р а в и л о м е х а н и к е: У колико се машином добије у сили, исто ће се толико изгубити на њој у путу или у времену." То се правило често изражава и овако: "Брзине силе и терета обрнуто су сразмерне својим масама или тежинама."

Све просте машине колико их год има делимо у две групе; у прву групу долазе машине са окретањем, као о з и б или п о л у г а, к о т у р и в р а т и л о; а у другу групу са напредним кретањем сачињавају; стрма раван, клин и завртањ.

ОЗИБ или ПОЛУГА.

У свом најпростијем облику озиб је свака крута чврста шипка или тело, које је наслоњено у својој једној тачци о ослонац C, а на једном крају прима силу A, коју отпушта на другоме крају B. (сл.85). Озиб је



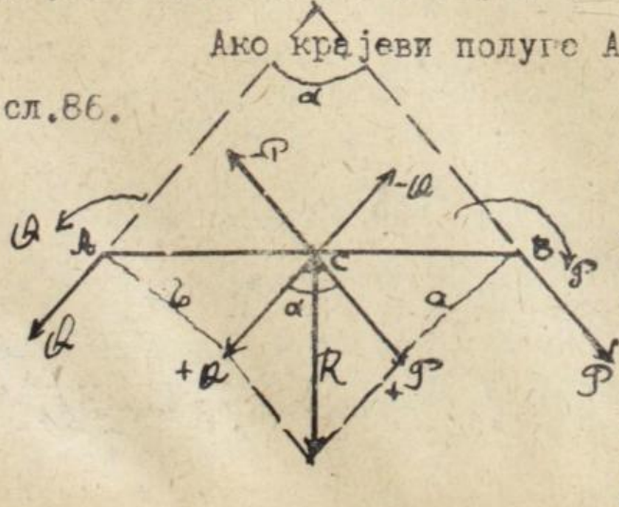
сл.85.

д в о к р а к кад је ослонац C између његових крајева A и B, или ј е д н о к р а к, кад му је ослонац на једном крају. Двокраки озиб може бити разнокрак или равнокрак, према томе да ли су му краци AC и BC једнаки или неједнаки.

УСЛОВИ ЗА РАВНОТЕЖУ ПОЛУГЕ.-

Узмимо двокраку полугу на чијим ће крајевима A и B. (сл.86) дејствовати сила P и терет Q .

Ако крајеви полуге A и B леже са основицом C на једној правој такав озиб зовемо правим, а ако то није случај о з и б ј е н а л а к а т. На (сл. 86) узет је, као што се види прав озиб. Пошто ћемо овде имати посла с силама и спреговима то ослонац C узимамо за моментну тачку свију сила и спрегова, који ће се јавити.



сл.86.

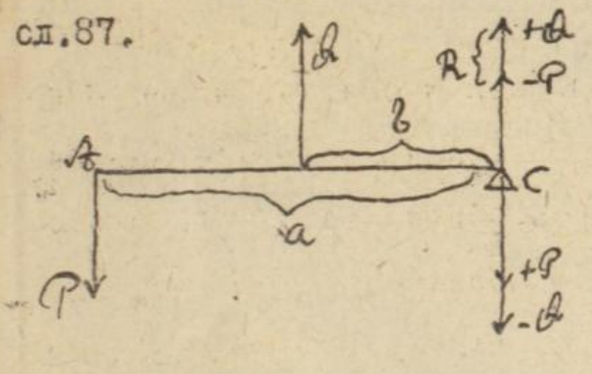
Кроз C ћемо повући паралелне са правцима силе P и Q и са обе стране

пренети $+P$ и $-P$, $+Q$ и $-Q$ тако да све то нема никаквог свог дејства па ћемо место сила P и Q добити две силе $+P$ и $+Q$ и два спрега P,-P; и $Q-Q$ чији је смисао окретања показат на слици стрелицама. Нама је познато, да ће осиб бити у равнотежи, ако је $Pa = Qb$ тј. $Pa-Qb=0$ тј. ако су моменти сила једнаки (а већ су супротног смисла) и ако се резултанта сила P и Q која је $R=\sqrt{P^2+Q^2+2PQ\cos\alpha}$ потре ослонцем C. Ова је резултанта највећа онда кад је $P \parallel Q$ јер онда излази: $R = P + Q$ (пошто је тада $\alpha = 0$ те ослонац треба да буде бар толико јак да се одупре тој сили R. Према томе тражећи услове за равнотежу осиба о силама $+P$ и $+Q$ нећемо ни водити рачуна, већ само о спреговима, односно моментима Pa и Qb. Из горње једначине $Pa=Qb$ добијамо: $P:Q = b:a$ .....(114) а то је основа једначина за равнотежу полуге, која речима изказана гласи: Сила се има према терету у обрнутој сразмери са њиховим крацима; тј. равнотежа осиба наступиће, кад је сила два пут већа од терета тек онда, кад крак терета буде два пута већи од крака силе.

Тај услов за равнотежу поставио је Архимед.

Кад је осиб једнокрак, имамо просто да сложимо две (паралелне) силе (сл.87). У тачци C довуцимо правац паралелан са P и Q пренесимо

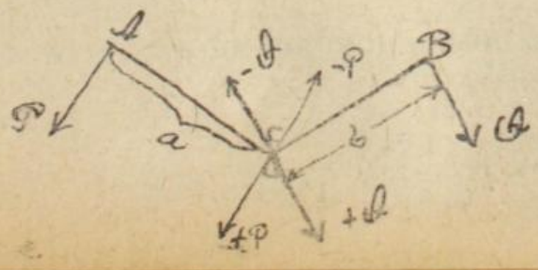
сл.87.



силе $+P-P+Q$ и $-Q$ те добијамо два спрега $P-P$ и $Q-Q$ и две силе $+P$ и $+Q$; за равнотежу спрегова треба да је $Pa = Qb$ или $Qb-Pa=0$ или пак $P:Q = b:a$ силе $+P$ и $+Q$ дају тек резултанту $R = Q-P$ која мора да се потре ослонцем C, која с тога треба да је толико јак, да савлада ту резултанту.

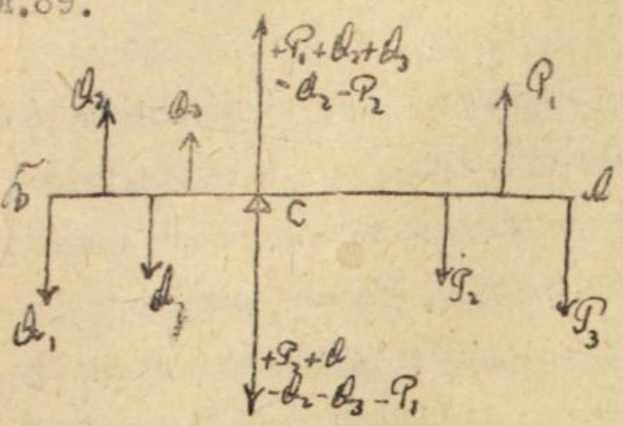
Нађени услови за равнотежу праве полуге, вреде и за полугу на лакат, јер и ту (сл.88) додајемо у ослонцу C силе $+P-P$; и $+Q-Q$; те

сл.88.



добијамо опет два спрега, која су у равнотежи, кад је $Pa = Qb$ и две силе $+P+Q$ чија је резултанта $R=\sqrt{P^2+Q^2+2PQ\cos\alpha}$ потире ослонцем C, који с тога Треба да је

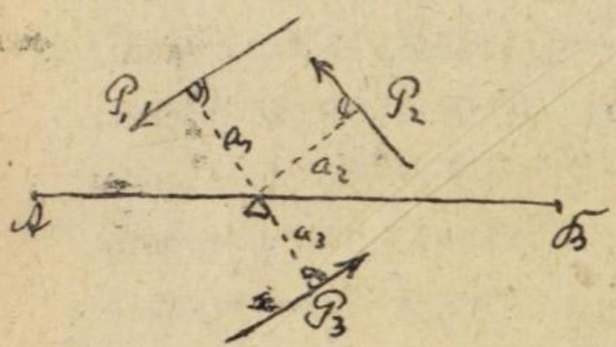
довољно јак, за равнотежу је савршено све једно, дакле, какве је сорте озиб, као год и то, колики је број сила и терета, јер ако имамо озиб са више сила (сл.89) па додавањем сила у С добијамо n спрегова и n сила; сл.89.



резултанта R_n потире се ослонцем, а резултујући моменат спрегова, треба да је раван нули, ако се хоће равнотежа, дакле је и овде услов за равнотежу: $\pm\Sigma(P_a) \pm \Sigma(Q_b) = 0$ ...(115)

Шта више горњи услов за равнотежу полуге важи и онда, кад силе не дејствују непосредно на полугу, као до сад, већ посредно сл.90. Дакле и тада је услов за равнотежу садржан у сл.90.

једначини: $\Sigma(P_a) = 0$ ...(116).



Скраћивањем крака терета, а повећавањем крака силе у стању смо са врло малом силом да савладамо отпор врло великог терета. То се у физици зове механичка корисност полуге; али зато су путеви силе и терета, обрнуто њима сразмерни, (као год и њихове брзине) и та обрнута сразмерност ($P:Q = s:S$) (или $P:Q = c:C$) зове се механична штетност полуге. Добит у сили тачно одговара губитку у времену или брзини, те отуда и златно правило механике; код полуге као и код сваке друге махине, механичка корисност равна је механичкој штетности.

§ 39.

ПРИМЕНА ПОЛУГЕ.

Највећу примену полуге имамо код теразија. Терезије су справа којом меримо (одређујемо) тежине тела; терезијама управо не меримо тежине већ масе тела, јер је тежина тела променљива - у центру је земљином и нема - док је маса тела постојаног дејства. Пошто се пак на истом месту земље масе два тела имају као њихове тежине, то масе можемо мерити и поредити са тежинама.

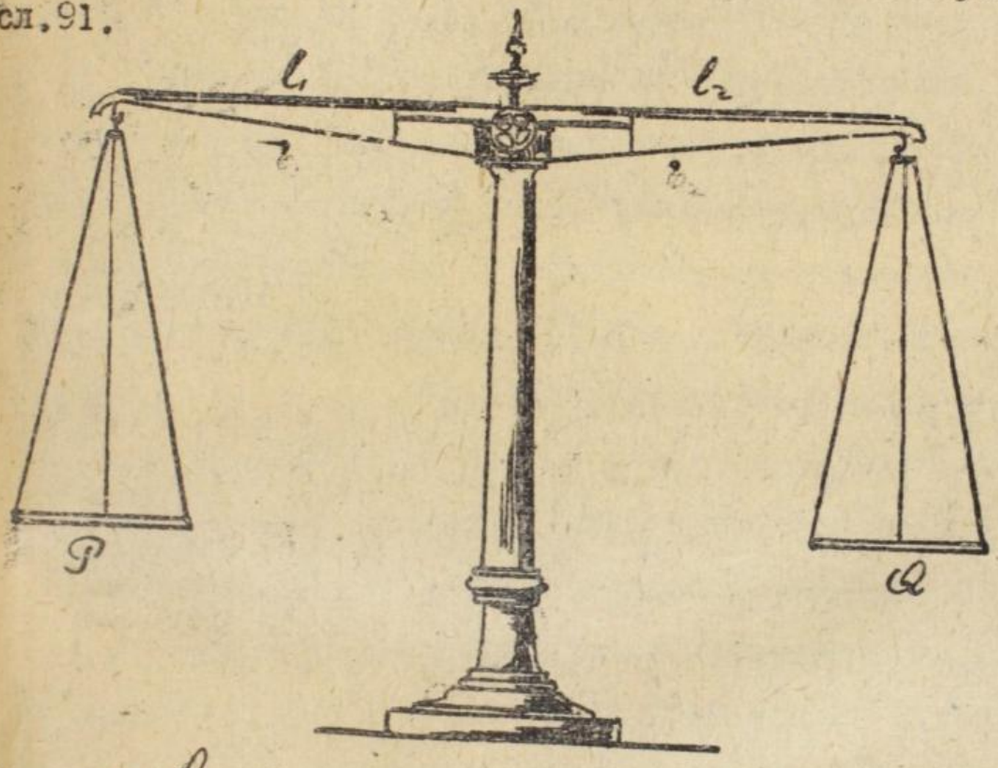
Најпростије су терезије састављене из просте праве полуге, која

је обично равнокрака (а не искључује се могућност, да та полуга - која се употребљава за теразије - може бити и разнокрака). Често су пак теразије састављене и од полуге на лакат, као год што су честе и такве теразије, које су конструисане из више полуга.

Што је главно код теразија то је, да им ослонац буде што чвршћи и што шиљатији, те да је код њега што мање трења. Стога се ослонац тај прави у виду ножа, или од челика, или још боље од а х а т а.

Ми ћемо се позабавити само са осетљивијим теразијама, којима се служимо при научним мерењима. Код таквих теразија (сл.91) у вези је

сл.91.



са полугом једна казаљка, која се креће по луку подељеном обично на 20 ситних услова, тако да је подеона црта 10 у средини, а да на њу пада казаљка, када су теразије потпуно мирне, - дакле у равнотежном стању.

Ако је на једноме тасу терет Q, а на другоме нека су тегови P, па казаљка застане на десетој подели, тј. да су теразије у равнотежи, онда је по правилу о полуги $P.l_1 = Q.l_2$ или пошто је готово увек $l_1 = l_2$ то за равнотежног стања теразија мора бити и $P = Q$ тј. терет у једноме тасу, мора бити раван теговима у другоме тасу.

Сваке теразије, а нарочито оне, за научна мерења, морају испуњавати ова три услова:

1/.- морају бити тачне, 2/.- морају бити у стабилној равнотежи; и 3/.- морају бити осетљиве, па тек онда да се и са њима могу вршити тачна мерења.

I/.- Теразије ће бити тачне, кад су оба крака полуге потпуно једнака по материјалу, по дужини, и по осталим димензијама.

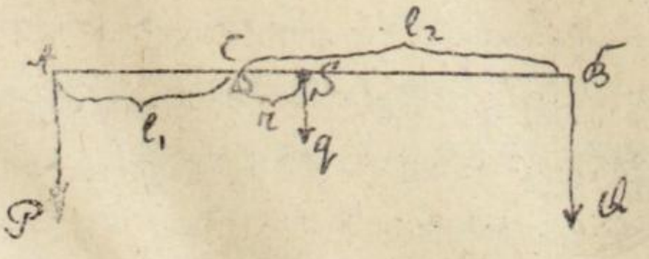
II/.- Стабилна се равнотежа теразија тражи за то, да се не би прету-

раде при најмањој неједнакости тежина на оба таса;

III/.- Трећи услов за сваке добре теразије - осетљивост - мора бити испуњен код сваких теразија за фина - научна - мерења, а осетљивост се теразија мери величином оне најмање тежине, која ће кад се стави на једна тас пореметити равнотежу теразија.

Услови за течност.- Теразије су тачне онда, када је $P = Q$ а како ће то бити тек онда, када је $P \cdot a = Q \cdot b$ и када је $a = b$, то као први услов тачности теразија излази, да треба да су краци теразија савршено једнаки и по дужини и по тежини, као год и по материјалу и свима осталим димензијама. Сем тога главни је услов за тачност теразија, да су тачке вешања тасова са тачком ослонца на једној истој правој линији. Из тога пак излази, да ђерам теразија не сме бити од какве витке материје, која би се при коме мерењу могла повити. Да овај услов буде испуњен у свако време код истих теразија ограничавају се терети, тј. тј. поставља се извесна граница терета, до које се тек терети могу мерити тим теразијама без икаквих штетних последица, и преко које се границе не сме никако прећи, ако се хоће да теразије и даље осговарају општим условима. Тако имамо теразије, које мере само терете од по неколико грамова (као што су фине апотекарске теразије, и хемиске аналитичке, док другима меримо терете и 2, 3.. па и од 10 до 20 кгр. За веће тежине немамо готово теразија. јер би се краци таквих теразија под дејством тако великих терета деформисали, услед чега би пак и горњи општи услов очевидно био повређен.

Ако ли краци теразија нису једнаки по дужини, тј. ако је $l_1 \geq l_2$ онда нам треба водити рачуна и о тежини самога ђерма q, који дејствује у његовом тежишту S (негде на средини, јер се претпоставља да је ђерам хомогене природе). Тежиште S од ослонца C нека одстоји за $CS = z$. Очевидно је да равотежа код свих таразија наступа тек онда, када је: $P.l_1 - Q.l_2 - q.z = 0$ ....(117)



сл. 92.

или како се тражи да је $P = Q$ то једначина (117) постаје:

$Pl_1 - Pl_2 - q.z = 0$

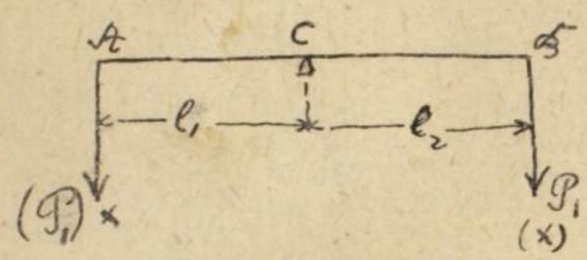
$P(l_1 - l_2) - q.z = 0$ ....(118).

Из једначине (118) види се, да се о величини $q.z$ мора водити рачуна сва дотле, док је l_1 различно од l_2 а чим је $l_1 = l_2$ тј.

$l_1 - l_2 = 0$ онда и qz мора бити равно нули, односно $z = 0$ јер по самој претпоставци q не може бити нула ни за коју материју. Дакле, ако хоћемо, да нам теразије дају тачно $P = Q$ треба да је $l_1 = l_2$ и да је тежиште греда на управној кроз тачку ослонца C, али никако не сме бити са њиме у истој тачци, јер би тада, због индиферентне равнотеже, теразије постале неупотребљиве.

При испитивању тачности теразија радимо овако: На један тас

сл.93.



мећемо тело тежине x па теразије доводимс у равнотежу са теговима P_1, на другом тасу; тада постаје једначина:

$$x \cdot l_1 = P_1 \cdot l_2 \quad \ldots\ldots(119).$$

Сад ћемо тело x преместити у онај тас, где су били тегови P_1 ; а тегове P_1 пренећемо у тас где је било тело x. Ако сад теразије буду у равнотежи, значи да су тачне, јер за овај други случај важи једначина:

$$P_1 \cdot l_1 = x \cdot l_2 \quad \ldots\ldots(120).$$

Из једначине (119) добија се: $l_1 = \frac{P_1 \cdot l_2}{x}$ ..... (121)

а из једначине (126) пак $l_1 = \frac{x \cdot l_2}{P_1}$ ..... (120).

Поређењем једначина (121) са (122) добићемо:

$$\frac{P_1 \cdot l_2}{x} = \frac{x \cdot l_2}{P_1} \; ; \; \frac{P_1}{x} = \frac{x}{P_1} \; ; \text{ и.ј } P_1^2 = x^2 \text{ дакле } P_1 = x.$$

Када је пак $P_1 = x$ једначине (119) и (120) могу постојати само тада, када је $l_1 = l_2$ и то је, кад су теразије тачне.

Ако ли се деси, да кад приметимо терет и на други тас, тег P_1 не одржава равнотежу, већ ће равнотежу поставити тек тег P_2 тј. ако при првоме мерењу важи једначина (119), а при другоме

$x \cdot l_2 = P_2 \cdot l_1$ ...(123), онда ћемо праву равнотежу тела наћи решењем једначина (119) и (123) по непознатој x. Множењем тих једначина добија се: $x \cdot l_1 \times x \cdot l_2 = P_1 l_2 \times P_2 \cdot l_1$ ..... дакле:

$$x^2 \cdot l_1 l_2 = P_1 \cdot P_2 \cdot l_1 \cdot l_2 \text{ ..... дакле:}$$

$$x^2 = P_1 \cdot P_2 \text{ или } x = \sqrt{P_1 \cdot P_2} \quad \ldots\ldots(124).$$

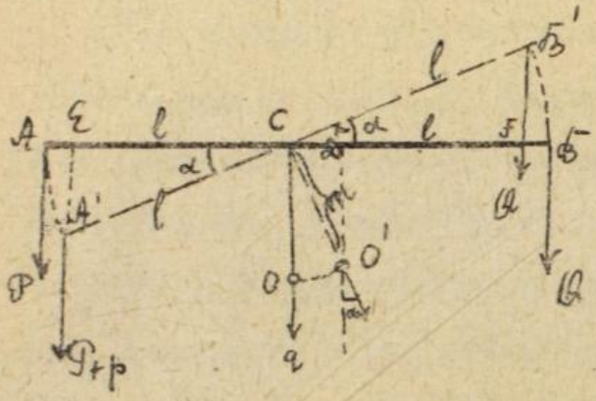
Једначина (124) показује нам, да праву тежину тела можемо одредити и са нетачним теразијама, кад прво меримо тело стављајући на

један тас,а тег на други,затим тело стављамо на тас где је био тег,а овај пак,на онај тас,где је био терет;из производа његова,који телу х одржавају равнотежу треба извући квадратни корен,који ће нам давати праву тежину тела х.

в).- У с л о в и з а о с е т љ и в о с т т е р а з и ј а.

Рекли смо,да теразије не треба да су само тачне,већ и осетљиве,што значи,да треба да буду такве,да их из равнотежног положаја покрене и најмањи тег.Теразије су по осетљивости врло разнолике.

сл.94.



Ако тегу P додамо и мали претег p теразије ће услед осетљивости скренути из равнотежног положаја AB у положај A'B' који са равнотежним заклапа угао α (сл.94).Очевидно је,да теразије морају имати своју тежину,која нека је q и која дејствује у тежишту (у овом случају,кад је $l_1 = l_2$ на тежном правцу кроз ослонац C).

Због тежине теразија q ослонац C треба да је довољно јак,те да ту тежину потре.

Јасно је,да кад теразије услед претега p скрену из равнотежног положаја,скреће и њихово тежиште,те тада крак тежишта (у односу на тежни правац кроз ослонац C) није више раван нули,као што је то случај за равнотежни положај теразија.Стога у образац за равнотежу морамо увести и количине q (тежина теразија),и $r = CO'$ (крак тежишта за положај A'B').С погледом на то,за равнотежни ће положај бити:

$$(P+p)\,CE = Q \cdot CF + q\,r\,CD \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 125).$$

из које се једначине види да Q и q заједнички дејствују да поврате теразије у равнотежни положај.Ако су краци теразија;$AC = BC = l$,а угао скретања ако је $= \alpha$, онда је:

$$EC = l\cos\alpha;\quad FC = l\cos\alpha \quad \text{и} \quad CD = r\sin\alpha$$

(где је $r = CO'$ која је количина код истих теразија увек стална,па ма колико p било),Кад ове вредности сменимо у једначину (125) добићемо: $(P+p)\,l\cos\alpha = Q\,l\cos\alpha + q\,r\sin\alpha$ . . . . . или

дељењем са $\cos\alpha$: $(P+p)\cdot l = Q\cdot l + q\,r\,tg\alpha$ . . . .(126).

За тачне теразије видели смо да мора да буде: $P \cdot l = Q \cdot l$ те с тога једначина (126) прелази у: $p \cdot l = q \cdot m \cdot tg\alpha$ ..... (127) а одавде се пак за скретање α добија израз:

$$tg\alpha = \frac{p \cdot l}{q \cdot m} \quad \ldots\ldots (128).$$

Како нам $tg\alpha$ мери осетљивост теразија то из једначине (128) читамо: "Теразије су осетљивије:

1/.- што је претег већи;

2/.- што су краци теразија l дужи;

3/.- што је тежина теразија мања; и

4/.- што је тежиште T греда ближе ослонцу (тј. што је дужина мања)."

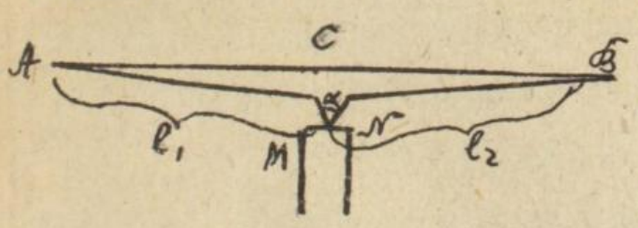
Код научних (тачнијих) теразија осетљивост се регулише помоћу једног тешког дугмета, које се може подизати и спуштати, чиме се добија час већа, час мања величина дужине $m = CO'$ а због тога исте теразије постају час више а час мање осетљиве.

Сувише велика осетљивост теразија не вреди и не препоручује се, јер такве теразије услед додавања претега p веома дуго балансирају и тешко се могу умирити. Готово је највећа осетљивост код хемиских теразија, које скрећу и кад се на њихов тас стави претег од 1 милиграма (= 0,001 грам).

Код теразија је потребно водити рачуна и о трењу, јер сем трења са ваздухом код сваких теразија имамо још на три места трења, и то на крајевима A и B и у ослонцу C.

У тим тачкама треба постојеће трење свести на најмању меру.

сл.95.

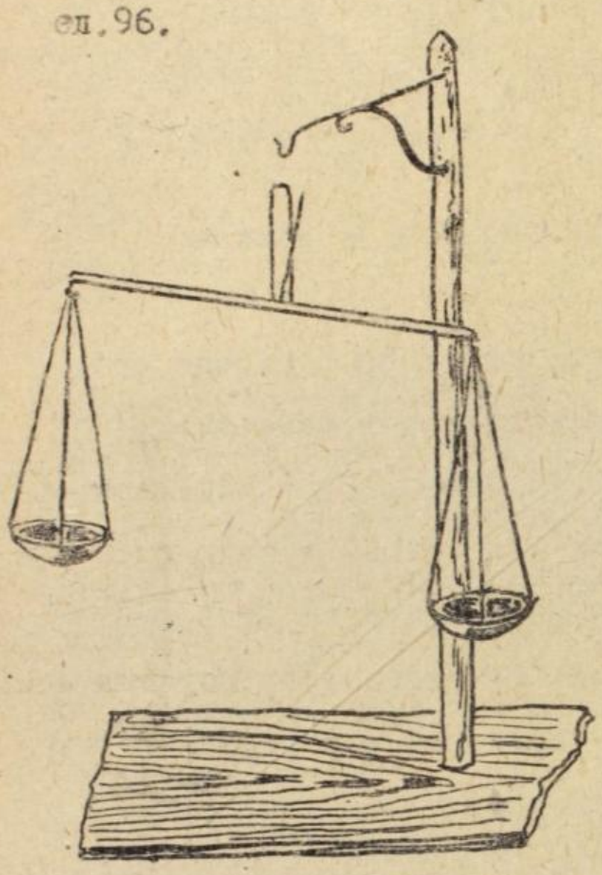


Код ослонца C то се смањивање трења на што је могуће мању меру, постиже тиме, што ће се употребити (као што смо једном већ и напоменули) призма од ахата или челика, која ће имати подесан облик (сл.95). Но и угао α призме, који је код њеног темена φ не сме бити врло оштар, јер би у томе случају ахатна (или челична) призма временом засекла подлогу MN, чиме би се пак трење на томе месту само повећало, што је пак супрот општим условима за добре теразије. Исто тако тај угао α не сме бити ни сувише туп јер би и тада трење

било врло велико. Угао α обично се узима између 45^0 и 60^0. Код највише осетљивих терезија не употребљавају се за ослонац призме, већ игле, али такве терезије морају бити врло мале и врло мале тежине.

При сваком нам је мерењу потребно да одредимо равнотежни положај терезија. Због тога код сваких терезија имамо једну казаљку, која је окренута или горе (сл.96) или доле (сл.91).

сл.96.



Рецимо сад, да смо на један тас ставили какво тело извесне тежине, а на други опет извесне тегове, онда ће осетљиве терезије пошто су тим нашим радом поремећене из равнотежног положаја, клатити неко време извесно. Ако ми пак немамо кад да их дуго чекамо, да се оне потпуно умире, мораћемо наћи начина, те да некако одредимо, где ће се казаљка зауставити кад се терезије буду умириле, раније но што ће се саме терезије зауставити. Ради тога посматрајмо положај казаљке или три или пет пута. Рецимо да је први пут казаљка с леве стране дошла до 2,7 (подсок на помињатој плочи мн), затим нека је с десне стране дошла до 14,2, па се на лево опет вратила до 2,9 итд. Већ из ова три учињена посматрања можемо одредити место где ће се казаљка зауставити, кад се терезије буду потпуно умириле. Ваља нам само за лева читања наћи аритметичку средину која ће за узети пример бити: $\frac{2,7 + 2,9}{2} = 2,8$. Сад из ове аритметичке средине и читања за десну страну треба наћи опет аритметичку средину, тј. образовати:: $\frac{2,8 + 14,2}{2} = 8,5$ те ће нам ова средина показатти место, где ће се казаљка зауставити, када се терезије буду сасвим умириле.

Ради веће тачности при одређивању места, где ће се зауставити казаљка употребљава се образац: $n_0 = \frac{n_1 + 2n_2 + n_3}{4}$ .....(129)

где је n_1 прво читање (рецимо с лева), n_2 друго читање (које мора бити са десна); n_3 треће (опет с лева) итд.

Ако ли се хоће још већа тачност могу се узети пет читања (број читања увек треба да буде непаран), и наћи аритметичку средину по

обрасцу: $n_0 = \frac{n_1 + 3n_2 + 3n_3 + n_4 + n_5}{5}$ . . . .(130).

или по другом, много тачнијем обрасцу:

$$n_0 = \frac{n_1 + 3n_2 + 3n_3 + n_4 + n_5}{8}$$. — . ....(131) који би одговорио обрасцу (129).

За одређивање тежине тела имамо још и овај начин: Са мање осетљивим теразијама измеримо прво веће тежине тога тела (дакле, што би се у обичном животу рекло, приближно му нађемо тежину). Нека је сад p_0 права тежина тога тела, које меримо; ако најпре на један тас ставимо нешто више од праве тежине - рецимо ставимо тег P, и нађемо да ће се казаљка зауставити на месту ε, . Сад од тегова P избацимо неке мање тегове p, тако на тасу имамо тег од $(P-p)$ јединица, па као место где ће се сада теразије зауставити нађемо подеок l .

Кад смо прикупили те податке, лако нам је по обрасцу:

$$p_0 \cdot p + (P-p)\frac{l_0 - l}{\varepsilon - l}$$ . . . . . — .....(132), израчунати место l_0 где ће се казаљка зауставити при теговима, који су равни правој тежини тела које меримо.

Напоминемо, да топлота, чије ћемо дејство доцније проучити има нарочити свој утицај на теразије; те се за свако тачно мерење мора израчунавати тзв. нулта тачка.

Јасно је, да је лако радити са теразијама, док се не тражи фино - ситно мерење, напр. мерење са тачношћу до на делове милиграма, јер ми такве тегове не можемо ни направити. Но при таквим случајевима мерења служимо се овом методом. Теразије за таква ситна мерења снабдевена су једним ленирчићем, подељеним на ситне делове; а тај ленирчић може се окачити тег од 1-ог милиграма, који је начињен од платине у виду жице; та платинска жица од једнога милиграма може се кретати по ленирчићу лево-десно. Подела на ленирчићу тако је удешена, да кад се платинска жица стави на подеок 10, он одржава равнотежу са једним милиграмом; ако се пак жица стави на подсок 5, одржаваће равнотежу са 0,5 милиграма. Тако тим померањем платинске жице можемо дакле мерити - десете делове од милиграма.

На реду је сад, да нађемо начин како ћемо тачно да измеримо извесно тело.

Утврдили смо да краци теразија морају бити апсолутно једнаки

како по дужини, тако по материјалу и по тежини, те ако хоћемо да изнађемо праву тежину тела Q, тј. ако тражимо да је $P = Q$ онда видели смо да и статички моменти терета и тела морају бити једнаки, дакле, да мора постајати $P \cdot l = Q \cdot l$.

Како пак ни један механичар није у стању да конструише потпуно тачне терезије, то излази, да не можемо изнаћи ни потпуно тачну тежину Q каквога било тела. Стога нама ће бити увек главно то, да разлика између измерене и праве тежине тела буде што је могуће мања. Морамо дакле поћи с тога гледишта, да су сваке терезије нетачне, да дакле морамо тела мерити са нетачним терезијама, те да се постарамо, и нађемо начин како ћемо и помоћу погрешних терезија што тачније измерити тежину сваког тела.

Ако се не тражи велика тачност при мерењу (као што је то случај са свима мерењима у обичном животу), онда се мерење обично врши привидним заустављањем игле и то површно. Ако ли се пак при мерењу тражи већа тачност, онда се служимо разним методама за такво мерење, од којих ћемо овде поменути два главна, а уједно најлакша метода.

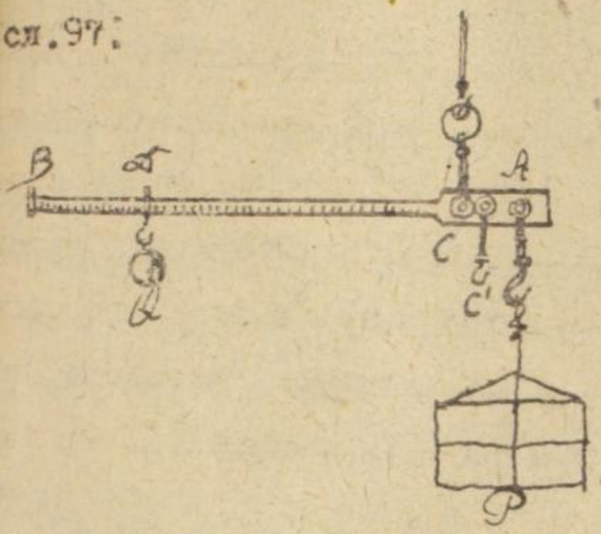
Први је метод д в о ј н о г а м е р е њ а. У један тас мећемо тело, које меримо, а у други песак или ситну сачму досипамо све дотле, док се не постигне равнотежа; затим се тело скине са таса, и на место њега стављају се маркирани тегови све дотле док се опет не постигне равнотежа. Ти нам тегови дају праву тежину мереног тела, јер ако је тежина песка m, а тежина тела Q, и ако су тегови P одржавали равнотежу, онда је за прво мерење: $m \cdot l = Q \cdot l$, а за друго пак мерење важи једначина: $Q \cdot l_1 = m \cdot l$ Из ових се једначина види да мора бити $m = P = Q$.

Други се метод састоји у томе, што ћемо прво - рецимо - с лева стране метути тело Q, а са десна тегове P_1 док не успоставимо равнотежу. Затим ћемо обратно с десна метути тело Q и лево тегове P_1 - или се тада може десити, да P_1 не одржава равнотежу телу Q већ неки други терет P_2 Сад према обрасцу (124) права тежина тела P дата је једначином: $P = \sqrt{P_1 \cdot P_2}$

§ 40.

Осим теразија за мерење тежина тела служи нам и обичан римски кантар, који је у самој ствари двокраки разнокрака полуга.

сл.97.



По дужем краку те полуге креће се куле одређене тежине Q, а на краћем је краку кука A о коју се веша терет P коме се хоће да одреди тежина. Крак терета P увек је сталан за један исти овакав кантар, док је крак тега Q променљив, и друге је величине за сваки други терет. Подела дужега крака BC полуге, која представља римски кантар, и по коме се краку креће тег Q, извршена је тако, да кад је тег на првој подели, он ће одржавати равнотежу - рецимо једноме граму, (или са 10 грамова, са 1 гр. итд.), а када је пак на десетој подели, одржава равнотежу терету од десет грамова (односно 100 грамова, 10 кгр. итд.)

Једначина за равнотежу овакога кантара гласи:

$$P \cdot \overline{AC} = Q \cdot \overline{CD} \quad \ldots\ldots(133).$$

Пошто је Q и AC сталан за исти кантар, то онда, у колико је P веће у толико и CD мора бити веће, да би једначина (133) била индентички задовољена, и обратно, у коме ће P бити мање, у толико и CD мора бити мање. На основу овога дакле, читањем линеарних димензија сазнајемо тежине тела.

Из једначине (133) добија се решењем по P:

$$P = \frac{Q \cdot CD}{AC} \quad \ldots\ldots\ldots(134)$$ где, ако је $Q = 1$ кгр и CA = 10 см. биће:

$$P = \frac{1}{10} \cdot \overline{CD} \quad \ldots\ldots\ldots(135)$$ те за CD = 10, 20 ... см имали бисмо P = 1 кгр. 2, 3, ... кгр. и у опште к свакој дужини CD = 1 см. одговарао би терет $P = \frac{1}{10}$ кгр., и дужини x см. одговараће терет $P = \frac{x}{10}$ кгр.

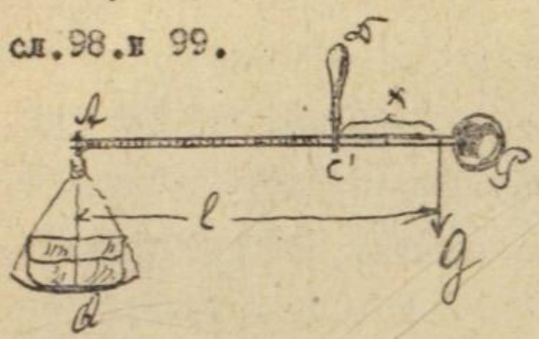
Код римскога кантара можемо имати лаку и тешку страну, само ако у место једне куке за тега имамо две (A и C'), и ако место једне поделе имамо две - за лаку и тешку страну. Тешка страна, како јој и име каже; служи за мерење већих тежина, и она обично почиње оданде, где лака

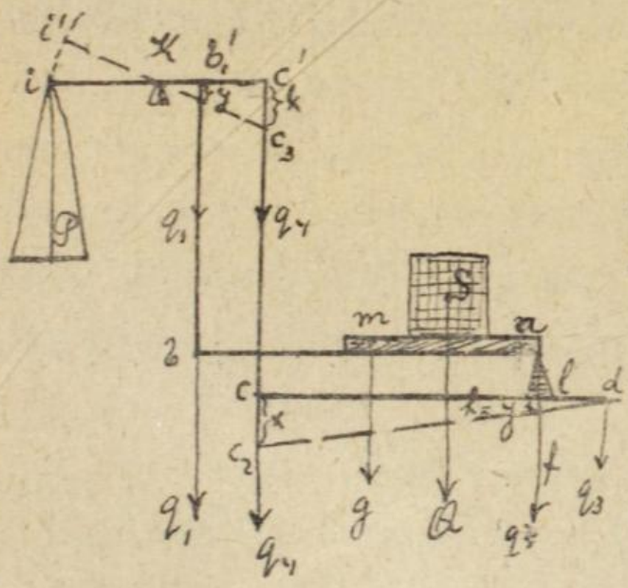
страна престаје,те кад при мерењу имамо посла са већим теретом ми ћемо тај терет обесити о ближу куку C' и окренути тешку страну кантара.

За тешку страну римскога кантара имамо једначину:

$P.AC' = Q.C'D$ .....(136) где је AC' и Q стално,па је према томе: $P = \frac{Q}{AC'} \cdot C'D$ ....(137).Како је Q исто функције и за лаку као и за тешку страну,а AC' је пак мање од AC, и $C'D$ веће од CД,то је и вредност P из једначине (137) очевидно већа од вредности P из једначине (134).

Напоменуће се само,да римских кантара имамо и са непомичним фулетом P,а са покретним ослонцем A (односно C'),али су такви кантари мање употребљени.Употреба и конструкција таквих римских кантара види се сваки јасно из слике 98.- сл.98.и 99.





§ 41.

В А Г А.

Вага се састоји из неколико полуга (сл.99);тако прва полуга cc' има у i тас за тегове P,а ослонац у K;о тачкама $в'$ и c' на тој полузи висе гвоздени прутови $вв'$ и cc',о чије се тачке в и с ослањају друге две полуге ав и сд,које с су хоризонталне,и имају ослонце у тачкама a и d.

Терет Q мењемо на полугу ав,и то ма на коме неком месту,јер место терета Q на полузи ав не утиче ни у колико за услове за равнотежу ваге,што ћемо мало час и доказати.Терет Q има да се подели прво на компонујуће силе q_1 и q_2 које ће дејствовати на крајевима полуге в и в;гвоздена полуга $вв'$ преноси силу q_1 на полугу ic' и то у њеној тачци $в'$,а силу q_2 разложићемо даље на q_3 и q_4 које ће компоненте дејствовати на крајевима полуге cd; сила q_3 биће потрвена ослонцем d,а силу q_4 пренеће гвоздена шипка на полугу ic' у њену тачку c'.

Кад смо терет Q метули на полугу ав,он је својом тежином

d спустио полугу од у положај c_2d (ослонац d је непомичан;те тако добијамо сличне троуглове; cc_2d и efd из којих је пак:

$x:h=cd:ed$ ....(138) (- ако је $cc_2=x$ и $ef=h$).

Услед померања тачака в и с морају се померити за исте дужине x и $h=y$ тачке в' и с', јер су то тачке истих гвоздених штапова - мора се дакле помаћи и полуга ic'. И при помераћу те полуге добијамо два слична троугла: $Rb_3b_1 \sim Rc_3c$ из којих је:

$x:h=Rc_1:Rb_1$ ....(139) - јер је $c_1c_3=x$ и $b_1b_3=h$.

Простим поређењем једначина (138) и (129) долазимо до једначине: $cd:ed=Rc_1:Rb_1$ ...(140).

Ова нам пак једначина показује, да услов за равнотежу ваге дакле ни у колико не зависи од положаја терета Q на полуги ав - јер нигде у овој једначини нема говора о тачци "0" у којој је тежина тела, које се мери, а сем тога и саме дужине сд, ед, с'к, и в'к, које се у једначини јављају не зависе ни у колико од положаја тела Q на полуги ав.

Како смо пак од терета Q добили дејства q_1 и q_2 то ће општи услов за равнотежу ваге бити:

$P.R_i=q_1Rb_1+q_2\cdot Rc_1$ ....(141).

Овде су нам непознате количине q_1 и q_2 али их ми можемо одредити. Ако узмемо да је ослонац "а" сталан, једначина за равнотежу полуге ав биће: $q_1\cdot ab=Q.ao$, одакле је пак: $q_1=\frac{Q.ao}{ab}$ .....(142) где су на десној страни све количине познате.

Ако ли пак ослонац в узмемо као сталан за исту полугу ав, онда је нова једначина за равнотежу: $q_2\cdot ab=Q.bo$ одакле је:

$q_2=\frac{Q.bo}{ab}$ .....(143), где су опет све количине десно познате.

Али компоненту q_2 ми смо раставили на компоненте q_3 и q_4 од којих се q_3 потире о ослонац d, а остаје само компонента q_4 . Стога кад поставимо једначину за равнотежу полуге cd сматрајући ослонац d као сталан, добићемо: $q_4\cdot cd=q_2\cdot ed$ или одатле:

$q_4=q_2\cdot\frac{ed}{cd}$ или најзад, кад сменимо вредности за q_2 добићемо: $q_4=Q.\frac{bo}{ab}\cdot\frac{ed}{cd}$ ....(144).

На овај смо начин одредили само оне пређе неодређене количине

из једначине (141), које ћемо у њој заменити, па ћемо добити:

$$P.Ri = Q\frac{ao}{ab}.Rb_1 + Q.\frac{bo}{ab}.\frac{ed}{cd}.Rc_1 \quad \ldots\ldots\ldots(145).$$

Из једначине (140) пак добијамо:

$$ed = \frac{cd.Rb}{Rc_1}$$

и кад то сменимо у једначини (145) добићемо;

$$P.Ri = Q.\frac{ao}{ab}.Rb_1 + Q\frac{bo.cd.Rb_1.Rc_1}{ab.cd.Rc_1}$$

$$P.Ri = Q\frac{ao.Rb_1}{ab} + Q.\frac{Rb_1}{ab}(ab-ao)$$

исто је ав - ао = св. $P.Ri = Q.\frac{ao.Rb_1}{ab} + Q.Rb_1 - Q.\frac{Rb_1.ao}{ab}$

$$P.Ri = Q.Rb_1 \quad \ldots\ldots\ldots(146)$$

$$P = Q.\frac{Rb_1}{Ri} \quad \ldots\ldots\ldots(147).$$

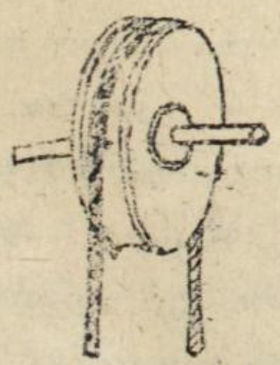
Као што се из једначине (147) види, колики ће тегови P одговарати терету Q зависи од размере дужина кв, и Ri. Ако је вредност те размере, $\frac{Rb_1}{Ri} = \frac{1}{10}$ тј. $10Rb_1 = Ri$ онда ће бити и $P = \frac{Q}{10}$ што значи, да таквом вагом можемо терет Q мерити са десет пута мањим теговима. Таква се вага обично и конструише, тј. да је $Ri = 10Rb_1$ и зове се десетном или д е ц и м а л н о м в а г о м.

Ако ли је пак $\frac{Rb_1}{Ri} = \frac{1}{100}$ тј. $Ri = 100.Rb_1$ онда добијамо тзв. с т о т и ч н у в а г у - ц е н т е з и м а л н у.

§ 42.

К О Т У Р.

сл. 100.



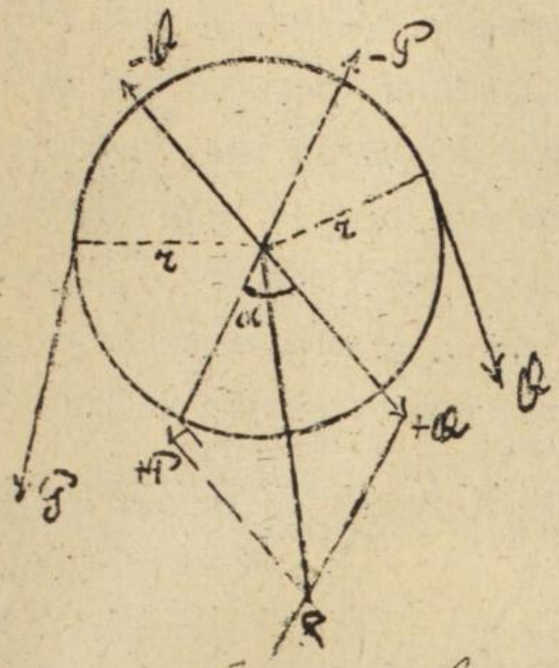
Под котуром се разуме обично узана плоча од дрвета или метала, која се може окретати око неке осе OO управне на њу (сл. 100) ако се само дејствује на једноме крају ужета или ланца, који је пребачен око тог котура.

Ако полупречнике једнога котура сматрамо као кракове једне полуге, онда валља да је котур полуга са бесконачно много кракова.

Котур може бити непокретан или покретан према томе, да ли му осовина OO, око које се сам котур окреће или та осовина оста-

је увод на истоме месту.

Услови за равнотежу непокретнога котура.-Ако је око непокретнога котура пребачено уже, на чијим крајевима дејствује терет Q и сл 101.



сила P; услов за равнотежу котура наћи ћемо, кад у осовинској тачки C трећега котура повучемо правце паралелне силама P и Q и додамо силе $+P_1$ $-P'_1 + Q_1 - Q$ чиме се стање котура не мења ни у колико. На тај начин добијамо две силе $+Q_1 + P$ и два спрега P-P и $Q-Q$. Оба спрега имају једнак крак r, те су им моменти P.r и Q.r. За равнотежу котура треба да је: $P.r = Q.r$ ...(148

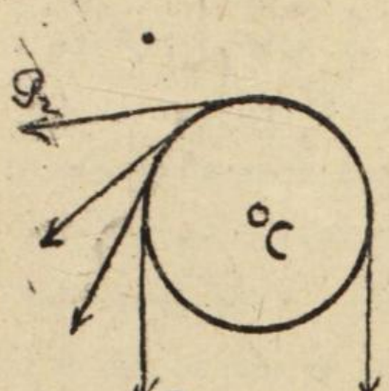
или $P = Q$ .....(148 a)

Силе пак $+P$ $-Q$ имају за резултанту силу $R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha}$ коју осовине притиче утврђеном котура у тачки осовине. Из овога излази, да ће равнотежа код непомичног котура наступати онда, кад је онда равна терету. Оваквим котурима, као што видимо, не добијамо ништа у снази, и њима можемо само променити правац силе. Тако извесан терет можемо подићи у вис вучењем на ниже, а спустити га вучењем на више. Како се овим котуровима у снаву не добија ништа, - и нама је у практици баш добит главна - те се ови котурови ретко где употребљавају.

Сваким котуром не можемо подићи сваки терет, јер би при дизању великог терета осовина пукла. Резултанда $R = \sqrt{P_1^2 + Q_1^2 + 2PQ\cos\alpha}$ показује нам колико треба да је јака осовина котура, па да њиме можемо подићи известан терет Q.

Дакле, ми нађосмо да је услов за равнотежу непомичног котура $P = Q$, али морамо рећи да је то само са чисто теоријског гледишта, док у ствари за равнотежу увек треба да је $P > Q$ или $P + p = Q$. То долази услед трења: 1/.- о с о в и н е; м 2/.- у ж е т а, која ма да се подмазивањем смањују, ипак не могу никад бити сведени на нулу. Најзад да напоменемо да сила може дејствовати којим било правцем између праваца P_1 и P_2 (сл.102) па ће увек остати услов за равнотежу $P = Q$

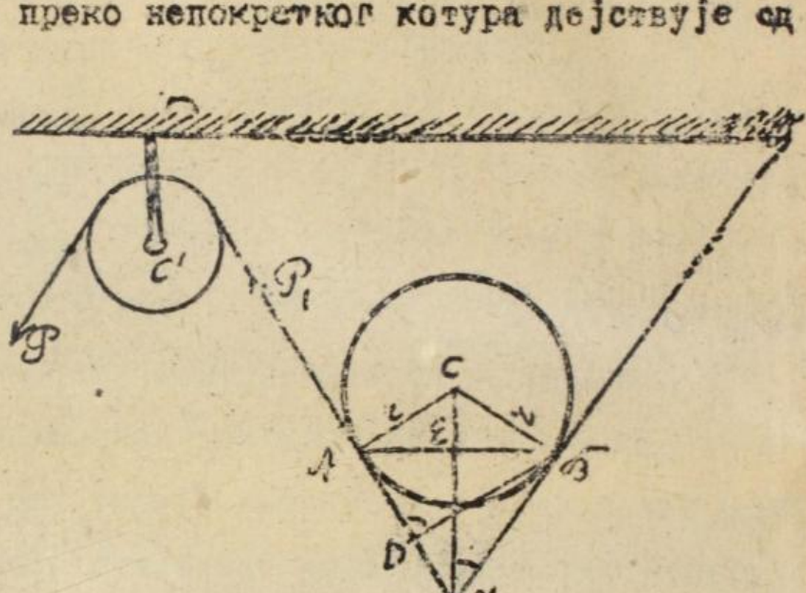
сл.102.



УСЛОВИ ЗА РАВНОТЕЖУ ПОКРЕТНОГ КОТУРА.

Покретнк се котур не само окреће око своје осовине,већ се заједно са ном креће у простору.Код таквог котура терет дејствује у средишту његовом,а сам се котур ко-креће по конопци,чији је један крај утврђен за греду,а други пак крај тог конопца прелази преко једног сталног котура к тако на ово уже,које је пребачено преко непокретког котура дејствује сд да P.(сл.103).

Продужимо правце PA и BV до пресека M,па смо котур C свели на једнокраку полугу с ослонцем у тачки $\mathcal{B}$,која се кретањем котура премешта,по његовој периферији.Непомичан котур C,служи нам само,да променимо правац силе.



За равнотежу котура C мора постојати усновна једначина

$P \cdot \mathcal{BD} = Q \cdot \mathcal{BE}$ ...(149).Како је пак $\mathcal{AB} = 2\mathcal{AE} = 2r\cos\varepsilon$ и

$\mathcal{BD} = \mathcal{AB}\cos\alpha_2$; $\mathcal{BE} = r \cdot \cos\frac{\alpha}{2}$; $\mathcal{AB} = 2\mathcal{BE} = 2r\cos\frac{\alpha}{2}$;

$\mathcal{BD} = \mathcal{EB}\cos\frac{\alpha}{2} = 2r\cos^2\frac{\alpha}{2}$ - - - - ,то је према једначини:

$$P = \frac{Q \cdot r \cdot \cos\frac{\alpha}{2}}{2r\cos^2\frac{\alpha}{2}} = \frac{Q}{2\cos\frac{\alpha}{2}}, \text{ дакле}$$

$$P = \frac{Q \cdot r \cdot \cos\frac{\alpha}{2}}{2\cos\frac{\alpha}{2}} \quad \ldots\ldots(180).$$

Из једначине (150) види се да сила P ви терет A зависи од угла $\frac{\alpha}{2}$;ако ли је угао $\frac{\alpha}{2} = 0$ тј.ако су конопци PA и BV паралелени онда је $P = \frac{Q}{2}$ .....(151) и у томе се одучају најмања и добија у онази,стога дакле треба тежити да ужета буду око ближе паралелном поло

полажу,тј.да $\frac{\alpha}{2}$ буде што мањи.

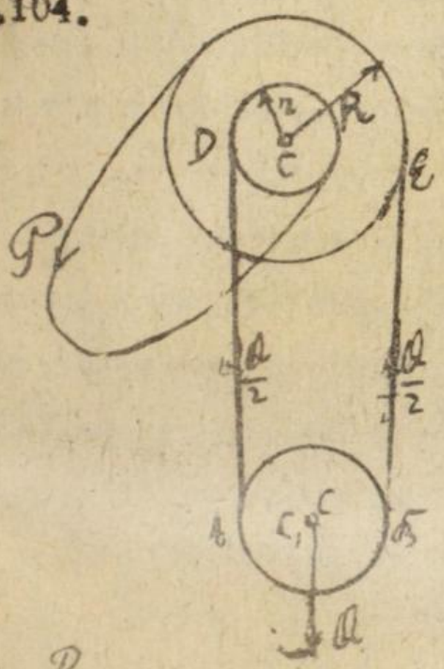
Везујући ова два основна типа котурова, добијамо разне њихове комбинације,које се врло често јављају у пракгици.

Диференцијални котурови.

Овим се котурима у снази највише добија.Један се котур окреће око осовине С (сл.104),око које се окреће и други,мањи котур,прилепљен уз већи.

Испод тих котурова је трећи,покретан котур,о чији центар С, ва се терет А.На који је начин обмотано око тих котурова уже види се са слике. Због паралелности ужади АД и ВЕ терет А подељен је на $\frac{Q}{2}$ за уже АД и $\frac{Q}{2}$ за уже ВЕ.

сл.104.



Основна једначина за равнотежу је:

$$P \cdot R + \frac{Q}{2} \cdot r = \frac{Q}{2} R \quad \ldots\ldots(152) \text{ или}$$

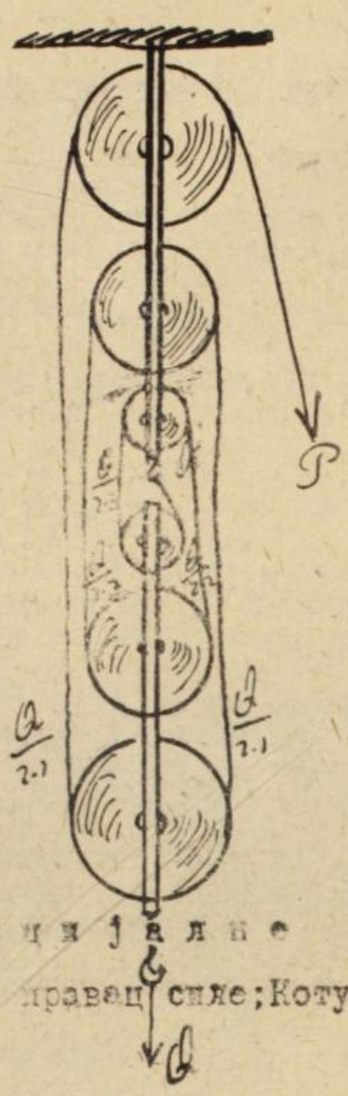
$$P = \frac{\frac{Q}{2}(R-r)}{R} = \frac{Q(R-r)}{2R} \quad \ldots\ldots(153)$$

Из једначине (153) види се да величина силе P према терету А зависи од диференције $R-r$,због чега је ова комбинација котурова и назвата диференцијалним котуровима.Што је већа разлика $R-r$ тим мање добијамо у снази а што је разлика $R-r$ мања,у снази ћемо,у том случају добити више.

Пример:-Ако је $R = 20$ см; $r = 18$ см.а $Q = 1000$ кгр.онда је по једначини (153) $P = \frac{1000(20-18)}{2 \cdot 20} = \frac{2000}{40} = 50$ кгр.Дакле,овим котуровима добијамо толико у снази,да 50 кгр. може одржати равнотежу наспрам 1000 кгр.Само што ми за сада не водимо рачуна о трењу,које при тачном рачунању мора безусловно да се уведе у рачун.Утицај трења виде се толико је,што при дизању великих терета само трење често одржава терет на извесној висини.

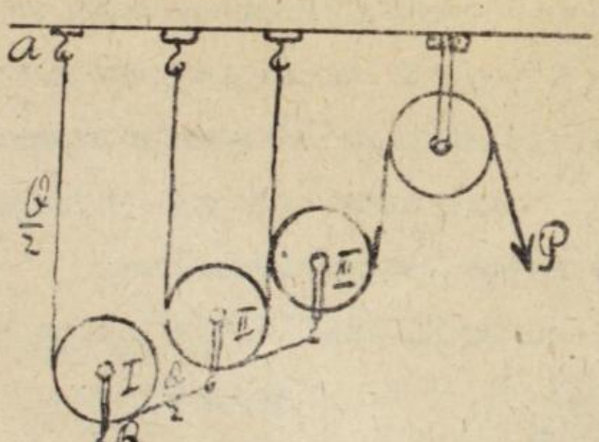
Ако ли је пак $R = 20$ cm; $r = 19$ cm (дакле $R-r$ само 1 cm и ако је $Q = 1000$ гкр.онда је $P = \frac{1000(20-19)}{2 \cdot 20} = \frac{1000}{40} = 25$ дакле терету од 1000 гкр.можемо одржавати равнотежу,са оваким котуровима,само са 25 кгр.

Толико до сад ми код једне машине нисмо могли да добијемо у снази, сл.105.



Ако напр.комбинујемо три покретна и три непокретна котура (сл.105).Код постојк равнотежа сви делови ужета морају бити једнако затегнути,дакле терет мора да се подели на сва паралелна ужета једнако.Ужета има исто толико колико и котурова,а пошто су она паралелна,то ако је број котурова n затегнутост једног дела ужета биће $\frac{Q}{2n}$ и тој затегнутости одржаве равнотежу сила P,дакле је:$P = \frac{Q}{2n}$ ...(15 (154).Оваки се котури зову а р и т м е т и ч к и.

Ако је један непокретан комбинован са више покретних,добијамо тако звани п о т е н ц и ј а л н е к о т у р о в е (сл.106).Непокретан котур мења само правац силе;Котур I дели терет на $\frac{Q}{2}$ и $\frac{Q}{2}$;једна се компонента $\frac{Q}{2}$ потире ослонцем a а другу дели II котур на $\frac{Q}{4}$ и $\frac{Q}{4}$ тј.на $\frac{Q}{2^2}$ трећи котур дели даље на $1/2.\frac{Q}{4} = \frac{Q}{8} = \frac{Q}{2^3}$ ... итд.,у општем n-ти покретан котур дели терет Q на $\frac{Q}{2^n}$ и тиме има сила да одржава равнотежу.Стога је услов за равнотежу код потенцијалних котурова:$P = \frac{Q}{2^n}$ .....(155).



сл.106.

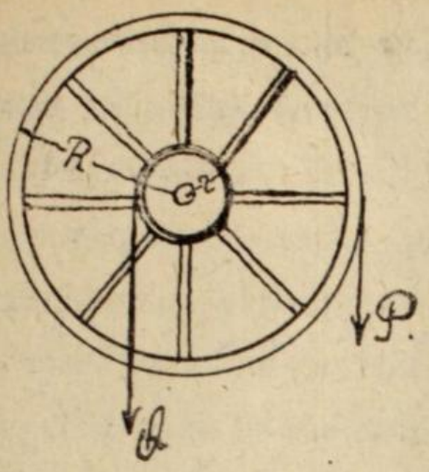
Потенцијални се котурови зову још и и з л о ж и л а ч к и (пошто број котурова јесте изложитељ за 2.).

§ 43.

ТОЧАК НА ВРАТИЛУ.

Комбиновањем котура и полуге добија се точак на вратилу,који врло често виђамо код бунара.И точак са шпречником R ,и вратило са шпречником r окрећу се око исте осовине O.Овом се справом терет у

сл.107.



диже, када се онај крај ужета о који је је терет обешен (Q), одмотава око вратила, а спушта, кад се увијен крај ужета, о који виси терет Q одмотава.

За равнотежу вратила имамо једначину: $P \cdot R = Q \cdot r$ или $Q : P = R : r$

а још боље $P = \frac{Qr}{R}$ . . . . . ,(156).

Као што се види, величина силе P зависи од терета, а уз то још и од количника $\frac{r}{R}$; кад је нпр. $R = 4r$ онда је $P = \frac{Q}{4}$ тј. са 4 пута мањом силом дижемо терет Q . Најобичније се узима: $R = 10 \cdot r$. Но и овде ми нисмо израчунавали трење.

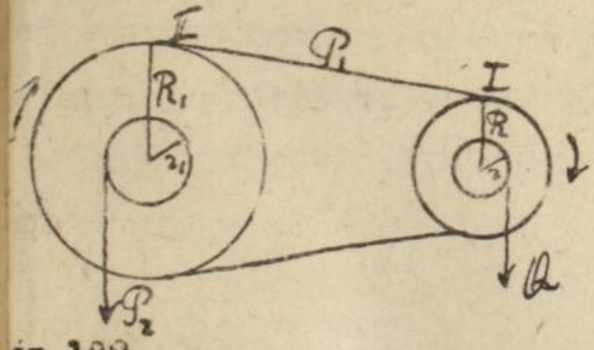
§ 44.

ФРАКЦИОНИ И ЗУБЧАСТИ ТОЧКОВИ.

Често је пута потребно да дејство једне махине пренесемо на другу махину; то постижемо за мало већу даљину бескрајним кајишем, а ако је даљина врло мала онда фракционим или зупчастим точковима, који се додирују.

Преношење бескрајним кајишем не може бити на врло великој даљини; у Америци преносе веће силе на већу даљину него ми, али су точкови кајиши 1,5 м. широки. Сила од 1000 коњских снага не може се ваше пренети

сл.108.

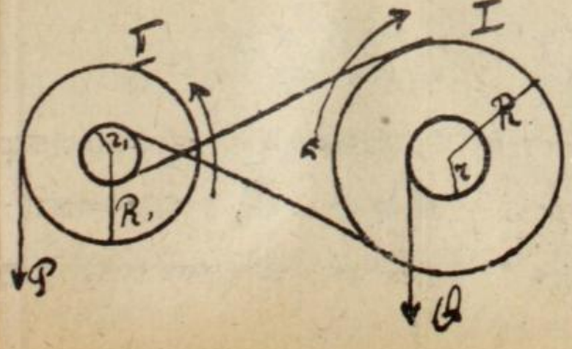


кајишем. За равнотежу првог точка (сл.108) знамо да важи: $P_1 \cdot R = Q \cdot r$ или $P_1 = \frac{Qr}{R}$

За равнотежу точка II основна је једначина $P_1 \cdot r_1 = P_2 \cdot R_1$ или $P_2 = P_1 \frac{r_1}{R_1}$

кад пак заменимо горњу вредност за P_1, добићемо: $P_2 = Q \cdot \frac{r}{R} \cdot \frac{r_1}{R_1}$ — — —...(157).

сл.109.

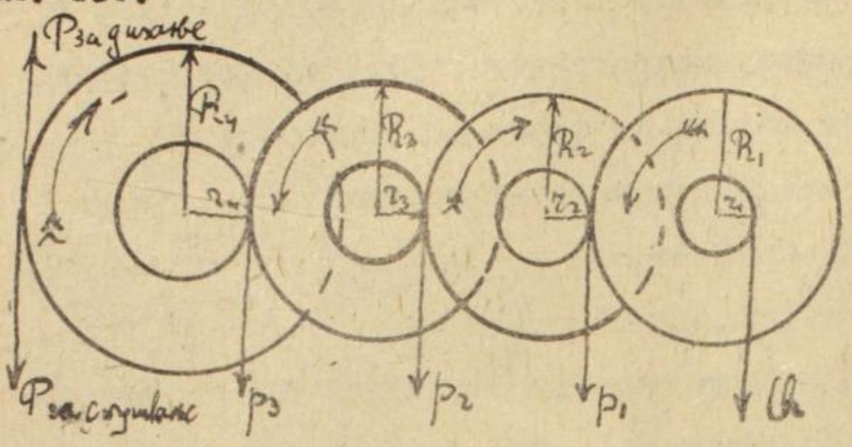


И кад имамо читаву серију точкова, који се тару, ствар остаје иста, као мало час, само је у великоме. За равнотежу свију точкова у опште постоји сложена једначина:

$$P : Q = r_1 \cdot r_2 \cdot r_3 \cdot r_4 \ldots : R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot R_4 \ldots \quad (158)$$

или $P = Q \cdot \frac{r_1 r_2 r_3 r_4}{R_1 R_2 R_3 R_4}$ . . . . . (159).

сл. 110.

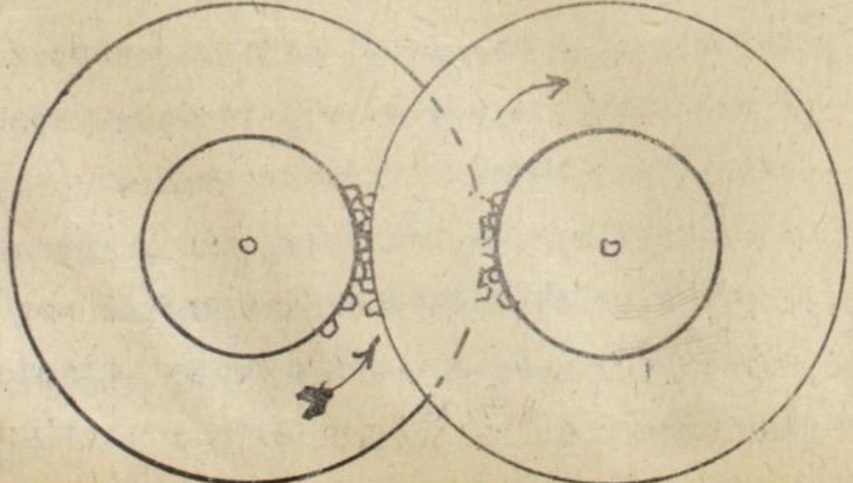


До те једначине долазимо на овај начин: За равнотежу прног точка је $p_1 \cdot R_1 = Q \cdot r_1$, или $p_1 = Q \cdot \frac{r_1}{R_1}$ та се сила p_1 преноси на други точак, за чију је равнотежу пак: $p_1 \cdot r_2 = p_2 \cdot R_2$ или $p_2 = p_1 \cdot \frac{r_2}{R_2} = Q \cdot \frac{r_1}{R_1} \cdot \frac{r_2}{R_2}$ та се сила p_2 преноси сад на на III точак, за чију је равнотежу условна једначина: $p_2 \cdot r_3 = p_3 \cdot R_3$ или $p_3 = p_2 \frac{r_3}{R_3} = Q \cdot \frac{r_1}{R_1} \cdot \frac{r_2}{R_2} \cdot \frac{r_3}{R_3}$

Напослетку се сила p_3 преноси и на IV. точак, за који је: $p_3 \cdot r_4 = P \cdot R_4$ или $P = p_3 \cdot \frac{r_4}{R_4} = Q \cdot \frac{r_1}{R_1} \cdot \frac{r_2}{R_2} \cdot \frac{r_3}{R_3} \cdot \frac{r_4}{R_4} \cdot \ldots\ldots$ чиме је добивена једначина.....(159).

Како се услед дуге употребе фракциони точкови или углади или ваљци ~~се~~ се место њих чешће употребљавају з у б ч а с т и т о ч к о в и.

Да би кретање зубчастих точкова било правилно, морају сви зупци и сва правилна да буду једнаки. Број оних зубаца зависи и од полупречника вратила и од полупречника точка. Условне једначине, које су потребне за равнотежу код фракционих точкова, остају исте и код зупчастих точкова, само што у једначинама за равнотежу код зупчастих точкова уводе се у рачун број зубаца у место полупречника точкова. Тако, ако је број сл.111. ~~зубаца~~ I. точка N_1, а другог N_2 итд.; а првог вратила n_1; другог n_2 итд. и ако су периферије тих точкова $2R_1 5$ и $2R_2 5$ ... итд. а вратила $2r_1 5$, $2r_2 5$ ..... сл.111.



итд. онда је:

$\frac{n_1}{N_1} = \frac{2r_1 5}{2R_1 5} = \frac{r_1}{R_1}$;

$\frac{n_2}{N_2} = \frac{2r_2 5}{2R_2} = \frac{r_2}{R_2}$

итд. И кад те замене у једначину (159) добијамо као услов за равнотежу зупчастих точкова:

$$P = Q \cdot \frac{n_1}{N_1} \cdot \frac{n_2}{N_2} \cdot \frac{n_3}{N_3} \quad \ldots\ldots\ldots (160).$$

Зубчасти су точкови справе, са којима се највише добија у снази јер из једначине (160) добијамо: ако је $\frac{n_1}{N_1} = \frac{1}{10}$ онда је $P = \frac{Q}{10}$; ако је и $\frac{n_2}{N_2} = \frac{1}{10}$ онда је: $P = Q \cdot \frac{1}{10} \frac{1}{10} = \frac{Q}{100}$

Узмимо најзад да је и $\frac{n_3}{N_3} = \frac{1}{10}$ онда је $P = \frac{Q}{10 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{Q}{1000}$

што значи да силом од 1 кгр. са три зупчаста точка, за која је $\frac{n}{N} = \frac{1}{10}$ одржаваћемо равнотежу терету од 1000 гкр., наравно ако не водимо рачуна о трењу.

Поред тога што са зубчастим точковима добијамо врло много у снази, они имају и ту добру страну што заузимају врло мали простор. Зупчасте точкове покрећемо или мишићном снагом (човечијом или животињском или пак воденом снагом (ту се рачуна и водена пара) или пак каквим другим механизмом (као код сата).

Све до сад проучене просте машине основане су на полузи а испитивали смо их помоћу статичких момената; сада да пређемо на другу групу простих машина, на машине са напредним кретањем којима је представник: *Стрма раван.*

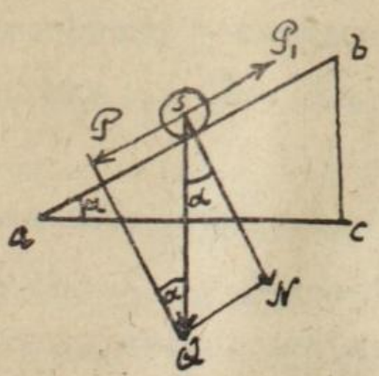
§ 45.

СТРМА РАВАН.

Свака чврста раван, која са хоризонталном равни заклапа угао α (који дакле није хоризонтална), зове се стрма раван, па била она ограничена или бескрајна (неограничена).

Ако на стрмој равни замислимо неко тело напр. стаклену куглу (сл. 112) то ће се она под утицајем своје сопствене тежине Q, а због врло малог трења спотрљати низ ту стрму раван и по паралелограму сила можемо из тежине кугле ~~можемо~~ одредити баш и величину оне компоненте P, која свалачи куглу низ стрму раван.

сл. 112.



Од стрме и хоризонталне равни можемо добити правоугли троугао кад из ма које тачке стрме равни спустимо на хоризонталну раван управну, коју називамо висином те стрме равни. Део хоризонталне равни, коју одсецају стрма раван

и висина - дуж ac - зове се основа стрме равни. Основа и висина стрме равни су катете правоуглог троугла, коме је хипотенуза дужина стрме равни. Угао α између дужине и основе стрме равни; зове се у г а о н а г и б а.

Кад се неко тело налази на стрмој равни под утицајем своје тежине кретаће се паралелно са дужином стрме равни, само ако је раван тељкенјака, да да отпора тежини тога тела. Тежину тела Q, које је на стрмој равни, можемо разложити у две компоненте, од којих је једна паралелна дужини стрме равни, а друга управна на тај правац (сл.112). Она прва компонента свлачи тело низ стрму раван, а ова се друга потире чврстином стрме равни. Компоненте P и N можемо и рачунски одредити из троугла SPQ и SNQ јер је из њих: $P = Q \sin\alpha$ а $N = Q\cos\alpha$ За случај, ако је $\alpha = 90^0$ онда је $\sin 90^0 = 1$, а $\cos 90^0 = 0$ те по томе је јасно да је $P = Q$ а $N = 0$ што значи да ће тело падати паралелно стрмој равни своом тежином својом; јер је друга компонента, која притискује на стрму раван равна 0. Напротив кад је $\alpha = 0$, стрма раван прелази у хоризонталу и онда је $N = Q$ а $P = 0$ тј. тело се не креће већ притискује свом тежином на подлогу.

Сила, која ће неко тело на стрмој равни одржати у равнотежи, може имати правац 1/.- паралелан дужини стрме равни. 2/.- паралелан основи стрме равни; и 3/.- произвољан.

За случај, кад је сила паралелна дужини стрме равни, равнотежа наступа, кад се сила има према терету, као висина стрме равни према дужини њеној .....Д о к а з:

Како јачина стрме равни уништава компоненту N (сл. 12) то је потребна само сила $P_1 = P$ која ће имати исти правац али супротни смисао са силом P, и онда ће тело S остати потпуно у равнотежи. Како је пак: $\Delta SPQ \sim \Delta abc$ то је: $SP : SQ = bc : ab$ али је $bc = h$ а $ab = l$ теје:

$SP : SQ = h : l$ .....(161), чиме је горњи став доказан. Из једначине (161) добијамо да је $P = Q \cdot \frac{h}{l} = Q \sin\alpha$ ....(162).

За исти тај случај (кад је правац силе паралелан дужини стрме равни) притисак N на стрму раван има се према тежини тела Q

као што се има основа стрме равни према неkој дужини.

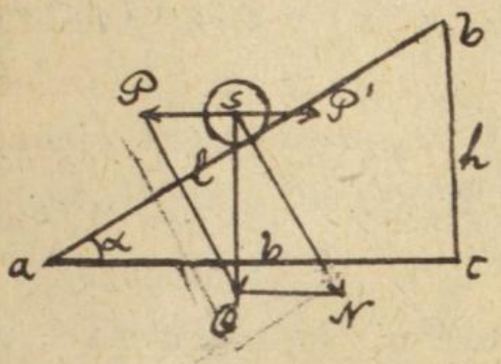
Д о к а з..... Из троуглова: $\Delta SPQ \sim \Delta abc$ налази се:

$SN : SQ = ac : ab$ тј. $N : Q = b : l$ - - - - - .....(163).

а одатле $N = Q \cdot \frac{b}{l} = Q \cos\alpha$ - - - - - - - - - - - .....(164).

Ако ли сила дејствује хоризонтално - паралелно основи в - равно тежа ће бити кад се сила има према терету, као висина стрме равни према основи, јер је из троуглова: $SPQ \sim abc$ (сл 113)

сл.113.



$P : Q = h : b$ ....(165)

(165), а одатле је $P = Q \cdot tg\alpha$ ....(166)

.....(166). У овоме је случају из истих троуглова $SQ : SN = ac : ab$ тј.

$N : Q = l : b$ .....(167) или

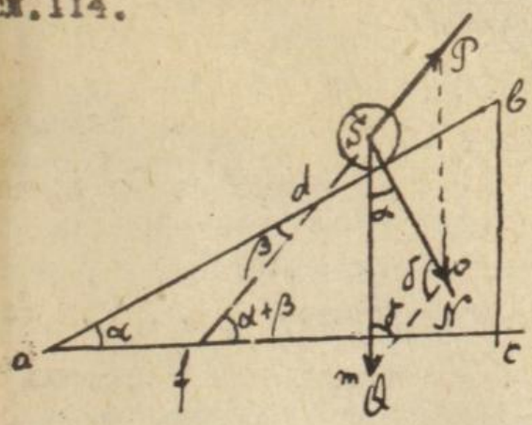
$N = \frac{Q}{\cos\alpha}$ ....(168).

Из једначине (167) имамо да је $N = Q\frac{l}{b}$

па како је увек $l > b$ то је притисак у овоме случају већи, него ли у прошлом (в. једн. 164), те је услед тога и трење за овај случај веће.

Најзад, кад сила има потпуно произвољан правац, онда ћемо тежину тела Q опет разложити на компоненте P и N, по паралелограму сила, за равнотежу треба да је: $P : Q = S_n : S_m$ или $N : Q = S_0 : S_m$

сл.114.



Према назначењима у сл.114. добија се:

$P : Q : N = \sin\alpha : \cos\beta : \cos(\alpha+\beta)$

одакле је: $P = Q\frac{\sin\alpha}{\cos\beta}$

и $N = \frac{\cos(\alpha+\beta)}{\cos\beta}$.

§ 46.

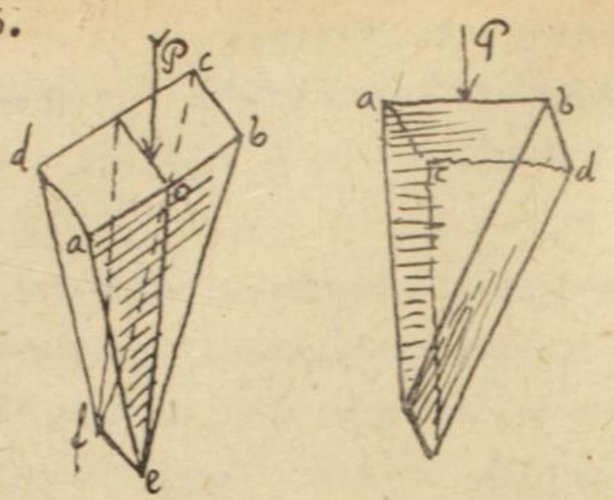
К л и н.

Стрмом смо се равни служили као непомичном машином, међутим има случајева кад нам стрма раван - ма и мало сложенијег облика - служи - као покретна машина.

Најпростији је облик покретне стрме равни са правим напредним кретањем тзв. к л и н. Клин у ствари није ништа друго до две стрме равни, које су састављене својим једнаким основицама, ма да се и сама једна стрма раван може употребити као клин.

За цепање и за распрскавање највећма се употребљава клин, чији

сл.115.

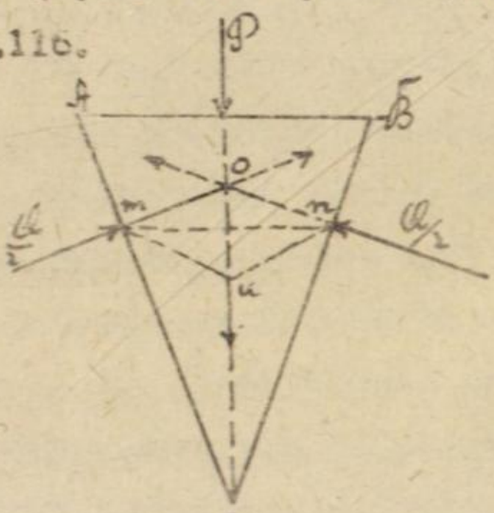


је пресек равнокрак троугао (сл. сл.115 а).

Ивица клина of зове се о с т р и ц,или р е з клина,а површина авсд,која према резу лежи зове се ч е л о или г л а в а клина.Све се остале површине клина зову бочним странама.Дуж на ео (на сл.115 а),односно ас (на сл.115 в.).Зове се дужином клина или б о ч н о м в и с и н о м.

Отпор,који савлађујемо клином,може дејствовати или нормално на стране клина или нормално на висину клина,и најзад на који правцем,док је дејство силе увек нормално на чело клина.

сл.116.



Кад отпор дејствује управно на стран клина (сл.116),сила се има према отп ру као површина чела према обема пов шинама са стране.

Отпор Q ,који се ставља на с прот сили P,дели се на две поле,које дејствују на обе површине са стране Ако пресек O праваца силе P и тих пора $\frac{Q}{2}$ и $\frac{Q}{2}$ узмемо заједничку тачку нападну и од отпорних сила $\frac{Q}{2}$ и $\frac{Q}{2}$ конструишемо п раледограм $monu$ коме је дијагонала ou = сила P,то добијамо сразме

$$P:\frac{Q}{2}=\bar{on}:\bar{om} \quad \cdots\cdots (\alpha)$$

Како је пак $omu \sim \triangle ABC$ то је и:

$$\bar{on}:\bar{om}=AB:AC \quad \cdots\cdots (\beta)$$

Поређењем тих д ју сразмера добија се: $P:\frac{Q}{2}=AB:AC$ ..... (164)

Ако чело клина AB означимо са R ,а страну $\bar{Ac}$ са S онда је

$$P:Q/2=R:S$$

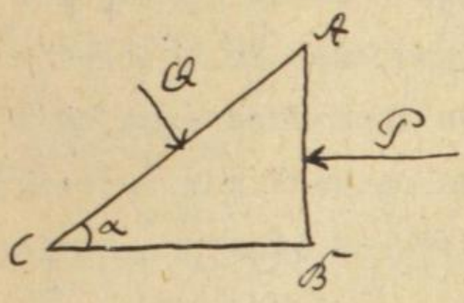
или

$$P=\frac{Q\cdot R}{2S} \quad \ldots\ldots(170).$$

$$Q=\frac{P\cdot 2S}{R} \quad \ldots\ldots(171).$$

Ако ли је клин састављен само из једне стрме равни, сав отпор дејствује само на једној страни (сл 117) то је по познатом закону о стрмој равни: $P : Q = AB : AC$

сл.117.



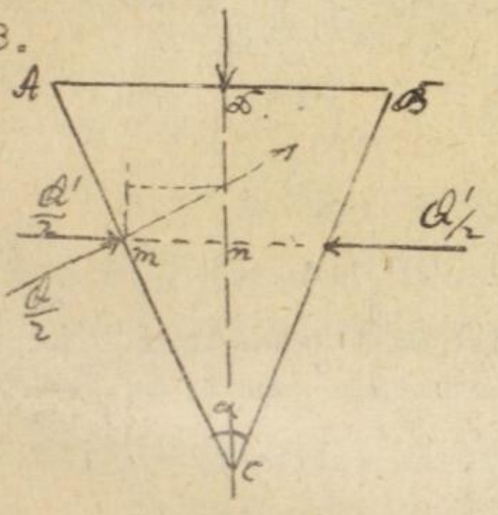
тј $P : Q = R : S$ ....(172).

одакле је $P = \frac{Q \cdot R}{S}$ ..(173)

или $P = Q \cdot \sin\alpha$ ..(173a) и $Q = \frac{P \cdot S}{R}$ ..(174) или

$Q = P \cdot \cos\alpha$ ....(174 a).

Када пак отпор дејствује паралелно челу дакле управно на висину, онда за равнотежу треба да се сила има према отпору као половина чела према висини клина сл.118.



Из сл 118 види се да је:

$\triangle moc = \triangle ACD$ те је $Q : Q' = AC : DC$

дакле $Q = \frac{AC}{DC} \cdot Q'$

или $Q = Q' \cdot \frac{S}{H}$ ако је

$AC = S$ и $DC = H$.

Ово нам треба заменити у једначини (170) па је:

$P = Q' \cdot \frac{S}{H} \cdot \frac{R}{2S} = \frac{Q' \cdot \frac{1}{2}R}{H}$ ....(175).

Образац (175) може добити и облик: $P = Q' \cdot tg\frac{\alpha}{2}$ ....(175a).

Најзад да напоменемо и то, да сила P врло ретко делује и косо према челу - рецимо под извесним углом β тако да је:

$P_1 = P\cos\beta$ и кад се то зна, онда нам свуда место P ваља стављати за овај случај $P\cos\beta$.

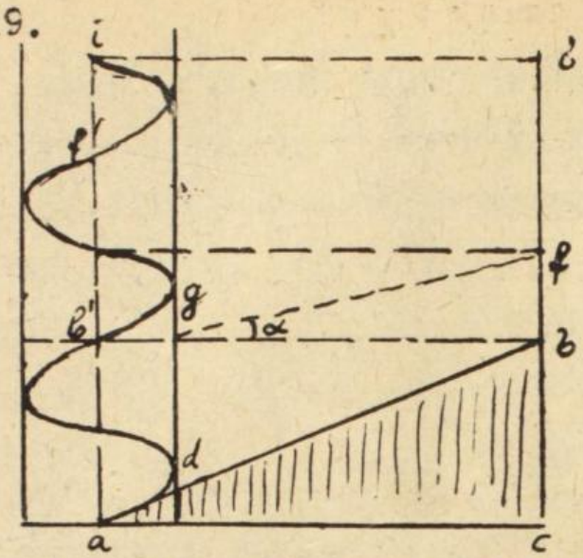
§ 47.

На стрмој се равни оснива и **завртањ** или **шраф**, који остаје кад се стрма раван обмотава око каквога ваљка, (сл 119)

Обмотавањем стрме равни око ваљка добијамо тзв. **завртањску** или **шрафску** линију $dB'gf'j'i$ ..... Висина стрме равни одређује нам и висину завртњевог хода. -$ав' = вс$.

Шрафска линија између крајњих тачака висине завртњевог хода зове се један завртњев хсд. Основица с трме равни треба да је равна периферији ваљка, па да с трма раван једним својим обмотавањем изврши један

сл.119.



завртња код .

Шроф се лакше завија, кад је висина хода мања, а и дебљина завртња кад је такође мања. Отпор Q дејствује паралелно осовини шрафа, било да шраф завијамо, било да га одвијамо

Док је сила паралелна са основицом стрме равни, и док дејствује на једној ручици (полуги), дотле ће отпор дејствовати паралелно осовини шрафа.

Тај смо пак случај већ имали код стрме равни, те је за равнотежу потребан овај услов: $P:Q=h:b$ ч.ј. $P=Q\cdot h/b$ само што ћемо сад у место "b" ставити 2чп, те ће бити:

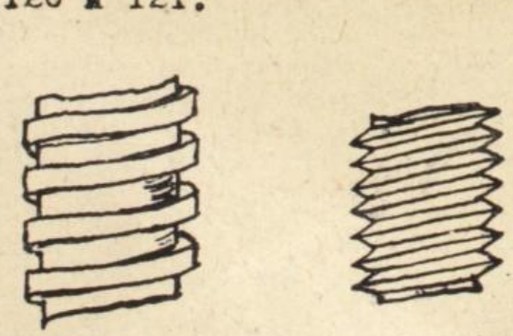
$$P=Q\cdot\frac{h}{2r\pi} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (176).$$

Али је даље $\frac{h}{2r\pi}=tg\alpha$ те је и: $P=Q\cdot tg\alpha$ ....(177)

Из обрасца (176) види се, да у колико је отпор већи, и у колико је висина завртња већа, у толико је потребна и већа сила P за одржаваље равнотеже терету .

Шрафске су линије по облику различне или су четвртасте, или троугласте итд. (сл.120 и сл.121).

сл.120 и 121.



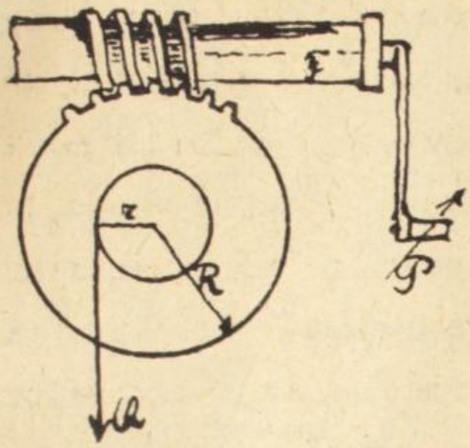
Код свих завртњева трење је у опште врло велико. Њих баш употребљавамо због тог врло великог трења ради у тврђења два тела - обично два дрво која зашрафимо у место да их јексерима укуцивамо.

Завртањ је био познат и пре Архимеда, за њега су знали још стари Египћани, а од самог Архимеда имамо тзв. Архимедов завртањ или водени пуж.

Комбиновањем једног завртња са зупчастим точком на вратилу добијамо б е с к р а ј н и з а в р т а њ или б е с к р а ј н и к (сл.122), који нам служи за преношење кружног кретања при чему се пак губи доста у брзини, али се добија знатно у снази.

Ако је R полупречник точка, а r полупречник вратила, онда је

сл.122.



услов за равнотежу:

$$P_1 R = Q \cdot r \quad \text{или} \quad P_1 = \frac{Q \cdot r}{R}$$

Сила P_1 преноси се пак се вубаце на завртаљ, где дејствује као терет. За равнотежу пак завртња имали смо једначи $P_2 = P_1 \frac{h}{2r_1\pi}$ или кад заменимо P_1, биће:

$$P_2 = Q \cdot \frac{r}{R} \cdot \frac{h}{2r_1\pi}$$

Најзад да уведемо и последњи услов за равнотежу полуге, на којој баш и дејује сила P непосредно. За ту је полугу: $P_2 : r_1 = P : R$ те је: $P = P_2 \cdot \frac{r_1}{R_1}$ или заменом једне за за P_2

$$P = Q \frac{r}{R} \cdot \frac{r_1}{R_1} \cdot \frac{h}{2r_1\pi} = Q \cdot \frac{r \cdot h}{R R_1 2\pi} \quad \ldots\ldots (178)$$

§ 48.

Са овим смо завршили преглед простих машина и испитали услов за њихову равнотежу; но готово код свих машина нашли смо да малом снагом одржаван равнотежу великом терету. Небутим их знамо закон да ниједна машина не може дати више рада, но што је сама примила, па чак нта више ни онолико, колико је примила, већ увек нешто мање. Сада треба сада да испитамо, да ли је код свих ових простих машина принцип о конзервацији енергије (односно рада) остао неповређен. Ради тога треба, да израчунамо рад на оном крају механе, где га она прима и на ономе крају где га она прима па ако су та два рада једнака, знаћи да је принцип о конзервацији енергије важноваван за све просте машине, као год и за све машине, које су из простих изведене.

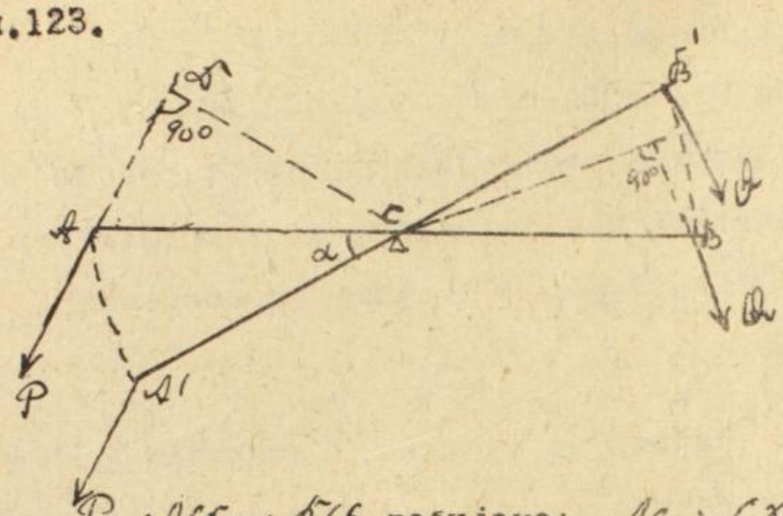
Почнимо испитивање са полугом. Код двокрако равнокране полуге видели смо већ, да је сила равна терету, што нам већ само казује, да је код такве полуге принцип о конзервацији енергије сачуван. За двокраку разнокраку пак полугу имали смо овај услов за равнотежу: $P \cdot C\Delta = Q \cdot CE \ldots (\alpha)$.

. . . . . (сл.123). Померимо сад полугу за извесни мали угао α тако да нам сила P изврши рад $P \cdot \overline{AD}$, а сила Q пак рад: $Q \cdot \overline{B'B}$

Ако је принцип о конзервацији рада важноваван, мора бити

$$P \cdot \overline{AA'} = Q \cdot \overline{BB'} \quad \ldots\ldots (\beta).$$

сл.123.



Из геометрије је пак позна то, да су луци правосрезмерни са својим одговарајућим полупречницима, те је:

$\overline{AA'} : \overline{AC} = \overline{BB'} : \overline{BC}$ тј.

$$\overline{AC} = \frac{\overline{AA'} \cdot \overline{BC}}{\overline{BB'}} \quad \ldots\ldots (\beta)$$

Из сличних троуглова:

$\triangle ACD \sim \triangle BCE$ добијамо: $AC : CD = BC : CE$ тј.

$$CD = \frac{AC \cdot CE}{BC}$$

и кад ову вредност заменимо у једначину (α) добићемо: $P \cdot \frac{AC \cdot CE}{BC} = Q \cdot CE$ тј. $P \cdot AC = Q \cdot BC$.

Ако сад у овој једначини заменимо вредност за AC из једначине (β) биће: $P \cdot \frac{\overline{AA'} \cdot \overline{BC}}{\overline{BB'}} = Q \cdot CE$

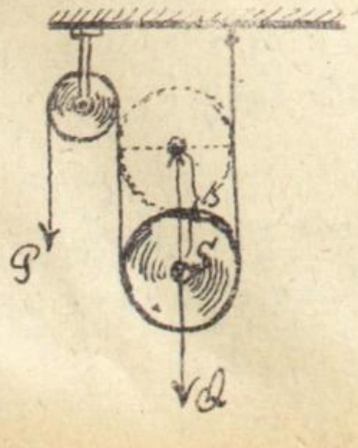
или како је $BC = CE$ то је: $P \cdot \frac{\overline{AA'} \cdot \overline{BB'}}{\overline{BB'}} = Q \cdot \overline{BB'}$

Како је ова последња једначина (идентична са једначином β), која у себи садржи (принцип) услов о конзервацији енергије, то значи, да је и код двокраке разнокраке полуге принцип о консерв. енергије сачуван.

Сасвим је јасно, да је и код свих осталих машина, које су основане на полузи (теразије, кантар, вага итд.) такође сачуван принцип конзервације енергије.

И непокретним котуром не добијамо ништа у снази, што значи да је и код те просте машине (која је само опет једна врста полуге) сачуван принцип о конзервацији енергије. Међутим нашли смо да нам код покретног котура треба мање силе од терета, -дакле непосредно се не увиђа да је принцип сачуван; стога ћемо се потрудити и доказати.

сл.124.



Кад се центар покретног котура попне за висину s тј. кад терет Q изврши рад $Q \cdot s$ тада ће сила P намотати уже у дужини $2 \cdot s$ и њен је рад $P \cdot 2s$

Принцип конзервације енергије захтева да је $Q \cdot s = P \cdot 2s$ Међутим ми знамо да је код покретног котура $P = \frac{1}{2} Q$

те заменом добијамо:

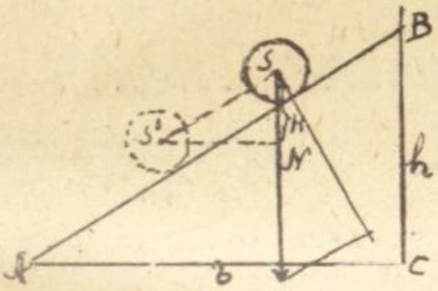
$A.s = \frac{1}{2} Q.2s$ дакле $A.s = A.s$ чиме је за ову машину принцип консерв. енергије доказан.

Код аритметичких котурова видели смо да је: $P = \frac{Q}{2n}$ где је n број парова котурова. Кад терет пређе пут s - изврши дакле рад $A.s$ онда ће сила P намотати свих $2n$ делова ужета, дакле извршиће рад $P.2ns$ Принцип консервације енергије под условом је да је: $A.s = P.2.n.s$ Заменимо овде горњу вредност за P, па је $A.s = \frac{Q}{2n} \cdot 2ns$ тј. $As = A.s$ чиме је принцип доказан.

За остале машине са окретањем може се исто тако лако доказати, да и код њих постоји принцип о консервацији енергије.

Покажимо, да исти принцип вреди и за другу групу простих машина, чији је главни преставник стрма раван.

сл.125.



Тело S док је под дејством силе P склизило до S' извршило је рад $P.SS'$; а рад тог истог тела, кад би падало вертикално под дејством своје тежине био би: $A.SN = A.H$

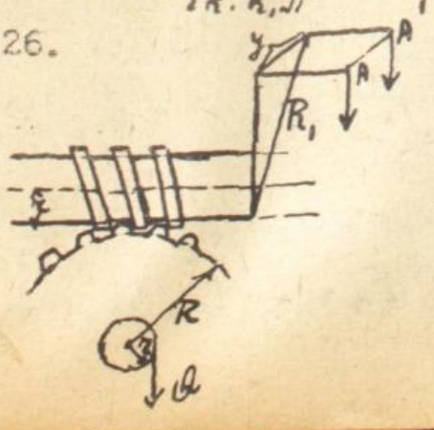
Услов принципа консервације енергије садржан је у једначини $P.SS' = A.H$ ....(α)

За равнотежу код стрме равни имали смо једначину $P : Q = h : l$ ....(161). Како је пак $\Delta SS'N \sim \Delta ABC$ те према томе и: $h : l = SN : SS'$ то поређењем добијамо даље: $P : Q = SN : SS'$ или $P.SS' = Q.H$

Како је ова једначина потпуно индентична са једначином то је дакле доказано што се хтело доказати.

Да прегледамо још како стоји још у томе погледу мало сложенија машина - бескрајни завртањ. Нашли смо да је за равнотежу те машине услов: $P = Q \frac{2.h}{2R.R_1\pi}$

сл.126.



Рецимо да смо полугу R окренули силом P за мали угао тј. нека је пут нападне тачке A био "y", тада је рад силе био P.y.

Тим покретањем полуге дигли смо терет Q рецимо за висину x те је рад терета $A.x$. Но за то се време покренуо и зупчаст точак - рецимо за z, која ду-

дужина z мора бити таква, да постоји сразмера: $x : z = 2 : R \ldots (\alpha)$

Кад полугу обрнемо једнапут, тј. кад је пут $y = 2R\pi$ цела периферија, онда се зупчасти точак помери за h - висину једног з вртњевог хода; тада добијамо однос: $2R\pi : h = y : z$

одакле је пак: $h = \frac{2R\pi z}{y}$ из једначине (α) доби се: $z = Q \cdot \frac{z_2 R_1 \pi x}{2R_2 y\pi} = Q \cdot \frac{2z R x}{2R z y} = Q \cdot \frac{x}{y}$

или према томе $P \cdot y = Q \cdot x$ - - - - тј. рад силе раван је раду терета чиме је закон принципа доказан.

Овим смо завршили статику чврстих тела, у којој смо проучили све услове за равнотежу свих тела, а сад можемо прећи и на проучавање к р е т а њ а чврстих тела - дакле на д и н а м и к у ч в р с т и тела или г е о д и н а м и к у.

Д И Н А М И К А Ч В Р С Т И Х Т Е Л А.

§ 49.

Још одмах у почетку помињали смо кретања са сталном и кретања са промењивом брзином. За ј е д н а к о смо кретање нашли тада образац $s = c \cdot t$; $c = \frac{s}{t}$; $t = \frac{s}{c}$. Казали смо тада, да кретање може бити п р о м е њ љ и в о (правилно) и н е ј е д н а к о п р о м е њ љ и в о (неправилно); затим, да правилно промењиво кретање може бити једнако убрзано и једнако успорено; и н е п р а в и л н о, пак неједнако убрзано или неједнако успорено.

Видели смо код једнако убрзаног- односно једнако успореног кретања, да је брзина п р о м е њ љ и в а, v , али да је прираштај брзине - акцелерација или убрзање - једнака за сваку секунду.

Сем тога смо нашли да ако је почетна брзина с једнако промењивог кретања била $v = 0$ онда је брзина на крају прве секунде била $v_1 = a$ а на крају друге секунде $v_2 = 2a$, треће $v_3 = 3a$ и у опште брзина на крају t-ме секунде биће: $v_t = a \cdot t$

Како смо у §§ 9-14 извели све потребне обрасце и за ове две врсте кретања, то се на ту ствар нећемо више ни враћати, већ ћемо прећи

на проучавање кретања оних тела, која слободно падају, проучаваћемо даље д и н а м и к у м а т е р и ј а л н е т а ч к е.

§ 50.

С л о б о д н о п а д а њ е.

На свако тело делује стална - континуарна сила земљина, коју смо назвали т е ж о м и услед које тело, које је потпуно слободно у простору, које ни на који начин није утврђено, пада вертикално на ниже - правцем теже.

Поменуто је у почетку, да трајне силе изазивају неједнака кретања, те ће и земљина сила - тежа, као трајна сила изазивати увек неједнако кретање, које је за слободан пад једнако убрзано, а за пењање у вис једнако успорено.

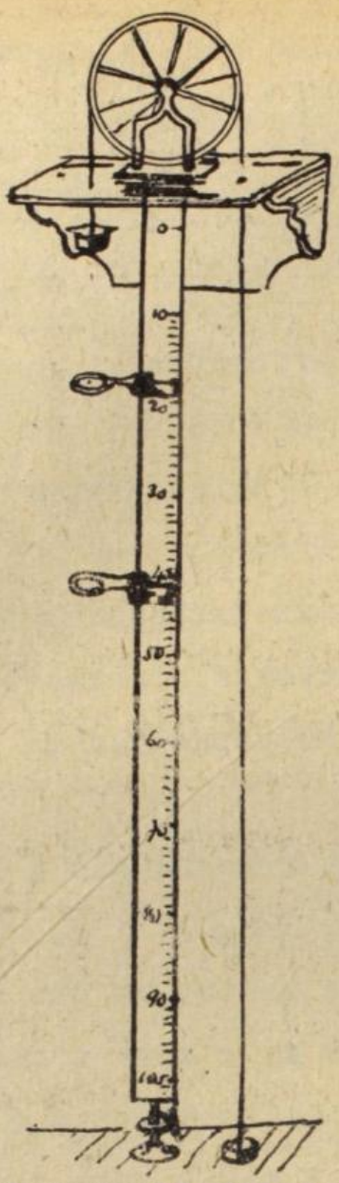
Сви обрасци изведени за неједнака кретања као и обрасца из §12. важе и за слободно падање тако је напр: $v = g \cdot t$, $s = \frac{gt^2}{2} = \frac{v^2}{2g}$, $v = \sqrt{2gs}$ итд. Нама је пак познато да смо ми све те обрасце изводили чисто теориски - математичким -, те их с тога и експрементално треба доказати пре него ли их примимо као готове. Тнапр: ако експрементално докажемо, да је образац $s = \frac{gt^2}{2}$ тачан, онда знамо лако израчунати пређени пут падања за произвољан број секунада, као год и време падања са одређене висине.

Експрементом - клатном - доказана је и тачно одређена вредност земљиног - теног - убрзања g и оно за сваку секунду износи у округлом броју за нашу географску ширину 9,806 мет. (Кат. кад се земљино убрзање теже заокругљава и на вредност $g = 10$ мет.).

Убрзање g одређивано је експременталним путем, јер и као што се из величине тога убрзања види - слободно падање тела је врло брзо те му убрзања непосредно не можемо мерити, први је данде физички метод неупотребљив.

А Т В У Д О В А М А Х И Н А.-

Удешавање су разне справе, помоћу којих би могли посматрати кретања слободнога пада. Међу свима таквим справама нарочито се одликује атвудова махина (сл 127).



На дужем или краћем стубу налази с
озго точкић од алуминијума, преко кога је
пребачен врло фини конац. Да би трење ко
осовине тога котура било што мање, осови
му је постављена на четири стална а н -
т и ф р и к ц и о н а точкића.

Кад бисмо пустили, да каво тело пада
као и у природи са убрзањем $g = 9{,}806$ м. у
сек ; онда таква падања не бисмо могли
таква посматрати, стога брзину падања по-
дешавамо тако, да ново падање можемо по-
сматрати; а да закон за такво кретање из-
ведени вреде и за слободно падање у при-
роди. Ради тога подешавања (падања) тела, вешају се
о крајеве конца, који је пребачен око по-
менутог алуминијевог точка, извесни тего-
ви. Кад бисмо на једноме крају само обесили
тег и пустили га, он би сасвим слободно
падао као у природи, али ако и на другом крају истога конца обесимо ис
ти толики тег, онда ће један. кад се мало повуче, падати, и уз то вући с-
нај други на више, услед чега му се очевидна брзина падања мора у неко
лико смањити.

Да би било правилности при падању, то се тело о концу претегн
једним покреће. На једном се месту стуба утврди прстен, кроз који може
проћи обешен тег, али не може проћи и прстен, који је у облику плоче, већ
ће се тај прстен зауставити ту на томе прстену.

Цео је стуб машине подељен на см.

На атвудовој машини треба удесити ово троје:

1/.- да се цео систем тегова креће.

2/.- да се претег на извесном месту заустави; и

3/.- да се и тегови зауставе где треба.

Кад се цео систем кренуо, нека је за прву секунду прешао 10см
на томе месту сад нека је био прстен, који ће претег задржати. Тег ћемо
пустити, да се креће још једну секунду и после тога времена заустав ће

га асталчићем;но асталчић можемо поставити и на такво место где ће ме-ло стићи тек крајем друге,треће или t секунде.

Нека је пут прве секунде био 10 см.онда ће пут друга секунда бити 2.10 = 20 см, трећа 3.10 = 30 см.итд.јер претег р има дејство трен нутне силе.Пут t секунде биће у опште; $s = 10 \times t$ или како ј је овде 10 = с тј.почетна брзина то је $s = c.t$ чиме је и експерименто доказан образац за пут једнаког кретања.

Већ је овим доказан и образац $v = a.t$ јер у место што смо ставили $c = 10$, ставимо $a = 10$ то је $v = a.t = g.t$

При оверавању закона за пут неједнаког кретања не треба нам претег и прстен,већ само тегови - асталчић.Нека је тег за прву секунду прешао пут од 10 см., јер га је ту асталчић на крају прве секунде зауставио.Пустимо по том,да тег пада две секунде,па ћемо видети да асталчић треба да зауставимо на 40 см.Ако хоћемо да тег падне 3" мораћемо асталчић ставити на 90 см.те је према томе за једну секунду било $s_1 = \frac{20}{2} \cdot 1^2$ - - - - а за две секунде је $s_2 = \frac{20}{2} \cdot 2^2$ - - - за три секунда је $s_3 = \frac{20}{2} \cdot 3^2$ - - - - и у опште за t" биће пређени пут $s_t = \frac{20}{2} \cdot t^2 = \frac{a}{2} \cdot t^2 = \frac{gt^2}{2}$ - - - - - - - пошто је $a = g = 20$ убрзање падања (падање на прву секунду).Ако подесимо да убрзање a буде равно $g = 9{,}805$ онда атвудовом машином оверавамо и образац слободног падања под утицајем теже,која гласи $s = \frac{gt^2}{2}$

Проблем слободног падања први је решио ГАЛИЛЕЈ,ма да је и пре њега постојало неко решење тога проблема,само је то решење било из основа погрешно.Тнапр.Галилеј је утврдио да на истој географској ширини сва тела са истом висином падају истом брзином,те је према томе постављен закон:да сва тела у безваздушном простору за иста времена прелазе слободним падањем исте путове,дакле,да су ти путови слободног падања независни од маса тела.

Међутим пре Галилеја,а нарочито од Аристотела тврђено је;да тела у толико брже падају,у колико им је маса већа,или пре је исто,у колико су та тела тежа.

Да још сумирамо обрасце слободног падања.Нашли смо најпре је $v = g.t$ тј.да је крајња брзина падања сразмерна времену

падања (пошто је g сталан коефицијенат). Затим смо нашли и експериментом доказали: $s = \frac{g \cdot t^2}{2}$ да је пут слободног падања сразмерне квадрату времена паддања. После да је $s = \frac{v^2}{2g}$ тј. пређени је пут сразмеран квадрату крајње брзине; после да је $t = \sqrt{2s/g}$ или да је време слободног падања сразмерно квадратном корену из пута; и најзад, да је $v = \sqrt{2gs}$ тј. и крајња је брзина такође сразмерна квадратноме корену из пута.

§ 51.

КРЕТАЊЕ БАЧЕНОГА ТЕЛА.

Путања баченога тела може се одредити само онда, кад се зна брзина, којом се креће тело у датом времену, и у датом правцу, јер простор, који је оно за време свога кретања прешло, зна се по законима о слободноме паду, да је сразмеран квадрату времена.

Кад ми неко тело бацимо право у вис, тренутним дејством своје мишићне снаге дајемо му извесну сталну брзину c, којом би се оно непрестано кретало, да само на њега не дејствује у супротноме правцу тежа, још од онога тренутка, чим смо га из руке пустили. Крајња је брзина тога кретања $v = c - gt$ Очевидно је, да ће се то тело кретати на више све дотле док v не постане равно нули, дакле док не постане $c - gt = 0$ или $c = gt$ одакле добијамо и време за које ће бачено тело бити на највећој висини, јер је оно $t = \frac{c}{g}$ Наравно ми овде не водимо ни мало рачуна о отпору ваздуха, који је доста великог дејства.

Како је $s = ct - \frac{gt^2}{2}$ образац за пут једнако успореног кретања, то кад у њему заменимо горњу вредност времена пењања.; $t = \frac{c}{g}$ добићемо висину до које ће се попети тело бачено право у вис. Биће:

$$s = \frac{c}{g} \cdot c - \frac{g \cdot c^2}{2g^2} = \frac{c^2}{g} - \frac{c^2}{2g} = \frac{2c^2 - c^2}{2g} = \frac{c^2}{2g} = h \ldots\ldots\ldots (179).$$

Али како знамо да је $c = gt$ то заменом тога у образац (179) добићемо:

$$h = \frac{g^2 t^2}{2g} = \frac{gt^2}{2} \ldots\ldots\ldots (180)$$ а ово је значио и образац за пут тела, које слободно пада за време t. Према овоме долазимо до става; "Кад се неко тело баци право у вис (у безваздушном простору) то је његова висина пењања равни висини слободног падања за исто време."

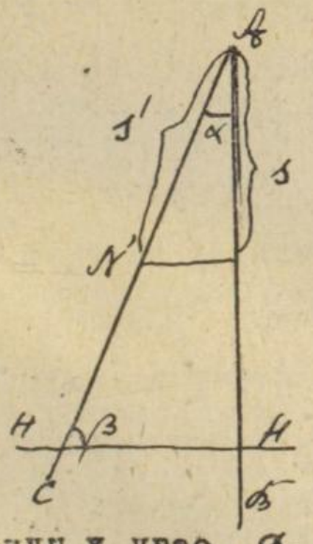
Другим речима, за исто време тело ће у бесконачном простору прећи исти пут, било да слободно пада, било да се вертикално пење у вис. Овај је закон у физици познат под именом Мерсенне -овог Закона.

Код слободног смо падања имали за пут образац $s = \frac{v^2}{2g}$ а сад код пењања у вис имаћемо $s = \frac{c^2}{2g}$ па како мало час изведемо закључак, да су оба та пређена пута једнака, то је и $\frac{v^2}{2g} = \frac{c^2}{2g}$ односно $v = c$ дакле: крајња брзина са којом тело бачено право у вис пада, једнака је почетној брзини са којом се тело кренуло у вис.

У опште доказано је у свакој тачци свога пута бачено тело у истим околностима при пењању и при падању (имаће исту брзину), то ће рећи, да ако тело при пењању у тачци А има брзину m, то ће имати исту ту брзину И при падању у истој тачци А.

Има случајева, када тело бачено вертикално не може да се тако и креће, већ услед каквих препрека принуђено је, да се креће по равни, која са вертикалном заклапа известан угао α.

сл. 128.



За тај је случај пут $s' = s \cos\alpha$ или како је $s = \frac{gt^2}{2}$ добићемо:

$$s_1 = \frac{gt^2}{2} \cdot \cos\alpha \quad \ldots\ldots (181).$$

Исто је тако и $v' = v \cdot \cos\alpha$ или кад ставимо нађену раније вредност $v = \sqrt{2gs}$ добићемо: $v' = \cos\alpha \sqrt{2gs}$!!!!(180). Дакле као што се види, и за овакво кретање добијамо исте обрасце као и за сва досад неиспитивана кретања, само што сад морамо уводити у рачун и угао. α.

Кад бисмо увели у рачун и угао β тј. угао између равног кретања AC и хоризонталне равни HH (сл. 12;), добили би смо исте горње обрасце, само се свуда место $\cos\alpha$ јавља $\sin\beta$ те је дакле:

$s'' = \frac{gt^2}{2} \cdot \sin\beta \ldots (183)$ и $v'' = \sin\beta \sqrt{2gs}$ ..... (184)

§ 52.

Од кретања по прописаној - по у напред одређеној путањи поменућемо к л и з а њ е или кретање по стрмој равни. Овакво је кретање спорије од кретања слободног падања, јер се не дешава под дејством целе

тежине тела, већ само под дејством једне њене компоненте P, док другу ко
поненту N потире подлога стрме равни. (О томе је у неколико било говор
у § 45.).

Ако стрма раван на свима својим деловима има исти нагиб, тело
ће по њој клизити једнако убрзано, тако да сви обрасци о слободном пада
њу важе и за ово кретање - клизање с тим, да је само g увек мање
од 9,806 мет, и то у толико је мање у колико је мањи нагиб α стрме рав

" Убрзање клизања по стрмој равни има се према убрзању слобо
ног падања као висина стрме равни према њеној дужини."-Доказ овога ста
састоји се у овоме. Зна се из образаца (162)..... $P = \frac{Qh}{l} = Q \sin\alpha$
где је h = висина а l = дужина стрме равни са нагибом α. Ако је пак м
са тела m, а убрзање које сила P даје томе телу g' онда је $P = mg'$
међутим истом телу масе m цела тежина Q даје убрзање g слободног пада
па је $Q = m \cdot g$ Заменом овога у образац (162) добиће се: $mg' = \frac{mg \cdot h}{l}$
тј. $g' l = g \cdot h$ одакле је $g' : g = h : l$ .....(185) у коме је
обрасцу садржано горње правило.

Општи је образац за пут убрзаног кретања: $s = \frac{gt^2}{2}$
и за клизање по стрмој равни ваља само ставити: $g' = g \sin\alpha = \frac{h}{l}$
па је: $s_1 = \frac{gt^2 \cdot h}{2l}$ Из ових двеју вредности добијамо размеру

$s : s_1 = \frac{gt^2}{2} : \frac{gt^2 \cdot h}{2l}$ и.ј

$s : s_1 = h : l$ ....(180) из чега се види, да и за пут кли
зања важи исто - претходно правило за убрзање.

Кад неко тело клизањем пређе целу стрму раван, извршило је пу
$s = l$ а крајња је брзина слободног пада - као што се зна - $v = \sqrt{2gs}$
и овде ваља за клизање ставити $g' = g \cdot \sin\alpha = g \cdot \frac{h}{l}$ те је:
$v = \sqrt{\frac{2ghl}{l}} = \sqrt{2gh}$ Овим је пак доказано, да је крајња брзина
клизања иста као и крајња брзина слободног падања али са исте висине,
коју има стрма раван.

Најзад узимимо и ово. Из обрасца: $s = \frac{gt^2}{2}$ добијамо врем
слободног падања: $t = \sqrt{\frac{2s}{g}}$;ако ставимо: $g' = g \cdot \frac{h}{l}$ добићемо
за време клизања: $t_1 = \sqrt{\frac{2sl}{gh}}$ а од ове једначине добија се р
мера са горњом једначином да $t : t_1 = \sqrt{\frac{2s}{g}} : \sqrt{\frac{2s}{g} \cdot \frac{l}{h}}$; $t : t_1 = 1 : \sqrt{\frac{l}{h}}$;

$t : t_1 = h : l$ .....(187) дакле време слободног падања

има се према времену клизање,као висина стрме ревни према њеној дужини.

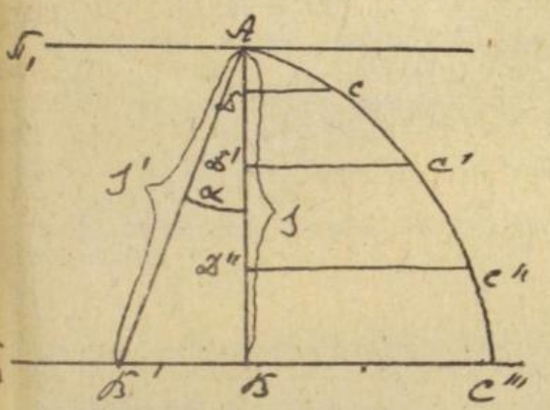
§ 53.

П О Т Е Н Ц И Ј А Л.

Нашли смо да је тело тежине Q ,које је прешло пут s извршило рад $R = Q.s$ за случај када се правац кретања подудара са правцем силе. Када та два правца међу се заклапају извесан угао α ,рад,који то тело изврши био би: $R = Q.s\cos\alpha$.

На основу тога увимимо да расмотримо кретање неке тачке А која се налази у равни Π_1 (сл.129) а креће се ка равни Π_2 ,најкраћи пут тачке А од до Π_1 до Π_2 је нормално остојање АВ тих две равни,те је и рад тачке А,ако је само њена тежина Q ,дат једначином: $R = Q.s$

сл.12:.



Али тело А не мора се кретати најкраћим путем од Π_1 до Π_2 већ се може кретати произвољним правцем $AB' = s'$ који са вертикалом АВ заклапа угао α .Знамо да је за тај случај рад тела А престављен обрасцем: $R = Q.s'\cos\alpha$ но како је: $s' = \frac{s}{\cos\alpha}$ то је и за тај случај: $R = Q.\frac{s}{\cos\alpha}\cdot\cos\alpha = Q.s$ Отуда видимо,да је рад исти.па кретало се тело дужим ,или краћим или чак и најкраћим путем.

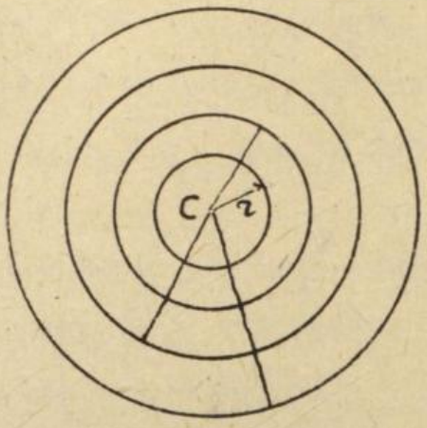
До истог резултата долазимо и за случај,када је путања крива линија,јер сваку криву линију можемо сматрати као састављену из врло много елементарних правих,од којих за сваку поједину важи горњи став,па такле и за све скупа.Укупна пројекција криве путање AC''' је права АВ. За део АС криве путање рад ће бити: $R_1 = a \cdot$ АД.Исто је тако за део СС' криве путање рад тела: $R_2 = Q.\Delta\Delta'$ за део С'С" рад ће бити: $R_3 = Q.\Delta'\Delta''$ итд.Целокупан ће рад тела А,које секрекекривом путањом $CC'C''C'''$ бити: $R = Q(A\Delta + \Delta\Delta' + \Delta'\Delta'' + \Delta''B) = Q.A\Delta = Q.s$

Овај нам образац показује,да се рад некога тела не мења било да му је путања права,било да је крива,само њихове исте пројекције морају бити једнаке.

Нисмо напред казали,али је то само по себи врло јасно,да рада

нема све док се тело креће по једној истој површини, другим речима, рад јавља онда, кад тело прелази из једне површине у другу. Да то буде јасно узећемо за пример земљу и њену тежу; сматрајмо земљу као лопту, и узмимо

сл.130.



неколико концентричних лопти лоптом зрнље (r).

Знамо да је тежа g ист за сва места на површини ј исте кугле, а то пак значи, да да нема све дотле, док се тело креће по површини једне исте кугле, Међутим када се тело пр од површине једне кугле ка по шини друге кугле, па затим треће, четврте, итд. онда знамо да ће са промен ном полупречника кугле мењати и тежа g , што пак значи, да при таквом кретању постаје рад.

Свака површина појединих кугала - у опште свака површина по којој се врши какво кретање без рада - зове се површина н и в о с к површина нивоа или још е к в и п о т е н ц и ј а л н а површина Линије пак по којима тело прелази из једне нивоске површине у другу зову се л и н и ј е с и л а или т е ж н е л и н и ј е. Тако напр. површ ну воде морске зовемо нивоском површином; јер тело које по њој креће н даје никакав рад. Линије сила морају бити увек управне на екв потенц јалне површине (правац теже) о томе ће бити више говора код магнетизм и Електрицитета).

Нивоске површине можемо одређивати барометром, јер докле год барометар при кретању с места на место показује, на једом истом стању, дотле се кретање са барометром врши по једној нивоској површини.

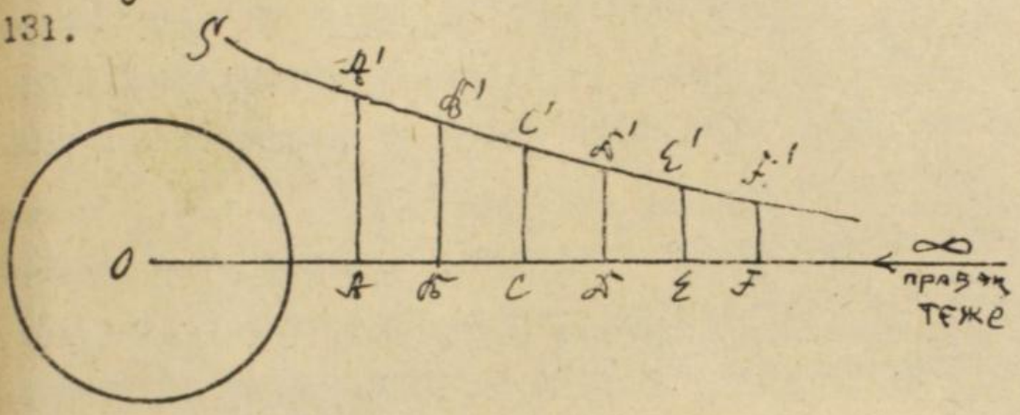
Јасно је да једну нивоску површину можемо поставити преко ко било планете, као и то да такву нивоску површину можемо замислити и у б крајности. Ако сад замислимо, да се неко тело креће из те нивоске повр не у бескрајности ка земљи - њеноме центру - онда ће, речено је већ, то тело вршити рад, који за овакав случај зовемо п о т е н ц и ј а л о м или т о т А л н и м р а д о м.

Потенцијал је дакле рад тела јединице тежине које пада из бе

бескрајности ка земљи до ма које тачке, или обратно то је рад тела које се са ма кога места пошне у бескрајност.

Почетна брзина тела, које из бескрајности пада, биће $c=0$ та се брзина сваке секунде повећава убрзањем теже - дакле приратај брзине "g".

сл.131.



Ако времена пада наносимо као апсисе, а одговарајуће брзине као ординате па крајње тачке тих ордината посаставимо добићемо криву S (сл.131), која нам показује растење брзине, ако се тело пене са земље у бескрајност.

По § 21. знамо да је рад тога тела које пада представљен површином између криве S, апсисе, која је овде правац тела - и крајних ордината за посматрано време пада; отуда излази, да је тоталан рад масе већи кад јој је и брзина већа, тј. што се то тело при паданју све више приближава земљи.

Да бисмо дошли до обрасца за потенцијал морамо најпре одредити колика ће бити рад јединице тежине нпр. за време док ордината BB' дође у положај ординате AA'. Ако је M маса земље, а m маса тела за које тражимо потенцијал, а ρ_1 остојање AO и ρ_2 остојање BO, онда ће по Њутновом закону гравитације (о коме ће бити говора доцније) привлачна снага земљина бити правосревмерна масама, а обрнуто квадратима остојања

Почеће је привлачна снага земљина за тачку A ова: $f_A = \frac{Mm}{\rho_1^2}$ а за тачку B биће: $f_B = \frac{Mm}{\rho_2^2}$

Кад бисмо ове силе f_A и f_B помножили још са путовима тачака A и B (а то су остојања ρ_1 и ρ_2) онда бисмо добили извршене радове тих тачака Ако је рад тачке A v_A а тачке B пак v_B онда је $v_A = f_A \cdot \rho_1$ и $v_B = f_B \cdot \rho_2$ или $f_A = \frac{Mm}{\rho_1^2} \cdot \rho_1 = \frac{Mm}{\rho_1}$

и $f_B = \frac{Mm}{\rho_2^2} \cdot \rho_2 = \frac{Mm}{\rho_2}$

Очевидно је, да ће рад за време кретања од B до A бити раван разлици $V = V_B - V_A$ тј. $V = \frac{Mm}{\rho_2} - \frac{Mm}{\rho_1}$ ....(189).

$$V = Mm\left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1}\right) = Mm\left(\frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 \cdot \rho_2}\right) \text{ ....(190).}$$

Ако претпоставимо да је $\rho = \infty$ тј. да је тачка B која се креће ка тачки A у бескрајности, онда ће рад кретања те тачке бити: $V = \frac{Mm}{\infty} - \frac{Mm}{\rho_1} = -\frac{Mm}{\rho_1}$ ....(191) а према ранијој дефиницији потенцијала, образац (191) није ништа друго до вредност потенцијала за земљу (масе M) и тело (масе m).

Образац (191) можемо речима изказати овако: кад се маса m креће из бескрајности ка маси M, и заустави се удаљена од обе за ρ_1, онда је њен потенцијал раван негативном количнику из производа маса његових и раздаљине.

Зна се да се месец окреће по једној извесној површини око земље и ми можемо узети, да је он дошао у овај положај падајући из бескрајности ка земљи, те знајући масу земљину M и масу месечеву m, као и њихову садању раздаљину ρ можемо наћи потенцијал земљин на месец, као год и обратно потенцијал месечев на земљу.

На тај начин у стању смо наћи потенцијале између свих небесних тела, само ако им знамо масе и раздаљине.

§ 54.

СЛАГАЊЕ КРЕТАЊА.

У досадањим проучавањима занимали смо се само са простим кретањима, која су се дешавала под утицајем само једне силе, те према томе су то била кретања по правој линији. Али ако на једно тело дејствује више од једне силе, онда ће његово кретање бити сложено и то или из два једнака или из два неједнака, или најзад из једнога једнаког и једнога неједанког кретања. Сложена кретања могу бити и по правој и по кривој путањи.

Нека је сложено кретање састављено из два једнака кретања са брзинама c_1 и c_2 а једновременим путовима $s_1 = c_1 t$ и $s_2 = c_2 t$ онда ће резултујуће кретање бити: $s = s_1 \pm s_2 = c_1 t \pm c_2 t = t(c \pm c_2)$ ....(192)

где је знак + за кретање истог правца (смисла), а знак - за кретања супротног смисла.

Исто ово добијамо и за слагања неједнаких кретања истог и супротнога смисла, јер ако су за два неједнака кретања почетне брзине c_1 и c_2 и убрзања p_1 и p_2 онда су једновремени путови $s_1 = c_1 t \pm \frac{p_1 t^2}{2}$ и $s_2 = c_2 t \pm \frac{p_2 t^2}{2}$. Резултујући пут биће раван алгебарској суми ових путова, дакле: $s = t(c_1 \pm c_2) \pm \frac{t^2}{2}(p_1 \pm p_2)$ .....(193), или ако ставимо $c_1 \pm c_2 = c$ и $p_1 \pm p_2 = p$ добијамо: $s = ct \pm \frac{pt^2}{2}$ ....(194) што значи да је резултујуће кретање опет неједнако.

Лако је извести и резултантно кретање из n једнаких простих кретања, јер је: $s = t(c_1 \pm c_2 \pm c_3 \pm \cdots \pm c_n) = \Sigma_n(c).t$ .....(195) а за једнака кретања биће:

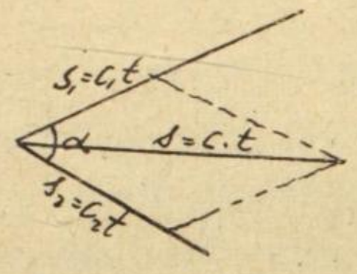
$s = t(c_1 \pm c_2 \pm c_3 \pm \cdots \pm c_n) \pm \frac{t^2}{2}(p_1 \pm p_2 \pm p_3 \pm \cdots \pm p_n) = \Sigma_n(c).t \pm \Sigma_n(p)\frac{t^2}{2}$ .....(196).

Али кретања не морају увек бити истога и супротнога смисла, већ могу бити и под угаом. За тај ћемо случај добити, као што ћемо видети, паралелограм кретања, кад неко тело у исто време добије ~~добије~~ два кретања у разним правцима, време добије два кретања у разним правцима - под углом ~~углом~~ α - онда је јасно, да се оно неће кретати ни једним ни другим, од та два правца, већ неким новим - трећим правцем, који је нека средина између прва два.

При слагању два једнородна кретања, увек ћемо добити као путању резултантног кретања праву линију; крива путања добија се као резултантно кретања од два распоредна кретања под углом. О томе се уверавамо правилима аналитичне геометрије, јер ћемо за једначине оне линије, која нам представља геометријски - тј. графички резултантно кретање доћи, кад из једначина за путове компонујућих кретања избацимо време t. Тако ако су компонујућа кретања једнака и то $s_1 = c_1 t$ и $s_2 = c_2 t$ онда ћемо деобом тих једначина добити једначину $\frac{s_1}{s_2} = \frac{c_1}{c_2}$ из које је као што се види елиминисано време t. Ставимо ли сад $s_1 = x$ а $s_2 = y$ онда је $\frac{x}{y} = \frac{c_1}{c_2}$ или $y = \frac{c_1}{c_2} x = cx$ а c се са $\frac{c_1}{c_2}$ означи. Последња је пак једначина аналитички преставник праве линије јер су координате x и y првог степена.

Исто је то и са случајем кад су обе компоненте кретања

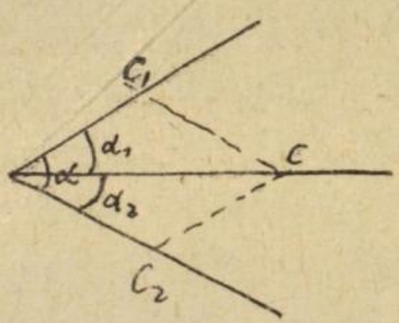
сл.131.



променљиве, јер је: $s_1 = a_1 \cdot \frac{t^2}{2}$ и $s_2 = a_2 \cdot \frac{t^2}{2}$ а деобом биће t избачено, јер се добија: $\frac{s_1}{s_2} = \frac{a_1}{a_2}$ или $\frac{x}{y} = a$ одакле је $y = ax$ ~~одакле је y~~ дакле опет права линија. За случај да је једно кретање једнако напр. $s_1 = c_1 t$ а друго неједнако: $s_2 = g \cdot \frac{t^2}{2}$ природу резултанте путање опет ћемо наћи избацивањем времена t ;из прве је једначине $t = \frac{s_1}{c_1}$ те заменом тога у другу биће: $s_2 = g \cdot \frac{s_1^2}{2c_1^2}$ или по аналитичкој геометрији: $y = x^2 \cdot \frac{g}{2c_1^2}$ а ова нам пак једначина представља параболу, што значи, да је резултантно кретање у овоме случају збиља по кривој путањи.

Како и брзине представљамо дужинама као и силе, то можемо лако увидети, да имамо паралелограм, полигон и паралелопипед брзина, као год и сила, према којима добијамо и обрасце за

сл.132.



резултанту брзину, као и за резултујућу силу тј. за паралелограм брзина биће: $c = \sqrt{c_1^2 + c_2^2 + 2c_1c_2\cos\alpha}$ ..... (197) а правац те брзине биће нам одређен једначинама: $\sin\alpha_1 = \frac{c_2 \sin\alpha}{c}$ и $\sin\alpha_2 = \frac{c_1 \sin\alpha}{c}$ које су сличне са одговарајућим једначинама за правац резултанте силе, за две силе под углом α .

И убрзања можемо слагати по паралелограму, по паралелопипеду и полигону. Резултантно би убрзање из два убрзања под углом α било: $a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos\alpha}$ ..... а правац тога резултантнога убрзања одређује се по једначинама $\sin\alpha_1 = \frac{a_2 \sin\alpha}{a}$ и $\sin\alpha_2 = \frac{a_1 \sin\alpha}{a}$

На овоме се дуже нећемо задржавати:

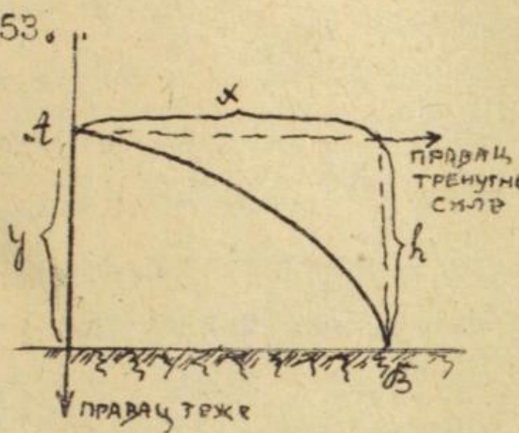
§ 55.

ПАРАБОЛНА КРЕТАЊА.

Параболна су кретања од врло великог, значаја у војничкој науци ньеној балистици, јер су параболе путање свих пушчаних и топовских зрна.

Галилеј је показао, да ће се тело, које је тренутном силом покренуто (бачено) хоризонтално са ма којом брзином, кретати не по правој - по тој хоризонталној - путању, већ по грани једне параболе.

сл.153.



Ако је тренутна сила дала неком телу А почетну брзину с, онда би хоризонталан пут тога тела био $x = c.t$ .....(α) за t секунада. Али ће на то тело одмах дејствовати и тежа земљина, која ће га све јаче вући ка центру земље; кретање у правцу теже бива по познатом нам закону пута, који је садржан у овој једначини: $y = g.\frac{t^2}{2}$ ..... (β).

Из једанчине је (α): $t = \frac{x}{c}$ ... те заменом у једначини (β) биће: $y = g\frac{x^2}{2c^2}$ ..... (198) а ово је пак једначина параболе.

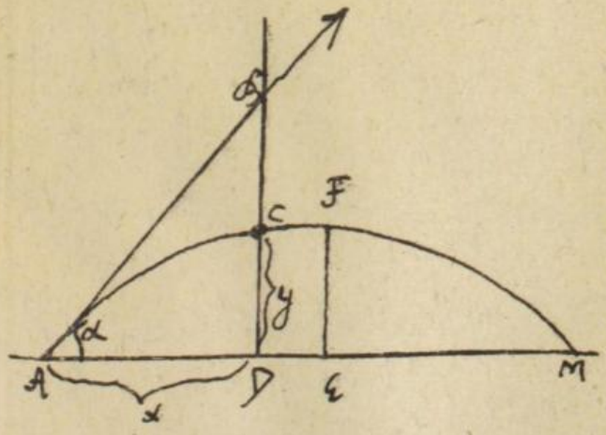
Из сл.133. види се, да ће тело, које је хоризонтално бачено, пасти на земљу, кад "у" буде равно висини h тј. када је $h = g.\frac{x^2}{2c^2}$

Одавде је пак $x = c\sqrt{\frac{2h}{g}}$ ..... (199). Ова нам једначина, као што се слике 133, види, одређује даљину бацања. Поређењем једначина (α) и (199) добија и: $c.t = c\sqrt{\frac{2h}{g}}$

или $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ ....(200)

ово је дакле време параболнога падања, које је, као што се види, исто са временом падања слободног, а са висине h (види § 50.)

сл.134.



Ако ли је тело бачено косо под елевационим углом α, добићемо тзв. коси хитац, а путања тако баченога тела биће пуна парабола, о чему ћемо се уверити, кад нађемо координате ма које тачке те параболе, напр. тачке С, јер какав је однос између координата те тачке, такав је исти однос између координата ма које тачке те криве - то је дакле закон - једначина те криве путање. Нека су координате тачке С, x и y, онда је из ΔABC : $x = AB\cos\alpha$ ...(α)

АВ је пак путања баченога тела под дејством саме тренутне силе, дакле је

је $AB = c.t$ те је $x = c.t.\cos\alpha$ .....(201).

Услед теже пак, која га ниже вуче бачено тело, то ће тело после t секунада бити не у B, већ у C те је: $y = BD - BC$ .....(β)

Из троугла ABD је $BD = c.t\cos\alpha$ и $BC = g.\frac{t^2}{2}$ ....(γ)

па је: $y = c.t.\sin\alpha - \frac{gt^2}{2}$ .....(202).

Однос између координата x и y налазимо избацивањем времена из једначина (201) и (202). Из једначина (201) је: $t = \frac{x}{c.\cos\alpha}$ те заменом тога у (202) добије се:

$$y = c\sin\alpha\frac{x}{c\cos\alpha} - \frac{g}{2}\cdot\frac{x^2}{c^2\cos^2\alpha}$$

$$y = x.t\alpha - \frac{gx^2}{2c^2}\cdot\frac{1}{\cos^2\alpha} \text{ .....(203) или у облику: } y = x.tg\alpha - \frac{gx^2}{2c^2}(1+tg^2\alpha) \text{ .....(204).}$$

Обе ове једначине нису ништа друго до једначине параболе.

У проучавању овога кретања за нас је најважнија тачка M односно дужина AM коју зовемо даљином домета, а које зависи од почетне брзине и елевационог угла. За тачку M је; y=o те једначина (204) добија

$$0 = x.tg\alpha - \frac{gx^2}{2c^2}\cdot\frac{1}{\cos^2\alpha} \quad \text{или}$$

$$x.tg\alpha = \frac{gx^2}{2c^2}\cdot\frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$\frac{x.tg\alpha}{x^2} = \frac{g}{2c^2}\cdot\frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{g}{2c^2.\cos^2\alpha.tg\alpha}$$

$$x = \frac{2c^2\cos^2\alpha.tg\alpha}{g} = \frac{2c^2\cos^2\alpha.\sin\alpha}{g.\cos\alpha}$$

$$x = \frac{2c^2\cos\alpha\sin\alpha}{g} \text{ ---------- најзад}$$

$$x = \frac{c^2\sin 2\alpha}{g} \text{ .....(205).}$$

Ова нам једначина показује, да даљина домета зависи од *sinus-a* двогубог елевационога угла.

Још је за нас важна тачка T, за коју y има *maximum* своје вредности. За ту је тачку координата $x = \frac{x}{2}$ те је управно половина од AM.

Како бачено тело достиже највећу висину после времена:

$t = \frac{c\sin\alpha}{g}$ то кад ту вредност за време ставимо у једначину

(203) добићемо као максималну вредност ординате y: $y = \frac{c^2 \sin^2 \alpha}{2g}$ ... (206)
и то нам је **висина косога хитца.**

Како је $\frac{c^2}{2g}$ стално за један исти хитац, то висина косога хитца зависи од елевационог угла. Ако узмемо да је елевациони угао $\alpha = 90^\circ$ тј. $\sin\alpha = 1$ то је висина домета *maximum* : $y = \frac{c^2}{2g}$ и тада је даљина домета: $x = \frac{c^2 \sin 2\alpha}{g}$ равна нули јер је

$\sin 2\alpha = \sin 180 = 0$

Ако једначину (204) решимо по $tg\alpha$, добићемо однос између домета и елевационог угла.

Дакле је: $y = x\,tg\alpha - \frac{gx^2}{2c^2} - \frac{gx^2}{2c^2} \cdot tg^2\alpha$

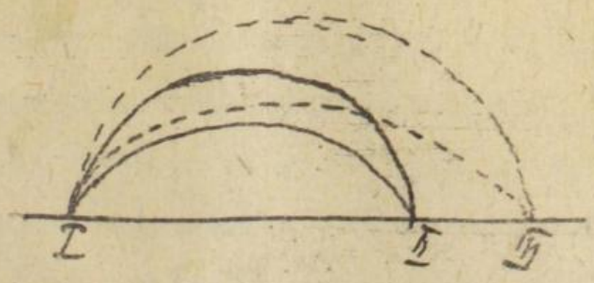
$$\frac{gx^2}{2c^2} \cdot tg^2\alpha - x\,tg\alpha = -y - \frac{gx^2}{2c^2}$$

$$tg^2\alpha - tg\alpha \cdot \frac{2xc^2}{gx^2} = -\frac{2c^2 y}{gx^2} - \frac{gx^2}{2c^2} \cdot \frac{2c^2}{gx^2}$$

$$tg^2 - tg\alpha \cdot \frac{2c^2}{gx} = -\left(\frac{2c^2 y}{gx^2} + 1\right)$$

$$tg\alpha = \frac{c^2}{2g} \pm \sqrt{\left(\frac{c^2}{gx}\right)^2 - \left[1 + \frac{2c^2 y}{gx^2}\right]} \quad \ldots\ldots (207).$$

Из ове 207^{ме} једначине видимо, да за исту даљину домета x имамо две вредности елевационог угла, дакле да са две разне параболе можемо добацити исту даљину домета. (сл. 135). Ако ли је поткорена количина у једначини (207) равна нули, даљину домета x можемо постићи само једном параболом под елевационим углом, за који је $tg\alpha = \frac{c^2}{gx}$



сл. 135.

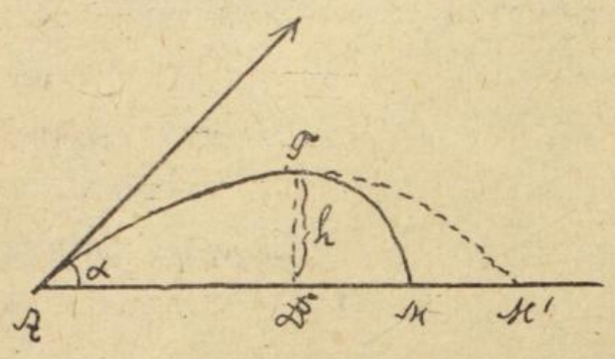
То је пак онда, када је $x = 45^\circ$ за тај је случај даљина домета x, *maximum*. За сваки други мањи опет од тога домета имамо по два угла, од којих је један ($45^\circ + \alpha$) и други ($45 - \alpha$).

Из ових досадашних образаца можемо доћи до споредних образаца за елевациони угао: $\sin 2\alpha = \frac{wg}{c^2}$ (одакле $c = \sqrt{\frac{wg}{\sin 2\alpha}}$ где је c брзина бацања, где је w даљина бацања.)

Но при сваком овоме испитивању нисмо ни најмање водили рачуна о отпору ваздуха, који је доста знатан, ипак толико већи, у колико је већа

маса,ми смо дакле сва испитивања вршили до сад у безваздушном простору простору.Отпор ваздуха чини пак,да парабола није правилна,већ је већма крива у другој својој половини - у грани падања.(сл.136).

сл.136.



Крива линија правог кретања тела у ваздуху,није ни једна од познатих нам кривих,већ изгледа да је састављена из делова свих познатих нам кривих,и добила је име балистичка крива линија.

За сваки појединн случај косога бацања морамо балистичку криву линију испитивати и прорачунавати понаособ,јер за балистичка кретања немамо још утврђених закона.

§ 56.

ЦЕНТРАЛНО КРЕТАЊЕ.

Тело ће се кретати по кружној линији,кад мења свој правац сваког тренутка под утицајем силе,која га привлачи једној утврђеној тачци - центру те криве путање.Такво кретање називамо централним.

Према томе,централно се кретање од криволинискога разликује у толико,што му је путања затворена,док код криволиниског може бити и каква отворена само крива линија.

Код централнога кретања тачка која се креће,може тежити ка центру,- и такво се кретање зове ц е н т р и п е т а л н о,или пак може тежити,да се све више и све јаче удаљава од центра - те се такво централно кретанес правои п зове ц е н т р и ф у г а л н и м.Код центрипеталнога је кретања брзина све већа,док је код центрифугалнога све мања, а код кретања,које се окреће,али не тежи ни ка центру нити пак од центра,брзина ће бити увек стална.(Слично еквипотенцијалним површинама,за које немамо рада).

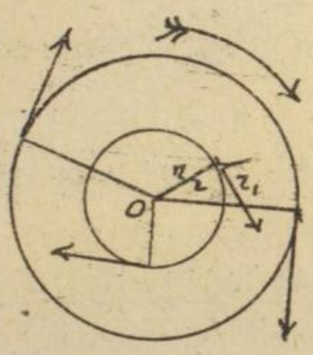
Узрок је централнога кретања у двема силама,које до сад нисмо помињали,а то су ц е н т р и п е т а л н а,или средотежна сила и центрифугална или средобежна.Обе се пак те силе заједничким именом зову:централне силе;а кад су још те две силе,код једног истог кретања и једнаке по величини,добијају специјално име:н о р м а л н е с и л е.

При централном кретање, кад би у једноме моменту престала централна сила дејствовати на то тело, оно би се услед инерције кретало и даље са стеченом дотле брзином, али од тога момента кретало би се правцем тангенте криве путање у тој тачци, која одговара томе тренутку) и то по правој линији и са једнаком брзином. Како пак, свако тело, које се креће, има у себи радне снаге којом савлађује препоне, и ту смо снагу назвали живом силом или енергијом масе, то и т а н г е ц и ј а л н а с и л а није ништа друго до енергија, јер је она просто напон тела, којим оно има да савлада централне силе, како би се могло кретати по правој путањи. Из овога излази, да је тангецијална сила узрок тангецијалном кретању.

За једнако кружно кретање закон је пута: $s = c \cdot t$ одакле је $c = \frac{s}{t}$ али је само овде $s = 2r\pi$ за време T целог једног кружног обрта, те је и $c = \frac{2r\pi}{T}$ или, ако сталан члан $\frac{2\pi}{T}$ обележимо као и раније са w, јер је то угловна брзина, добијамо: $c = w \cdot r$

Но о томе смо једном већ говорили.

сл. 137.

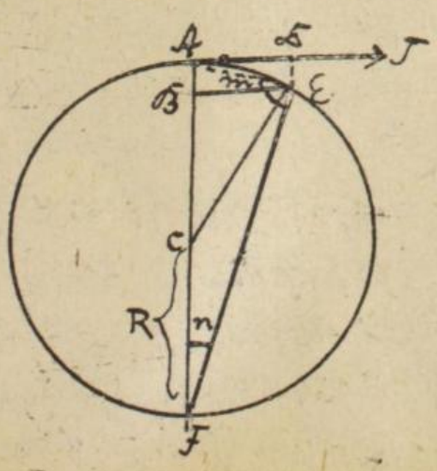


Од угла, који тангецијална сила заклапа са једном од нормалних сила, зависи и облик путање централнога кретања; тако, ако је тај угао $\alpha = 90^0$ путања је круг ако је $\alpha < 90^0$ путања је елипса, а ако је $\alpha > 90^0$ путања биће парабола.

Ми силе меримо масом тела m, и његовом брзином c, коју нека сила (коју баш меримо) саопштава тој маси, па је према томе и величина тангецијалне силе $T = m \cdot c$ ....(208).

На једно тело, које се креће по централној путањи, дејствује далеко једна од централних сила, односно нормалних сила и тангецијална сила а резултанта тих двеју сила је права путања тела (на сл. 138 лук AE). За врло мали део времена и резултанту криву путању можемо сматрати као праву AE.

сл. 138.



Како је $\measuredangle m = \measuredangle n$ то је и $\triangle ABE \sim \triangle AEF$ одакле је: $AB : AE = AE : AF$ или $AB : AE = AE : 2R$ .....(α)

Сад треба одредити вредност количина AB и AE. Како је AB пут, који би тело прешло под дејством трајне нормалне силе, то ће онда бити: $AB = \frac{a \cdot t^2}{2} = \frac{gt^2}{2}$ (искључиво ово друго за земљину теку). Но ми убрзања од нормалних сила обележавамо са N па је $AB = \frac{N \cdot t^2}{2}$ ...(209).

AE је пак путања централнога кретања за то исто време t, те је дакле: $\widehat{AE} = w \cdot R \cdot t$ ... или кад ставимо $w = \frac{2\pi}{T}$ добиће се:

$$\widehat{AE} = \frac{2R\pi}{T} t \quad \ldots.(210).$$

Ове две одређене вредности за AB и AE треба смањити у сразмери (α) па ће бити: $\frac{Nt^2}{2} \cdot \alpha R = \frac{4R^2\pi^2}{T^2} \cdot t$ или

$N = \frac{4R\pi^2}{T^2}$ .....(211) и ово је величина нормалнога убрзања.

Сама пак нормална сила равна је производу из овога убрзања и масе тога тела, те је: $K = m \cdot \frac{4R\pi^2}{T^2}$ .../212/ ако нам K представља нормалну силу.

Образац (212) добија и други облик, ако се стави $m = \frac{Q}{g}$ тада је $K = \frac{Q}{g} \frac{4R\pi^2}{T^2}$. — — — — ....(213).

Из ових се образаца види да нормална сила расте са масом (или са теском) тела, које се креће.

Кад коњаник тера коња у круг, онда се при томе јахању јавља централна сила $K = m \cdot \frac{4R\pi^2}{T^2}$ која дејствује и на коњаника и на коња, и услед њеног дејства мора и коњаник и коњ да су погнути при таквом јахању, те да дејство те силе буде што мање. Исто се то јавља и код железничких кола при савијањима шина, куда воз мора ићи лакше него ли обично: возови искачу из шина најчешће због ових сила.

У опште узето нормалне се силе у природи јављају врло често. Јављају се и при кретању земљином, пошто је и земљино кретање око сунца централно. Како је време једног земљиног обрта око своје осовине $T = 24$ часа, часа, то у једначини (213) треба сменити ту вредност за T, као год и остала вредност за Q, g, R, и π па ћемо добити величину нормалне силе за поједине тачке на земљи за посматрања обртања земље око ос.

Због разне величине земљинога убрзања " g_1 " за разне географске ширине, добијамо разне вредности и за силу K. Сила K има максималну вредност за екватор и износи 3,3916 см. а идући од полутара на север и

југ величина централне силе опада;а за поједине географске ширине налазимо централну силу још и по обрасцу: $K_\varphi = K\cos^2\varphi = 3,3916 \ldots$ ....(214) где је φ географска ширина.На полове је $\varphi = 0$ те је и $\cos\varphi = \cos 90^\circ = 0$ дакле и $K\varphi = 0$ тј.на половима је нормална сила равна нули.

Из обрасца за брзину $c = a.t$ добијамо обично убрзање $a = \frac{c}{t}$ те аналого томе из обрасца за угловну брзину $w = \chi \cdot t$ добијамо угловно убрзање $\chi = \frac{w}{t}$ Раније смо пак имали и образац: $c = w \cdot r$ те је с тога: $a = \frac{c}{t} = \frac{w \cdot r}{t} = \frac{\chi \cdot t \cdot r}{t} = \chi \cdot r$

Како је пак $P = a \cdot m$ то је: $P = m\chi \cdot r$ ---- ....(215) ово је пак величина угловне силе.

Најзад,још да испитамо статичке моменте тенгецијалне силе,који овде добијају нарочити назив м о м е н а т л е њ и в о с т и.Како је тангецијална сила $T = m\chi \cdot r$ а крак је њен очевидно раван полупречнику путање r ,то је моменат лењивости: $M = m\chi r^2$ ---- ...(216).

За поједине тачке некога тела,које се окреће добијамо:

$M_1 = m_1\chi \cdot r_1^2$, $M_2 = m_2\chi r_2^2$; $M_3 = m_3\chi \cdot r_3^2$

а укупан моменат лењивости тога тела раван је алгебарској суми свију ових појединих момената;дакле је: $M = \Sigma(m\chi r^2)$

а како је χ стално,биће $M = \chi \Sigma(mr^2)$ ....(217).Овај се образац врло често пише и у облику: $M = \chi = MR^2$ ---- ...(217a).

Рад пак тангецијалне силе је $A = \frac{mv^2}{2}$ ---- јер је то рад трајне силе,која дејствује на неку тачку без почетне брзине,а тај је рад раван енергији,што смо још у почетку - (у своје време) - доказали. Али је $v = (c) = w \cdot r$ то је и $A = \frac{m}{2} \cdot w^2 \cdot r^2$ ---- ..(218) величина тога рада.

Стога за поједине тачке неког тела добијамо радове:

$A = \frac{m_1}{2} \cdot w^2 r_1^2$, $A_2 = \frac{m_2}{2} \cdot w^2 r_2^2$; $A_3 = \frac{m_3}{2} \cdot w^2 \cdot r_3^2$

итд.те је целокупан рад тога тела:

$A = \Sigma(A) = \Sigma(\frac{m}{2} w^2 \cdot r^2) \cdot \frac{w^2}{2} \cdot \Sigma(m \cdot r^2)$ ---- ....(219).

Из образаца (217) и (219) види се,да и моменат лењивости као год и рад тангецијалне силе зависи од израза: $\Sigma(mr^2)$ или што је исто од производа MR^2.

Овде ћемо само споменути тзв.свођење момената лењивости,ко:

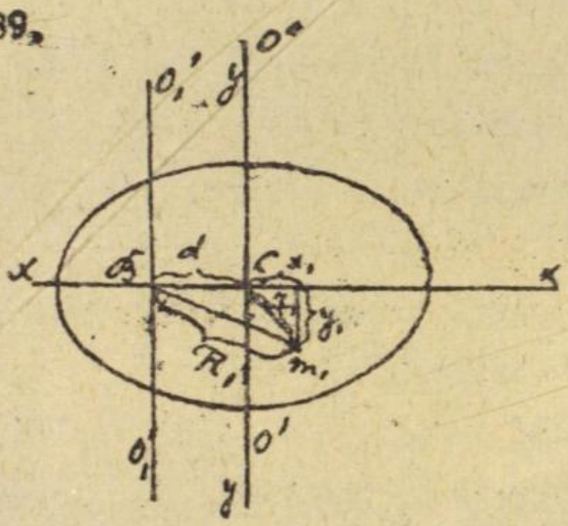
се проучава у грађевинској механици, а које се састоји у томе, да се нађе остојање на коме треба ставити неку масу, па да она има исти моменат лењивости са неком другом одређеном масом, којој је дато и остојање. Да моменти буду исти очевидно је, да треба да је: $m_1 r_1^2 = m_2 r_2^2$ или пошто је r_2 непознато, биће $r_2^2 = \frac{m_1 r_1^2}{m_2}$ или $r_2 = \sqrt{\frac{m_1 r_1^2}{m_2}}$ - - - - ....(238). Цео рад свођења момената лењивости састојао би се у суштини својој у томе.

При одређивању момента лењивости разликујемо два случаја:

1/.- или се тело окреће око осе, која пролази кроз тежиште; и

2/.- или се тело окреће око осе, која пролази негде ван тежишта тог тела.

Пошто је први случај простији, то ћемо са њиме прво и почети. сл.139.



Нека је тежиште некога тела у C (сл. 139) и кроз те тежиште нека пролази оса обртања O O, па се тражи моменат лењивости тачке, чија је маса m_1 у односу на ту осу. Како се обично узима да је $\chi = 1$ то је моменат лењивости $m = m r^2$ те кад кроз C повучемо координатне осе $x'x$ и $y'y$, од којих је оса $y'y$ у исто време обртна оса O O, онда добијамо: $m \Sigma J_c = m_1 r_1^2 = m_1 (y_1^2 + x_1^2) =$

$= m_1 x_1^2 + m_1 y_1^2$ .....(221) пошто је $x_1^2 + y_1^2 = r^2$

Сад можемо прећи на одређивање момента лењивости исте те тачке у односу на другу неку осу, која је ван тежишта C напр. у односу на осу $O_1' O_1'$ кроз произвољену тачку B. За тај је случај моменат лењивости:

$$J_b = m_1 R_1^2 = m[(x_1 + d)^2 + y_1^2] = m_1 x_1^2 + m_1 d^2 + 2 m_1 x_1 d + m_1 y_1^2$$

Али од овога момента треба одузети моменат за осу кроз тежиште, те се за фактички моменат J добија. $J = J_b - J_c = m_1 d^2 + 2 m_1 x_1 d$ - - - - - - - ...(222)

За другу неку тачку очевидно је: $J = J_b - J_c =$

$= m_2 d^2 + 2 m_2 x_2 d$ итд. Најзад моменат лењивости за цело тело у односу на ту осу биће:

$$J = \Sigma(J) + \Sigma(m d^2) + \Sigma(2 m x d) \quad \text{или} \quad J = d^2 \Sigma(m) + 2d \Sigma(m)$$

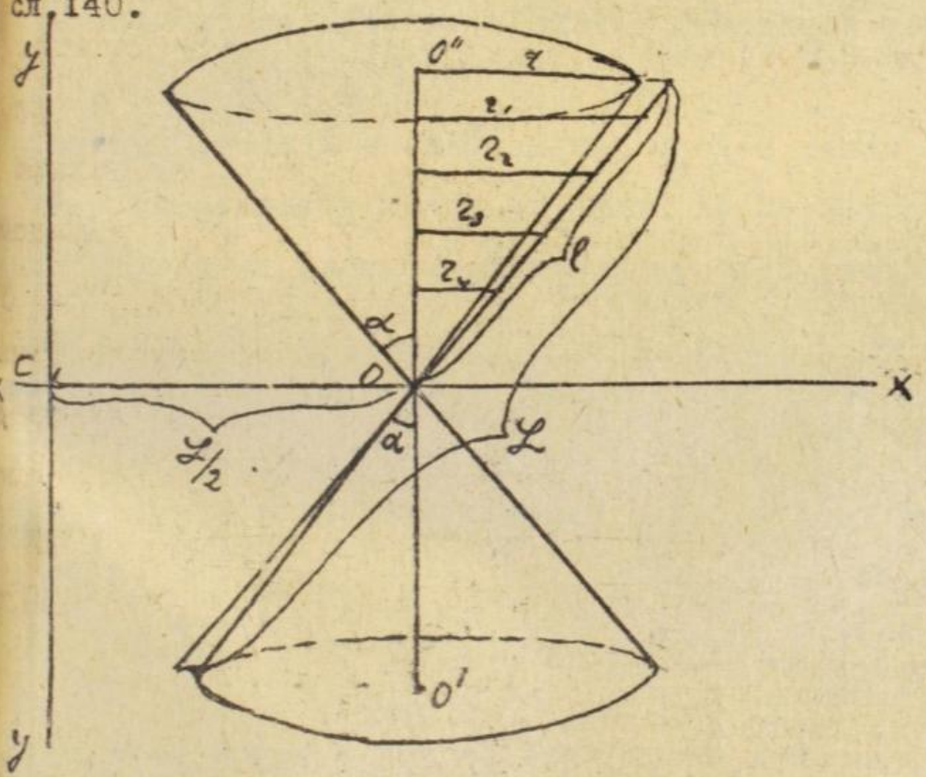
$$J = d^2 M + 2 d S_x \text{ - - - - - - .....(223).}$$

Други члан с десне стране једначине (223) је моменат ленивости за осу кроз тежиште, а он је знамо раван нули, те је целокупан моменат за осу кроз тачку B: $\mathcal{I}_2 \; d^2 M$ или $\mathcal{I}_b = \mathcal{I}_c + M d^2$ ....(224) тј. моменат за ма коју тачку у односу на осу ван тежишта раван је моменту те тачке у односу на осу кроз тежиште више моменат те тачке за ту осу ван тежишта.

Ставимо себи у задатак, да одредимо моменат ленивости једне мотке, која је нагнута спрам осе обртана под углом

Оса пролази кроз тежиште мотке, мотка при окретању око те осе описује двогуби конус, чија се темена сустичу у средини мотке (сл.140)

сл.140.



Колики је моменат ленивости једне половине мотке, толики је и друге половинке, те ћемо наћи само за једну половину. Нека је дужина целе мотке L, а l дужина њене половине тј. нека је $l = \frac{L}{2}$ на дужину l поделимо на n једнаких делова тако да је сваки део $\frac{l}{n}$ Остојања појединих тих делова од средишта мотkине дужине O, биће: $\frac{l}{n}; \frac{2l}{n}; \frac{3l}{n}$ - - - - - - - $\frac{n \cdot l}{n} = l$ - ово те треба наћи само остојања од осе, тј. дужине z, z_1, z_2, z_3 - - - - -

Ако је тежина целе мотке $2Q$, онда је тежина сваког дела $\frac{Q}{n}$ Моменти ће појединих делова бити:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{Q}{n} \cdot z_1^2 = \frac{Q}{n} \frac{l^2}{n^2} \cdot \sin^2\alpha \\ &\frac{Q}{n} \cdot z_2^2 = \frac{Q}{n} \cdot \frac{2^2 l^2}{n^2} \cdot \sin^2\alpha \\ &\frac{Q}{n} \cdot z_3^2 = \frac{Q}{n} \cdot \frac{3^2 l^2}{n^2} \cdot \sin^2\alpha \\ &\frac{Q}{n} \cdot z_n^2 = \frac{Q}{n} \cdot \frac{n^2 l^2}{n^2} \sin^2\alpha \end{aligned}\right\} \text{- - - - - - .....(225)}$$

Моменат ленивости целе мотке раван је збиру свих ових поје-

дуктт момената, дакле је: $J = \frac{Q}{n} \cdot \frac{l^2}{n^2} \cdot \sin^2\alpha (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots n^2)$

Из алгебарске се анализе зна, да је израз у загради раван $= \frac{n^3}{3}$, те је: $J = \frac{Q}{n} \cdot \frac{l^2}{n^2} \cdot \sin^2\alpha \cdot \frac{n^3}{3} = \frac{Q \cdot l^2}{n^3} \sin^2\alpha \cdot \frac{n^3}{3} = \frac{Q l^2 \sin^2\alpha}{3}$

То би био моменат лењивости за једну половину м за целу пак мотку моменат ће бити: $J = \frac{Q}{3} \cdot \frac{L^2}{4} \sin^2\alpha$ и.ј.

$$J = \frac{Q}{12} L \sin^2\alpha \quad \dots\dots(226) \text{ за } \alpha = 90^0 \text{ дакле}$$

$$J = \frac{Q}{3}\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{Q}{12} L^2 \dots\dots(227)$$

Ако тражимо моменат лењивости исте мотке, али за осу, која ван тежишта нпр. за $\frac{L}{2}$ удаљена од њега, добићемо:

$$J = J_c + Md^2 = \frac{QL^2}{12} + \frac{QL^2}{4} = \frac{QL^2}{12} + \frac{3QL^2}{12} = \frac{4QL^2}{12} = \frac{QL^2}{3} \dots\dots(228)$$ дакл за овај је случај моменат лењивости четири пута већи од прошлога (в једначину 227).

Код мотке смо могли водити рачуна само о дужини мотке, а код паралелопипедних (призматичких) тела са већом дебљином, морамо у сти у рачун и дебљину његову B, па је израз за моменат лењивости таки тела: $J = \frac{Q}{12}(L^2 + B^2) \dots\dots(229).$

Ако ли је тело истих димензија H, онда му је моменат лењ сти дат једначином: $J = \frac{Q \cdot L^2}{12} + \frac{QH^2}{12} \dots\dots(230).$

Свако тело има свој засебни моменат лењивости. Моменат кугл за осу кроз тежиште био би: $J = \frac{2}{5} \cdot Mr^2 \dots\dots(231)$, а за ос ван тежишта: $J = Md^2 + \frac{2}{5}Mr^2 = M(d^2 + \frac{2}{5}r^2) \dots\dots(232)$ где је d остојање обртне осе од тежишта кугле.

(О моменту лењивости специјално се учи у науци, која се зо г р а ђ е в и н с к о м е х а н и к о м).

§ 57.

Г Р А В И Т А Ц И Ј А.

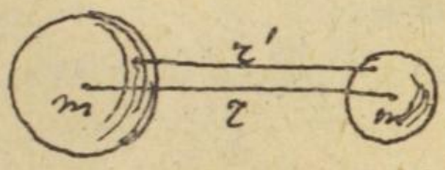
Више смо пута већ говорили, да сва тела теже ка центру з и кад им никаква препрека није на путу, падају по закону једнако убрз ног кретања. Привлачна снага земљина - тежа - не дејствује само на т која рецимо, ми бацамо, већ дејствује исто тако и на небесна тела, на п те, звезде, месец итд. Но не дејствује на месец само земља својим при чењем, већ и свако друго небесно тело, те се услед тога и цео свет одр

у овој равнотежи.

Познато је,да се сва небесна тела крећу не по правим путањама, већ по кривим,елиптичним путањама,које су производ тангенцијалне - или боље нормалних сила,које смо ми колико је потребно проучили.

Енглески математичар и физичар Њутон поставио је на основу својих запажања закон;"привлачна снага небесних тела сразмерна је управо са квадратима њихових раздаљина."Тај је закон у науци познат под именом Њ у т о н о в и м з а к о н о м г р а в и т а ц и ј е.Тако ако имамо два небесна тела (сл.141),којима су масе m и m_1, а чија је раздаљина z, за њих ће закон гравитације бити одређен обрасцем; $K = \frac{m \cdot m_1}{z^2}$ ако са К обележимо привлачну силу између та два небесна тела.Како је даљина ч различна кад се посматрају разне тачке само на тим телима,то ће очевидно и привлачна сила К бити другојача са сваке две тачке.Но о тој особини привлачне силе К имаћемо прилике да више говоримо код електрицитета.

сл.141.



Све се слободне масе у природи привлаче узајамно по Њутновом Закону гравитације.Но у току даљих предавања видећемо да по њему се влада и звук,топлота,светлост,електрицитет.

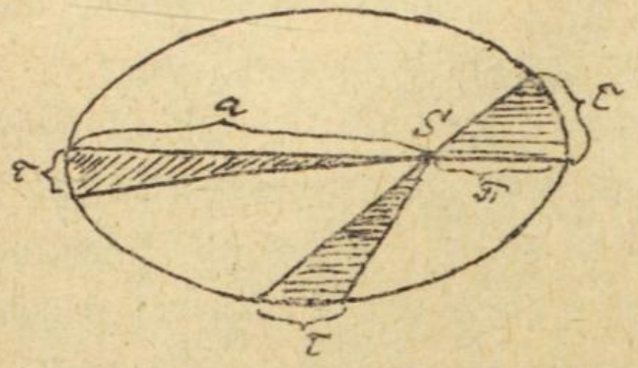
Одавна се знало за кретање небесних тела,али се за дуго није знао центар тога кретања / с у н ц е.Кретања планета код небесних тела посматрана су у циљу испитивања од старих времена,и на основу таквих посматрања астроном К Е П Л Е Р поставио је ове законе,који су и познати у науци под именом К е п л е р о в и х з а к о н а,а који гласе:

1/.- Сва се небесна тела крећу по кривим затвореним путањама (већином елипсама,али ни једно по кругу),и центар таквих кретања увек је у једној жижи.- Како се земља креће по елипси око сунца,то је сунце увек увек у жижи те елипсе.

2/.- Површине,које описују *radius vectori* - (полупречници) - путање за иста времена једнаке су на целој путањи.Тај се закон графичким представља сликом 142,,на којој је највећи радиус вектор - афел обележен са "а",а најмањи перихел са "п".

3/.- Квадрати времена обилажења планета око сунца обрнуто су сраз-

сл. 142.



мерни кубовима остојања; дакле; ако су времена двеју планета T_1 и T_2 а њихове даљине од сунца R_1 и R_2 тај ће закон бити садржан у обрасцу;

$$T_1^2 : T_2^2 = R_2^3 : R_1^3 \quad \ldots(234).$$

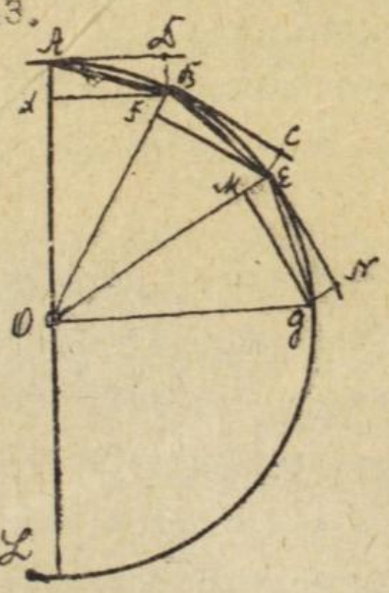
Тако време једног земљиног обилажења око сунца износи 365 1/4 дана, меркуровог 88 дана, јупитеровог 4383 дана (= 12 наших година) итд.

Како нам је увек лакше ма на који начин одредити даљину каквог небеског тела од сунца, него ли време његовог обилажења, то ћемо ми даљине тек по овом трећем кеплеровом закону одређивати и времена обилажења појединих планета.

Ми ћемо извести овде и доказе ових кеплерових закона.

Доказ за I. Кеплеров закон:

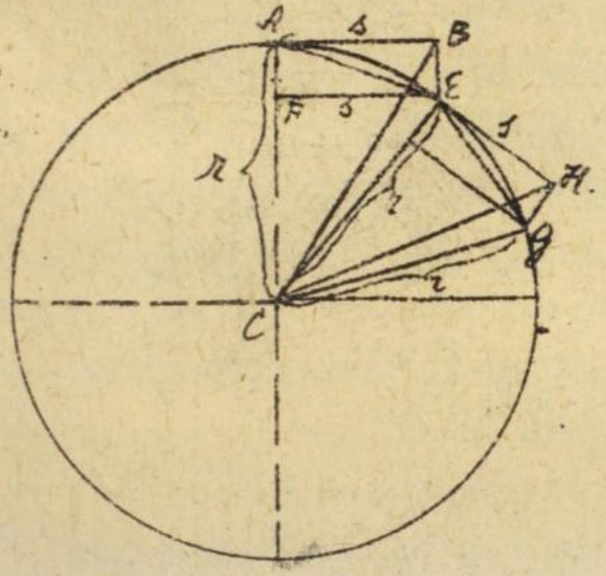
сл. 143.



Простим се посматрањем увиђа да се сва небесна тела покрећу око неког извесног центра, дакле да врше кружна кретања, која, као што смо видели, могу постојати само под дејством централне и тангенцијалне силе. Нека је O центар, око кога се окреће која планета A (сл. 143) и претпоставимо, да на тачку A дела само тангенцијална сила неко кратко време τ и довела тачку A у D. Но за то исто кратко време на A дела и централна сила, која би сама за себе за то време τ довела тачку A у K. Обе једновременим дејством довешће, као што смо то раније утврдили, тачку A у B. За други део времена τ, тангенцијална би сила довела B у C, а нормална у F, обе једновремено дејствују на B и доводе је у E итд. На тај начин добијамо као пут тачке A криву линију $ABEgL$ .... Пошто се та крива продужава и на другу - леву страну, то бисмо посматрајући непрестано тачку A под дејством тих двеју сила видели, да јој путања мора бити затворена, и аналитичким испитивањем те путање нашли бисмо, да је елипса, којој је центар путање O увек једна жижа.

Доказ за други Кеплеров закон.-

Видели смо да је путања сваког небеског тела елипса, који се пак за врло многа тела врло мало разликује од круга, тако да у нашим ("приближном" - односно "површним") испитивањем, сваку путању небесних тела можемо сматрати као круг и као са таквом и радити, сматрајући да су обе жиже дотичне елипсе бесконачно блиске једна другој: ексцентричност дакле узимамо да је врло мала. Круг ћемо сада сматрати као полигон од ∞ много страна сл.144.



и сваку тако малу страну тог полигона очевидно можемо сматрати као праву линију $\overline{AE}, \overline{EG}$ итд.

Како троуглови ABC и AEC имају једнаке основице: $AB = EF = \delta$ а сем тога и једнаке висине - управо заједничку висину $FC = r$ то су та два троугла и по површини једнака. Исто тако троуглови ECH и CEG имају једнаке основине $EH = GE = \delta$ и исту висину и исту висину $CE = r$ па су и њихове површине једнаке Већ се види, да смо ми претпоставили, да је $AE = EH = \delta$ те је онда очевидно и: $\triangle ABC = \triangle ACE = \triangle CEH = \triangle CEG$ - - ——.....(235) или како су $\triangle ACE = \triangle CEH$ површине описане радиј е векторима за исто време τ , то је очевидно други закон Кеплеров доказан за тај део путања - од A до G . Но у осталом исто доказивање вреди и за целу другу путању тога тела.

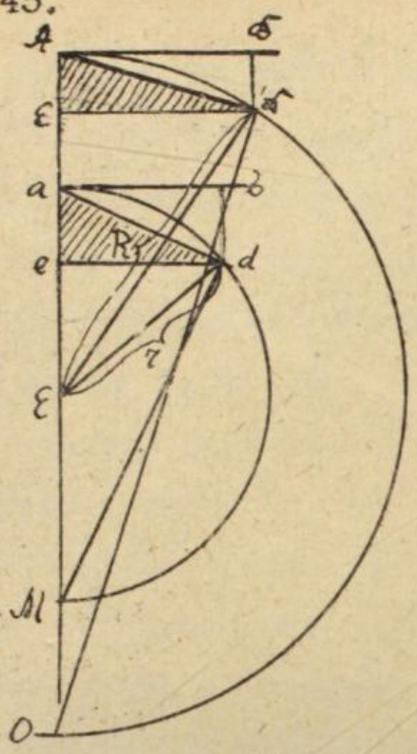
Доказ трећега закона.

Морамо посматрати две планете A и a , које имају разне дужине од центра њиховог окретања, и нека су те њихове дужине R и r

Ако саставимо S и O, и a са M добићемо: $\triangle ASE \sim \triangle aSD$ јер су правоугли са заједничким углом код A. Из ет њихове сличности је: $AE : AS = AS : 2R$ или $AE = \frac{AS^2}{2R}$ - - .....(α).

Из другог пара сличних троуглова $\triangle aed \sim Mad$ добије се: $ae : ad = ad : 2r$ или $ae = \frac{ad^2}{2r}$ - - —— ....(β).

сл.145.



Дужине пак Ab и ad нису ништа друго до пређени путови планета A и a за известно кратко време τ . Како је пак пут = брзина пута време, и како је брзина централног кретања $\frac{2R\pi}{T}$ односно за планету "a" биће $\frac{2r\pi}{T_1}$ где је T време целога једног обрта око C, то ће очевидно бити: $Ab = \frac{2R\pi}{T}\cdot\tau$ ..... (γ)

и $ad = \frac{2r\pi}{T_1}\tau$ ..... (δ).

Дужине пак AE и престављају нам величине централних сила, а по њутоновом закону знамо да постоји: $AE : ae = r^2 : R^2$ ... (Δ)

Кад се у (α) смени (γ) и у (β) смени (δ) онда сразмера (Δ) постаје:

$$\frac{4R^2\pi^2}{T^2\cdot 2R}\cdot\tau^2 : \frac{4r^2\pi^2}{T_1^2\cdot 2r}\cdot\tau^2 = r^2 : R^2$$

$$\frac{R}{T^2} : \frac{r}{T_1^2} = r^2 : R^2$$

$$R^3 : T_1^2 = r^3 : T_1^2 \quad \text{или} \quad T^2 : T_1^2 = R^3 : r^3 \quad \text{.... (236)}$$

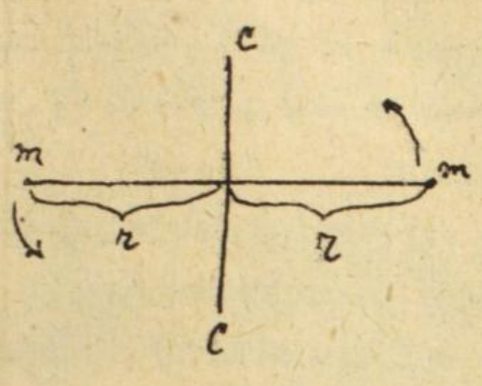
Овим је доказан и трећи Кеплеров закон, који је први пут изнет 1618 год. Помоћу овога закона можемо изнаћи остојања сваке планете од сунца, ако претходно знамо колико је година те планете (= времену једног обилажења T). Нека је нпр. земљина година t , а година Јупитерова T_1, из једначине (236) можемо одредити $R^3 = \frac{T^2 r^3}{t^2}$ Како ми обично узимамо да је за земљу $t = 1$ и $r = 1$ то ће бити: $R^3 = T^2$ или $R = \sqrt[3]{T^2}$ Кад се зна, да је година Јупитерова 12 пута дужа од наше, онда је $R^3 = 12^2$ или $R = \sqrt[3]{144} = 5{,}2415$ дакле Јупитер је пет пута даљи од сунца него земља.

§ 58.

СЛОБОДНЕ ОСОВИНЕ.

Када се маса м окреће око извесне осовине CC, онда центрифугална сила дејствује да ту осу измести у своме правцу. Ако и на супротној страни те осе CC постоји друга исто толико велика маса м и на истом остојању r од осе, па се и та маса окреће око исте осе у истом смислу, онда

Сл.146.



ће се дејства (притисци) центрифугалних сила на осу СС потрти; ако су само те две силе једнаке; према томе систем ће цео остати на миру.

Таква оса обртања, око које су нагомилани молекили симетрично и једнако зове се с л о б о д н а о с а. Да нема привлачне снаге земљине (теже) слободне би осе могле стајати у простору, а да се и не подупру, но како тежа постоји, то осу морамо каквом подлогом тако рећи преградити од тежне силе. Слободне су осе независне од сваке друге силе осем теже. Ово доказујемо просто експериментом

Око слободне осе окреће се и земља, и њена је та слободна оса - као и сваке друге планете - са том особином, што нису никако подупрте - нису дакле прегрђене нити од тежних сила. На слободну осу кога небеског тела, међутим, делују тежне силе свих осталих небесних тела, које се само одржавају у равнотежи, те и није потребно осу небеског тела подупирати.

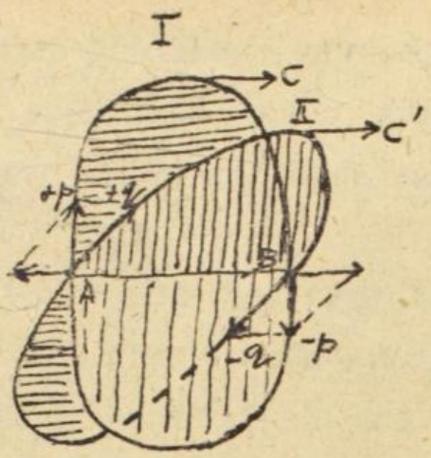
Кад је систем слободне осе у миру, довољна је врло мала сила са стране, па да се равнотежи положај система поремети. Но кад се систем већ налази у ротационом кретању, биће потребна знатно већа сила, па да се оса изведе из равнотежног положаја.

Сваки молекил ротационог тела скреће се око слободне осе, и тиме већ врши извесан рад, дакле показује извесну енергију. Сав пак систем молекила тежи да задржи своју путању за све време окретања, тј. тај систем има извесну стабилност, и баш због те стабилности и потребне су веће силе, па да се осовина измести из свога положаја.

Слободна се оса може кретати у свакоме правцу, и опажањем изводе но је правило, да слободна оса заузима увек правац, који је управан на правац силе, која тежи да је измести. Кад је слободна оса у равнотежи заузеће правац теже. То се може и доказати на овај начин. Посматрајмо кретање једнога молекила извесне брзине. Тај ће молекил према горе реченом при кретању пролазити увек кроз исте тачке своје путање.

Но ако ми обрнемо раван, у којој се тај молекил креће око осе АВ, очевидно је да ће правци тангецијалних сила у тачкама С и С', Д и Д' бити исти, али тангецијалне силе у тачкама А и В неће бити исте, па и -

сл.147.

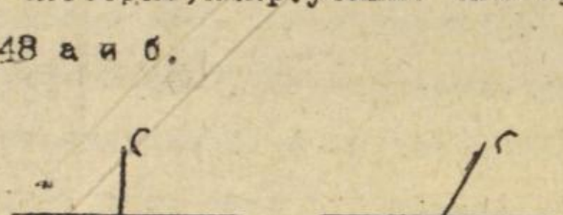


I и II, већ ће заклапати известан угао, та ће и резултанта тих сила, која ће очевидно стајати нормално на раван II даје правац слободне осе. Како се силе налазе у равни II то је горњи став доказан.

Тело, које се окреће око слободне осе неће променити своју раван окретања све дотле, док сила не постане већа од момента лењивости тога тела.

Свака слободна оса мора пролазити кроз тежиште, али то још не значи, да је увек свака она оса слободна, која пролази кроз тежиште тела, које се окреће. Оса, која пролази кроз тежиште може бити и слободна, а може и не бити. Али ипак оса кроз тежиште потпуно симетричног тела мора увек бити слободна; напр. узмимо симетричну четвртасту шипку, онда ће она свака оса, која шипку симетрички дели, бити слободна (сл.148 а), а оса која иде кроз тежиште, но шипку не дели потпучо симетрички, не може бити слободна, јер кад такву осу подупремо, шипка неће остати у равнотежном положају, што за слободну осу мора бити. Сем тога, ка

сл.148 а и б.



би шипку (сл.148 б), заошијали, она се неби окретала, већ би пала - што та ће није особина слободних оса.

Закон о слободним осовинама, да ће тело са слободном осовином задржавати своју раван окретања све док спољне силе не постану веће од стабилности те осе, вреди онда, када су силе потпуно симетрички према ос - односно - кад су одговарајући моменти једнаки. Треба нам дакле тражити нарочите услове, о симетричности тела према слободним осама. О тим условима говоре неколико закона, а нарочито је важан тај, да кад је једна осовина постала слободна, она једнако тежи затим, да задржи своју раван, односно правац кретања. Тако напр. кад заошијамо какво тело, које неће одмах пасти, што значи, да је његова оса постала слободна, онда услед великога момента лењивости тога тела није тако лако променити раван његове сло-

лободне осе.Како је овде у питању моменат лењивости тела,то се напомиње
а је он дат сумом момента лењивости свих молекила тога тела.

Пример за ово што смо говорили,имамо у обичној чигри (сл.149)

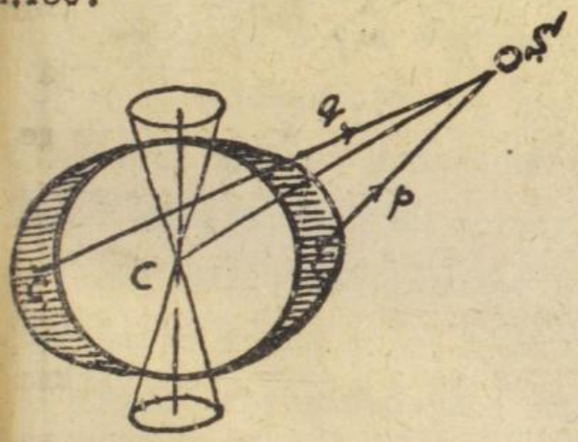
л.149.



која кад се нагне при при окретању неће пасти,већ ће се и даље окретати описујући конус,све дотле док привлачна снага земљина не постане већа од момента лењивости саме чигре,што кад наступи чигра пада.У колико се чигра све више коси (нагиње) у олико ће очевидно тежа бити већа (јер је тежиште ниже;а брзина пак све ања.

При окретању дакле телу са слободном осом даје се нека изв стабилност,која се зове стабилност слободних оса.

л.150.

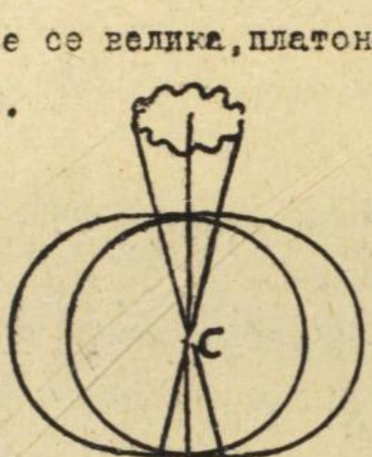


И наша се земља окреће око слободне осе,која при кретању остаје увек паралелна самој себи.На ту земљину осу дејствују тежне силе сунца, месеца и свих осталих небесних тела, која су дејства већа на полутару, јер је ту земља јаче испупчена. Услед тога већег дејства тежне силе-ећимо оса сунца - на тачке око полутара,и тачка земљине осе,која је на оловима описиваће извесан круг:дакле ипак оса земљина строго узев не стаје увек паралелна самој себи.Свако кретање земљине осовине зове се рецесионо кретање,или п р е ц е с и ј а.

Да изближе испитамо откуда долази прецесија земљине осовине. Земљу поделимо како је то учињено на сл.150,на три дела,којима ће (центри) - тежишта бити у C C_1 и C_2 Тежни правци биће представљени линијама CS, C_1S' и C_2S'' и очевидно је да је тежа за део земље,коме је тежиште у C_1 најмања,а за део C_2 ~~а за део~~ —— највећа; услед те различите величине тежне силе сунчеве,која утиче на слободну осу земљину,која није подупрта,мора ова да мења за известан угао своју раван,чиме пак при окретању описује двогуби конус,који нам графички представља прецесију,која се свршава за 25800 година.

Тачним посматрањима утврђено је,да небесни пол није увек на периферији прецесионог круга земљине осовине,већ је час с поља,а час кругу;то се пак дешава опет по извесним законима.Та неправилност назва је њ у т а ц и ј о м или колебањем земљине осе.Највећи део нутације назива месец и то с тога,што се његова путања не поклапа са путањом земље,већ је према њој нагнута (помиње се само круг месечев - од 19 година,који регулише нутацију).

Поменуто време од 25800 година за које се сврши једна прецесија,зове се велика,платонова година.Најтачнија би се могла представити



сл.151.

ласастим кругом,као што је и учињено на сл.151.

Прецесија и нутација повлаче за собом и мењање положаја звезде северњаче према земљиној оси.Северњача је α звезда у констелацији "в е л и к и м е д в е д - (кола),и она је најближа ономе месту, где довољно продужена земљина оса пробија небо.Услед мењања положаја осовине и тај продор се мења,што се опажа тек у току дугог низа година,услед чега се положај северњаче мења,који због тога прелази из једне констелације у другу,тако да ће после 12000 година бити близу звезде Вега - α звезда у констелацији "Лира" - а тек после 25800 год.доћи ће опет на своје старо место,јер је потпуно завршена једна прецесија.

Слободна оса може бити и лабилна,а таква ће бити онда,када довољна ма и најмања сила,па да јој положај измени.

Када је тело кугла слободна ће оса бити индиферентна,јер ће моменат лењивости увек бити исти.Када моменат лењивости кугле достиже свој maximum њена ће слободна оса бити у стабилној равнотежи

§ 59.

К Л А Т Н О И К Л А Њ Е Њ Е.

Свака материјална - тешка тачка обешена о какав конац,која ће кад се изведе из равнотежног положаја и остави дејству теже,клатиће око извесно време око какве хоризонталне осе ~~дуссаклатно~~.

Клаћење,вибрационо или осцилирајуће кретање од централнога се разликује само у томе,што код клаћења кружна,путања није затворена,као код централног,већ је само извесан део кружне путање.

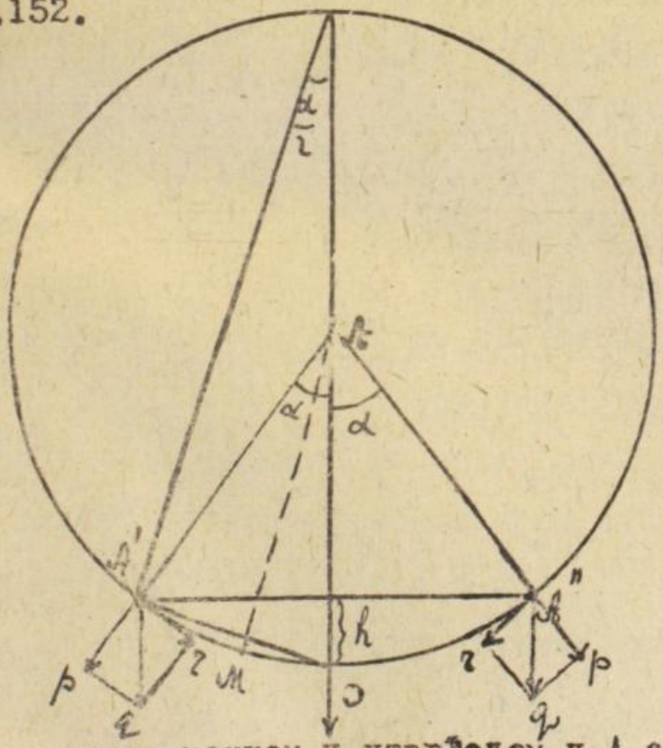
Клатна имамо у опште двојаких:м а т е м а т и ч к и х и ф и з и ч к и х;прва ми само замишљамо - то су идеална клатна,док друга у ствари и постоје.

Математичко би клатно било оно,које се састоји из тешке тачке без икакве димензије (величине) што је у самој ствари немогуће,а да је та тачка обешена о конац,који нема никакве тежине,и да се најзад цело то клатно креће око извесне (осе) утврђене тачке без икаквога трења,што је такође немогуће па ма како конац био фини и гибак.

Физичко је клатно пак оно,које ми у стварн можемо и створити.

Ми ћемо за прво време радити са математичким клатном дотле,док за њега не утврдимо неке теориске законе,које ћемо после лако пренети и на физичко клатно.

сл.152.



Узмимо напр.једну тешку материјалну тачку O,обешену и учвршћену о сталну тачку A.Изведимо ту тачку из њеног равнотежног положаја AO до положаја AA' ,па је пустимо.На ту тачку делује тежа q у правцу ка центру земљином.Разложимо ту тежну силу q на две компоненте,од којих једна имати правац конца AA' а друга са правцем управним на AA' .Прва компонента p биће потрта самим концем и утврђењем у A,ако је то двоје довољно јако,а друга компонента q дејством ће својим вратити клатно опет ка старом положају дајући му при томе враћању све већу и већу брзину - као трајна сила,тако,да кад тачка A' дође у O ,сама материјална тачка клатна стекла је извесну брзину,односно енергију,и услед инерције продужиће свој пут и преко равнотежног положаја O.Кретање материјалне тачке од A до O можемо

сматрати као клизање по стрмој равни,које дакле мора бити убрзано,а кретање пак од тачке O па на даље ка тачки A" пошто се може сматрати као кретање уз стрму раван,мора бити успорено,тако,да кад буде $OA'' = OA'$ брзина ће постати равна нули и материјална ће се тачка клатна заустагити у A".

На материјалну тачку у положај A" дејствује тежа G ,коју ћемо и сад разложити на p - у правцу конца A" и на q са правцем управним на A";компоненту p потпре опет јачина конца и утврђење у A,а компонета q има дејство којим враћа материјалну тачку клатна из положаја A" опет ка равнотежном положају O.

Но како се сад опет материјална тачка клатна креће од A" до O убрзано (као клизање по стрмој равни),то ће кад буде у положају O стећи извесну орзину,па дакле и енергију,услед које ће се кретати и преко положаја O,- као уз стрму раван - до положаја A' .У полжај A' бива оно исто што и мало час:и клатно се враћа преко равнотежног положаја опет у положај A" итд.

Такво се кретање зове клаћење или вибрирање - вибрационо кретање.

Непосредни је узрок клаћењу,као што се види,тежина материјалне тачке,те се с тога и у дефиницији клатна прецизира та материјална тачка.

Време једног клаћења = T јесте оно,за које материјална тачка сде из положаја O у положај A" а одатле опет преко O у A".

Време клаћења за ма који положај,напр.за положај M,зове се фазно време,а обележавамо га са t .Ма који положај клаћења (тј.ма који део путање клаћења зове се ф а з а к л а ћ е њ а.Угао α пак за који се клатно највише удаји из свог равнотежног положаја,зове се а м п л и т у д а,или д о с е г к л а ћ е њ а.

Приступимо испитивању закона клаћења.

Као год што код слободних осовинасваки молекил тела,које се окреће,тежи да задржи своју раван окретања,исто тако и сваки молекил материјалне тачке каквог клатна (па према томе и сва маса те материјалне тачке) има ту тежњу;да за све време клаћења задржи своју раван

клаћена. Доста је, само напоменути, да та особина клатна долази од момента дељивости како материјалне тачке, тако и целога клатна.

Ову особину има свако клатно, па било оно физичко, било математичко, и ма којих димензија.

Поменута особина сваког клатна позната је у физици као први закон о клатну.

Други закон о клатну тиче се и з о х р о н и з м а (једновремености) клатна. Кад клатно изведемо из равнотежног положаја али за малу амплитуду - мали угао α - и пустимо га да клати, онда ће времена клаћења ~~времена~~ од A′ до A", и од A" до A′ итд. бити једнака - и з о х р о н а. (сл. 152).

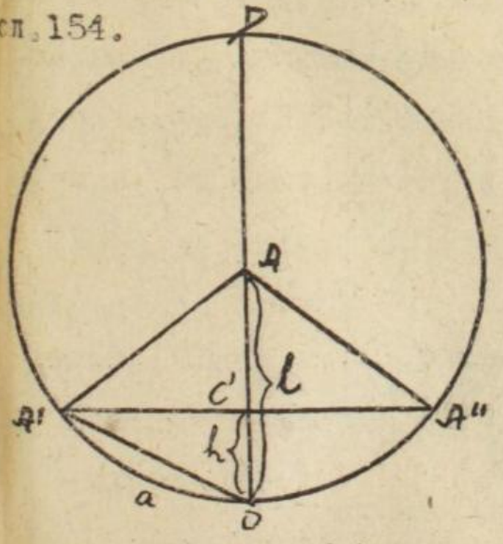
Изохронизам се може тумачити и на полуклаћења, тј. колико треба клатну из положаја O до A′ исто му толико треба и из A′ до O, из O до A", из A" до O итд. - Но опет се наглашава, да овај закон важи само за мале амплитуде.

Трећи закон о клатну. - За клатна исте дужине и величине, а од разног материјала (од олова, плуте, дрвета итд.) време клаћења је једно исто, јер као што ћемо мало час видети време клаћења зависи само од дужине клатна, и од привлачне снаге земљине, а никако и од масе.

ЧЕТВРТИ ЗАКОН. - Времена клаћења код неједнаких клатна управо су сразмерна са квадратним коренима из дужине клатна, а обрнуто са квадратним кореном из убрзања теже.

Д о к а з. - У неколико знамо да се клатно понаша као и тело које пада са висине $C'O = h$ (пошто се A A′O сматра као стрма раван); та пак висина $h = C'O$ зове се брзном висином.

сл. 154.



Раније смо имали прилике да видимо, да ће брзина материјалне тачке у O бити иста, па било да она слободно пада од C′ до O, било да клизи по дужини стрме равни $\bar{A}O$. Та њим је пак брзина одређена обрасцем

$$v = \sqrt{2gh}$$

Из сл. 154 је $\triangle A'C'O \sim \triangle A'OD$ а из те сличности добијамо сразмеру

$h : A'0 = A'0 : 2l$ или како је: $05 = 2l =$ двогубој дужини клатна, и како се тетива $A'0$ и одговарајући лук $\overset{\frown}{A'0}$ за врло мале амплитуде поклапају, то горња сразмера прелази у: $h : a = a : 2l$

одакле је: $h = \frac{a^2}{2l}$

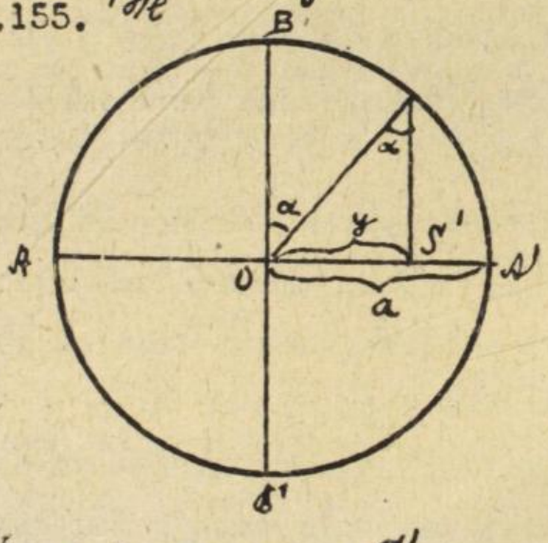
Заменимо ову вредност у горњи образац за v, па је:

$$v = \sqrt{\frac{2ga^2}{2l}} = a\sqrt{g/l} \quad \ldots\ldots$$

Но како је пак $t = s/v = s/v$ и ако ми сматрамо амплитуду као праву, па њоме опишемо круг, и пустимо да се једно тело хармонички креће по том кругу у односу са материјалном тачком клатна, тј. док материјална тачка пређе цео полукруг, тако да је $s = a\pi$ Замено вредности за s и v, у образац за t добија се:

$t = \frac{a\pi}{a\sqrt{g/l}} = \pi\sqrt{l/g}$ ..... овај нам образац потврђује горњи закон.

сл.155.



Да нађемо сада закон за ма коју фазу клаћења. Пројецирајмо полукруг ABA' на хоризонталној равни у правој AOA'. Пустимо да једно тело иде по периферији полукруга, а друго хармонички са њим да се креће по правој AA', то значи: обе тачке једновремено полазе из A, и једновремено стижу у A; а кад је једно тело у B друго је у 0, кад је једно у C, друго је у S'.

Нека се баш једно тело налази у C а друго у пројекцији те тачке - у S'. Означимо $OA' = a$, и $05' = y$ и $\sphericalangle COB = \alpha$, па је очевидно $y = a \sin\alpha$ Нека је T време које је потребно првом телу да пређе цео круг $2a\pi$ а другом телу да двапут пређе праву AA' (тј. да оде из A у A' и из A' да се врати у A), а нек је t време које је потребно првом телу да дође у C, а другом да дође у S' па је: $T : t = 2a\pi : \alpha\pi$ јер смо утврдили да су времена сразмерна са пређеним путовима. Одавде је пак $\alpha = \frac{2a\pi t}{T\pi} = \frac{2at}{T}$

Заменимо ову вредност за α у образац за фазу "y" па је:

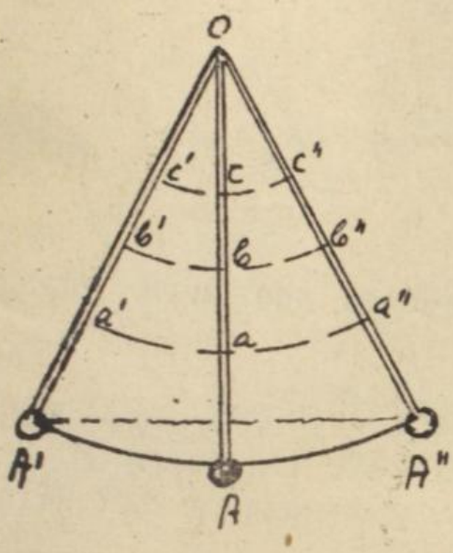
$$y = a \sin \frac{2at}{T} \quad \ldots\ldots$$

НЗ. На овај ћемо се образац згодном приликом - при проучавању

лаг снег кретања - опет вратити.

Ф и з и ч к о к л а т н о.- Утврдили смо у главном законе за математичка клатна,која ћемо сад покушати применити и за стварна - физичка клатна.

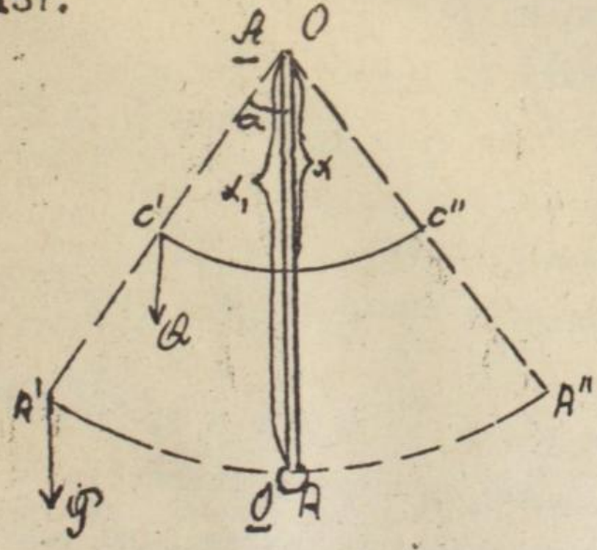
сл.156.



Из слике 156.види се,да разне тачке физичког клатна за исто време прелазе разне путове,те су им дакле и брзине разне.То смо и код математичког клатна нашли образцем $t = \pi\sqrt{l/g}$.

Замислимо сад,да поједине тачке a,b,c,....не стоје ни у каквој вези, већ да клате свака за се,то ће онда тачке које су ближе тачци O клатити брже од даљих тачака.Кад су пак те тачке све у чврстој вези,онда та чврста веза доводи у склад и брзине појединих тачака.Но очевидно је,да ће постојати извесна тачка на клатну чија се брзина због тог довођења у склад неће мењати.Та је тачка за физичка клатна врло важна и зове се средиште клаћења.Ну ћемо боље објаснити на овај начин.Нека је физичко клатно утврђено у тачци O,и нек је

сл.157.



амплитуда тачке C, C'C". Обримо сад то клатно;тачка O нек је слободна,а A нек је утврђена,и нек је и сад амплитуда тачке C иста тј.C C" - онда ће тачка C бити средиште клаћења.Остојање средишта клаћења од тачке утврђена зове се дужином физичког клатна x.

Очевидно је,да клатну можемо дати погодну дужину и такву,да такво клатно изврши једно клаћење за једну секунду,и клатно те одређене дужине зове се с е к у н д н о к л а т н о.

Ако сву масу физичког клатна замислимо концентрисану у средишту C,и нек је $J = m_1 \cdot x_1^2$ моменат тога клатна,па клатно извеш

изведемо из равнотежног положаја за α , онда ће очевидно C доћи C' и A у A'. Тежне силе Q и P теже да клатно врате и њихови су моменти

$M_Q = Q.\overline{CC'} = Q.x.\sin\alpha$ и $M_P = P.\overline{AA'} = P.\overline{AO}\sin\alpha$

Ова два момента морају бити једнака због складности при клаћењу тачака C и A. Дакле: $Q.x\sin\alpha = P.\overline{AO}\sin\alpha$

$$mg.x.\sin\alpha = P.\overline{AO}\sin\alpha$$

$$P = \frac{mgx}{AO}\ ;\ \text{Нека је } P = m_1 g \text{ онда ће:}$$

$$m_1 = \frac{mx}{AO}$$

Но из једначине за моменат лењивости добија се $m_1 = \frac{J}{x^2}$

те поређењем: $\frac{J}{x^2} = \frac{mx}{AO}$

Како је пак $\overline{AO} = x_1$, биће и $\frac{J}{x_1} = mx$ или $x = \frac{J}{mx_1}$

Дужина пак x зове се дужином редукованог клатна, за разлику од дужине x_1, целог физичког клатна. Та је дакле дужина равна количнику из момента лењивости и производа из масе и целе дужине клатна.

Ако је оса клаћења изнад тежишта клатна и то баш за дужину x_0 онда је $J = J_c + md^2$ где је само $d = x_0$ и J_c = момент за осу кроз тежиште. Како је пак $x = \frac{J}{mx_0}$ заменом за J биће:

$$x = \frac{J_c + mx_0^2}{mx_0} = \frac{J_c}{mx_0} + \frac{mx_0}{mx_0} = \frac{J_c}{mx_0} + x_0 \quad \ldots\ldots$$

Дакле средиште физичког клатна је испод тежишта за $\frac{J_c}{mx_0}$ јер је даљина тежишта од утврђене тачке за толико мања.

Кад у обрасцу $t = \pi\sqrt{l/g} = \pi\sqrt{x_1/g}$ сменимо x_1 са $\frac{J}{mx}$ добићемо: $t = \pi\sqrt{\frac{J}{mgx}}$

Као време клаћења редукованог клатна.

Клатно, које изврнуто клати исто онако као и у правом стању ве се реверзионо.

П р и м е н а ф и з и ч к о г к л а т н а.-

Физичко је клатно нашло знатне примене у физици; тако прва најважнија примена клатна је за одређивање убрзања земљине теже g тиме да клатно клати; време је клаћења $t = \pi\sqrt{l/g} = \pi\sqrt{x/g}$ или како је $x = \frac{J_c}{mx_1} + x_1$ то је: $t = \pi\sqrt{\frac{x_1 + \frac{J_c}{mx_1}}{g}}$

Време t може се одредити, J_c се да рачунати, x_1 и m измерити, а π сталан број те се из ове једначине може као непознато наћи g

Нека су времена двају клаћења $t_1 = \pi\sqrt{\frac{x_1}{g}}$ и $t_2 = \pi\sqrt{\frac{x_2}{g}}$

или: $t_1 = \pi\sqrt{\frac{x_1' + \frac{J_c}{mx_1'}}{g}}$ и $t_2 = \sqrt{\frac{x_2' + \frac{J_c}{mx_2'}}{g}}$

Из тих се једначина добија: $\frac{t_1^2 g}{\pi^2} = x_1' + \frac{J_c}{mx_1'}$ и $\frac{t_2^2 \cdot g}{\pi^2} = x_2' + \frac{J_c}{mx_2'}$

$$\frac{mx_1' \cdot t_1^2 g}{\pi^2} = mx_1'^2 + J_c \; ; \quad \frac{mx_2' \cdot t_2^2 \cdot g}{\pi^2} = mx_2'^2 + J_c$$

Одузимањем ових двеју једначина добија се:

$$\frac{mg}{\pi^2}(x_1' t_1^2 - x_2' t_2^2) = m(x_1'^2 - x_2'^2)$$ одатле је:

$$g = \pi^2 \cdot \left(\frac{x_1'^2 - x_2'^2}{x_1' t_1^2 - x_2' t_2^2}\right)$$

Пошто израз у загради није увек сталан, то и вредност за g неће увек бити иста, што је пак дало повода, да се посумња, да земља није потпуно округла. Но ипак под претпоставком, да је земља потпуна кугла, експериментом са клатном одређена је тежа $g = 9{,}806$ м

Ова вредност тежног убрзања расте идући половима, а ка полутару опада.

Та промена тежиног убрзања опажена је први пут са једним сатом који је у Паризу показивао време врло тачно, а при кретању на југ - ка Кајени, није већ показивао време тако тачно, - ишао је нешто брже. Они који су њиме руковали, мислећи да се покварио у неколико, поправе га и дотерају како су мислили да треба да је. Но кад су се опет вратили са њиме у Париз, сат опет није био тачан према ономе времену у Кајени. Сад се није сумнало у покварености сата, и одмах посумњају, да је узрок томе промена географске ширине. Но тај је њихов и доказано да је земља елипса, а таквим експериментом може се од места до места и одређивати кривина наше земље. Чим смо одредили g лако ћемо одредити и дужину l секундног клатна.

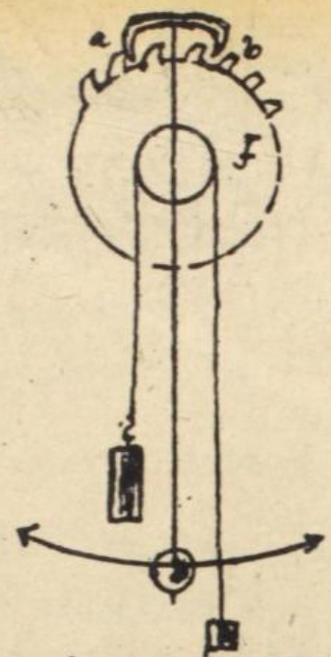
Ево неколико примера за величине тежног убрзања за разне географске ширине и разне дужине клатна.

На 0^0 - екватору	$g =$ 9,78009 м.....	$l =$ 0,990938 м.
„ 45^0.....	$g =$ 9,80552 м.....	$l =$ 0,993509 м,
„ 90^0 - половима	$g =$ 0,93089 м.....	$l =$ 0,996080 м.

За Београд је $g =$ 9,806.

Друга је важна примена клатна за мерење времена код сата. Конструкција је сата зупчаст точак око ваљка, око кога је обавијен ланац, на чијем је крају тег, који дејствује да обрће ваљак. Но шеталица ~~која~~ је у вези са полугом са два зупца а и в, који залазе међу зупце точка $\mathcal{T}$. Ти

сл.158.

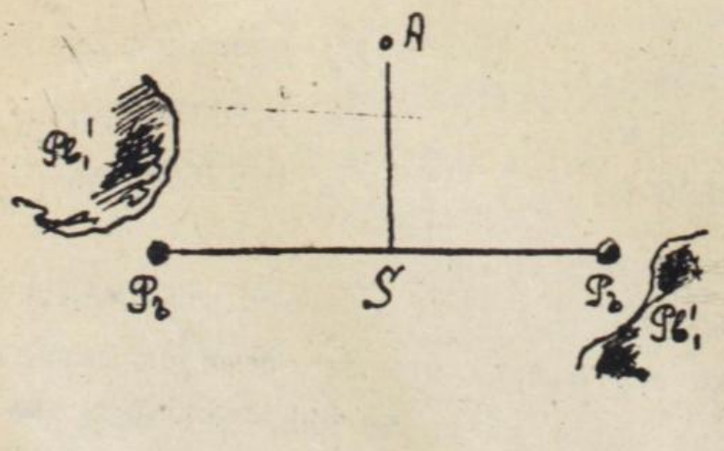


су зупци тако удешени, да кад ударе о зупце точка, они точак зауставе, а цео се механизам за један зубац окрене. Кл Клатно се услед удара зупца а и в о точак враћа натраг, и у томе тренутку зубац полуге, који је точак зауставио извије се, а точак се окрене за један зубац. Од броја зубаца на точку F и од дужине шеталице зависи које ће нам величине времена тај сат мерити. Ако точак има 60 зубаца, а шеталица за 1" изврши једно клаћење, онда такав сад мери секунде, минуте и сате, према точковима који су у зупчастој вези са точком F . Такви су наши дуварски сатови; а такви су и џепни сатови, само код њих тег је замењен једном спиралом а шеталица точком, који се креће час на једну а час на другу страну одређеном брзином. Кад су спирала и точак џепних сатова везани полугом они се зову а н к е р, а кад је ваљак зову се ц и л и н д а р.

Да ли ће сат бити тачан зависи од израде механизма. Због разноликости убрзана g сатови са теговима разно показују време у Београду, Паризу итд. Међутим сатови са спиралом свуда показују једно време, јер на њих тега нема дејства.

Трећа је примена клатна за одређивање земљине густине, која се састоји у овоме: На дрвеној хоризонталној шипци са крајева су оловне ку-

сл.159.



куглице Рв. О средини својој та је шипка обешена за конац, тако да шипка представља хоризонтално клатно. Нек је ово клатно слободно, па га изведимо из равнотежног положаја, па га пустимо да клати. То ће клаћења трајати неко извесно време $t_1 = \pi\sqrt{l/g}$

Принесимо сад куглицама Рв друге две оловне масе Рв', па изведимо клатно опет из равнотежног положаја, и пустимо га да клати између те две оловне масе. Тим масама ми хоћемо да изазовемо гравитационо привлаћење. Услед

маса $9k_1$ промениће се време клаћења, и биће сад $t_2 = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

Отуда $g = \frac{\sigma^2 l}{t^2}$ имајући на уму ово и њутонов закон гравитације добија се за густину земље: $\sigma = \frac{3.g.t^2.M}{4\pi^2 l.d^2 R}$

где је M маса земље, d даљина маса и R полупречник земље.

На тај су начин нађене ове густине:

За сунце... 1,38; за земљу; 5,5; за меркур; 5,7;

За венус.... 5,0; за марс; 5,3; за јупитер 1,25;

За сатурн....0,72 и за уран; 0,92;

Густину земље одређујемо и овако: Нек клатно клати на врху брега, и време клаћење нек је t_1 ; затим нек клати у дну тог брега, а време нек је t_2 На врху је на клатно делала и тежа и маса брега, а доле само тежа, Спогледом на то одређује се густина брега која је обично између 5,4 и 5,6, што је уједно и густина земље. Кад се зна густина земљина, лако нам је наћи и апсолутну тежину земље. Зна се да је R_π = 128 475 Км. - на полу, и R_e = 128 925 Км. на екватору, онда је површина земље 510 000 000 Км.^{2}, а запремина 1000 000 000 Км.^{3}, а апсолутна тежина биће: 5875000000000000000 0000 кгр. или 5875 x 10^{21} кгр.

Четврта је примена клатна за доказивање окретања земље око њене осе: То је доказао Foucault У Паризу је обесио о кубе у Пантеону о жицу (од 60-70 м.) тешку куглу са шиљком на дну. Испод таквог клатна стављено је венац од песка тако, да шиљак клатна додирује песак; пустимо клатно да клати. После извесног времена примећено је, да шиљак клатна не пролази увек истом браздом, већ је таквих бразди било по песку више, и разликовање бразди бивало је све веће, што је клатно дуже клатило. Како се зна да клатно не мења своју раван клаћења, то онда значи, да је подлога променила свој положај према клатну. Ако се пусти да клатно клати у правцу меридијана, онда ће раван клаћења бити паралелна меридијанској равни. После неког времена место на коме смо, услед кретања земље описеће лук α , те ће и раван клаћења тада са правцем меридијана заклапати угао β . Но на полутару раван клаћења остаје увек паралелна меридијанској равни (тј. $\beta = 0$) На половима пак раван клатна и раван меридијана за 24 сата заклапају редом све углове од 0° до 360°. Важно је напоменути, да се окретање земље једино овим експериментом и доказује.

Пређе се помоћу клатна одређивала брзина пројектила,и такво клатно звало балистичко.Топ се обеси као матер.тачка клатна,и после избацивања услед реакције он ће се заклатити за угао α .Помоћу тога угла,тежина топа итд.долази се до обрасца: $v = \frac{2 \cdot g \cdot s \cdot M \cdot t}{m \cdot d} \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$ где је s= даљина тежишта топа од тачке утврђења клатна; t = време клаћења; m= маса пројектила; d= дужина клатна, $\alpha/2$ угао скретања клатна на једну страну од равнотежног положаја,M = маса топа.У последње се време брзина пројектила не одређује никако на овај начин ~~на овај начин~~ балистичким клатном,који је као што се види доста и незгодан,већ се одређује помоћу електрицитета.

НАУКА О СУДАРУ ТЕЛА.

До сада смо увек узимали,да се тело у простору кретало сасвим слободно,не наилазећи ни на какве препреке,но може се десити,да тело у свом путу наиђе на друго које тело,које или мирује или се креће,и- тада настаје судар,који може бити ц е н т р а л а н и е к с ц е н т р и ч а н;први је онда,кад на правцу судара леже тежишта оба сударена тела; а други кад сва тежишта нису на тој правој.Сударе су испитивали још Галилеј и Декарт (Cartesius) ,а доцније Хигенс (Хајене),Валис,Брен и др.Под сударом у самој ствари има ће се разуме узајамно дејство двају тела.Које врши притисак при кретању ових тела.

Поред тога што је судар централан и ексцентричан он може бити и прав и кос;први је кад се оба тела крећу правцем судара,а други кад то није случај.Сем тога судар може бити еластичних и нееластичних,слободних и неслободних тела.

Промена кретања после судара поред тога што зависе од природе тела,зависе још и од 1/.- маса;2/.- брзина пре судара;3/.- облика;4/.- правца кретања и 5/ .- правца судара.

Ако се с једне стране креће кугла маса m_1 и брзине c_1 тј. с количином кретања $m_1 c_1$ а са друге кугла m_2 са брзином c_2 (количином кретања $m_2 c_2$) онда је целокупна количина кретања пре судара: $m_1 c_1 + m_2 c_2$ После судара обе масе $m_1 + m_2$ имаће исту је количина кретања после судара с ($m_1 + m_2$). На осн

основу принципа о консервацији мора бити: $m_1c_1 + m_2c_2 = c\,(m_1+m_2)$
одакле је: $c = \frac{m_1c_1 + m_2c_2}{m_1+m_2}$

То би тако било кад би се кугле сустизале - кретале се пре судара истим смислом; а ако се сусрећу остаје све исто изузев знак у бројитељу, дакле: $c' = \frac{m_1c_1 - m_2c_2}{m_1+m_2}$

Над обадве масе буду једнаке $m_1 = m_2$ биће:
$c = \frac{m(c_1+c_2)}{2m} = \frac{c_1+c_2}{2}$

Кад једно тело пре судара мирује $c_2 = 0$ биће
$c = \frac{m_1c_1}{m_1+m_2}$, а ако су масе још једнаке биће
$c = \frac{mc}{2m} > \frac{c}{2}$ тј. оба ће се тела кретати са половином брзине оног тела, које се кретало и пре судара. Ако ли је једно тело зид тј. да је $m_2 = \infty$ према m_1, онда је: $c = \frac{m_1c_1+\infty}{\infty} = 0$ тј. кад кугла удари о зид зауставиће се (разуме се нееластична).

Сасвим је ствар другојача за елестична тела - масе m_1 и m_2 еластична су, а крећу се брзинама c_1 и c_2. За време судара маса m_1 губи од своје брзине количину c, а исто толико губи и маса m_2 те се две масе због судара угну, али се брзо враћају у старо стање те због тог настаје поновни судар и поновни губитак у брзинама, тако су губитци $2(c_1-c)$ и $2.(c_2-c)$.

На тај начин за брзину кугле m_1 после судара, добија се:
$c_0' = c_1 - 2(c_1-c) = c_1 - 2c_1 + 2c = 2c - c_1$
а брзина кугле m_2 биће: $c_0'' = c_2 - 2(c_2-c) = c_2 - 2c_2 + 2c = 2c - c_2$
Но како за сваки судар важи $c = \frac{m_1c_1 + m_2c_2}{m_1+m_2}$ то сменом вредности за c_1 и c_2 биће:
$c_1' = \frac{2(m_1c_1 + m_2c_2)}{m_1+m_2} - c_1$; или $c_0' = \frac{2m_1c_1 + 2m_2c_2 - m_1c_1 - m_2c_1}{m_1+m_2}$

$$c_0' = \frac{m_1c_1 + 2m_2c_2 - m_2c_1}{m_1+m_2} = \frac{c_1(m_1-m_2) + 2m_2c_2}{m_1+m_2}$$

Брзина кугле m_1, после судара. Исто се тако за брзину кугле m_2 после судара добија: $c_0'' = 2c - c_2 = \frac{2m_1c_1 + 2m_2c_2}{m_1+m_2} - c_2 = \frac{2m_1c_1 + 2m_2c_2 - m_2c_2 - m_2c_2}{m_1+m_2} =$

$$= \frac{2m_1c_1 + m_2c_2 - m_1c_2}{m_1+m_2} = \frac{c_2(m_2-m_1) + 2m_1c_1}{m_1+m_2}$$

Претпоставимо сад да је $m_1 = m_2$ онда је:

$$c_0' = \frac{2mc_2}{2m} = c_2 \quad \text{и} \quad c_0'' = \frac{2mc_1}{2m} = c_1$$

дакле кугле ће само узајамно измењати брзине.

Ако ли је $m_1 = m_2$ и ако је кугла m_2 у миру ($c_2 = 0$) онда је $c_0' = 0$ и $c_0'' = c_1$ тј.кад се сударе две једнаке еластичне кугле,од којих је једна у миру,онда ће се мирна кугла кретати брзином "кретајуће се" кугле,а ова ће се зауставити - после судара - Сво је у ствари опет само узајамна промена брзина.

Ако ли имамо читав низ еластичних кугала исте масе m ,и нек само једна с краја има брзину c,а све остале да мирују,онда ће се удар пренети кроз све кугле и последња ће се кренути са брзином c;.Ако ли двема куглама с једног краја дамо брзину c; после судара ће две са другог краја добити ту брзину,а остале и даље мирују итд.

Најзад нек је $m_2 = \infty$ (зид) и $c_2 = 0$ онда је $c_0' = -c_1$ тј. еластична се кугла од еластичног зида одбија са истом брзином.

Да видимо још само да ли се код судара еластичних тела одржава принцип о конзервацији енергије,тј.дали је количина кретања после судара иста онолика колика је била и пре судара.

Пре судара је количина кретања $m_1 c_1 + m_2 c_2$ а после судара биће: $m_1 c_0' + m_2 c_0''$ Но нашли смо да је $c_0' = 2c - c_1$ и $c_0'' = 2c - c_2$ те сменом тога:

$$m_1(2c - c_1) + m_2(2c - c_2) = m_1 c_0' + m_2 c_0''$$
$$2m_1 c - m_1 c_1 + 2m_2 c - m_2 c_2 = m_1 c_0' + m_2 c_0''$$
$$2c(m_1 + m_2) - (m_1 c_1 + m_2 c_2) = m_1 c_0' + m_2 c_0''$$

Али је: $m_1 c_1 + m_2 c_2 = (m_1 + m_2)c$ те је: $m_1 c_0' + m_2 c_0'' =$
$= 2(m_1 c_1 + m_2 c_2) - (m_1 c_1 + m_2 c_2) = m_1 c_1 + m_2 c_2$.

Заиста је дакле количина кретања иста као год и пре судара.

Крај механике чврстих тела.

МЕХАНИКА ТЕЧНИХ ТЕЛА.

М Е Х А Н И К А Т Е Ч Н И Х Т Е Л А.

- Х И Д Р О М Е Х А Н И К А -

И за течна тела проучићемо најпре статику - хидростатику, па тек онда науку о кретању течности - хидродинамику.

Х и д р о с т а т и к а.

Да видимо најпре особине течних тела. Тако:

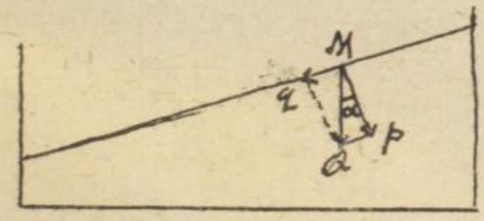
1/.- Свака течност има своју тежину, и док је у миру има и тежиште; течности дакле падају на земљу по истом закону теже као и чврста тела;

2/.- При једнаким условима све течности имају сталну запремину, као год и чврста тела.

3/.- Све течности добијају облик суда у коме су - немају свог сталног облика (у томе се течности разликују од чврстих тела).

4/.- Течности у миру заузимају увек хоризонталан положај (и у томе је разлика између чврстих и течних тела, јер ту особину чврста тела немају

сл.160.



Нека је ниво течности mn-ос, и уочимо један молекил M чија је тежина Q Силу Q разложимо у две компоненте p и q те је $q = Q\cos\alpha$ и $p = Q.\sin\alpha$ Компоненту p потиру притисци молекила изнутра, а компонента q свлачиће молекил M све дотле, док не постане $q = 0$ а то је за $\alpha = 90^0$ тј. кад је вода са хоризонталним ниво-ом. Како је дакле течност у миру кад је њена површина управна на правац теже (а то су полупречници земље), то и та површина мирне течности мора бити кугла. Да је тако уверавамо се и посматрањем лађе на морском нивоу.

Површина мирне течности је дакле нивоска површина.

5/.-Над какву течност посипемо по прашљивом патосу, она ће се скупити у куглице, јер прашина не да води да се рашири у једну раван. Те су куглице правилније, у колико им је полупречник мањи, тј. у колико је мање дејство теже и привлачење од стране површине.

Слободна ће течност увек заузети облик кугле; ако у суду имамо алкохол помешан са нешто воде, и у ту течност успемо уљ зејтина, видећемо

да ће тај зејтин као слободна течност (јер се алкохол и зејтин не мешају ни у колико), заузети облик кугле. Округао облик свих планета тумачи се, због ове особине течности, тиме, што се тврди да су сва небесне тела била некад у течном стању.

6/.- Све се течности могу стиснути, тј. да им се молекили приближе; стишљивост течности мања је но код чврстих тела, јер су молекили чврстих тела већ ∞ близу једни другима. Узмимо једну градуисану цев и успимо у њу неку течност, па ту течност изложимо притиску - видећемо на подели да ће се течност свести на мању запремину. Нека је v запремина пре притискивања, а v_1 после, и $v - v_1 = w$ разлика тих запремина, која је изазвата притиском P, онда се коефицијенат:

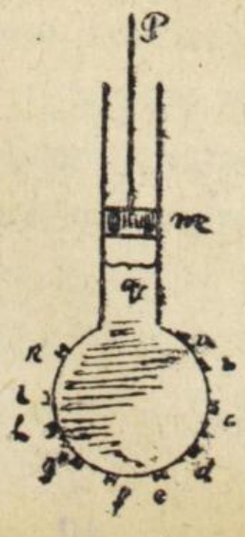
$$K = \frac{w}{P.v}$$

зове коеф. стишљивости дотичне течности. Апарати, којима се одређује смањивање запремина - дакле w - и притисак P као год и запремина v пре притиска, другим речима апарати за одређивање коефицијента стишљивости зову се пиезометри; најобичнији је ерстедов, колладонов и штурмов.

По Реньолу имамо за притисак од једне атмосфере ове коефицијенте стишљивости:

за живу на	0°C	0,000003
за воду на	0°C	0,00005o
за " "	53°C	0,000044
за етар "	0°C	0,000111
за " "	14°C	0,000140 итд.

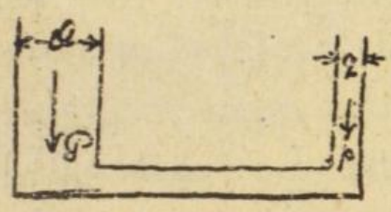
7/.- Још је једна нова особина течности, да проносе притисак на све стране једнако. Узмимо суд са више потпуно једнаких отвора, и напунимо га



сл. 161.

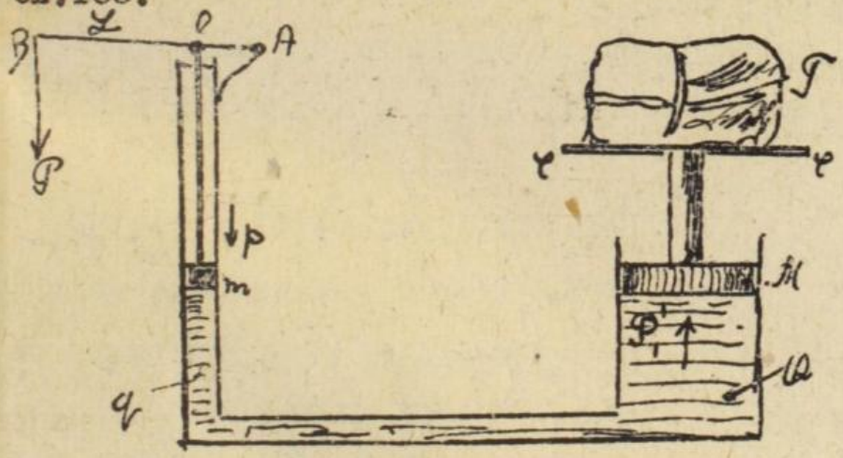
течношћу, коју ћемо клипом m притискивати; после тог притиска видећемо да су се сви запушачи на отворима; a, b, c, ... померили за исту дужину, што је могло бити само ако се притисак P разнео свуда једнако и расподелио се на све запушаче. Нека је δ пут сваког запушача, и нек је p онај део притиска, који пада на један отвор онда је рад свак

свакога запушача: $z = p \cdot s$ Ако је број отвора n ,онда је $P = n \cdot p$ или $p = \frac{P}{n}$ дакле $z = \frac{P}{n} \cdot s$ По принципу о консервацији енергије мора бити: $p z = \frac{P}{n} \cdot s$ Из овога се види,да заиста притисак на отвор q мора бити раван суми притисака на све остале отворе.Ако ли отвори a,в,c..... немају једнаке пресеке,онда и путови појединих запушача биће разни напр: s_1 , s_2 . s_3 ---- За такве отворе важи правило,да су притисци сразмерни пресецима отвора тј. $p : P = q : \mathcal{A}$ Помоћу овога обрасца можемо одредити притисак за ма који отвор,јер је $p = \frac{P \cdot q}{\mathcal{A}}$ Тако ако имамо савијену цев (сл.162) за коју је $q = 1$ см.^{2} а $\mathcal{A} = 100$ см.^{2} па је $p = 1$ кгр. онда ће P бити = 100 кгр.


сл.162.

На томе принципу и основана је хидраулична преса,којом производимо сразмерно малим силама p врло велике притиске P.

Полугом AB креће се клип m и притиском на течност дела силом P_1' на клип M који диже плочу φφ а ова притискује тело T сл.163.



Нека је $q = r^2\pi$ и $\mathcal{A} = R^2\pi$ онда како је $P_1' : p = \mathcal{A} : q$

$$P_1' = \frac{\mathcal{A}}{q} \cdot p$$

$$P_1' = p \cdot \frac{R^2\pi}{r^2\pi} = \frac{R^2}{r^2} \cdot p$$

За равнотежу је полуге:

$P \cdot L = p \cdot l$ или $p = \frac{L}{l} P$

Заменом је: $P_1' = \frac{R^2}{r^2} \cdot \frac{L}{l} \cdot P$

Нека је $L = 10 \cdot l$; $R = 10 \cdot r$ и $P = 100$ кгр.

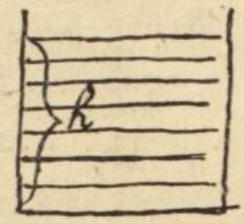
онда је $P_1' = \frac{100 \cdot r^2}{r^2} \cdot \frac{10 \cdot l}{10} \cdot 100 =$ 100 000 кгр.,дакле са силом од 100 кгр.производимо притисак од 100 000 кгр.Сваку хидрауличну пресу конструисао је Braman 1796 год.,а и данас се она готово искључиво употребљава.

Хидростатички притисак.-Притисак течности који смо до сад испитивали био је хидраулички притисак који се јавља при кретању течности;но и мирна течност производи притисак:

на дно суда;на бокове и притисак одоздо на више звани потисак.

Мирна течност има хоризонталан ниво;таква се течност може поде-

сл.164.



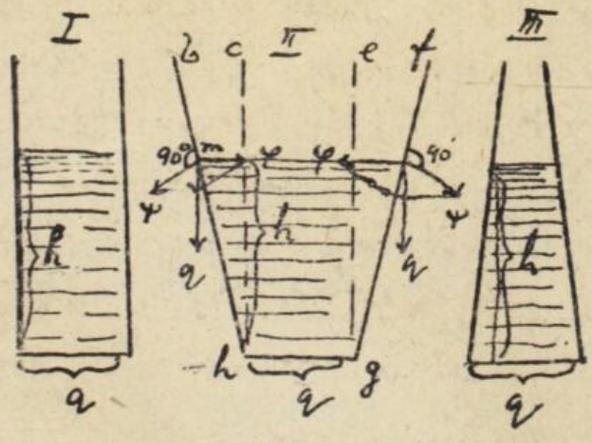
лити на све саме слојеве од по једног хори-зонталног низа молекила.Сваки слој има сво-ју тежину,којом притискује на своју подлогу слој испод себе;тај доњи слој својом тежи-ном притискује онај испод себе,и на њега преноси тежину првог слоја итд.до последњег слоја,који на дно суда при-тискује својом тежином и тежином свих горњих слојева,која се преко њега преноси.Тај бисмо притисак на дно суда знали колики је,кад бисмо знали број молекилских слојева и тежину једног слоја,те очевидно тај притисак на дно суда зависи од висине течности h (број слојева),од природе течности (= тежина једног слоја) и од величине дна.

Тежину јединице запремине зовемо специфичном тежином σ ,те ако је P = притисак на дно суда, h = висина течности у суду са специф. тежином σ ,и нек је q пресек дна,онда је $P = q \cdot h \cdot \sigma$

Из ове се једначине пак јасно види,да притисак на дно суда не зависи ни у колико од облика суда,већ само од поменута три фактора

На томе је и основан тзв.**х и д р о с т а т и ч к и п а р а д о к с.**

сл.164.



Нека су судови I,II и III са истим дном и у њима нека је вода до исте висине h .Притисци на дно све три суда исти су *правн* $P = q \cdot h \cdot \sigma$

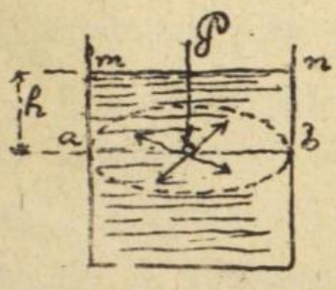
Посматрајмо молекиле m у деловима bcd и efg и њихове тежине q разложимо на компоненте φ и ψ (ψ = хоризонтално,а $\psi \perp bd$ односно fg).Компоненте ψ потиру се чврстином дуварова а компоненте φ потиру се саме између себе,као што се са сл.164 види Дакле ни један део тежине свих молекила у деловима bcd и ef не дејствује ((притискује на дно суда) чиме се и даје објаснити хидростатички парадокс.- На сличан би се начин исто то могло извести и за суд

облика III.

Хидростатички притисак на бокове суда.-

Молекили течности делом своје тежине производе и притисак на бокове суда. Посматрајмо пресек ав и у њему део f на који је притисак од горних слојева: $P = f \cdot h \cdot \sigma$

сл.165.



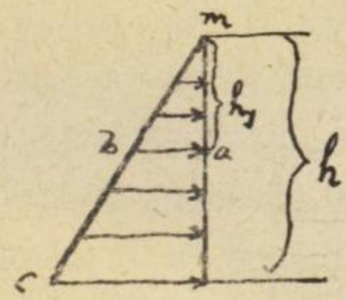
Тај се притисак граничи на све стране подједнако према ономе што је речено уз сл.161 па ће према томе онај део тог притиска, чији правци леже у пресечној равни ав притискивати на бокове суда. Како је притисак P већи што је $h \cdot \sigma$ веће, то ће и притисак на бокове P_y бити већи кад је h и y веће. Притисак на бокове суда у тачкама нивоа $m \cdot n$ биће $P_1 = 0$ јер је ту $h = 0$, па $P = 0$

сл.166.

Притисак на бокове суда све је већи што се силазимо дубље у суд (што је h веће) и кад преносимо те одговарајуће притиске на бокове у виду хоризонтала cf, ва.....добићемо линију mc притиска на бок; величина притиска представљена је површином

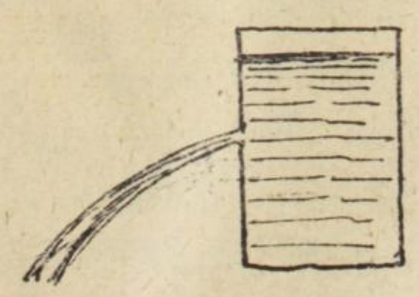
$$\Delta mcf = \frac{1}{2} cf \cdot \overline{mf} = \frac{1}{2} mf^2$$

јер је $if = mf$ Тај се притисак обично изражава једначином $P_y = F \cdot h_s \cdot \sigma$ где је $h_s = \frac{1}{2} h$ (ордината тежишта бочне стране mf) а F површина бока.



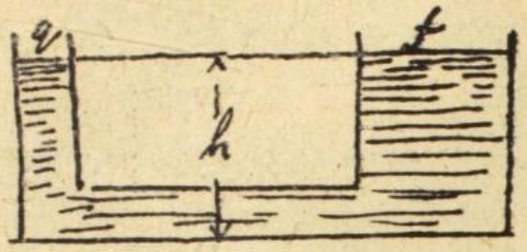
Притисак на бокове суда најлакше се констатује провалњивањем бока, кроз који ће отвор вода одмах појурити - значи да она притискује на тај бок.

сл.167.



Из образаца $P = q \cdot h \cdot \sigma$ и $P_y = F h_s \sigma$ види се, да се притисак на дно и притисак на бок разликује у висини h и h_s (јер се може узети такав суд, да је $f = q$) Притисак на бокове суда нашао је велике примене код тзв. спојних, комуникационих судова. То је просто цев на оба краја савијена на лакат. (сл.169) Течност ће у оба

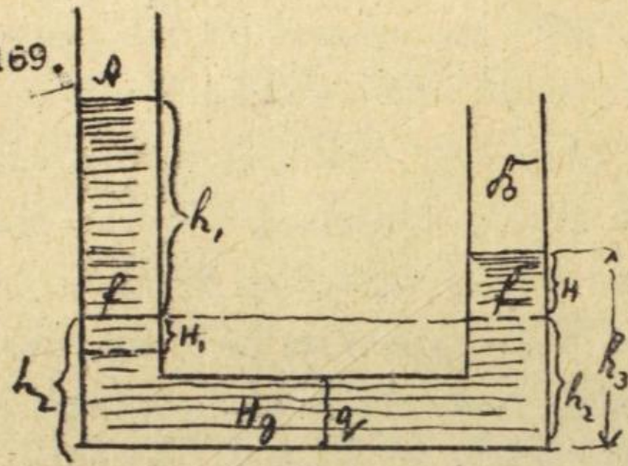
сл.168.



крака спојног суда доћи до исте висине h ,па и ако пресеци q и F тих кракова нису једнаки.

На принципу комуникационих судова основани су водоскоци и артерски бунари.

сл.169.



Сипајмо у комуникациони суд живу, до висине h_2 ;затим у крак .А сипајмо воду,која ће својом тежином потиснути живу у суду А за висину H' ;на ниже, а у суду Б на више за H .За равнотежу мора постојати једначина:

$$q \cdot \sigma_1 h_1 + q\sigma_1 h_2 = q\sigma_2 h_3$$

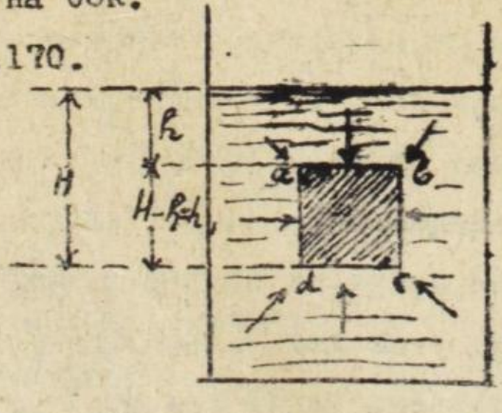
кад је σ_1 специфична тежина воде,а σ_2 специфична тежина живе.Отуда,деобом са q ;

$$\sigma_1 h_1 = \sigma_2 (h_3 - h_2) = \sigma_2 H. \quad \text{ш.} : \sigma_1 : \sigma_2 = H : h_1$$

Ово пак значи:висине двеју течности у комуникационим судовима обрнуто у сразмери са специфичним тежинама тих течности.

Притисак на више - п о т и с а к.Притисци на течност преносе се на све стране,те ако косе притиске разложимо на хоризонталне и вертикалне остаје нам да дамо рачуна само о тим вертикалним и хоризонталним притисцима.Вертикални притисци могу бити одозго на ниже (притисак на дно и одоздо на више - потисак.Хоризонталне смо притиске испитали као притиске на бок.

сл.170.



Потопимо у воду коцку авсд.Притисак озго на ав биће $P = q \cdot h \cdot S$ (где је q = страна коцке са ивицом ав).

Притисак на страну сд биће већи и то $P_1 = q \cdot \sigma \cdot H$ Потисак на тело (коцку) биће дакле $P_2 = q \cdot \sigma \cdot (H - h$) или како је $H - h = h_1$ висина коцке,то је потисак раван производу из пресека,спец.тежине и висине тела.Како је пак $q \cdot h_1 = v$ то је $P_2 = v \cdot \sigma$ али је и $Q = v \cdot \sigma$ те је дакле

[illegible] тј.тело потопљено у течност трпи потисак који је раван тежини

тела или тежини истиснуте течности;и тело потопљено у течност губи од своје тежине онолико колико је тешка истиснута течност.То је познато под именом А р х и м е д о в о г з а к о н а(-пронађен у купатилу).Овим законом можемо објаснити,зашто нека тела тоне,нека плове,а нека заузимају сваки могући положај у течности.Ако са δ означимо спец.тежину тела, са σ спец.тежину воде (течности) са v_1 запремину истиснуте течности и са v_2 запремину тела,онда кад је: $v_1 \cdot \sigma = v_2 \cdot \delta$ тело ће у тој течности остати онде где га ставимо.Како је $v_1 = v_2$ онда ће то бити,кад је $\delta = \sigma$ Ако ли је $\delta > \sigma$ тело ће потонути,а ако је $\delta < \sigma$ тело ће пловити.

Нека је v запремина тела;које плови,а v_1 онај део запремина тог тела,који је у води,и v_2 непотопљен део тела,онда је:

$$v_1 \cdot \sigma = v \cdot \delta = (v_1 + v_2) \cdot \delta = v_1 \cdot \delta + v_2 \cdot \delta ; \; v_1\sigma - v_1\delta = v_2 \cdot \delta ; \; v_1(\sigma - \delta) = v_2 \cdot \delta ; \; v = \frac{v_1(\sigma - \delta)}{\delta}$$

То је пак образац за онај део запремине тела,који остаје непотопљен.

Јасно је само по себи,да ће исто тело пре и више потонути у специфички лакшој течности.Ако су σ_1 и σ_2 спец.тежине двеју течности и v_1 и v_2 делови једног истог тела,који су у течности,онда је $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$

Кад хоћемо да какво тешко тело плови,ми га спајамо са специфички врло лаким телом (плутом).Ако је v_1 запремина тешког тела спец.тежина δ_1 а v_2 запремини тела специф.тежине δ_2 ,онда је:

$$v_1\delta_1 + v_2\delta_2 = (v_1 + v_2)\sigma = v_1\sigma + v_2\sigma ; \; v_2(\delta_2 - \sigma) = v_1(\sigma - \delta_1) ; \; v_2 = \frac{v_1(\sigma - \delta_1)}{\delta_2 - \sigma}$$

толика треба да је запремина лаког тела,па да тешко тело запремине v_1 не потоне кад се споји са њиме.

НЗ.Специфична тежина воде је: $\sigma = 1$

Код пловних тела треба нам водити рачуна о стабилности-њиховој која и у овом случају може бити:л а б и л н а, с т а б и л н а и и н д и ф е р е н т н а.

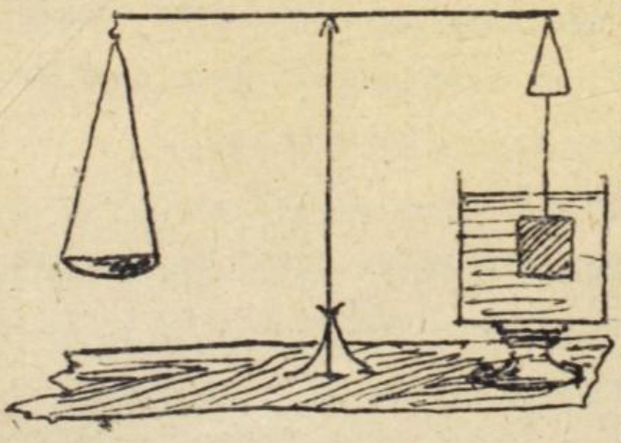
Кад тежиште тела потопљеног у воду - течност - **пада у исту** тачку са тежиштем истиснуте воде,онда је пловно тело у индеферентној равнотежи.Тежиште тела је испод тежишта њиме истиснуте течности - и стабилна је равнотежа.Лабилна је равнотежа,кад је тежиште тела више тежишта истиснуте течности.Код пловних тела (лађа) главно је да тежиште буде што ниже(стога су тешке машине на дну лађе).Кад је пловно тело у равнотежи па се споји тежиште тела S са тежиштем истиснуте течности S_1 добија

се осовина пливања за то тело.Кад тело није у равнотежи, S, пада изван те осе у S' и тачка,која се добија као пресек осовине и вертикале кро S' зове се м е т а ц е н т а р,по коме се такође одређује стабилнос јер кад је S' испод M равнотежа је стабилна;кад је S' изнад M - лабилн а кад је S у M индиферентна.

С п е ц и ф и ч н а т е ж и н а.

Како је специфична тежина тела σ тежина јединице запремине, то је цела тежина тела $Q = v \cdot \sigma$; одакле је $\sigma = \frac{Q}{v}$. На тај се начин најлакше одређује специфична тежина тела.Кад је тело неправилно запремину v одређујемо му мерењем запремине њиме истиснуте течности.На основу архимедовог закона,ако тело истисне 10 си.^{3} воде,оно губи од сво тежине q = 10 гр.јер је 1 см.^{3} воде = 1 гр.Дакле је $v = q$ те и $\sigma = \frac{Q}{q}$ тј.треба мерити у ваздуху,и у води и количник тих тежина даје спец.његову тежину.За мерење тежине тела у води имамо х и д р о с т а т и ч к е т е р а з и ј е.

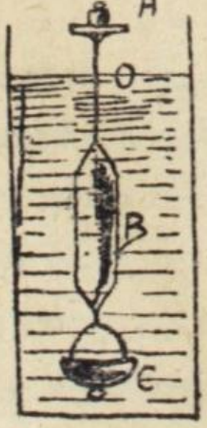
сл.171.



То су обичне теразије,чији је један тас кр њи,и о њега се веша тело,које се мери у во ди (сл.171)Овим теразијама можемо тело ме рити и у ваздуху и у води,можемо дакле одр дити специфичну тежину раствора у води,јер је $\sigma = \frac{Q}{q}$

Исти тај посао можемо свршити и помо ћу н а х о л з о н о в о г а р е о м е т р а.То је шупаљ метални цилиндер B и го и доле завршен у виду конуса.За доњи крај обешена је корпа C,у коју се

сл.172.



мење тело,које се испитује.Горњи део продужен ј у прут на чијем се врху налази тас за тегове.На том је пруту обележена тачка D до које се сме апарат потопити у воду.На тас A стави се тело додају се тегови сва дотле,док апарат не потоне до D.Сад се тело скине са таса,а место њега ме се тегови док опет вода не дође до D;ти тегови дају тежину тела у ваздуху.Ставимо сад тело у

корпу С и додајмо на тас А тегове,док вода опет не дође до С;ти тегови дају тежину q тела у води;сад је $\delta = \frac{Q}{q}$

Счито је да овим апаратом,као и хидростатичким терезијама можемо налазити специфичну тежине тела,која тоне и не растварају се у води.За тела,која плове и растварају се морамо тражити нове методе.За тело које се раствара у води узећемо течност,у којој се неће растворити (алкохол зејтин итд.),и којој је специфична тежина 4,па је специфична тежина тела према тој течности; $\delta_1 = \frac{Q}{q}$, а специфична тежина према води $\delta = 4.\delta_1$ Тела која у води плове спајамо са каквим тежим телом спец.теж. δ_1 и нађемо спец.теж.тако сложеног тела - нек је то δ ;Онда је специф.тежина лаког тела; $\delta_2 = \delta - \delta_1 = \frac{Q}{q_1 - q_2}$

И за одређивање специф.теж.шупљикавих тела потребна нам је нарочита метода;у таква тела убрајамо и прашкове,барут итд.Та се метода састоји у употреби пикнометра,флакона,тј.флашице којој је позната тежина, Као и тежине воде,која може стати у тај флакон.Прашак се измери најпре у ваздуху и нађе се Q ,па га сипамо у флакон пун воде,те ће он истиснути извесну количину q_1 воде из њега.Измеримо сад флакон,и наћићемо $Q = q - q_1$ где је q тежина флакона пуног с водом.Према томе је: $\delta = \frac{Q}{Q + q - q_1}$. Помоћу хидростатичких терезија можемо одредити и специф.теж.течности,само се о краћи тас обеси кугла од платине,која тоне у све течности и ниједна је течност не нагриза.Нек та кугла потопљена у води истисне q грама воде,а потопљена у течност,чија се специфична тежина тражи истисне q_1 гр., онда је $\delta = q/q_1$ спец.тежина те течности.

Специф.тежину течности одређујемо и помоћу пикнометара - узаних градуисаних цеви.Пикнометар се напуни до одређене белеге водом и измери: тежина је q ;затим се испразни,осуши и напуни до исте белеге течношћу, за коју се δ тражи;тежак је тада q_1 те је $\delta = q/q_1$

У практици се пак спец.тежина течности одређују,мере,ареометрима,од којих је најпознатији ареометар за алкохол,и за млеко - ликтометар. То је обична стаклена цев при дну нешто раширена,и на самом је дну омања куглица пуна живе,или другог кога тешког тела,ради веће стабилности.Ареометар се прво замочи у воду и забележи се докле је утонуо,затим га замо-

замочимо у другу течност и опет забележимо докле је утонуо.Простор између тих двеју обележених црта подели се на извесан број делова.Тако градуисани ареометром можемо сад мерити густину (концентрацију) појединих раствора напр.с о л и: с о л о м е р (Бомеов),јачину алкохолних пића (вина; виномери) итд.Ареометар потопљен у води истисне воде $Q = v \cdot s$ ($s=1$), а потопљен у другу течност истисне $Q_1 = v_1 \cdot s_1$ али мора бити $Q = Q_1$ те је $v \cdot s = v_1 \cdot s_1$ тј. $s_1 = \frac{v \cdot s}{v_1}$

Ако ареометар у води тоне до 100-ог подеока,а у другој течности до 80-ог.онда је спец.теж. те друге течности: $s = \frac{100}{80} = \frac{5}{4} = 1,25$

Ако је ареометар у другој течности утонуо до 125-те подеоне црте,онда је спец.теж.те течности: $s = \frac{100}{125} = 0,8$, дакле та је течност специфички лакша од воде.

Ареометри који се употребљавају у обичном животу подељени су за гушће и ређе течности;ареометри за гушће течн.имају 0^0 при врху,а за ређе 0 је на дну.

Специф.теж.гасова одређује се;

1/.- Помоћу флакона - али повећег (балона) чија се тежина q Балон се напуни ваздухом и има тежину q' ;тежина самог ваздуха у балону биће $Q = q' - q$ Балон се испразни и напуни водом,тада је тежак "q". Из тих се тежина налази за спец.теж.ваздуха према води $s = \frac{1}{770}$ тј. ваздух је 770 пута лакши од воде.За остале је гасове лакше одредити спец. теж.према ваздуху,па тек онда према води множењем са 1/770.

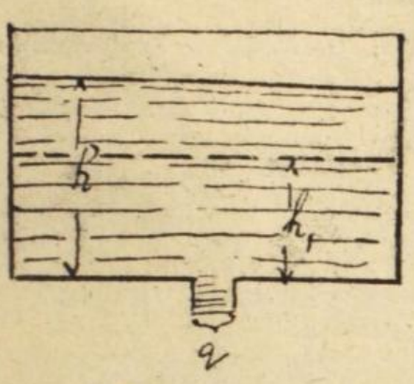
Ево неколико специфичних тежина појединих тела:иридиум 22,45; платина:22,1;злато:19,3;жива 13,59,олово:11,9;сребро 10,5;бакар 8,9;месинг;8,9;челик;7,8;ковано гвожђе;7,3 ;ливено;7,2;дијамант;3,5;лед;0,8; растово дрво;1,23;липово:0,5;плута;0,24;алкохол;0,79,ваздух;0,001293;кисеоник према ваздуху 1,1 према води 1,1 .1/770;водоник 0,07 и 0,07.1/770 итд.

ХИДРОДИНАМИКА
или
ХИДРАУЛИКА.

Ретки су случајеви да течност мирује:она се махом креће.Течност у затвореном суду не може се кретати,већ суд мора бити пробушен било на

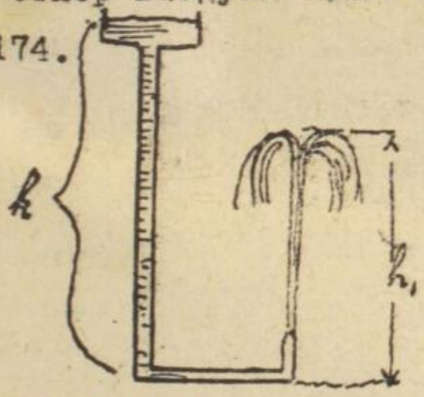
дну било са стране. Узмимо суд са отвором на дну, али да је пресек суда врло велики према отвору суда тако да се за неко извесно време истицања течности кроз отвор q, висина течности h у суду може сматрати за непроменљиву, и у таквим приликама покушајмо, да израчунамо брзину истицања, још и под том претпоставком да је притисак (атмосферски махом) на ниво течности сталан. Сваки ће молекил течности дакле ће сваки молекил вршити какав рад,

сл.173.



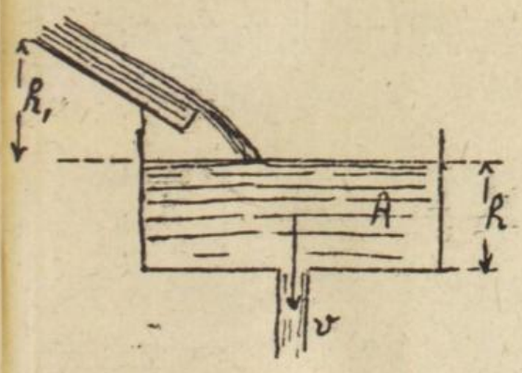
тежити да сиђе до отвора q који ће бити $R = Q.h$ где је Q тежина молекила, а h висина са које се креће. Молекил овде као да слободно пада, те је $h = \frac{v^2}{2g}$ или $R = Q.\frac{v^2}{2g}$ Одатле је пак брзина $v = \sqrt{2gh}$ Овај је образац први извео Т о р и ч е л и ј е. Видели смо за чврста тела да образац $v = \sqrt{2gh}$ важи и кад се тело баца у вис, то исто важи и за течности, које силом приморавамо да се крећу у вис (водоскоци, штрцаљке итд), само је сад отпор ваздуха много већи, јер се течност цепа (сл.174).

сл.174.



Као год што се чврста тела могу кретати убрзано, али са извесном почетном брзином, такав је случај и са течностима. Тај случај наступа онда, кад у суд, из кога истиче течност брзином v, непрестано дотиче течност брзином c. Нек је пресек суда A величине F_0 пресек отвора $q = F_1$, брзина дотицања c, а истицања v. Ако течност која дотиче пада са висине h_1, онда је

сл.175.



$h_1 = \frac{c^2}{2g}$ или $c^2 = 2gh_1$,

рад те течности биће: $Q.h_1$, рад пак течности, која истиче из суда A биће $Q.h$ јер се претпоставља да у суд A дотече онолико воде колико истече. Целокупан рад биће: $Q.h + Q.h_1$, или $Q(h+h_1) = Q.\frac{v^2}{2g}$ тј. $h+h_1 = \frac{v^2}{2g}$

одакле је: $v = \sqrt{2gh + 2gh_1}$ или је $2gh + 2gh_1 = c^2$ те је

$v = \sqrt{2gh + c^2}$ Закон о к о н т и н ц и т е т у течности. - Течно-

сл.176.



мора да испуни сваки део суда, ма кога обл. ка он био, има какви били његови пресеци. Услед тога и брзина течности у једном пресеку мора бити мања и обратно, и то по закону:

$F' : F'' : F''' : ___ \ldots = c_1 : c_2 : c_3 = ___$

или $F'c_1 = F''c_2 = F'''c_3 = ___$ Taj je zakon u hidraulici poznat pod imenom zakona o kontinuitetu.

Како је енергија воде која дотиче (сл.175) $\frac{Mc^2}{2}$ а воде која отиче: $\frac{Mv^2}{2}$ то је постојећа енергија: $\frac{Mv^2}{2} - \frac{Mc^2}{2} = Mgh$

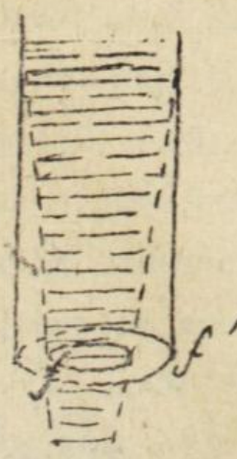
отуд $v^2 = 2gh + c^2$ или $v = \sqrt{2gh + c^2}$ Али је према назначењима у сл.175. $c = \frac{F_1}{F_0} \cdot v$ те заменом добијамо:

$$v = \sqrt{2gh + \left(\frac{F_1}{F_0}\right)^2 \cdot v^2}, \quad v^2 = 2gh + v^2\left(\frac{F_1}{F_0}\right)^2 ; \quad v^2\left\{1 + \left(\frac{F_1}{F_0}\right)^2\right\} = 2gh ; \quad v = \sqrt{\frac{2gh}{1 - \left(\frac{F_1}{F_0}\right)^2}}$$

То је брзина истицања, кад се води рачуна о неједнакости пресека суда и отвора. Кад је $F_0 = \infty$ према F_1 онда је: $\frac{F_1}{F_0} = 0$ и $v = \sqrt{2gh}$, дакле оно што смо нашли под условом за кратко време. Када је $F_1 = F_0$ онда је $v = \infty$

Но зна се да и ако је $F_1 = F_0$ ипак v не може бити ∞ што пак може бити само онда кад је F_1 разно од F_0 Тако је у ствари, јер вода не истиче кроз цео отвор F' већ једним његовим делом F . Значи да с

сл.177.



млаз воде сузио - контраховао -, и та је особин млаза и позната под именом к о н т р а к ц и ј е м л а з а.

Како је $v = \sqrt{2gh + c^2}$ и $F_0 c = Fv$

из. $v = \frac{F_0 c}{F}$ то је:

$$\left(\frac{F_0}{F}\right)^2 \cdot c^2 = 2gh + c^2, \quad F_0^2 c^2 = F^2(2gh + c^2) ; \quad F^2 = \frac{F_0^2 \cdot c^2}{2gh + c^2}$$

$$F = \sqrt{\frac{F_0^2 \cdot c^2}{2gh + c^2}} = \frac{F_0}{\sqrt{1 + \frac{2gh}{c^2}}}$$

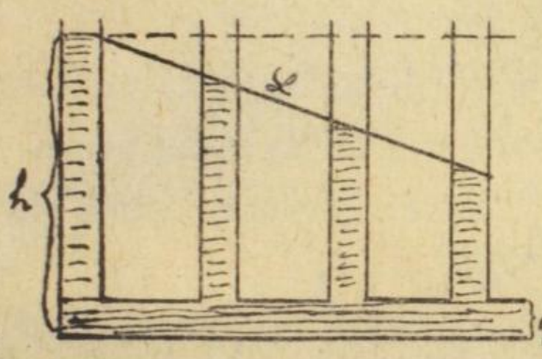
Ово је величина пресека истињућег млава; и ње се види да је увек $F < F_0$

Имали смо образац $Q = F \cdot v$ који ће се због контра

ци је млаза (која постоји увек, само не кад је $v=0$) у неколико изменити и постати: $Q = k \cdot f \cdot v$ где је k коефицијенат контракције, који је увек мањи од 1. а зависи од врсте отвора.

Хидраулички притисак.

При кретању течности појављује се притисак на дно и на бокове суда, који се зове хидраулички за разлику од хидростатичког. Хидраулички притисак зависи на прво место од брзине кретања појединих молекила, и од пресека суда (јер брзина зависи од пресека $f_1 c_1 = f_2 c_2$ ....). Узмимо суд (сл. сл.178.

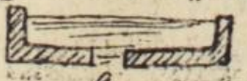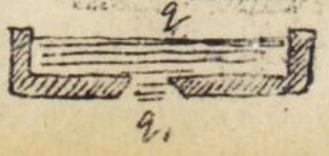


(сл.178); док је отвор q затворен, висина течности у свима стубовима биће иста h али чим се отвори и вода почне шећи, висини воде у стубовима, који су ближи отвору биће мања од висине у стубовима, који су даљи од отвора. Везивањем крајњих тачака висина добијамо линију L опадања хидрауличког притиска. За цеви једнаког пресека хидраулички је притисак увек мањи од хидростатичког.

На принципу хидрауличког притиска конструисани су шмркови за сисање ваздуха - но тиме се више занима грађевинска механика.

НЗ. Поједине цеви суда на сл.178. зову се п и е з о м е т р и.

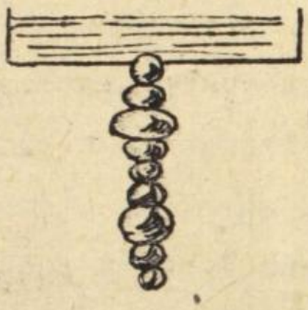
Има случајева кад је хидраулички притисак раван атмосферском (тада вода неће отицати) - и такав се притисак зове н е г а т и в н и х и д р а у л и ч н и притисак. Баш на њима се и оснивају хидрауличне сисалице, које су у индустрији јако употребљене, само кад се место воде употреби ниво. На негативном притиску оснивају се и хидрауличне дуваљке.

Количина истекле воде за t'' кроз отвор F а брзином v биће $Q = f \cdot v$ или како је $v = \sqrt{2gh}$ биће: $Q = f \cdot \sqrt{2gh}$ за t'' истећи ће дакле: $Q = F \cdot t \sqrt{2gh}$. То би све тако било, да нема контракције млаза, због које се мора увести у тај образац и коефицијенат контракције па је, $Q = \varphi \cdot F \cdot t \sqrt{2gh}$. Коефицијенат контракције зависи од облика отвора: За отвор облика  тај је коефицијенат знатно већи но за отворе облика 

При посматрању млаза течности која истиче видећемо, да он неће бити свуда исте дебљине: часом је ужи па опет шири итд. Такакв млаз састављен је све из самих капљица, које су разних облика и разних димензија; то су елиптичне, кружне итд.

сл.179.

Такав је један млаз "грубо" представљен на сл. 179. Мењање облика млаза зове се и з в р т а њ е м л а з а. Кад је отвор q квадратан извртање млаза представља нам сл.180.



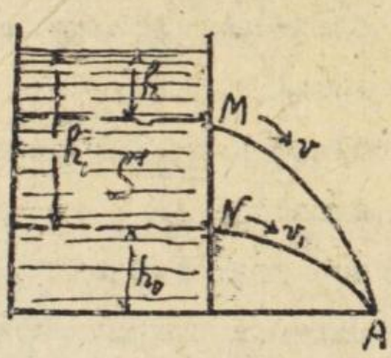
До сада смо испитивали истицање течности кроз отвор на дну суда, узмимо сад да је отвор на боку суда.

сл.180.



Суд S нек има два отвора M и N, кроз које ће истицати вода, али опет са претпоставком, да се за неко време истицања висине h и h_1 , неће променити. Знамо да ће бити: $v = \sqrt{2gh}$ и $v_1 = \sqrt{2gh_1}$

сл.181.



На млаз течности, који би требало да се се креће хоризонтално, утиче тежа, те је њено дејство ($s = \frac{gt^2}{2}$) узрок што је пут млаза парабола. Може се рећи да су у опште сви млазеви воде параболе (па и код водоскока).

Ис сл.181. види се да оба млаза могу имати исти домет, а то ће бити онда, кад је $h = h_0$ тј. остојање горњег отвора од нивоа равно остојању доњег отвора од дна суда.

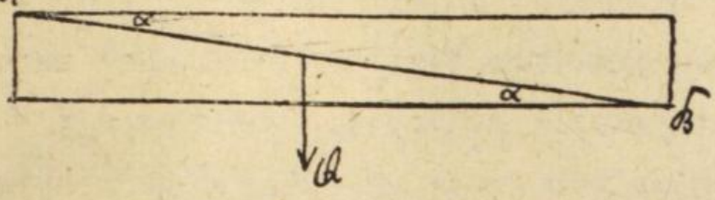
К р е т а њ е п р и р о д н е т е ч н о с т и - р е к а.

Посматраћемо сад кретање течности у природи напр. у рекама великим и малим (а не као до сад у судовима) у каналима итд. где се креће течност више или мање сталном брзином. ~~При протицању кроз~~. При протицању кроз канале, течност се тара о зидове канала и главно је да знамо коефицијенат трења, који зависи од д у ж и н е и п р е с е к а канала (управо је сразмеран са дужином и обрнуто, са пресеком канала) и падне висине према отвору (канала) резервоара.

Кроз реке тј. отворене канале треба при отицању течности знати

пад реке, уздужни и попречни пресек. Пад се изражава у метрима напр. на 100 метра пада 1 м. или на 100 м. пада 5 м. - 5% пад итд. Угао α - пад - јесте угао стрме равнине (коју можемо и другојаче конструисати да је $\alpha = \alpha$).

сл.182.



Пад реке је у колико ток њен одступа од хоризонта и за кретање њено мора бити стрма раван, јер ако је течност хоризонтална, онда, као што знамо стоји.

Код протицања реке треба водити рачуна о брзинама у оба пресека.

Посмотримо хоризонтални пресек реке.

Ако је ток реке крив, то ће највећа брзина реке бити ближе обали издубљеној и тада ћемо добити правилну параболу. Ако је ток реке прав онда молекили ближи обали спорије се крећу, јер се о њу тару, и онај до обале има брзину = 0, оном до њега је брзина већа и тако поступно расте до средине реке, па после опада тако да ћемо и на другој обали добити брзину = 0 и спајањем појединих тачака добијамо ону кривину. Ако су обе обале равне, спадање и растење брзине је исто и добијамо симетричну параболу. Онај део реке којом вода отиче највећом брзином, зове се матица. Посмотримо вертикалан пресек реке - брзину воде у реци и у дубини. На површини реке брзина није највећа, јер се вода таре

сл.184,



кроз ваздух, дакле компонента А није максимум, а и по дну није исто тако максимум, јер квасци дно и ту имамо брзине равне 0 (нули). У средини је брзина највећа и спајањем појединих тачака, добијамо опет криву линију - параболу, али несиметричну, јер јој теме није као оној горе на 1/2 већ на 1/3 дубине.

Ако би смо имали облик реке, као што је на слици, и испред раширеног дела какву преграду, онда настају вртлови. Ако замислимо да је

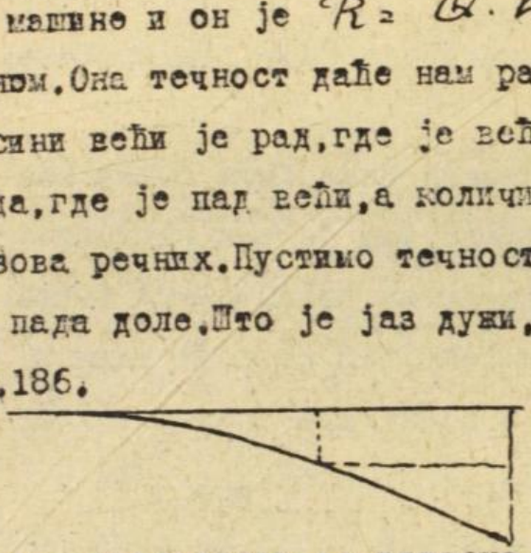
река састављена из слојева - конаца, онда слојеви који су више од С, моћиће слободно пролазити. Слој С проћи ће поред врха саме препоне и онда услед наглог ширења речног корита, мораће да се савије као у неку спиралу. Исто ће се тако савијати слојеви испод С, на пр. А В итд. ударају у препону и савијају се.

сл. 185.



Ово кретање течности кроз реке тиче нас се ради корисне употребе рада при кретању течности. Ово примењивање рада зове се реакција воде - то је дакле рад, који вода изврши при падању. Тај рад преносимо ми на машине и он је $R = Q.h$ тј. раван је тежини, помноженој висином. Она течност даће нам рад већи, која има већу висину. Или, при истој висини већи је рад, где је већа количина течности. Бољи је и лакши пренос рада, где је пад већи, а количина течности мања. Ово је нашло примену код јазова речних. Пустимо течност да тече хоризонтално, па после непосредно да пада доле. Што је јаз дужи, већи је пад, а тиме већи и рад, па и корист је већа. Они се употребљавају при окретању воденице и разних турбина. Величину рада одређујемо, као што смо видели по висини и количини течности за извесно време. Губитак је при преносу рада код течности мањи но код парних махина, где најбоље парне махине извуку из угљена само 8-10 процента корисног рада, а наше просте воденице 30-40 процената; турбина пак 80-90 процената. Овим смо завршили механику воде или течних тела, а сад да пређемо на одељак:

сл. 186.



III.

М Е Х А Н И К А - Г А С О В А - АЕРОМЕХАНИКА.

Гасови као чврста и течна тела могу се кретати. Но пре тога посматраћемо, услове за равнотежу гасова при мировању. Дакле прво ћемо изучити аеростатику па аеродинамику. Ми ћемо говорити у опште о гасовима, али ћемо сва наша испитивања вршити на ваздуху, као што знамо ваздух је у главном смеша кисеоника (20%) и азота 79%. Сем тога има у нашим количинама угљен диоксида, азота, водене паре, разних амонијачних једињења итд. У најновије време пронађен је још један битни састављак ваздуха, који је назван а р г о н (0,79%). Према хемиским испитивањима, то је извесна

елотропска модификација овона.

А Е Р О С Т А Т И К А

Опште особине гасова.

По неке особине гасова слажу се са особинама течности, али се неке и разликују. Тако гасови као и течности преносе притисак на сва страна; тело у ваздуху трпи такође притисак одоздо на више - потисак, и губи од своје тежине онолико колико тешки више истиснути гас; висак тело мерено у безваздушном простору неће имати исту тежину као кад се мери на ваздуху. То се и доказује овим огледом. Направе се тегаон, о чији један крај виси велика шупља кугла, а о други мала масивна (оловна) кугла, тако да се те две кугле одржавају на ваздуху у равнотежи. Ставимо те теразије под звоно и исисајмо ваздух испод њега, па ћемо видети да ће се равнотежа теразија покварити: масивна ће се кугла спуштати јер мање губи од своје тежине пошто је мања. Овим се дакле огледом доказује, да и за гасове важи а р х и м е д о в з а к о н.

Гасови се разликују од течности у томе, што немају сталну запремину, већ се ма која количина гаса растури по целом суду ма ког облика и ма које величине. Течности истина узимају облик суда, али им је запремина стална.

Стишљивост код гасова много је већа него ли код течности, то је и то једна разлика између течности и гасова. Гасови се разликују од течности још и по томе, што су им молекили потпуно слободни и слободно се крећу по правим линијама - ако не наиђу на препону. Ако је брзина кретања молекила m била v онда је енергија тога молекила $\frac{mv^2}{2}$ та се енергија зове м о л е к и л с к о м е н е р г и ј о м г а с а. Молекили гасова док крећању удариће о дуварове суда, у које су и производиће на њима притисак; и ту постоји разлика између течности и гасова, јер течности производе притисак на дно и бокове у отвореном суду, а гасови само у затвореном. Скуп притисака свију гасних молекила зовемо а е р о с т а т и ч к и м п р и т и с к о м, који се јавља на свима деловима суда.

Сваки молекил гаса (ваздуха) има своју масу m дакле је те-

тежак,те ће и гас - (ваздух) имати своју тежину,која је збиља ништавна према тежинама чврстих и течних тела,али ипак није равна нули.Да је ваздух заиста тежак уверавао се овако.Узмимо повећи балон и измеримо га над је отворен,нек је тежак a, ;исцрпимо ваздух из њега и затворимо га,па ћемо наћи другу тежину $q < a$, ;разлика тих двеју тежина биће равна тежини ваздуха,који је под обичним атмосферским притиском ушао у балон. Стари су говорили да ваздух нема тежине;то је тврдио и Архимед,који је до тог закључка дошао овим опитом.Надувену бешику (дакле са ваздухом) измерио је;згужвао је бешику,да би из ње истерао ваздух,и измерио је,али добио је исту тежину.Сва је погрешка сад у томе.што је он узео тело,које мења запремину кад се из њега извуче ваздух.

Као што можемо измерити само извесну количину гаса,исто смо тако у могућности,да измеримо тежину целе атмосфере - свег атмосферског ваздуха.- тежина свег атмосферског ваздуха зове се а т м о с ф е р с к и п р и т и с а к.Да је атмосфера заиста тешка,дознало се једним случајним експериментом.У Италији је копан један бунар,који је требао да буде дубок преко 10 мет.Дотле су знали за бунаре до 10 м.и из њих се шмрком извлачила вода,међутим из овог бунара дубљег од 10 м.шмрк није могао извући воду.Вода се пела у шмрк само за 10 м.а даље није хтела.Пре ће се увек говорило природа се боји празнине,а сад гле не боји се,јер остаје празнину.Ту је појаву испитивао Т о р и ч е л и ј е.

Он је узео цев од 1м.и напунио је живом,и отворен крај цеви спустио је у широк суд са живом,и жива из цеви спустила се до 76-ог.см. Торичелије је извео закључак,да је у цеви стуб живе од 76 см.остао услед атмосферског притиска,који се јавља на површини живе у широком суду.Тај је оглед познат под именом Т о р и ч е л и ј е в о г о г л е д а. Ако ли ставимо звоно више торчилијеве цеви и извучемо ваздух испод њега видећемо како ће стуб живе у цеви бити све мањи,док га сасвим и нестане притисак је дакле ваздуха на површину живе све мањи.

У нормалним приликама стуб је живин у цеви од 76 см.и за тај атмосферски притисак кажемо да је н о р м а л а н.Ако ли је пресек цеви 1 $см.^2$ онда у цеви има 76 $см.^3$ живе,те је тежина тога стуба 1033 грама,или 1 кгр.33 гр.То пак није ништа друго до атмосферски притисак на јединицу пресека,а справа којом је Торичелије до тог дошао није ништа

друго де б а р о м е т а р (са судом).

Цев и атмосфера овде у ствари представљају два комуникациона суда, која комуникују кроз суд са живом. Видели смо, да у колико је спец тежина течности у једном суду већа, у толико ће у њој стуб бити мањи, али апсолутна тежина у оба суда мора бити иста. Према томе види се, да се ме сто живе може узети за Торичелијев оглед ма која течност па и вода, само ће висина стуба воде бити 13,5 пута већа но висина стуба живе.

Сад је Торичелије могао објаснити зашто се из дубљег бунара од 10 мет. није могла вода извући: зато што атмосферски ваздух одржава равно тежу са стубом од 10,33 мет. коју цифру треба још смањити због разних отпора и трења. Шмрковима можемо с тога црпсти воду на 8-9 мет., јер на ту цифру утиче и нетачност шмркова.

Кад знамо да је притисак атмосфере на 1 см.^{2} 1033 гр. онда нам је лако одредити колики ће бити притисак на ма колико површини, тре ба само ту површину изразити у см. кв. и помножити је са 1033 гр.

Торичелије је после првог свог огледа предузео други: са сво јим апаратом пео се на разне висине, јер је знао да се са висином мења атмосферски притисак, па је хтео да се увери, да ли ће и живин стуб бивати све мањи. И заиста он се није преварио, јер је убрзо увидео да живин стуб опада са висином.

На основу Торичелијевог апарата направљени су доцније б а р о м е т р и, са којима ћемо се ми сад изближе упознати.

Барометри се могу поделити на три групе: б а р о м е т а р с а с у д о м, б а р о м е т а р н а л а к а т (Гајлисаков) и б а р о м е т а р ф о р т е н о в.

I/.- Б а р о м е т а р с а с у д о м.- Састоји се из цеви и из суда, који чине једну целину. Барометарски притисак мери се код њега разликом висине нивоа течности у суду и цеви. Код ових барометара нулта тачка тј. површина живе у овим барометрима није увек стална - на једној висини, јер она када, која пађе на цеви, подиже њену висину и обратно. Ово дизање и спуштање живе само износи 0,1 мм. може се измерити кад је пречник суда велики, иначе се не сме занемаривати, и увек се тежи, да је у колико је могуће, промена нивоа што мања. Рецимо да имамо барометар са судом и

сл 187.



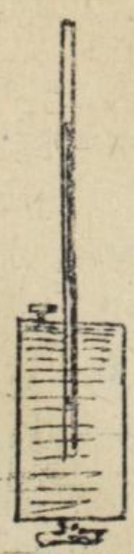
и нокп у цеви жива спадне за висину h ,у суду ће се о тога морати поцети за висину h' .
Пресек цеви јесте $r^2\pi$ а пресек суда $R^2\pi$
Количина живе,која истиче из цеви износи $r^2\pi h$
а она количина живе,које има сад више у суду $R^2\pi h'$ Обе две количине морају бити једнаке: $R^2\pi h' = r^2\pi h$ одатле је:
$h' = \frac{r^2 . h}{R^2}$ Само кад је R према r врло велико, може се узети да је $h' = 0$, дакле, да се занемари. Стога се и праве ти барометри са врло широким судом Сваки су барометри на сталним станицама и зову се н о р м а л н и б а р о м е т р и. Ако пак хоћемо барометар са судом да покрећемо, дакле на покретним станицама, мора суд бити мали, али тада се деша ју незгоде због пулте тачке. Да би ову незгоду отклонили праве се барометри са савијеном цеви и тако је постао:

II/.- Б а р о м е т а р н а л а к а т (Гејлисаков). Он може бити двојак: 1/.- или је други крај цеви раширен у суду и тада је исти као и барометар са судом, или је

2/ - други крај само савијен и горе затворен, а са стране налази се рупица. Код овог барометра нулта тачка може бити покретна.

III/.-Б а р о м е т а р Ф о р т е н о в и он је у иницијату и барометар са судом. Дно је од коже и није стално. Увек прочитана ниво живе мора се свести на нулту тачку. Као нулта тачка служи један шиљак од

сл 188



слонове кости. При читању треба покретати шрафом дно дотле док шиљак не додирне ниво живе. Горњи је део барометра од стакла, да би се видело и кад прочитано колико је се жива попела или спустила у цеви, онда је стварно готова тј величину атмосферског притиска знано. Он је згодан за пренос, шрафом можемо удесити да жива напуни сву цев и суд суд те нема празног простора и жива не може да мрда Но ипак мерење атмосферског притиска није тако лака ствар. Барометар је врло важна справа и често се деси да је нетачан. Да би био

што тачнији треба пазити:

1/.- да је жива апсолутно чиста, тј. да не садржи тела која могу лако да испаре. Нечиста жива има разну специфичну тежину и онда је различно трење о зидове суда. Она се чисти прво азотном или сумпорном киселином, па после водом, те киселина сва изађе, и доцније се она прокључа те да сву влагу отпусти и сад треба пазити, да је цев потпуно сува, јер ако је влажна, онда се образује водена пара која потискује живу.-

2/.- Да је цев чиста и сува, зато кад се пуни треба да жива прокључа. Ово прокључавање важно је и зато, што се ваздух, који се у цеви налази истера загревањем при пуњењу, а тако исто и вода, а тим се цев и жива осуше. Кад живу неби прокључавали, ваздушни би мехурови остали по дуваровима суда, јер је жива тешка и неда им да се кроз њу пену. Кад је цев овако напуњена онда се изврне и потопи у суд са живом. Извесну улогу игра овде:

3/.- ш и р и н а ц е в и и зато треба и на њу обратити нарочиту пажњу, јер жива може и да не заузме ниво који одговара притиску. Цев узана или широка показују сасвим различна стања. Живина је површина испупчена - мениск - и притискује површинским напором. Мениск живин опада са ширином цеви. Притисак тај назива се д е п р е с и ј а.

Осим свега овога утиче још на нетачност барометра, температура, географска ширина, одстојања од мора, напон живине паре у Торичелијевој празнини итд. Са пењањем температуре - као што знамо, мења се запремина тела, те услед овога и температура утиче на мереље притиска барометром.

Увећавање или умањавање температуре и стуб се живин у цеви повећава или смањује, тј. показиваће већи или мани притисак, а међутим он се није променио. Да би смо читали тачно барометарско стање увек се поред барометра налази и један термометар, те се барометарско стање своди на 0°. То ће бити изражено овим обрасцем: нек је b_0 барометарско стање - барометарски притисак на 0°, b_t на температури t°, α ширење живиног стуба од јединице дужине за сваки степен тј. коефицијенат ширења живе. За 1° имамо α, за $2^\circ \sim 2\alpha$, за $3^\circ \sim 3\alpha$ за t° имамо $t\alpha$; $b_t = b_0 + b_0 \cdot \alpha t = b_0(1+\alpha t)$.

Пошто нам треба барометарски притисак на 0^{o}, тј. b_o , то кад решимо ј
дначину по b_o добијамо $b_o = \frac{b_t}{1+\alpha t}$; α је за живу 0,00018. У место с
обрасца имамо још један, сличан овоме, који се употребљава у случајевим
где није потребна велика тачност, тај је образац: $b_o = b_t(1-\alpha t)$.

Барометарско стање чита се, или на самој цеви барометарској,
која је ради тога градуисана, или се чита на штапу (жутом месинганом и
платинском), који је уз цев и који је градуисан на см. и мм.

Као што се повећавањем температуре шири живин стуб, исто се
ко шири и сама справа, па и штап, који измерен на 0^{o} постаје сад дужи, п
због тога и о томе треба водити рачуна, да се и та мера своди на 0^{o}.

Ма како да је барометар тачан, висина ће му се опет променит
особито, ако се премести с једног места на друго, јер стакло мења свој
коефицијенат ширења. Зато покретне барометре треба дотеривати увек пре
тав. нормалним - сталним барометрима, који се не крећу, те према томе и
су изложени оним променама, којима су изложени покретни барометри. Још
треба водити рачуна и о морском нивоу, јер притисак атмосферски неће б
исти кад мењамо надморску висину. Што се сад пењемо више у вис, и барои
тар ће све више опадати јер је и мањи број слојева ваздуха, који на ст
живин притискују. Зато при одређивању барометарског стања некога места
ваља водити рачуна и о надморској висини дотичног места. У науци барои
тарско стање кога места своди се увек као да је то место на висини мо
скога нивоа, те ваља имати на уму, да су сва читања барометарског стања
кога места сведена на ниво морски, како пак земља није потпуно округла
пошто је пречник екватора већи од пречника полуса, то и сва мора нису
јим нивом подједнако удаљена од центра земљиног, стога је потребно из
ти једно море, чији ће нам ниво служити за свођења барометарског стања
то је море узето на 45^{o} геогр. ширине.

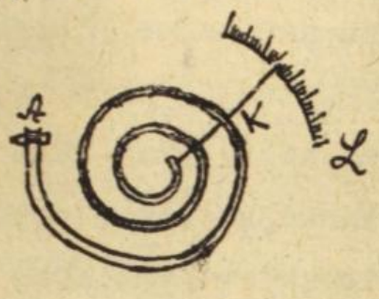
При читању барометарског стања треба учинити још једну кор
цију, на име треба водити рачуна о живиној пари, које увек има у тори
челијевој празнини, и та пара притискује својим напоном на живин стуб, т
смањује. Истина је да је тај напон врло мали, али ипак при тачном чита
барометра треба и о њему водити рачуна.

Металнн барометри.

Металним барометрима - који су без живе служимо се при путовањима, ти се барометри зову и а н е р о и д и.

Анероида имамо двојаких м е т а л и к а и к о л о с т е р и к а. Металик анероид састоји се из једне шупље савијене цеви (сл.188) у виду спирале попречног сочивастог пресека. Један крај те цеви отворен А, а други је у вези са једном сказаљком (К), која се при промени притиска креће уз градуисани лук Л . Из цеви се извуче ваздух, те како су спољна и унутарња површина цеви неједнаке, то су и притисци на њима неједнаки те се услед тога при већем притиску цев још јаче увија и при томе увијању покреће сказаљку К на више.

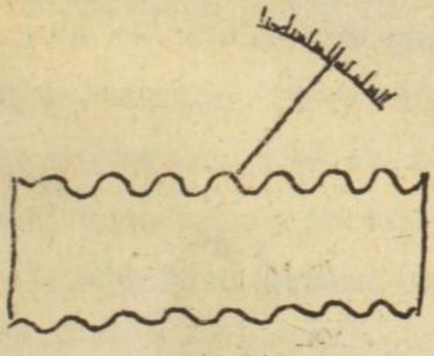
сл.188.



Очевидно је, да се са оваким барометрима можемо служити само за приближно одређивање притиска, док за тачнија - научна посматрања ови барометри остају неупотребљиви.

Друга је врста анероида холостерик; то је просто једна шупља кутија, чија горња и доња површина нису равне, да би добила већи простор. Из саме се кутије ваздух исцрпе, те при већем атмосферском притиску горња се површина приближује доњој и помера сказаљку која се креће поред градуисаног лука. И овај анероид није употребљив за научна посматрања. Сви су анероиди добри после дуге употребе, тј. кад су стари. Анероиде пре употребе треба увек сравнити са нормалним барометром са живом.

сл.189.



О д н о с и з м е ђ у ч о в е к а и а т м о с ф. п р и т и с к а.

Нашли смо да атмосфера на сваки 1см.^{2} притискује са 1кгр.и 33. грама, те како човечије тело има површину од по неколико хиљада (15.-20000)см.^{2} то излази да је притисак атмосфере на човечије тело до 20000 кгр. Овај пак притисак ми не осећамо јер се он јавља са свих страна

дакле и из унутрашности нашег тела те се тако потире,и човечије тело осећа тај огромни притисак.Кад би из човечијег тела био каквим чудом исцрпен ваздух,па да га херметички затворимо онда би притисак атмосфе згњечио такво тело и препљаскао би га.Притисак атмосферски улази и у н ситније жилице,те се тај притисак унутри изравнава се са спољним атмо ферским притиском,те тако тело у неку руку плива по ваздуху.

Кад се на балонима нагло пењемо у вис.тј.кад нагло мењамо а сферски притисак и то идући од јачег притиска ка мањем,онда како је услед ендосмозе притисак у унутрашности човечијег тела,врло споро мен то се не могу одмах изједначити спољни и унутарњи притисци,и услед то је унутарњи притисак већи од спољашњег,крвни ће судови набрекнути,усл чега пак наступа излив крви и нагла смрт.И заиста имамо много случаје такве смрти при пењањима на висине од 8-10000 мет.Исто се ово јавља и при силажењу у дубоке руднике,те радници који тамо раде не смеју се у њима дуго задржавати (обично само један сат) јер не смеју да допусте да разлика између спољњег и унутарњег притиска буде тако велика,да нас тупи крволиптење.

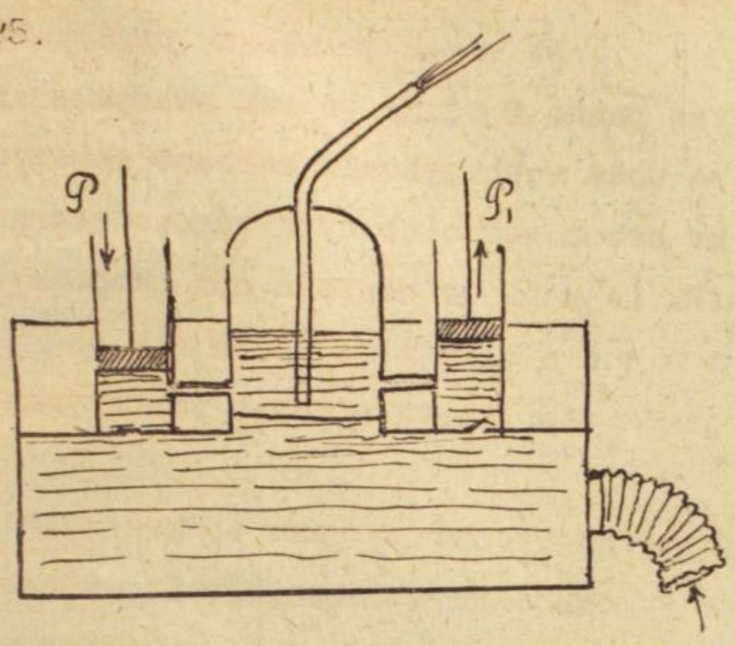
У склопу човечијег тела има појединих делова,који се једино због атмосф.притиска и држе,као што је напр.б у т њ а и р а м е н кост,које ће се одржавати и на самоме скелету,кад више не буде меса,м шића и жила.Ако бисмо пак на једној од тих костију пробушили ма и нај њу рупицу,онда више не би било разлике у атмосферском притиску споља унутра у кости,услед чега би пак кост била сасвим слободна,и због сво тежине би пала.

П р и м е н а б а р о м е т р а.

Како барометар опада при пењању у вис,то је прва његова при на за мерење висина појединих места (брегова).При томе ради само треба извршити све оне напред поминате корекције,које су потребне за тачно рометарско стање.Кад тражимо разлику у висинама двеју тачака најбоље је пети се са барометром на обе тачке у исти мах.

Примећено је,да на сваких 10.мет.од прилике живин стуб опад за 1 мм.У осталом о одређивању висина - и разлика висина за разна мес нећемо више говорити јер се тај посао састоји само у читању барометар

сл.195.

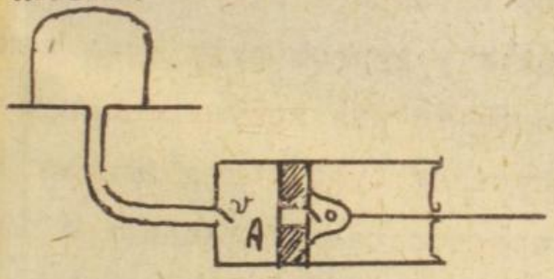


један казан који је херметички затворен Из тог казана готово с дна каде полази цев кроз коју шиба вода. Казан тај није ништа друго до Херонова лопта. Вода из каде подизањем клипа тера се у саре, а спуштањем клипа из саре казан из кога шиба кроз цев.

Сем обичних шмркова за ци ње имамо и тзв. центрифугалне шмркове или пулзометре Састав ни су из цеви, чији доњи крај допире до нивоа воде, а која се на извесно висини шири. У томе проширавању окреће се коло са лоптицама, које својим окретањем црпи и избацује воду.

В а з д у ш н и ш м р к о в и.- Обичан ваздушни шмрк састо ји се из једне саре вертикално или хоризонтално положене; од ње полази

сл.196.



једна цев на лакат (сл.196) на чијем је горњем крају плоча са звоном. Повлачењем клипа на поље разреди се ваздух у делу саре A и вентил v се отвори те ваздух из звона појури у A Враћањем клипа затво ри се вентил v а отвори вентил o и ва(дух јури на поље Тим начином разређује с се ваздух испод звона; но никад се испод њега не може извући сав ваздух Ако при-

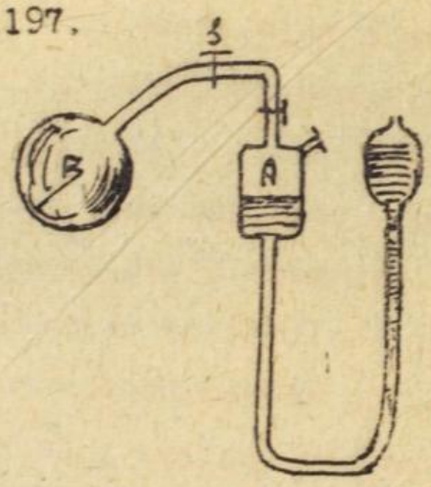
тисак ваздуха под звоном и у цеви на лакат означимо са p, а ако је v_p количина гаса у реципиенту, онда кад једном извучемо клип та се количи-на разреди на запремину v звона и цеви, и v_1 запремину задњег дела саре, притисак се сад мења у p_1 те је $v_p = (v+v_1)\cdot p'$ или

$$p_1 = \frac{v_p}{v_1+v} = \frac{v}{v+v_1}\cdot p$$

Кад клип вратимо, гас се враћа на запремину v а притисак p_1 остаје, поновним вучењем клипа запремина постаје $v+v_1$ а притисак p_2 те је $v\cdot p_2 = (v+v_1)\cdot p_2$ или $p_2 = \frac{v}{v+v_1}\cdot p_1 = \left(\frac{v}{v+v_1}\right)^2 p$

То се исто добија и за даљи рад, тако да је притисак гаса под звоном после n вучења $p_n = \left(\frac{v}{v+v_1}\right)^n \cdot p$. Из те се једначине види да n треба да је ∞ па да p_n буде равно 0 тј. да се сав ваздух из звона исцрпе. Сем тога никад се шмрк не може конструисати математ. тачан, и при раду, колико ваздуха извучемо из звона често се пута готово толико исто враћа; па и вентили нису идеални. Највећа је незгода при разређивању ваздуха тзв. ш к о д љ и в и п р о с т о р, који се јавља кад је притисак под звоном сасвим слаб. Он се јавља због матем. нетачне конструкције шмрка.

Да би се из реципиента извукла апсолутно цела количина ваздуха служимо се шмрковима са живом, који су основани на принципу торчијелеве правнине, у цеви дужој од 76 см. Састоји се из цеви, чији је један крај раширен у суд A а други доведен у везу са судом са живом. Суд A доведемо у везу са реципиентом B из кога хоћемо да испрпемо сав ваздух, и то помоћу цеви од каучука са славином. Славина се затвори, а суд са живом издиже дотле, док и у другом суду жива не дође до саме славине, што је могуће с тога што су то два комуникациона суда. Жива тад испуни целу цев; а кад се она спусти у суду испод висине од 76 см. онда ће над њом остати безваздушан простор; сад се славина S отвори и ваздух из реципиента уђе у тај безваздушан простор. Славина S опет се затвори и исти посао продужи све дотле, док се из реципиента B не извуче сав ваздух тј. док у њему не остане безваздушни простор.



сл. 197.

Само треба водити рачуна и о живиној пари, које има увек у Торичелијевој правнини.

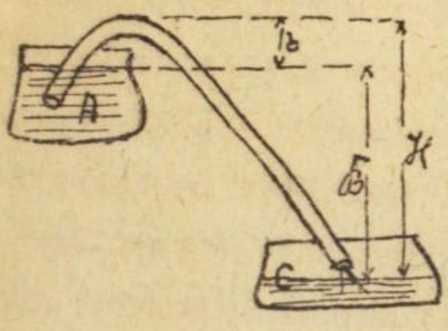
Осим шмркова за разређивање имамо исти за сабијање ваздуха; код њих је сва конструкција иста, само су вентили у супротном смислу. У колико је шмрк за сабијање одређен за јаче сабијање, у толико његова пара треба да буде ужа. За врло јако сабијање ваздуха праве се саре од 1 $см^2$ пресека.

Код Бјанкиновог шмрка било да се клип пење, било да се спушта ваздух се непрестано у исти мах и сабија и извлачи. Такав је шмрк са 4

мања и примењивању нарочитих таблица за тај посао.

С п р а в е о с н о в а н е н а а т м о с ф е р с к о м п р и т и с к у.

К р и в а н а т е г а. То је просто пресавијена на лакат цев са једним краком дужим од другога; краћи се крак завуче у суд у коме је течност, а на другом се крају устима (или шмрком) извуче ваздух из цеви. сл.190.



Услед неједнакости притиска попеће се течност у цев и цурити на отвору другог крак све дотле док је (један) краћи крак у течности.

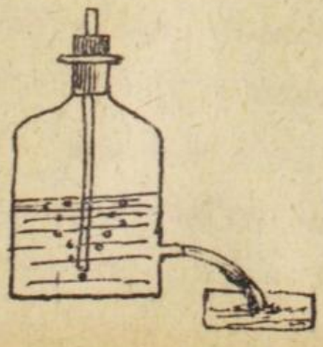
Нек је атмосферски притисак H водени стуб у дужем краку до нивоа воде у суду А нек је В, а у краћем краку в, тако да је $в = H - B$ и $B = H - h$ Како је $h < B$ то је и $H - B > H - h$ и баш услед те неједнакости притиска и тече течност кроз криви натег из вишег суда А у нижи суд С. Кривим натегама у виду црева од каучука служимо се за отакање вина и ракије (а никако воде).

сл.191.



Х е р о н о в а л о п т а. То је флаша - може бити облика лопте - која је херметички затворена; пошто је сипато нешто течности у њу и ваздух ће бити у њој јаче стиснут - дакле он ће јаче потом притискивати на течност у флаши, те кад се одврне славина s услед неједнакости притисака споља и изнутра у флаши вода ће шибати кроз цев, која је спроведена кроз запушач флаше.

сл 192.



М а р и о т о в с у д. - Познато је да ће брзина течности бивати све мања што је дуже време истицала, јер је све мања висина h воде, која притискује на воду која истиче. Да би добио суд из кога ће вода истицати једнаком брзином

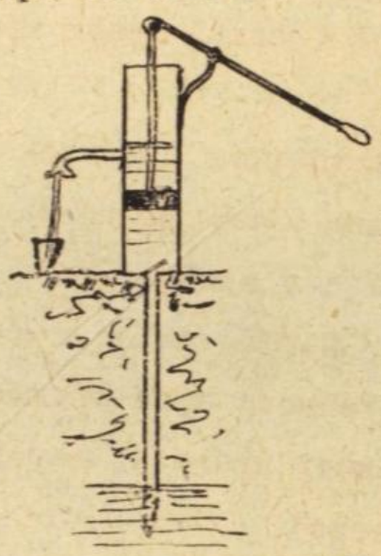
$v=\sqrt{2gh}$. Њарнот је кроз запушач флаше спровео цев скоро до дна флаше , те при истицању воде улази ваздух кроз цев, и у колико је висина воде што притискује мања, у толико је притисак ваздуха у флаши већи - дакле брзина истицања v биће стална.

Ш м р к о в и.-

Шмркови могу бити двојаки, з а с и с а њ е, који течност уздижу у вис, и за п р и т и с к и в а њ е

Шмрк за сисање се састоји из једне саре (цилиндра) која прелази у цев. У сари се налази клип; а на месту где сара прелази у цев имамо вентил, који се затвара одозго на ниже. Исти се такав вентил налази и на клипу. Кад је клип на дну саре, па га помоћу нарочите полуге подигнемо то ће ваздух, који је био у сари, разредити се и услед јачег притиска из цеви на доњу површину вентила који је онде где сара прелази у цев вентил ће се отворити и кроз њега ће проћи ваздух из цеви у сару. То значи, да се ваздух у цеви разредио Кад клип пада, вентил се затвори, а онај вентил на самом клипу отвори се и збијени ваздух под клипом излази кроз тај вентил на горе То се понавља све дотле док место ваздуха не наступи вода Од конструкције шмрка зависи до које ће се висине попети ниме вода, кад неби било разних трења, и кад би клип и вентили били херметички, онда би се вода могла пети на 10,33 м. Али због тих недостатака шмрка и због трења постиже се издизање воде на 8-9 мет

сл 193.



За већу висину извлачења воде имамо ш м р к з а с и с а њ е и п р и т и с к и в а њ е (сл 194) Његова се конструкција види из сл 194., цев А не сме бити дуже од 10 м Овим шмрком мало већа снага Р може избацити воду на знатно већу висину

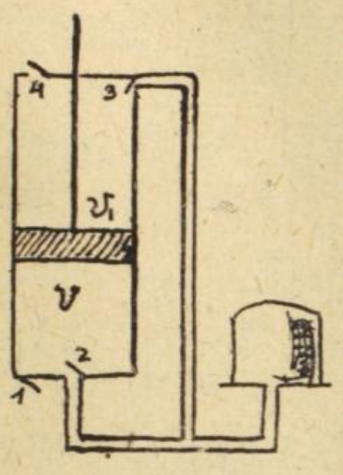
сл 194



Ш м р к з а г а ш е њ е п о ж а р а. Овај се састоји из два шмрка за сисање и притискивање (сл 195) Оба су у једној кади са водом. Од обе саре воде цеви у је-

вентила;кад је клин на дну цилиндра сва су четири вентила затворена,а чим се крене на више простор v остаје готово празан и вентил 2 отвара се,вентил 1 остаје затворен јер је притисак споља већи.Кад се клип враћа,вентил 2 се затвара,а 1 се отвара и ваздух јури на поље.У исто се то време отвара вентил 3 и ваздух из звона јури у простор v_1 итд.

сл.198.



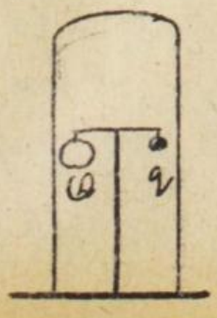
Једна сорта шмркова за сабијање и притискивање ваздуха јесу м е х о в и.Њима се махом служимо за сабијање веће количине кисеоника у огњиште.То су просто две даске између којих је разапета кожа;на тим даскама су вентили.Кад се мехови рашире ваздух се у њима разреди и кроз један вентил спољашни ваздух појури у мехове. Кад се мехови скупе ваздух из њих јури кроз нарочити отвор у огњиште. Има мехова и са 3.даске а 2 вентила,који служе за непрекидно сабијање ваздуха.

На принципу згушњавања и разређивања ваздуха основана је и в а з д у ш н а п у ш к а,која је као и обична само са шупљим кундаком,јер се у њега сабија ваздух,који се пушта потом,нарочитим механизмом да отисне пројектил.И код ових се пушака чује пуцањ.

Само на основу разлике п р и т и с а к а дешава се и д и с а њ е,тј.кад се мишићи надраже,грудни се кош рашири,ваздух се тада у њему разреди и запремина му порасте,а унутри је притисак мањи од спољњега,те услед тога ваздух појури унутра - то је д и с а њ е.Кад се пак грудни кош скупи ствар је обратна - дешава се и з д и с а њ е.

А р х и м е д о в з а к о н.У своје време говорили смо о том закону,као год и о самој справи - б а р о с к о п у - којом се тај закон оверава.(види стр.230).Нек је велика шупља кугла тешка Q а мала масивна q ; нек прва губи од своје тежине M,друга m онда за равнотежу мора бити: $Q-M=q-m$ тј. $Q=q-m+M$ При мерењу у ваздуху је $Q<q$ а за безваздушни простор $Q>q$.

сл.199.



услед те неједнакости сва су наша мерења нетачна;те ако тражимо тачну тежину тела сводићемо на безваздушни простор.

Ако је Q_0 тежина тела у безваздушном простору,а Q тежина његова у ваздуху, v запремина,а σ специф.тежина тога тела,а s спец. тежина ваздуха,онда је: $Q = Q_0 - vs$, $Q_0 = Q + vs$

али је $v = \frac{Q}{\sigma}$, $Q_0 = Q + \frac{Q}{\sigma}$, $Q_0 = Q(1 + \frac{s}{\sigma})$ дакле права тежина тела већа је о, тежине у ваздуху.То исто ваља учинити и са теговима тј.и њихове тежине треба свести на безваздушни простор.

В а з д у ш н е л о п т е.-Пре 100 и неколико година браћа Монголфијери у француској правили су лопте од хартије и пунили их топлим ваздухом и димом,те су такве лопте пеле се у вис.Доцније су видели да тај топал ваздух брзо охлади,те су лопте пунили водоником као специф. лакшим од ваздуха.Лопта напуњена водоником врло се брзо пење у вис;сем тога они више нису лопте правили од хартије већ од фине свиле,и још су ту лопту обмотавали мрежом од конопца.За пуњење ваздушних лопти може се још употребити светлећи гас јер је и он специф.врло лак,а лакше се добија од водоника.Нека је v запремина лопте, σ специф.тежина гаса,онда је потисак на лопту оздо на више $Q = v.\sigma$. С друге стране имамо $v.s = v.\sigma$ тј.тежину гаса у лопти;те ако је Q тежина целе лопте а q тежина људи у њој,за равнотежу мора бити: $Q + q + vs = v\sigma$ Кад т постоји лопта се неће пењати,већ ће стајати на извесној висини у ваздуху.Да би се лопта пела треба да је $v.\sigma > vs + Q + q$. Из једначине $v\sigma = vs + Q + q$ је $q = v(\sigma - s) - Q$ а то је дозвољена тежина путника на лопти.Даље је $v = \frac{Q+q}{\sigma - s}$ запремина лопте за тежину $Q+q$ Висина до које ће се лопта попети зависи од σ,јер је специф. тежина ваздуха ближе земљи већа но горе.При пењању лопте σ постаје дакле све мање и неједначина $v\sigma > vs + Q + q$ постаће једног тренутка једначина $v\sigma = vs + Q + q$ и лопта ту престаје да се више пење За висину до које ће се лопта пети имамо $\sigma = \frac{vs}{v} + \frac{Q+q}{v}$; $\sigma = s\frac{Q+q}{v}$

За висину пак на којој ће се лопта зауставити имамо образац:

$h = 2,30266 \frac{p}{\gamma} \log \frac{\gamma}{3}$ где је γ густина ваздуха на земљи,p је притисак на 1. см.^{2}, члан φ одређен нам је са $\varphi = \frac{1 + 0,2 \cdot b}{1 + 0,00367\,\vartheta}$ где је пак b барометарито стање места,одакле се полази, а ϑ температура тога места.

Пример: Нека је лоптин пречник $d = 10$ м, специф. тежина гаса за пуњење лопте нек је $\delta = 0,28$ и тежине целе лопте нек је $G = 150$ кгр. тежина људи нек је $q = 100$ кгр. $b = 772$ мм. је барометарско стање при поласку и $\vartheta = 20^{\circ}$ C температура. Кад све ово заменимо у образац за h добијамо $h = 4375$ м

Лопта је обично на дну отворена, јер гас сав свој напон управља на горњу површину лопте. Сем тога отвора на дну лопте имамо на врху лопте вентил којим се гас може испустити из лопте. Да пак балон не би нагло падао на балону се понесу терети од песка, који се у згодном тренутку избацују.

Казали смо да кад се гас налази у затвореном суду, молекили притискују и на дуварове суда, а тај је притисак раван брзина х маса. Нек је првобитна запремина v , а притисак p; у колико запремина порасте притисак ће очевидно опасти; а за запремину v_1 , притисак је p_1, те је $v : v_1 = p_1 : p$ ---(α) или $p \cdot v = p_1 v_1$ Ово је закон који гласи: притисци су обрнутс сразмерни запреминама; то је Мариотов закон. Познато је, да у колико је запремина већа, густина је мања тј. $v : v_1 \; d_1 : d$ --(β) С погледом на једнач. (α) и (β) је $p : p_1 = d : d_1$ тј. притисци и густине стоје у правој сразмери. За Мариотов се закон претпоставља да је температура стална; чим се пак води рачуна и о промени температуре, добијамо Г е ј л и с а к о в З а к о н, о коме ћемо више говорити у науци о топлоти.

Манометри су справе којима се мере притисци гасова. Имамо их две врсте: Металне и живине. Метални је манометар истог састава као и метални анероид. Манометри са живом састоје се из једне кукасте цеви, у чијем је краћем краку затворена извесна количина ваздуха. Кад се успе мало



живе, она ће у оба крака бити на истој висини, ако је у оба крака притисак једнак. У колико се у дужем краку притисак буде повећавао, у толико ће и запремина ваздуха у краћем краку бити мања. И баш према тој запремни и мери се притисак.

А Е Р О Д И Н А М И К А.-

Под кретањем гасова разумемо кретање извесне масе гаса а не појединих молекила. За истицање течности кроз известан отвор имали смо:

$F \cdot c = F \cdot v = F_1 v_1$ или $F : F_1 = v : v_1$ тај исти образац има примене и код гасова, само морамо увести и специф. тежине, те је:

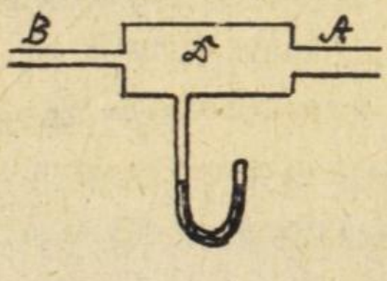
$F \cdot c \cdot \varrho = F \cdot v \cdot \varrho = F \cdot v_1 \cdot \varrho_1$ брзина је пак овде стална количина тј. $c = v = v_1$ те кад место специф. тежина ставимо притисак p добијамо: $F \cdot c \cdot p = F \cdot v \cdot p = F_1 \cdot v_1 \cdot p_1$

За чврста тела смо имали $v = \sqrt{2gh}$ за гасове је пак $v = \sqrt{2gH}$ где H нема исту вредност као h ; то H треба изразити тако, да се чита у стубу течности напр. барометром и $H = \frac{h}{s}$ где је h стуб течности, а s специф. тежина тога гаса према тој течности. Дакле је: $v = \sqrt{2g \frac{h}{s}}$

$v_1 = \sqrt{2g \frac{h}{s_1}}$; $v_2 = \sqrt{2g \frac{h}{s_2}}$ итд. $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{2g \frac{h}{s_1}}}{\sqrt{2g \frac{h}{s_2}}} = \frac{\sqrt{s_1}}{\sqrt{s_2}}$ дакле, брзине истицања два гаса обрнуто су сразмерне квадратним коренима из њихових специф. тежина према води.

Као што смо у миру гасова имали аеростатички, тако исто при кретању њиховом имамо а е р о д и н а м и ч к и притисак, који као и код течности меримо пиезометрима, и мења се према пресеку отвора, кроз који гас истиче. То се доказује апаратом представљеним на сл. 200. Кад ваздух улази на ужу цев B а излази из шире A, жива ће у манометру M бити на истој висини у оба крака. Ако ваздух улази кроз ширу A а излази кроз ужу B, онда ће се жива више пењати и краћи крак манометра.

сл. 200.



П р и т и с а к у а т м о с ф е р и. - Ветар није ништа друго до протицање ваздуха, који има своју енергију $\frac{mv^2}{2}$. То је реакција гасних молекила или гасова, тј. то је пренашање кретања гасних молекила на предмет. Чим се крене једна извесна маса гаса, онда сваки молекил саопштава другом мирујућем телу горњу енергију, као што ради и вода при удару о крила какве воденице; услед тога удара гасних молекила могли смо и добити ветрењаче. Пошто ваздушних молекила има много, то ће они дати телу извесно кретање, и оно ће се покренути. Исто је то и кад се тело креће кроз ваздух, јер наилази кроз молекиле ваздуха, које мора прво да уклони, па тек да се крене. Због тога губи оно од своје брзине пренашајући своје кретање на ваздушне молекиле; то ће се тело кретати дотле, док не изгуби све своје кретање, дајући га ваздушним молекилима. Трење тела о ваздух зависи од брзине, којом се. Тело креће имаће да за 1" уклони испред себе

већи број молекила ваздуха, због чега је и трење веће. Ово губљење брзине услед трења о ваздух нарочито се опажа код тела специф. лаких. Од два тела исте величине брже ће падати оно које је теже. Отуда и снег лакше пада од кишних капљица. На ово трење утиче још и површина падајућег тела. И услед тога утицаја површине, прашина, која је до 2000 пута тежа од ваздуха лебди у њему. Нек коцка од 1 $см.^3$ има тежину Q, њој се опире отпор који одговара атмосф. притиску на 1 $см.^2$ Узмимо другу коцку q од 1 $мм^3$, чија је тежина $q = \frac{Q}{1000}$, те отпор, који ће се противити овој другој коцки неће бити 1000 пута мањи од отпора који се противи првој површини једна се другој површини опире отпор који одговара 1 $мм.^2$, а у 1 $см.^2$ има 100 $мм.^2$, те према томе је и отпор, који се противи другој површини 10 пута већи од отпора који се противи првој површине, ма да је тежина 1000 пута већа.

Водени мехури падају врло споро, јер је за њих отпор врлс велики; они дуго балансирају и одржавају се у ваздуху, а не падају онако брзо, као просута вода из чаше. Ово се исто јавља и код облака, који такође лебде у ваздуху.

Кишне капљице падају обично са висине од 1000 метара, и крајња брзина није обично већа од 10-15 мет.

Р е а к ц и ј а б а р у т а и барутних гасова.

И ова реакција јавља се исто онако као и реакција гасова. Продукти загрејавања употребљавају се на терање пројектила. Рачуном је нађено да 1 $см.^3$ чврстога барута даје 300 $см.^3$ барутних гасова. Ови гасови могу да се загреју до 1000°, али пошто су затворени у 1 $см.^3$ то је притисак на сваки 1 $см.^2$ од 1000 кгр., а то је баш она снага која избацује пројектил. Но тако барут не сме да сагори, тако сагорева динамит и друге експлозивне материје. Барут пак мора да сагорева постепено, а не на један пут, и сав напон од 1000 кгр. не преноси се одједанпут на сваки см.кв., због чега и сав барут треба да сагори тек онда, кад пројектил изађе из цеви.

Ако граната изађе, па барут тек после сагори, онда се само штети, јер сва реакција гасова није корисно употребљена, и што у томе

цев од пушке или топа лако може да прсне.

Сагоревање барута зависи од његове каквоће, затим од тога да ли је влажан или сув итд. Најтачније одређивање брзине гранате је експериментално.

И ракетле се крећу у вис због реакције гасова, само са том разликом барут сагорева за време самог летења ракетле. Барутни гасови дејствују одоздо на ракетлу, и што више барута сагори, у толико је ракетла лакша, услед чега ће моћи и да се пење на већу висину.

Крај механике.

Део други:

Ф И З И К А у ужем смислу.

Пошто смо у механици проучили енергију тела, можемо сада у физици проучавати енергију м о л е к и л а.

Као год и у механици, тако исто и у физици у ужем смислу уводимо поделу на м о л е к и л с к у с т а т и к у и м о л е к и л с к у д и н а м и к у.

Молекилска је статика наука о угловима за равнотежу, молекила и прво ћемо њу проучити:

I.- С Т А Т И К А.

М О Л Е К И Л А.-

Статику молекила делимо на статику м о л е к и л а ч в р с т и х; т е ч н и х и г а с о в и т и х т е л а.

1/.- С т а т и к а м о л е к и л а ч в р с т и х т е л а.

Да заиста постоје какве молекилске силе имамо више доказа; тако при цепању једнога листа хартије морамо употребити извесну силу, па тек да раздвојимо молекиле те хартије; истина та употребљена сила за овај случај биће прилично мала, али за друга извесна тела она је куд и камо већа. Сем тога та је сила чисто механичке природе, јер је можемо лако измерити, можемо је другом неком силом потрти, појачати је, ослабити итд.

С и л е, које држе молекиле извесног тела у већој или мање

чврстој вези, зову се м о л е к и л с к е с и л е, те су силе двојаке п р и в л а ч н е и о д б о ј н е. Привлачне молекилске су силе оне које се опиру свакој сили, која тежи да раздвоји молекиле кога тела једно од других, такве се силе јављају при ломљењу, цепању и крхању или извлачењу извесних тела.

Одбојне молекилске су силе оне, које се опиру свакој сили посебице, која тежи да молекиле каквог тела зближи једно другоме. Према томе такве се силе показују свуда при гњечењу, притискивању, ударању итд.

Обадве ове врсте молекилских сила можемо испитивати на три начина:

1/.- Изучавајући их онакве какве су не мењајући их ни у колико; такве су силе к о к е з и о н е и а т х е з и о н е.

2/.- Ако су те силе сувише јаке испитујемо их (слабећи их) на известан начин, а ако су слабе јачајући их. Тако напр. парче гвожђа већ само по себи има известан степен јачине, а ковањем та његова јачина постаје по неколико пута јача - дакле сила молекилска је појачана дејством какве стране силе (ковањем).

3/.- Молекилске силе испитујемо и апсолутним мерењем тј. испитивањем у каквој се снази привлачности држе молекили некога тела. При таквом испитивању вешамо о извесна тела по један терет одређене тежине, по неко ће тело услед тог терета раскинути се тј. молекили ће му се раздвојити, а по нека ће се само нешто издужити, док ће нека под тим теретом ипак остати потпуно непромењена. На основу тога и судимо о већој или мањој ч в р с т и н и појединих тела.

К О Х Е З И О Н Е И А Т Х Е З И О Н Е С И Л Е.

Кохезионе су силе оне, које дејствују између молекила (појединих) једног истог тела; а ако посматрамо привлачење или одбијање молекила разних тела, онда имамо посла са тзв. атхезионим силама.

I.- К о х е з и о н е с и л е.

а).- Е л а с т и ч н о с т.- О еластичности може бити речи, кад нека страна сила поремети положај молекила у једном телу, али тако,

да кад та сила престане дејствовати на то тело,његови се покренути молекили враћају опет на своје место,где су били у првобитном положају.Но може се догодити да се молекили тела,изведени каквом силом из свог положаја,по престанку те силе не врате у своје првобитне положаје,већ да задрже и на даље свој новодобивени положај.Према томе - пошто ничег трећег не можемо добити,и делимо сва тела на две велике групе;на

1/.- е л а с т и ч н а;и

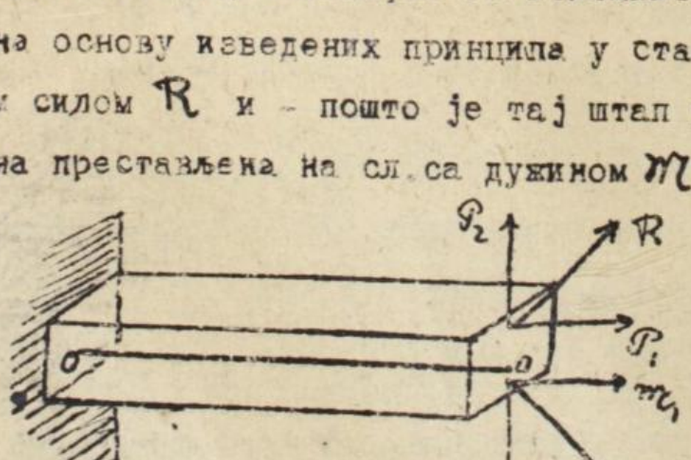
2/.- н е е л а с т и ч н а т е л а.

Строго "узев" нема ни апсолутно еластичног,нити пак апсолутно нееластичног тела;сва су природна тела ма и у најмањој мери еластична. Међутим ако на тела која смо одредили као еластична пустимо да дејствују бескрајно велике силе,видећемо да ће се она понашати као нееластична;кад пак на нееластично тело дејују бескрајно мале силе,онда ће се оно наравно понашати као еластично.Већ је то јасан доказ да немамо ни апсолутно еластичних нити апсолутно нееластичних тела.

Еластичност се може простирати или само у једноме правцу - л и н е а р н а еластичност,каква је код жице,штапа итд.јер таква тела узимамо да имају само једну димензију.За тела са две димензије - дакле за површине постоји тзв.п о в р ш и н с к а еластичност,као напр.код плоча и најзад за просторна тела морамо водити рачуна о њиховој т е л е с н о ј или к у б н о ј еластичности,јер таква тела имају три димензије.

1/.- л и н е а р н а е л а с т и ч н о с т.-Кад узмемо један паралелопипедан штап,па га изложимо свима могућим силама у простору онда на основу изведених принципа у статици све те силе можемо заменити једном силом R и - пошто је тај штап утврђен - једним спрегом,коме је осовина представљена на сл.са дужином M

сл



Ради лакшег испитивања,разложимо силу R на силе P_1 и P_2 кад је P_1 паралелно са осовином тела;а $P_2 \perp P_1$. Исто тако разложимо спрег M на две компоненте M_1 и M_2 истих осо-

особина као P_1 и P_2 .Дејства тих сила и тих спрегова биће равна дејству саме еластичности .

Сила P_1 вуче тело правцем осе,и ако је она сама довољно јака моћи ће успети да тај штап истегне мање или више,и дејство те силе P_1 и јесте оно што називамо л и н е а р н о м е л а с т и ч н о ш ћ у или е л а с т и ч н о ш ћ у и з т е з а њ а.

Дејство пак силе P_1 састоји се у притискивању, по правцу одакције и реакције тих сила .- и та ће сила,ако је довољно јака сабити у неколико молекиле овог штапа;еластичност,коју изазива дејство силе P_1 — својом реакцијом, зовемо е л а с т и ч н о ш ћ у п р и т и с к и в а њ а,која је такође линеарна.Дејства сила код еластичности притискивања увек су супротна дејству сила, код еластичности истезања,тј.ако су дејства сила за еластичност истезања положна (+),дејства оних других бића одречна (-).При свем том,често се обе све еластичности сматрају као једна и зову се једним именом: е л а с т и ч н о с т и з т е з а њ а и л и п р и т и с к и в а њ а,Те две врсте еластичности увек се прате и једна се без друге никад не може ни замислити.

Друга компонента P_2 управна је на осовину тела и тежи вазда својом јачином смакне - отцепи (управо пресече) молекиле тог тела једно од другог и то по слојевима;еластичност коју изазвана зове се е л а с т и ч н о с т с м и ц а њ а, о којој треба нарочито водити рачуна код мостова,парних казана и при другим разноврсним техничким конструкцијама.

Остаје нам још да дамо рачуна о спреговима M_1 и M_2 Очевидно је да спрег,који нам је представљен осом M_1 ,има тежњу да тело увија око његове осе 00,и еластичност,која се услед дејства тога спрега јавља зове се т о р з и о н а, у в о ј н а или у п р е д н а е л а с т и ч н о с т.

Спрег пак чија је осовина M_2 управна на осу тела 00 - као и сила P_2 - тежи да тело што више повије - савије - и при томе се јавља е л а с т и ч н о с т с а в и ј а њ а или п о в и ј а њ а.

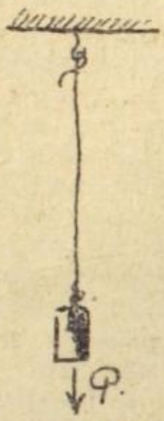
То су сви могући резултати ма ког броја и ма какових сила на ма какво паралелопипедно тело,према томе и побројане врсте еластичности

садрже сваку могућу еластичност;но није искључено и да се код истог тела јаве две,три.....врсте еластичности,и тако комбинована еластичност добија опет нарочити назив.

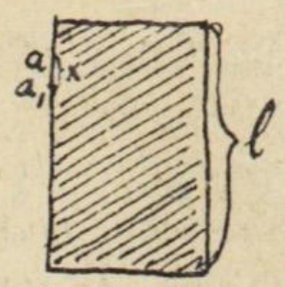
Испитаћемо сад мало изближе све ове врсте еластичности.

1/.- Е л а с т и ч н о с т и с т е з а њ а и л и п р и т и с к и в а њ а.

Узећемо једну металну жицу,утврдићемо је на једном крају,а о



други обесићемо један терет P;жица ће се сад услед дејства ове силе истегнути за извесну дужину.Овим смо већ изазвали врсту еластичног истезања.Сад ћемо узети два конца;или то катетометром учинити,и измерићемо тачно прву дужину жице,док је нисмо оптеретили, па онда другу кад смо је оптеретили.При том мерењу, више упоређивању,видећемо да дужине комада нису једнаке - дакле да ни жица у оба та случаја није подједнако дугачка.Ако је напр. прва њена дужина била l ,она ће се у другом случају истегнути на дуж λ Сад је према томе целокупна дужина жице $l+\lambda$. Нама је потребно да знамо количину истезања која долази на јединицу дужине (оп.на 1м.) тј.к о е ф и ц и ј е н а т л и н е а р н о г и з т е з а њ а или с п е ц и ф и ч н о и з т е з а њ е.Оно је за ову жицу $\delta = \frac{\lambda}{l}$ Ако бисмо сад обрнуто жицу притискивали,па би добили знак -.Да бисмо ово мало боље објаснити,узећемо место жице једно тело,и пустићемо да на њега овго дејствује сила P.Тело ће се под утицајем њеним згњечити и слој ва,доћиће a_1 ,прешав пут x.Овде је првобитна дужина



а друга ће бити $l-\lambda$;специфично је истезање $-\delta = -\frac{\lambda}{l}$. Све је ово у опште,не водећи рачуна дутној дужини,пресеку,-пречнику,у овој или оној ри ји,од које је тело састављено.Да узмемо сад и то у обзир.Ако смо имали дужину l ,истезање је дејством силе P било λ .Узмемо ли сад жицу дужине $2l$ Узмемо ли сад жицу дужине 2 ,појмљиво је сасвим да ће и истезање бити 2λ .Свако се дакле истеже засебно;за $3l$ истезање је 3λ ,за $4l$ .....4λ итд.дакле:и з т е з а њ а с у у п

управно сразмерна дужини.Ако сад место l мењамо тежину,тј.силу P,то ће,ако је први пут била само P са извазваним истезањем λ,за 2 P биће истезање 2λ ,за 3P.3λ....итд.- дакле као и у првом случају:истезања су управно сразмерна сили.Ако је даље у првом случају жица била у пресеку 1 мм.онда ће једна чиста сила P = 1 кгр.дејствовати на другу коју жицу у пресеку од 2 кв.мм.са упола мањом снагом,јер се она у томе случају дели на двоје,пошто имамо 2 кв.мм.Према томе да се лако увидети,да ће у колико је жица дебља,у толико истезање истом силом бити мање.Ако је пресек жице три пута мањи,истезање је три пута веће,ако ли је он три пута већи,истезање је три пута мање,итд.

Дакле имамо правило:истезање је изврнуто сразмерно пресеку.Остаје нам још да видимо,како количина истезања зависи од материјала δ Ово је δ специфично истезање и оно је за разна тела различито;код гвожђа је на пр.једне ,а код дрвета друге вредности.

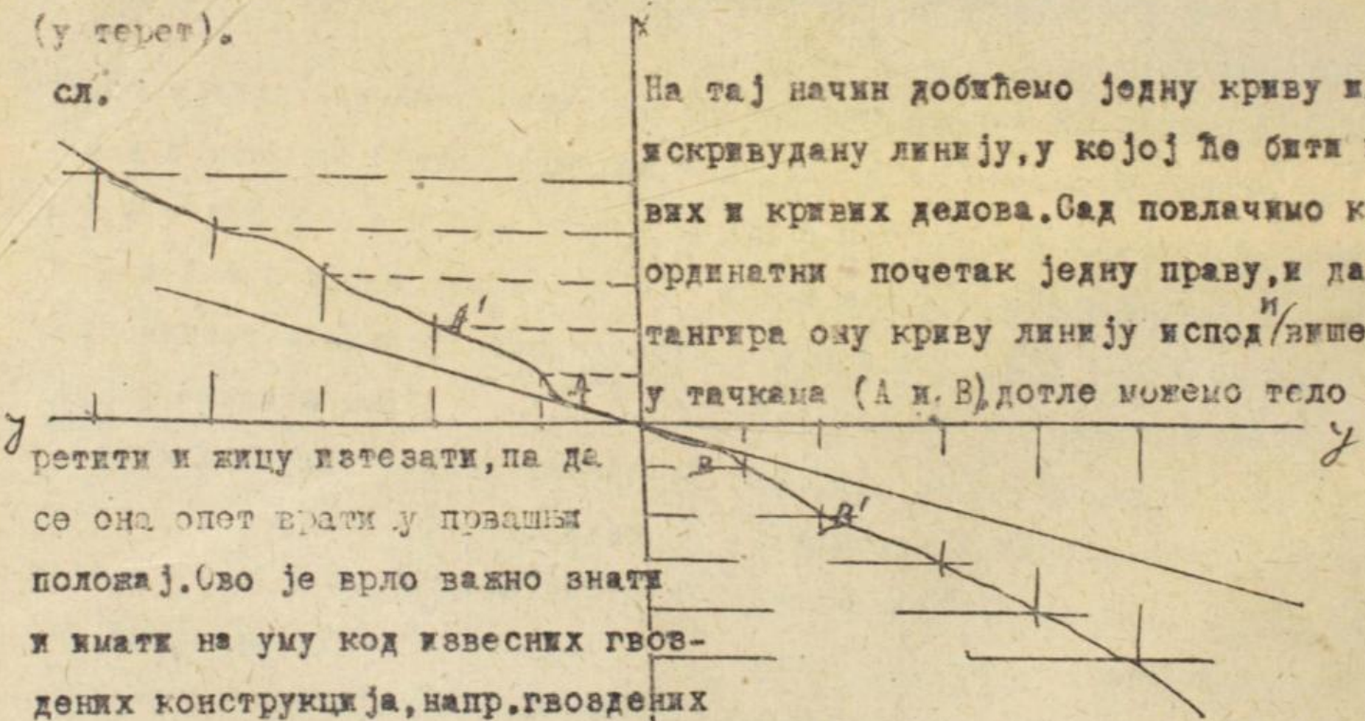
У колико је пак то специфично истезање веће или мање,у толико је и само просто истезање веће или мање,из чега видимо да је:истезање управно сразмерно специфичном истезању,које зависи од материјала посматраног тела.- Кад све ово средимо и сведемо у једно добићемо једначину за истезање $\lambda = \frac{l.P.\delta}{q}$ Ако ставимо да је: $l = 1$, $q = 1$ и $\lambda = 1$ тј.ако је дужина жице 1 м.пресек жице 10 мм.к издужење такође 1 м.дакле l и λ добићемо $\lambda = \delta.P$ или $P = \frac{1}{\delta}$ Ово се обележава са E и имамо онда $P = \frac{1}{\delta} = E$ Ово је познато под именом : *модел еластичности*. Ту се тражи,да се жица извесне дужине,кад се оптерети извесном силом,истегне још за онолико,колико је била пре оптерећења.Та се сила зове *модио* Тела са оваквим особинама врло је мало.Ми смо извели само теоријски,а то се у практици неда остварити,јер ће се неко тело пре прекинути него што ће се истегнути за још једну своју дужину.-

Модуо се одређује по обрасцу $E = \frac{1}{\delta}$ За бакар је *он* напр.9827 кгр.тј.једну бакарну жицу треба оптеретити са 9827 кгр.па да

се истегне још једанпут колико је дугачка.На сваки начин,пре ће се та жица прекинути него се за толико истегнути - или ми га свакојако можемо да одредимо.За челик је даље $\varepsilon = 19014$,а за гвожђе још већи 21900 кгр. и тд.

Но,еластичност се,поред свега овога,може изазвати само до неке извесне границе,иначе кад се она пређе,настаје најпре стална деформација па онда и сам раскид молекила.Према томе,дакле,овде има још једне појаве,при којој се молекили тела не раскину,али се и не враћају у свој првашњи положај,кад дејство силе престане,другим речима при којој еластичност престаје,пре него што се молекили тела раскину.Границе, докле дакле неко тело треба оптеретити,па да се при престанку оптерећења,његови молекили врате у првашњи свој положај, зове се г р а н и ц а е л а с т и ч н о с т и.Графички можемо ово преставити помоћу једног координатног система,у који по једној оси (x) преносимо истезање,а по другој (у терет).

сл.



На тај начин добићемо једну криву или боље искривудану линију,у којој ће бити и правих и кривих делова.Сад повлачимо кроз координатни почетак једну праву,и дакле,она тангира ону криву линију испод и/више осе X у тачкама (A и B),дотле можемо тело и оптеретити и жицу истезати,па да се она опет врати у првашњи положај.Ово је врло важно знати и имати на уму код извесних гвоздених конструкција,напр.гвоздених мостова.Ту несме бити никаквог перманентног истезања,Стога треба увек конструисати ову криву линију и одредити границе еластичности,преко које се несме мост или друго што оптеретити.

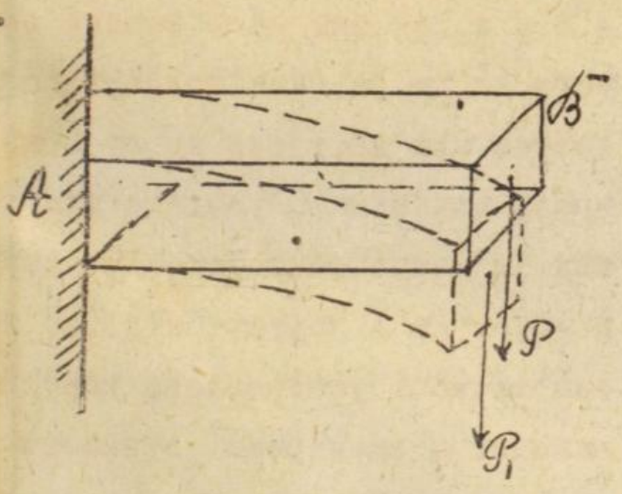
Права у тачкама A' и B',не додирује криву линију,већ у A и B.

Сем тога,кад неко тело оптеретимо извесним теретом дуж његове осе,да бисмо нашли модуо његове еластичности,па га пустимо да под утицајем тога терета стоји што дуже,то ће дејство продужења после једног

сата бити дужчије но после но сахата, тј. тело fe се све више и више изду
вати, истезати - исто је познато под именом м а к н а д н о д е ј-
с т в о е л а с т и ч н о с т и. Оно зависи као што се да лако видети
на првом месту од времена, на које време треба нарочито пазити и рачунати
при истезању какве шипке, прута, итд. Оно поред тога зависи од материјала
с којим имамо посла. Ово се дејство нарочито опажа код извесних конструк-
ција, које се кваре, кад известан терет остане дуже на њима, но што би у
ствари требало. Зато овде треба увек употребити т.зв. к о е ф и ц и ј е-
н а т с и г у р н о с т и, која показује да се напр. за гвожђе узме
најмање 7 па до 10 пута јачи материјал, него што то рачун показује итд.

Е Л А С Т И Ч Н О С Т П О В И Ј А Њ А И Л И С А В И Ј А Њ А.

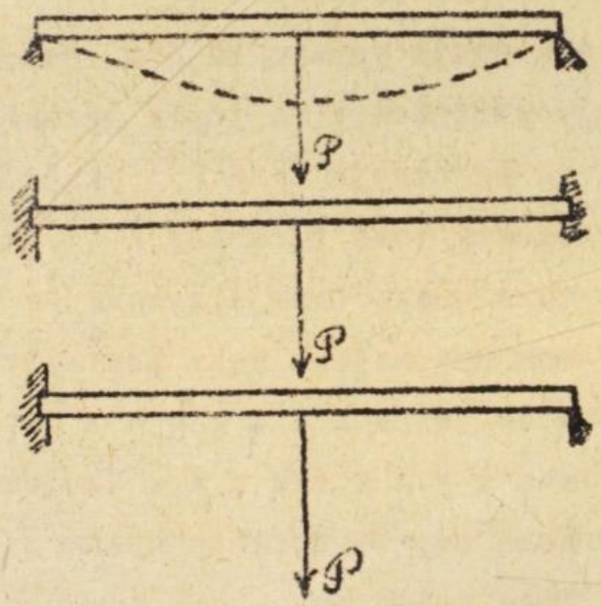
Она настаје услед спрега, чија оса стоји управо на оси тела. Да
би је изазвали треба тело на једном крају утврдити, а на други пустити
да.



дејствује сила P_1 која ће
савити тело у смислу P_1. Ако се
тело овако савије, делови на гор-
њим површинама тела издужују се
и то је е л а с т и ч н о с т
и з д у ж и в а њ а, а слојеви
доње стране постају краћи тј.
доле имамо: е л а с т и ч н о с т
с а б и ј а њ а. У првом се дакл
дучају тело издужује за λ са знаком $+$, а у другом стешњава, сабија
а λ са знаком $-$, Но како ми пошавши од $+\lambda$ па идући дола ка $-\lambda$
орамо проћи кроз $\lambda = 0$, то, према томе, има слоја, који се није ни издужио
и скупио, и који се због тога зове н е у т р а л н и м с л о ј е м.
ко је тело са свим хомогено, тај је слој у средини, пошто немамо разлога
кажемо, да ће бити ближе једном или другом крају. Таква линија звала
се е л а с т и ч н а л и н и ј а. Кад бисмо нашли њену једначину
даље је дискутовали, показала би нам, да је ово тело од A до B најраз-
чније оптерећено, тј. на неким местима је оптерећење велико, а на другом
ло; у A је највеће и ту има највише опасности да се сломи је. Идући даље

та опасност отпада све више тако,да је у B најмања,и ако баш ту дејствује сила P.То је услед кривине само оне еластичне линије.Она је најкривља у A; тј.ту јој је полупречник најмањи,а по том полупречник расте и све је већи и већи,и линија се приближила правој,тако да је она на другим крају готово сасвим права.Код свакових оптерећавања,сигурности ради помажемо се тзв. т е л и м а ј е д н а к е ј а ч и н е,то ће рећи, удешавамо,да су сви делови једнако напрегнути,и да је за све делове подједнака опасност да се сломе,и то ћемо доцније видети.

Ову еластичност повијања можемо назвати још на један начин. Подупрећемо тело место на једном,сада на оба краја,а силу P пустићемо да дејствује у средини растојања подупртих тачака, сл.



Тада ће се горњи слојеви издужити,а горња савити.Овакав је конструкција јача од оне прве,и још је јача ако су оба краја у з и д а н а.Сад ово даље зависи од тога,да ли је сила подједнако подељена или не,тј.да ли су оба краја подједнако узидана или не, или је можда само један узидан а други не - подупрт итд.Ова је еластичност употребљена код динамометра за мерење јачина навесних сила.Они служе за мерење правих темина - као што већ знамо - и састоје се из по два еластична пера,према чијем се већем или мањем збижавању или удаљавању мери и израчунава величина навесне силе или чега било,над ову пустимо да на тела дејствује.



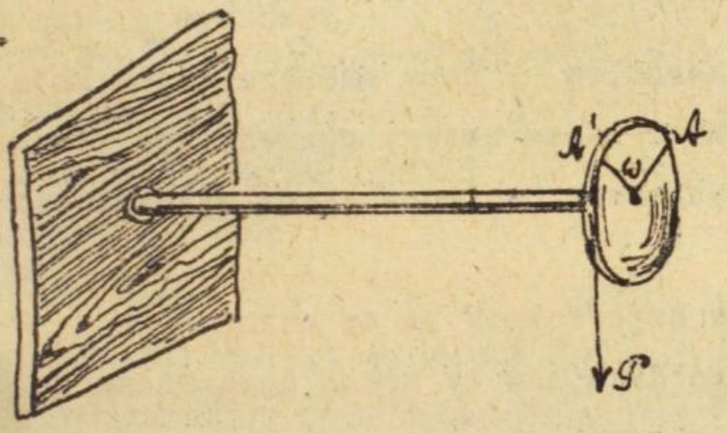
Овде меримо дејство силе помоћу молекилских делова тела,која су од теже скоро независна.Помоћу теразија то већ не можемо учинити,јер су она зависна од привлачне снаге земљине,те се услед ће весма мењају и дају доста нетачне мере.Није сасвим свеједно,да ли ће тело бити утврђено на само једном крају,а на другом да дејствује сила P,или да је на оба краја утврђено или подупрто,а да сила дејствује на средини.То се ви

кжуства зна. У свака пак та три случаја дејства силе образац за истезање биће; $\Lambda = \frac{4Pl^3}{bh^3E}$ где је l дужина прута или ма каквог тела, b његова ширина, h његова дебљина (или висина) и P сила ко је дејствује на све то.

УВОЈНА, УПРЕДНА ИЛИ ТОРЗИОНА ЕЛАСТИЧНОСТ.

Да бисмо овакву еластичност изазвали, узећемо једну шипку и на једном је крају утврдити, а на другом крају узећемо један котур, па ћемо око њега обмотати један терет.

Чим терет попусти, тело (к о т у р) се опет врати, али ми дејствујемо да га увијемо око његове осе, која је сама шипка. Да видимо од чега зависи ова еластичност. Дејство силе P мериће мо према углу ω , за који се на пр. тачка A пренести у A' . Ако је P = 1 кгр. и $\omega = 1'$, онда за P = 2 кгр. изазваће $\omega = 2'$



сл.

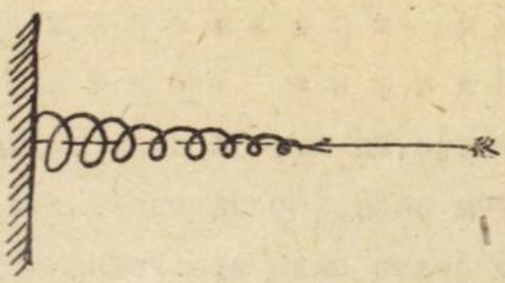
Овде је место силе боље употребити моменат. У г а о ј е п о т п у н о с р а з м е р а н с и л и, и л и у в и ј а њ е ј е п о т п у н о с р а з м е р н о т е р е т у. Овде се сваки део независно увија, па ако је цела шипка два пута дужа, онда ће и угао ω бити два пута већи, јер се сваки део за себе увија - слично ономе - да је дејство једне силе независно од дејства других сила - дакле: у г а о и л и у в и ј а њ е ј е п о т п у н о с р а з м е р н о д у ж и н и ш и п к е . Још је овде у питању и пресек.

С и л а ј е и з в р н у т о с р а з м е р н а п р е с е к у, али не у простом односу, већ у ч е т в р т о м с т е п е н у т ј. два пута дебља шипка $2^4 = 16$ пута је мањи угао итд. Дакле као што се види увијање нагло опада са растењем дебљине пресека. - Оно сем тога зависи још и од материјала. Коефицијенат његов обележаваћемо са $\frac{1}{T}$ и он се зове м о д у о т о р з и о н е е л а с т и ч н о с т и. (-торзија). Према свему овоме, образац, који би показивао од чега зависи т о ј

торзиона еластичност, изгледао би овако: $\omega = \frac{m.l.1}{J\,\delta}$ где је ω угао увијања, m моменат силе, l дужина жице, $1/J$ материјал и δ пресек жице. Ово је код шипака које могу издржати извесна терет; но код танке жице то не може да буде, јер би се она сасвим деформисала (растегла). Код танких жица имамо једну сасвим другчију методу одређивања. Од те жице направи се клатно да клати и да се креће око осе. Оно се клати на висинама тј. не прави амплитуде у страну, као она клатна која смо раније изучили, већ се окреће око уздужне осе, остаје на истом геометријском месту и изазива торзиону еластичност. Образац за време клаћења вреди и код овога клатна: $t = \pi\sqrt{c/g}$, само што g има овде други значај. Ово је торзионо клатно, те g ваља сменити силом, која торзију изазива (7). Ова је еластичност нашла велику примену код челичних пера или опруга, где треба ударе ублажити. Она могу имати најразличитије облике.

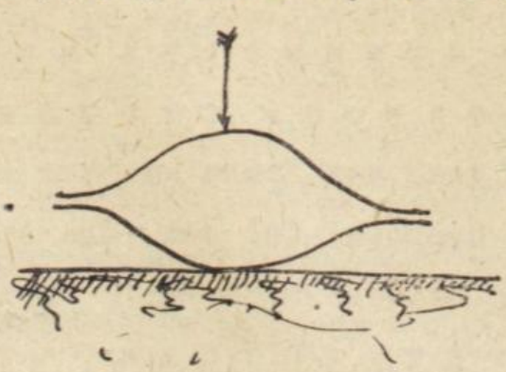
Узећемо једну спиралу и дејствовати на њу силом ⟵ ; у почетку удар сабије спиралу врло јако, али су после молекилске силе све веће и веће, а удари све мањи и мањи, док најзад сасвим не ослабе.

сл.



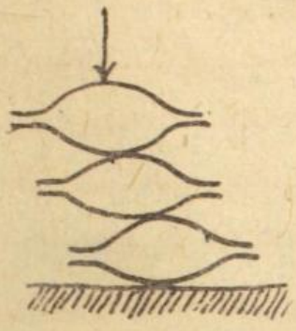
Та је спирала утврђена на једном крају. Такве су спирале нашле велику примену на железничким вагонима и томе слично, те се ударци између самих вагона у неколико ублажују. Сем спирала у овом облику имамо их и другчијих, - као што су напр. код обичних кола; оне се састоје из две шипке и изгледају као динамометар. Терет удари озго, спирала га одо враћа, те се тако удар у многоме ублажава, а насраће нихање.

сл.



Кад хоћемо да сила дејствује на што краћем путу, онда ћемо узети један пар ових дебљих пера. Иначе ако хоћемо да ублажимо ударце, на много већем путу, узимамо много више оваквих спирала.

д.

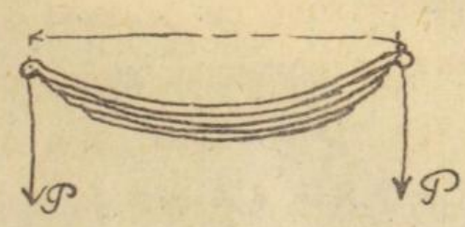


Да потражимо сад тело,које ће у свима пресецима,на свима местима бити подједнако напрегнуто(јер овај случај није код оних спирала испуњен).да тражимо дакле тело једнаке јачине.То нећемо учинити рачунским путем,јер нисмо потражили ни једначину оне поменуте линије еластичне,већ ћемо нешто о том рећи,што се из искуства дознало.

Ако је неко тело (на пр.стуб од балисна) само на једном крају утврђено,онда пресек његов не сме никако бити параделопипедан,већ г а р а б о л и ч а н;у том случају,као што смо видели,по целој дужини једнака опасност,да се тело сломиље.Ово се зове т е л о ј е д н а к е ј а ч и н е.Употреба је њихова обична и понајчешће код оних п о д л о г а (трегера) на балконима итд.Но та парабола не мора бити математички тачна.То се у осталом неможе лако постићи.Зато се таквим телима у више прилика даје троугласти облик,тј.висина му оста не иста,а ширина се мења (обрнуто пређашњем).-

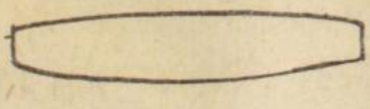
Ово је примљено и код поменутих већ спирала,нарочито где се има да издржи већи терет,као код колских спирала.

сл.



Онакав им облик није ради каквог украса, већ само због троугластог пресека.Спирала је та утврђена у средини а на крајевима где силе дејствују,слободна.На првој је слици она представљена у вертикалном пресеку,а у хоризонталном пресеку, озго гледана,изгледа четвртаста,како би у свима деловима била подједнако напрегнута.

д.



Ако се и код оваквог једног тела једнаке јачине деси да се сломиље,то може бити само услед материјала,од кога уједно зависи и место где ће да се сломиље,а никако од облика његовог.

2/.- ПОВРШИНСКА И КУБНА ЕЛАСТИЧНОСТ.

2/.- ПОВРШИНСКА И КУБНА ЕЛАСТИЧНОСТ.

До сад смо посматрали код тела само линеарну еластичност, т.ј. замишљали смо да се силе простиру само у једном правцу, посматрајући при том само једну димензију, а на остале се две нисмо обзирали. Али, као што смо у почетку рекли, сем линеарне постоји још површинска и томена (кубна) еластичност. Код површинске еластичности силе, које изазивају деформисане молекилских сила, иду у два правца, двема димензијама, а код кубне еластичности оне су у сва три правца. Површинска је еластичност код тела, која су у облику плоча. Но, (као што смо рекли) пошто је та еластичност већ сложеније природе, а тела су бар већина, нехомогена, она је врло мало и испитана, те се о њој врло мало и зна. Ово исто вреди и за кубну еластичност. У том бисмо случају притискали или истезали једно тело са све три стране. То бисмо најбоље могли учинити потапањем његовим у воду; променом запремине његове дознаћемо колика је промена у свакоме правцу. Врло су ретки случајеви, где су те промене у сва три правца једнаке, јер је таквих тела мало. Овде дакле, две последње врсте еластичности само потпуности ради напоменућемо.

а).- Д у к т и л н о с т.- почиње онде, где престаје еластичност, а свршује се онде, где настаје раскид. Све довде посматрали смо тела у границама еластичности. Сада ћемо прећи на појаве, које се јављају изнад границе еластичности, и услед тога, што мењамо њихове молекиле ск силе, умањавамо их или увећавамо. -Како кад. -То је в е ш т а ч к а или н а с и л н а п р о м е н а м е ђ у с о б н и х м о л е к и л с к и х п о л о ж а ј а. Њу можемо изазвати у два правца. Први је, кад молекиле, што је могуће више, приближујемо један другоме; тиме се молекилске силе појачавају и тим је само тело јаче. Други је, кад молекиле, што је могуће више удаљавамо један од другог, тиме се молекилске силе смањују, тело је у том случају слабије. Пропустићемо најпре појаве, где молекилске силе можемо да јачало. Овс јачање зове се д у к т и л н о с т. Она се помаже на четири начина: к о в а њ е м, в а љ а њ е м, и з в л а ч е њ е м и к а љ е њ е м.

б).- Ковање је, кад дејствујемо на једном истом месту с и л о м тему молекиле сабијемо (напр. кујемо чекићем) и тиме тело појачамо. Одсто-

Одстојање молекила у том случају постаје све мање и мање, због чега су
кована тела много јача него ливена. При ковању се разна тела и разно пона
шају. Код неких можемо лако успети да их појачамо, код других то нећемо мо
ћи постићи, већ ћемо шта више молекиле њихове одвајати; један од другог.
У прва тела долазе сва растегљива, ковна тела, као олово, гвожђе, калај и.
т.д. а у друга сва крта тела, као: стакло, креда, порцулан итд. Код ових по-
следњих прелазимо границу дуктилности, и идемо до апсолутног дејства сила
- апсолутне јачине тела.

в) В а љ а њ е м а помоћу врло јаких притисака, изазиване такође
збližавање молекила, но не само на појединим местима као код ковања, већ
по целој површини тела. И овде се разна тела, разно понашају. Олово је напр
врло добро за ковање, а за ваљање је врло хрђаво. Најбоље је за ваљање
злато, гвожђе је много горе, а челик и платина не дају се готово никако
на тај начин појачати.

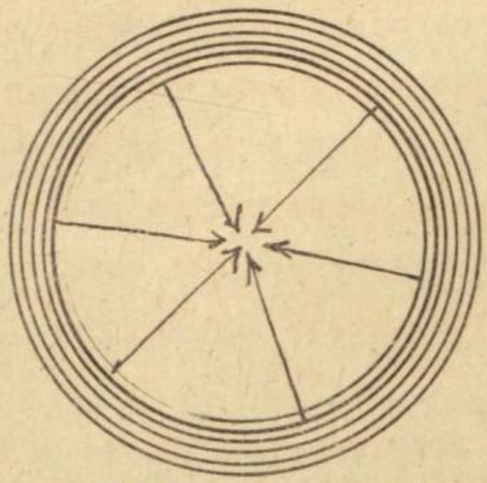
г).- И з в л а ч е њ е је, кад један крај метала извлачимо, и
метал сав полази тим правцем. Таквим се начином добијају металне жице од
разних метала. И ово је дакле насилно дејство на металне молекиле. И овде
имамо различита, понашања код различитих тела. Нека се тела извлаче врло
тешко, а нека врло лако. У прве долази олово, јер је жицу оловну врло теш-
ко добити. У друга долази злато и платина, од које се последње жица да вр-
ло лако извлачити, дебљину јој можемо дати каку год хоћемо. Успело се, да
се једна жица платинска толико истегне, да износи у пресеку 0.0001 мм.

д).- К а љ е њ е.- Овде се тело загрева до црвеног или белог
усијања, па се после нагло охлади. И у свом погледу разни се метали врло
различито понашају. За каљење најбољи је челик. Да бисмо ову појаву себи
растумачили, треба се сетити оне особине тела, да се грејањем шире, а лађе-
њем скупљају, слабећи при том или јачајући своје молекилске силе. Узећемо
једну челичну шипку њевесиога пресека, загрејаћемо је до белог усијања и
утопићемо је за тим у хладну воду или коју другу течност.

Услед тога што се она нагло хлади, тј. топлота из ње не одилази
равномерно, као што је дошла, охлади само спољни слој, а унутарња је маса
још у загрејаном стању. Овим хлађењем молекили се скупе, приближе а по пе-
риферији самој изазове се читав низ молекилских сила, које дејствују, да

да молекиле у унутрашњост што више зближе.

сл.



Спољни круг на тај начин постаје све мањи и мањи, притискујући при том на све остале молекиле тела, те изгледа, као један обруч, у ком су остали молекили стиснути. Пошто се тај обруч сасвим охлади, он постане ужи и притискујући као такав на масу унутра прави молекиле њене много јачим.

Силе, које ту дејствују, огромне су јачине; оне могу да изазову огромне притиске на молекиле, тј. да учине, да привлачење између молекила буде што веће, те услед тога да и само тело буде много јаче, но што би било иначе.

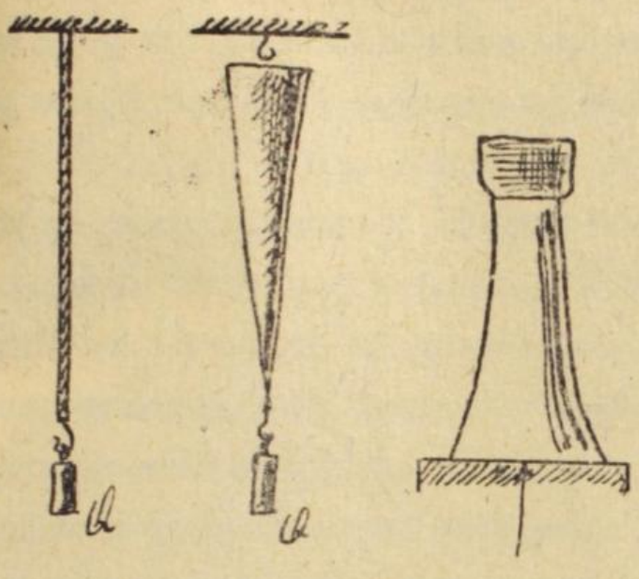
У сва четири случаја дуктилности, тела се разно понашају, но главно је да их можемо на на који начин ојачати; нека тела, као што рекосмо, не смемо овако дирати, јер ћемо их сасвим ослабити тиме. Код конопље лана итд. од чијих се влакана праве конопци и др. видећемо да је тај конопац најјачи онда, кад су бкљна влакна међу собоб паралелна. Свако убијање тих влакана слаби конопац. По опет зато ми не можемо конопац направити све од самих паралелних влакана, јер би онда требало, да су она једнаке дужине - што је опет немогуће постићи.

Нека су влакна дужа а нека краћа, или ако то нису одмах, она брзо као таква постану. Краћа влакна прво пређи, па после редом, она што су дужа, и дужа итд. пошто она, док је оних кратких, трпе мањи притисак.

Увијањем пак влакана изједначавамо дужину њихову, преносимо терет на сва влакна подједнако. У самој ствари, по теорији, тиме конац не јачамо, већ га слабимо.

с).- Ч в р с т и н а.- Сад да проучимо трећи ступањ молекилских сила, тј. кад прећемо силу дуктилности, те тело дотле напрегнемо, док оно не прсне, док такле молекили не попусте и не искидају се. У овом случају тражимо а п с о л у т н у ј а ч и н у т е л а. И овде имамо исто толико случајева, колико и код еластичности, али ћемо ми посматрати само један случај, и то онај, који одговара линеарном дејству еластичности.-

сл.



Апсолутна величина молекилских сила зове се ч в р с т и н а т е л а.

Кад једну жицу оптеретимо теретом a ,онда су сви молекили,више или мање подједнако напрегнути.Пресек на горњем делу жице ad,издржава не само терет a већ и тежину остале жице,док пресек bb, издржава само терет a .Ако хоћемо да тело буде свуде једнако и константно напрегнуто,треба да правимо тела таквих облика,да је горе шире,а доле уже.То је ако терет a дејствује истежући га доле,ако ли дејствујемо теретом a притискујући озго на више,облик тела треба да је обрнут.

И овде као под еластичности имамо:

α).- К и д а њ е у с л е д и з в л а ч е њ а и п р и т и с к и в а њ а.

Нека тела више издрже,кад их извлачимо,него кад их притискујемо,а нека обратно.Разне врсте камена више издрже при притиску него ли при извлачењу;метали пак више попуштају под притиском,а при извлачењу се више држе.Дрва су константно јача,кад силе вуку,него ли кад притискују. Ова је била прва врста ломљења.-

β).- К и д а њ е у с л е д с а в и ј а њ а и л и п о в и ј а њ а .-

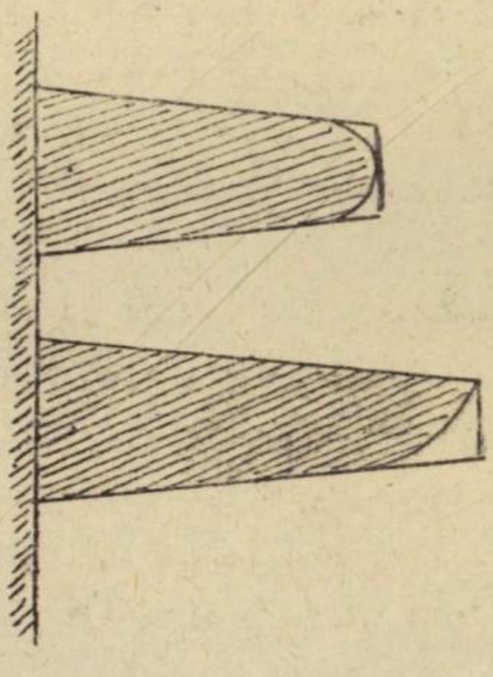
Ако тело савијемо,можемо га врло лако,ако није еластично,сломити;то може бити на два места;или споља или изнутра.Разна се тела према томе и равно и понашају.Тела у опште,кад лакше издрже истезање но притисак,при савијању пуцају изнутра,а тела која лакше издрже притисак но истезање,пуцају при повијању споља.

γ).- Л о м љ е њ е у с л е д у в и ј а њ а,у п р е д а њ а т о р з и о н о,у в о ј н о и л и у п р е д н о л о м љ е њ е.-

Тело неко можемо сломити и ако га увијемо.Кад то чинимо напр.

с једним конопцем, пуцају прво конци по површини, па све редом даље и даље у унутрашњости.

Ово су три начина, која можемо изазвати и учинити код тела, па да сазнамо колико су молекилске силе у њима јаке и издржљиве. Још имамо да видимо, кад ће тело код т о р з и о н е л о м љ и в о с т и бити једнаке јачине. За ово можемо узети пример код точкова колских. Осовина се код њих при кретању непрестано лепи уз точак, те производи мноштво сила, које теже да је што више увију, и ако је она слаба врло ће је лако и сломити. Да се та осовина неби сломила, треба је направити као тело једнаке јачине. Ми смо напред видели, и због чега то казали, да у оваквим случајевима пресек тела треба да буде параболичан, а ни по што цилиндричан. То исто важи и за овај случај. Али и овде, као и тамо немора да буде пресек тачна парабола, већ ћемо тај облик одредити, повлачећи на њу тангенте. На тај бисмо начин видели, да осовина код точка треба да буде на крају тања, а у средини где је утврђена дебља. Код балкона бисмо могли још и мању кривину да употребимо, али код точка то неможемо учинити, јер кривина треба да је што већа.



А т х е з и ј а ч в р с т и х т е л а или
а д х е з и о н е с и л е.

Силе, као што смо казали које дејствују између молекила разних тела, називају се: а д х е з и о н е с и л е.-

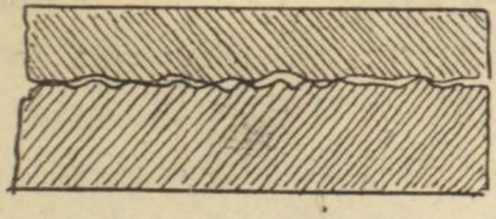
Прво ћемо говорити о адхезији код тела, која су удаљена - као што су земља и месец итд.

Да адхезија заиста и између којих тела постоји, можемо се уверити на више начина. Кад напр. руку замочимо у воду, видећемо да ће рука бити мокра сва, значи, да су се молекили воде прилепили за руку. То је могло бити само услед привлачења молекила воде с једне и наше коже с друге стране

Но да смо руку замочили у живу, видели бисмо, да се жива не би прилепила уз руку. Жива дакле не кваси руку, па тако исто ни дрво, ни још многа друга тела, јер ни један молекил живе неће за њих прионути. Но ово привлачење не бива само између чврстих и течних тела, већ и између самих чврстих тела. Тако напр. ми видимо прашину по каквом чврстом телу, ње ће опет на телу истати. Услед овога, тј. услед адхезионих сила, прашине има не само на хоризонталним (и за тај узрок већ (знамо и из Механике), већ и на вертикалним површинама, па шта више и на самом плафону нахвата се прашина. На овој се особини тела оснива и писање у опште, било то по дрвету или хартији, било то мастилом, или графитом, или ма на чему или ма чим (што је противно и законима теже). Све ове појаве делимо на две врсте, на адхезију у ужем смислу а адхезију у ширем смислу.

А д х е з и ј а у ' у ж е м с м и с л у, јавља се код тела која су једно другом у непосредној близини. Она зависи од много које чега као:

α).- О д у г л а ч а н о с т и п о в р ш и н а, које се додирују.- Адхезија је већа, кад су површине у г л а ч а н и ј е. него ли ако су р а п а в е. У овом се последњем случају додирује само један извесран део број молекила много мањи. него ли у првом случају. Ако те површине сл.



напослетку угладимо толико, да остане што мањи број шупљина, адхезија ће између такве две плоче бити врло велика.

β).- О д ч и с т о ћ е п о в ш и н е.- Адхезија је већа, што су тела чистија. тј. што су мање била изложенија ваздушним променама. За ово нам даје згодан пример каучук, који ако није стајао на ваздуху, лакше пријања крајем уз други свој део, него ли, ако је пре овога на ваздуху стајао. Сем тога и најмање зрно прашине на каквој површину чини је неравном и слаби адхезијоно дејство према ком другом телу. Помоћу извесних течности можемо учинити да нестане горњих неравнина - дакле да, тело углачамо. Овде треба само изабрати течности, које се лепе, напр. лепак, туткало итд. и које попуњавају неравнине две-

двеју површина, праве адхезију већом.

г).- О д п р и т и с к а.- Ако је притисак врло слаб, и адхезија је слабија и мања, него ли кад би притисак био већи. Ако се две плоче јако притисну, једва се после могу да одвоје. То бива услед тога, што притиском доводимо молекиле тела ближе један другом. Његова је још и та добра страна, што се избије ваздух, који је заостао између молекила двеју површина.

б).- О д т р а ј а њ а а д х е з и о н о г д е ј с т в а и п р и т и с к а.- Што је то дејство дуже и привлачна ће снага бити јача. Даске, и поред оних неравнина, које су дуго стајале једна на другом и под притиском, толико су се прљубиле, управо прилепиле, да се једва могу и одвојити. И кретање извесних тела једнога по другом мења адхезиону моћ, тј. изравњује њихове неравнине. Имамо тела разне тврдоће, и знамо да се мекше тело може запарати тврђим. Но, и најтврђе тело - дијамант можемо запарати другим парчетом дијаманта, ако њиме преко онога брзо превлачимо дакле убрзамо му кретање и дамо извесну енергију. Само оштрење бријачица о дрвени котур оснива се на оном брзом окретању котура, које ономе челику да онакву финоћу, каква је и потребна. Вода дуби камен, гвоздена турпија челик итд.

А д х е з и ј а у ш и р е м с м и с л у јавља се код тела која су један од другог удаљена, као земља и месец итд. Појава, да камен пада на земљу, истоветна је појави падање прашине по површинама појединих тела, само је , у првом случају та сила у много већој мери, јер је и сама маса камена много већа. Сво привлачење не постоји само између тела и земље, већ и између земље и месеца итд. и оно је управно сразмерно маси, а изврнуто квадрату одстојања $\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$ (Њутнов Закон из Механике). Дакле, и ово је привлачење једна врста адхезије. Земља у том погледу има све особине: Пошто је она округлa, но не потпуно, већ је на половима мало спљоштена - то и сви молекили њени нису од центра њеног подједнако удаљени; па пошто можемо замислити да је сва привлачна снага њена сконцентрисана у центру јој, то и тачка ближе центру биће јаче привлачена а идући даље од центра то привлачење опада с квадратом даљине. Услед овога су тела на половима изложена јачем привлачењу, но на екватору. Привлачна је снага земљина једнака за све могуће масе, ма какве оне биле. За њу пак нека тела

кроз ваздух падају лакше,а нека брже,видели смо у механици.Да је привлачење јаче идући ближе центру земљином, доказано је клатном - сатом,јер за испитивања ове врсте,оно је најфинија и најосетљивија справа.

Спуштајући се доле,клатно брже клати,а сат услед тога,мења,убрзава свој ход.То не показује ништа друго,до промену теже.За сваких 380 метара сат брже иде или лакше за 2 1/2 секунда.У самом центеу земљином тела су без икакве тежине,нити се могу кренути у ком било правцу.Ако замислимо, да се неко тело креће од периферије земљине ка центру,који га привлачи,то се тело,при пролазу кроз центар,неће у њему ни тренутка задржати (зауставити),већ ће услед дотле већ стечене енергије продужити пут и даље у истом правцу - дотле,док привлачна снага земљина не савлада и не сведе ту енергију на О.Сад се тело,опет услед теже,враћа и при враћању стече опет неку енергију,пролази кроз центар,не задржавајући се у њему и продужује пут у истом правцу,док му тежа опет не савлада енергију итд.На тај се начин тело непрестано клати - о с ц и л и р а.У вези са адхезијом стоји и т р е њ е.Кад два тела клизе једно по другом,видећемо да ће лакоћа клизања зависити од истих оних услова,од којих и адхезија. Трење је или к о р и с н о или ш т е т н о.Где је корисно,ми гледамо да га увећамо;но готово у сваком случају имамо интереса да га што више смањимо.Кад је требало да адхезију ојачамо,узимали смо у помоћ л е п а к но ако хоћемо да је ослабимо,не ћемо се служити лепком,већ ћемо дрвене осовине мазати машћу или лојем,а гвоздене зејтином или гасом (петролеумом),дакле материјалима налепљивим,које уз адхезију и трење слабе.Тај је исти узрок,што се лакше може ићи по насутом но по љигавом путу;што се љигаво тело у руци мора нечим посути,те да као такво не исклизне из руке итд.Трење по нивоским површинама где би требало употребити силу P = o,па да се неко тело покрене бива услед савлађивања адхезије.Ако је та површина неравна,онда се троши много већи рад на издизање и спуштање тога тела.И трење је дакле једна чисто механичка појава.Сва трења у опште можемо поделити у две групе: т р е њ е к л и з а њ а и т р е њ е к о т р љ а њ а,а трење точка о осовину показује трење клизања.У првом је случају трење много мање,у другом је оно много веће.

Велике терете можемо и мањом силом кретати,кад их метемо на

ваљке и тако котрљамо.

На против за вучење, клизање, треба много веће снаге. Трење клизања што се претвара у трење котрљања (антифрикциони точак).

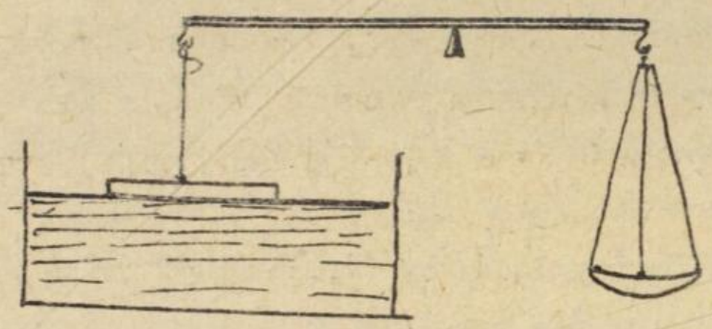
2/.- С т а т и к а м о л е к и л а т е ч н и х т е л а.

И овде имамо да посматрамо две групе појава: к о х е з и ј у и а д х е з и ј у течности.

А/- К о х е з и ј а т е ч н и х т е л а.

Ако се молекили течних тела буду међу собом у једном истом телу привлачили или одбијали, може бити говора само о к о х е з и о н о м привлачењу и кохезионим силама њиховим. Привлачна снага молекила код течности постоји, али је она, сравњена с претходном, много мања но код чврстих тела, и зато и можемо онако лако да раздвојимо њихове молекиле.

сл.



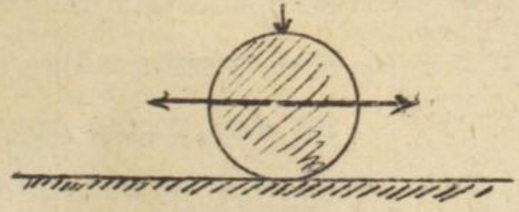
Да бисмо доказали кохезију течности, узећемо једну стаклену плочу, обешену у ваздуху, усућемо воде у суд и метнути у њ плочу, али само толико да она воду по површини додирне. Ако сада покушамо да ту плочу одвојимо од воде. Видећемо, да то не можемо истим тегом учинити, већ да морамо употребити већи тег на то, него што је тежина стаклене плоче. Употребивши ту снагу, тај сувишак тега + р, ми смо молекиле воде расцепили, одвојили једне од других: та је сила само на управљена; тј. на савлађивање међусобног молекилског привлачења, а никако не на раздвајање молекила воде и саме плоче, као што би то био случај, кад бисмо у суду место воде имали живе.

Ова снага + р, довољан је доказ, да се водени молекили заиста међусобом извесном снагом привлаче. Тако се исто можемо уверити и о кохезији молекила живе, кад узмемо тело које она кваси, као на пр: ц и н к и т:

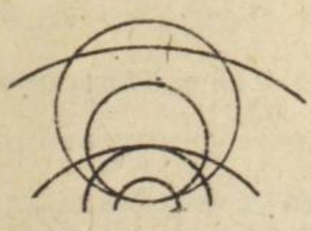
Исто је тако и код свих осталих течности само што је ово привлачење код разних течности различито, и у опште врло скабо, јер врло лако попушта другим силама. Ако напр. проспемо живу, по каквој дрвеној површини - плочи, она ће се одмах расути у куглице, јер ни пошто не пријања

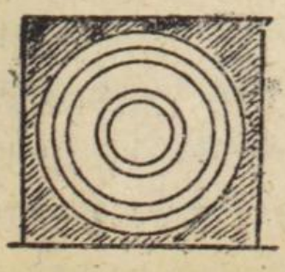
уз дрво,не кваси га,пошто је привлачење између молекила живиних јаче,но између молекила живе и дрвета.

Ту је дакле кохезија јача од адхезије.Исто је ово и с водом, кад је проспемо по површини,коју она не кваси,(масна површина итд.).Овде је у оба случаја слабије привлачење између молекила дотичне површине и течности,но између молекила саме течности,за то те течности у оваквим приликама заузимају облик кугле.Кад ово бива са свима течностима онда то не значи ништа друго,до:д а т е ч н о с т о с т а в љ е н а с а м а с е б и з а у з и м а у в е к к у п а с т о б л и к.Ми смо пре још у Механици течних тела у одељку "О п ш т е о с о б и н е т е ч н о с т и" говорили да течности немају сталног облика,већ заузимају стално облик суда,у коме су;но то је било с тога,што смо течност онда посматрали у суду,који им смета,заједно са теком,да заузму тај свој природни к у г л а с т о б л и к.Сипајући живу по плочи,коју она не кваси,образују се одмах куглице,које су у толико правилније,што су мање;а што су веће,то ће им и облик,због већег утицаја теже,(јер је маса већа),бити све спљоштенији.Отуда жива у великој количини.напр.у каквом суду,заузима облик тога суда,чија је горња површина више или мање округла,но са свима течностима.Што више код воде бисмо то много лакше могли постићи, но код живе,јер од ње можемо направити 13,9 пута већу кугду,но што бисмо то могли код живе,пошто је вода за толико пута специфички лакша од



сл.





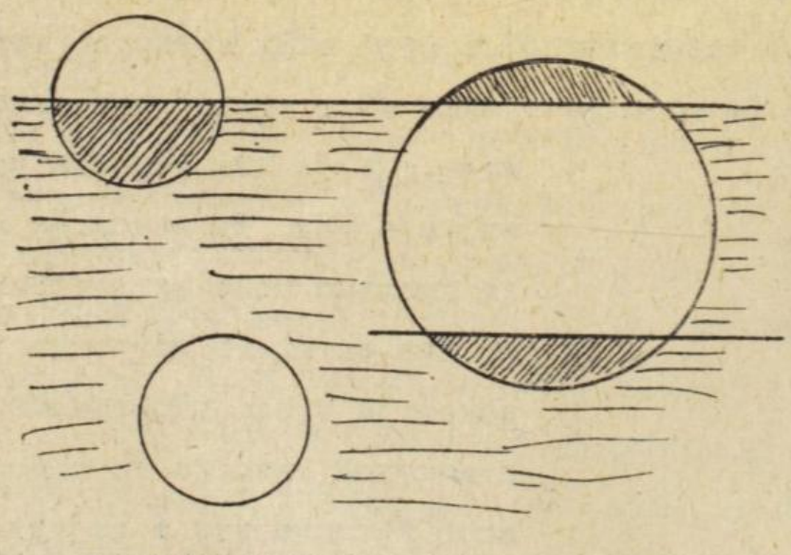
живе,али је сва тешкоћа наћи тело,које вода не кваси.Да можемо да правимо веће кугле течности, но што би иначе могло да буде, доказ је и овај:Помешајмо воду а алкохол тако,да та смеса буде исте густине као и зејтин,па на површину добивене течности капнемо мало зејтина.У средини те течности образоваће се кугла и ако зејтина више сипамо биће и та кугла све већа - до 10 см.у пре-

пречнику,али већ кад је кугла од зејтина 10 см.у пречнику,види се да је мало облика е л и п с о и д н о г а.И овде је куглу покварила привлачна снага земљина.Ово је доказ да се молекила течности привлаче,а оглед сам зове се П л а т о н о в о г л е д.

Дакле понављамо опет,општи облик течности,остављеним самим себи и обезмеђеним од дејства ма каквих страних сила - ј е с т е к у г л а.Оваквим доказом излази да је наша земља била у течном стању и округла је то значи:да је такав облик могло заузети какво течно а не чврсто тело.Што пак земља није потпуно кугластог облика долази услед извесних механичких сила и кретања.Главно је ово овде.да је земља прошла кроз кугласт облик.

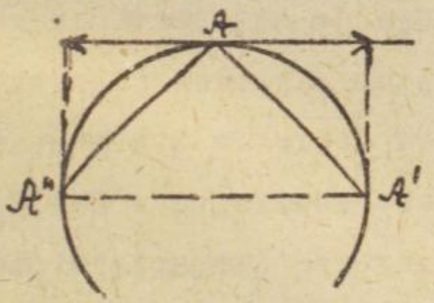
Усуђемо сада у један суд извесну течност и тражићемо понашања молекила те течности међусобом.При том бисмо видели да један молекил привлачи други до извесне даљине с једне стране,па тако исто и с друге стране и са свију до извесне границе,на тај се начин прави око њега једна сфера тако звана с в е р а п р и в л а ч е њ а.

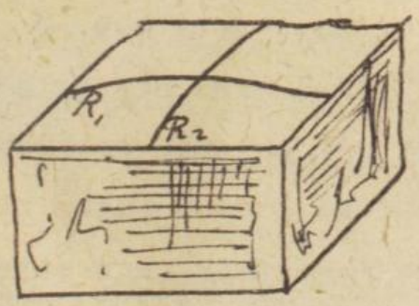
Ови молекили у тој сфери привлаче дотичан молекил,а и он њих све;он дакле на све исто онако утиче,као и они сви на њега.



Посмотримо сад један молекил течности,који се налази на њеној површини или мало испод њене површине; он има своју сферу привлачења,и најдаљи молекил,који он може да привлачи,има такође своју сферу привлачења;све те молекиле,који се у тој сфери налазе,он привлачи,као што и они њега привлаче.Али како сфера привлачења овог молекила,који се на самој површини налази или мало испод ње,излази и изван површине течности,а остаје известан број молекилских привлачних снага,који се није потро,због тога оне привлаче молекиле унутра - Које је привлачење највеће,кад је молекил на самој површини течности.Ово површинско привлачење зове се површински притисак

он постоји само код равних хоризонталних површина течности.У случају, кад површина течности није хоризонтална,ствар је сасвим друкчија;тада се место притиска јавља површински напон.Површински притисак највећи је дакле кад је молекил на самој површини течности.Услед овога притиска дешавају се извесне појаве.Муха напр.иде по води а испод њених ногу улегне се мало површина воде.И ако је муха у целини узевши специфично лакша од воде,ипак је онај део воде над којим је она,од ње лакши,те би она требала да пропадне.Али овај смета да пропадне поменути површински притисак,који од свих сфера, привлачења,којих граница иде и преко површине течности, прави као какву скрамицу.Исто је то и кад иглу целом њеном дужином спустимо врло пажљиво на површину воде;она стоји на њој и плива - иначе би требало,по специфичној тежини,да потоне у воду.Ово је само због површинског притиска.Свако је се по води образовала као једна скрамица,која је опет вода,али је услед тога површинског притиска много јача од њезине унутрашњости.Ако имамо сада површину течности,која није равна већ испупчена и на њој молекил А,коме је сфера привлачења до молекила А'и А",онда пошто су та два узајамна по две компоненте,од којих се оне две хоризонталне,као једнаке и супротног смисла,потиру,а остају да дејствују само још оне вертикалне компоненте,о којима сад морамо водити рачуна,и услед којих се јавља овде сасвим нов појав - површински напон. Ако је површина течности издубљена,онда ће ове две силе дејствовати оздо на више у супротном смислу дакле.Ако ли је она хоризонтална,површинског напона нема,јер су у овом случају вертикалне компоненте равне нули.Овде нећемо изводити образац за површински напон и притисак,он једино зависи од полупречника кривине.





Образац би тај био $K = \frac{p}{2}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$ где је p притисак на јединицу површине.а R_1 и R_2 значе полупречнике,јер код суда

облика елипсоидног појављују се два привлачења - у два правца; по дужој и краћој оси елипсиној, које су, као што знамо, различне величине, те су с тога и обележени полупречници тј. те осе елипсине, знацима R_1 и R_2. Но, ако је суд био кугласт, онда би било $R_1 - R_2 = R$ и ако ово заменимо у горњем обрасцу, добићемо да је: $K = \frac{p}{2} \cdot \frac{2}{R} = \frac{p}{R}$. К, означава п о в р ш и н с к и н а п о н, те је овај општи образац само за њега, не рачунајући при том никакво друго дејство. Но пошто има и површинског притиска (P), то ће први образац за величину површинског напона бити

$$K = P \pm \frac{p}{2}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right).$$

Знак + био би код испупчене, а знак - код издубљене површине посматране течности. Код мехура од сапуњавице, где је $R_1 - R_2 = R$ имамо с п о љ а ш њ и п о в р ш и н с к и н а п о н.

$$K = P + \frac{p}{2}\left(\frac{2}{R}\right) = P + \frac{p}{R}$$ а унутрашњи $K = P - \frac{p}{R}$

Разлика између ова два напона је $\frac{2p}{R}$ што није ништа друго до спољни притисак на мехур, који, као што се чини, није сасвим мали, и може се констатовати на разне начине. Кад мехур напунимо нпр. димом од дувана па отворимо левак којим смо мехур издували, видећемо, да ће дим покушати на поље доста великом брзином, толиком чак, да принесену свећу може врло лако да угаси. Кад је лопта затворена, онда је тај притисак са свију страна једнаке јачине, те се лопта може позадуго задржати на ваздуху.

Додирна површина таквих двеју лопта јесте р а в а н, која се да врло лако и лепо добити и видети. То се исто повтизава и код других облика, помоћу од металне жице направљеног квадрата (коцке), тетраедра, призме итд. На тај се начин могу произвести врло лепи облици пресека појединих љуспи. У кохезији течних молекила долази и т р е ћ е течности које постоје, кад пустимо једну течност да протиче кроз цев од онога материјала, који та течност квасн. У том случају она, квасећи дуварове суда, има један известан број молекила, који непрестано, стално квасе дуварове тог суда, и остали молекили, при пролазу кроза њ, не тару се о молекиле дуварова самога суда, већ о молекиле течности, који су уз њих прилубљени. Ово се код течности зове в и с к о з и т е т. Јачина тога трења зависи од јачине привлачења молекила дотичне течности. Ако се молекили течности привлаче јаче, биће и трење веће, што познајемо по количини истекле течности

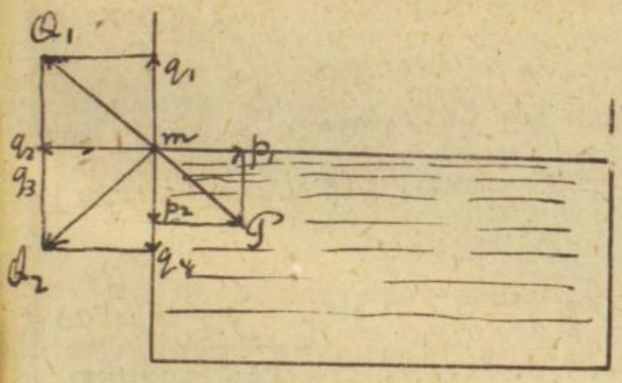
течности из цеви - за исти пресек - а по обрасцу из механике.

Б/.- А д х е з и ј а т е ч н и х т е л а.

Она се јавља исто између молекила чврстих и течних тела, или између молекила само течних тела.

а).- А д х е з и ј а и з м е ђ у м о л е к и л а ч в р с т и х и т е ч н и х т е л а.

Узећемо један суд и у њему извесну течност, па ћемо посматрати један молекил те течности, који је уз сам дувар суда. Тај молекил има сво ју сферу привлачења, кога је резултанта P под углом од 45^0 према хоризон ту. Тај исти молекил привлачи молекил суда по сфери полукугле, коју ћемо поделити у два квадрата, добивши на тај начин још две друге резултанте под углом од 45^0 које ћемо за разлику од прве обележити са Q_1 и Q_2 мада су међу собом сасвим једнаке $= Q$ Сад ћемо резултанту P раз ложити на компоненте p_1, p_2 резултанту Q_1 на компоненте q_1 и q_2 и Q на компоненте q_3 и q_4 Пошто су силе q_4 и q_1 једнаке супротнога смисла, оне с потиру, те остају да дејствују само силе p_1 и p_2 и q_2 и q_1.



Из слике имамо да је:

$p_1 = P \cdot \cos 45^0$

$p_2 = P \cos 45^0$

$q_2 = Q_1 \cos 45^0 = Q \cos 45^0$

$q_3 = Q_2 \cos 45^0 = Q \cos 45^0$

Сила p_2 није ништа друго до тежина молекила m.

Ту она дејствује као притисак на дно суда те производи хидростатички притисак. Привлачење је сад само између компоненте p_1 с једне стране и q_3 и q_2 с друге стране; где буде дејство веће на тој ће страни резултанта дејствовати.

Она је дакле $R = q_2 + q_3 - p_1 = 2Q \cos 45^0 - P \cos 45^0 = (2Q - P) \cos 45^0$

Цео овај израз зависи од израза у загради.

Ако је $(2Q - P) = 0$ онда је $Q = \frac{P}{2}$ значи да један молекил течности привлачи исти број молекила чврстих и течнога тела, тј. течност нити суд квасн, нити га не квасн што је опет немогуће.

Могу дакле настати само два случаја, а та су, да је: $Q > \frac{P}{2}$ или $Q < \frac{P}{2}$. Узмимо нпр. да је: $Q > \frac{P}{2}$ Резултанта, казали смо, прелази на ону страну, где је и дејство веће, тј. у овом случају, где је Q што значи; да је јаче привлачење између молекила течности и дуварова суда, но између молекила саме течности, пошто пак течност заузима гравац управан на силама, што на њу дејствују, то у овом случају течност кваси суд, због чега је површина те течности и издигнута у суду, управо уз дуварове суда. Ако тај суд није довољно широк, већ је то једна цев омање ширине, течност се у њој попне до извесне, и слободним оком доста приметне висине. Овај је meniscus .- као што се обично зове - за $Q > \frac{P}{2}$ и з д у б љ е н или к о н к а в а н. Овде, као што рекосмо, течност квасн суд. Узмимо сада да је $Q < \frac{P}{2}$ Резултанта иде правцем, где је дејство веће, тј. где је $P/_2$, значи, да је привлачење између молекила саме течности јаче, но привлачење између молекила течности и суда.

Пошто течност заузима гравац управам на силу, која на њу дејствује, то ће површина течности - meniscus - бити и с п у п ч е н или к о н в е к с а н.

Овде, због тога. течност не квасн суд. Према томе дакле: да ли ће meniscus бити издубљен или испупчен, зависи једино од привлачне моћи молекила течности и молекила суда. Зато пак, што се течности, које суд квасе, издигну донекле у њему, ми не можемо од њих начинити и добити ни једну кап или куглицу, о чему је напред већ било речи, јер је то знак, да је, привлачење молекила тих течности слабије од привлачења молекила њихових и употребљеног суда. Свака кап услед тога, ако дође у додир са дуварима ма кога и ма каквога чистога суда, одмах се по њему разлије, јер су јој силе, које јој дају ту округлину, много слабије од привлачних сила молекила тога суда, или у опште тела, на ком се та кап једна хоће да посматра.

То је код течности, које суд не квасе, сасвим обратно.

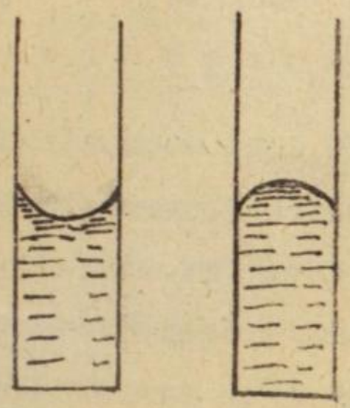
Просута жива нпр: све се разлије у већим или мањим куглицама. Узрок је томе њеном понашању обрнут оном, који смо навели за течности, ко-

које суд квасе.С овим у вези стоји:

П О Ј А В А К А П И Л А Р Н И Х (Косастих цеви) Ц Е В И.

И овде могу бити два случаја:да течност квасн или не квасн цев

1/.- Кад течност квасн цев,стуб течности у њој већи је,но у суду,у ком сл. је сама та цев.Нашли смо већ да је површинским налон у опште: $\mathcal{K} = \mathcal{P} \pm \frac{p}{2}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$



Овде је он: $\mathcal{K} = \mathcal{P} - \frac{p}{2}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$

или у спште пошто је $R - R_1 = R_2$

$$\mathcal{K} = \mathcal{P} - \frac{p}{2}\left(\frac{1}{R}\right) - \mathcal{P} - \frac{p}{R}$$

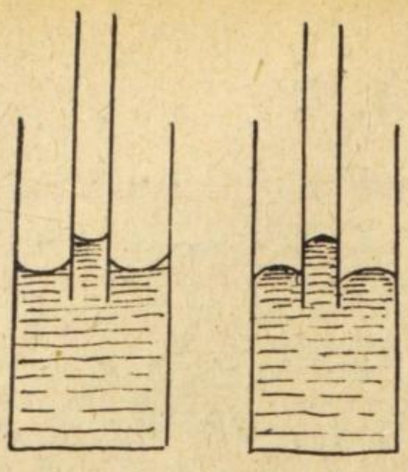
Ова једначина показује да је притисак на течност у цеви мање за p/R Због чега се,пошто притисак код течности мора на све стране,да буде једнак,то течност у цеви до некле издиже.Што је R веће,то је р све мање,и обратно,тј.што је цев шира,течност ће се све мање попети,а пошто је она ужа,течност ће се све више попети,како би се на тај начин постигла равнотежа између притиска на течност у цеви и на њу у суду.

У цевима пресека 1 мм.(капиларне цеви) течност се нагло и на повелику висину попне.Исти се овај пример види,и на основу овога може да се протумачи,кад парче шећера оквасимо на једном крају,па после извесног времена видимо да је цело парче мокро.Ту се течност попела у цеви, које су овде врло искривудане и,преплетене шупљикама.Тако исто и гомила песка на влажној земљи после неког времена постане сва мокра.Храна биљака,пењањем течности кроз судове биљке - бива услед појаве капиларности итд.

2/.- Нека течност не квасн суд.У том случају површински напон је: $\mathcal{K} = \mathcal{P} \cdot \frac{p}{R}$ тј.притисак је у цеви већи за p/R од притиска у суду.За то се та течност снизи како би се тај притисак у суду и цеви изравнао.

Што је цев дужа,у толико је ова депресија већа,и обрнуто.Овај се случај најбоље види код живе.Цев и суд у оба случаја представљају нам комуникационе или спојне судове;у њима - знамо - треба да је течност на истој висини.Но тај услов није овде испуњен.

сл.



Али ако није испуњен и ако је п
кварен принцип комуникационих с
дова,остао је и даље да важи пр
цип о хидростатичком притиску.Ј
међу њих пак,видели смо,да нем
опреке,јер се спојни судови на
принципу о хидростатичком при-
тиску и оснивају.

б).- А д х е з и ј а и з м е ђ у м о л е к и л а
т е ч н и х т е л а.

И овде се могу десити два случаја:да се молекили две течност
јаче или слабије привлаче,него молекили само једне од њих,тј.да се теч
ности м е ш а ј у или н е м е ш а ј у.Ако се тености мешају - као
што је напр.а л к о х о л и в о д а.- молекили се њихови јаче привла
че,но молекили алкохола или воде за себе.

Код течности које се не мешају,сасвим је ствар обратна (вода и
ва,вода и зејтин).Кад се две течности које се иначе не мешају,успу јед
у другу,могу наступити ови случајеви:Ако поспемо воду по живи,која је
специфичка тела и служи као подлога,добићемо једну куглицу водену,коју
је иначе врло тешко добити.Ако ли поспемо зејтин по води,не прави се
куглица,већ се по површини образује један слој зејтина.Но ако,воду по-
мешамо са алкохолом,добићемо врло лепе куглице од зејтина.За ово је на
бољи онај интересантан Плато-ов оглед,којим смо и доказали да течност
у слободном стању заузима облик кугле.

Д и ф у з и ј а.- Код течности,које се мешају,могу бити два
случаја.Или је то мешање н е п о с р е д н о или п о с р е д н о.
Алкохол напр.и вода мешају се непосредно,мада је овај од ње специфичн
лакши.Ради лакшег распознавања ми ћемо га мало обојити.

Испочетка он плива по води,но после неког времена почеће си-
лазити мало по мало на ниже,што ће се познати по оним црвеним обојени
млазевима,који силазе у воду,и воденим,који иду у алкохол,-тако да ће
за кратко време сва течност бити обојена црвено.Свакве појаве
зове се д и ф у з и ј а.

Под дифузијом разуме се мешање две течности разне густине, непосредно саме од себе, без икаквог страног дејства. Она зависи од концентрације течности. У колико су течности гушће, у толико је дифузиона моћ мања и - обратно.

Сем тога она је у почетку брза, а после све спорија и спорија.

Мешање може бити и посредно тј. кроз опне или мембране било животињске или биљне.

Течности се у том случају мешају врло споро. Свакво мешање њихово кроз опну зове се осмоза. Узећемо једну цев на оба краја отворену, затворићемо је доле бешиком и метућемо је у суд, у коме је течност с којом хоћемо да мешамо ону у цеви. Одмах ћемо приметити кретање у оба правца. У коме је правцу оно веће - не судећи по ниво-у познаћемо ако једну обојимо. Већа количина воде пређе у раствор плавог камена, а мања плавог камена у воду. Све течности понашају се према томе у овом кретању и мењању подједнако. То зависи на првом месту од природе саме мембране. При једној мембрани вода ће више прећи у неки раствор, но при другој. Ако је напр. мембрана животињска пређе више алкохола у воду, а ако је мембрана од каучука, бива обрнуто. - Брзину осмозе условљује још и природа течности, која дифузује. С тога пак што и природа дијафрагме има битан утицај на дифузију тела, опажа се, да нека тела не могу никако да дифундазују кроз неке дијафрагме, док друга тела могу кроз иста да дифундују. Тако, сви кристалоиди, тј. она тела, која могу да кристалишу - дифундују кроз све дијафрагме са већом или мањом брзином; на против калбиди, тј. аморфна или питијаста тела (као лепак, гума, декстрин) - немогу да дифундују кроз дијафрагме од колоидних тела. На тој је њиховој особини основана дијализа кристалоида од колоида, тј. одвајање једних од другога, из њихова раствора. Дијализа је нашла важну примену не само по лабаторијума, већ и по фабрикама.

Њом се одвајају неки фабрички препарати (као кинин). И дуфизиона метода добијања шећера основана је на дијализи.

3/.- Статика молекила гасовитих тела.

О кохезији код гасова не може бити ни говора, јер је врло слаб, пошто су молекили гасни доста далеко једно од другога те прелазе сверу привлачења. Код тих се дакле јавља један сасвим особен појав.- И код течних и код чврстих тела било је, као што смо видели и привлачења и одбијања молекила, овде провлачења нема, већ само одбијања.

А д х е з и о н и п о ј а в и.-

И адхезија је гасова исте готове природе као и кохезија, јер и у овом случају молекили два гаса не долазе у такву близину, да се могу привући.- Сви се гасови међусобом мешају и то врло брзо. Исто тако, као и течности, и гасови кад су одвојени каквом мембраном кроз ову дифундију. Ова осмоза код гасова поред притиска зависи још и од природе мембране. Кроз њу је дифузија спорија но што је она међу слободним гасовима, али опет ти су гасови увек подједнако помешани, те размера гасова остаје још увек иста.

Г а с о в и у д о д и р с а ч в р с т и м т е л о м.-

У овом се случају гасни молекила на чврстом телу свуда нахватају, и образују један слој од њега, који се врло тешко одвија. При пуњењу барометар живом, треба цев барометара, угрејати, а то стога што се у унутрашњости њеној на свима местима нахвата известан слој ваздуха, који се само грејањем може истерати из цеви. Да овакав слој постоји, слуши и овај пример. Ако повучемо на прозору прстом или чим било ма какву криву линију, па сталоммо на њу водену пару, дишући према прозору, та ће нам се линија одмах показати, мада се иначе пре тога није ни мало или једва видила. Узрок је овоме тај, што се водена пара наслаже друкчије на оном месту, где је слој ваздуха поцепан, тј. где је линија повучена, неголи где је он остао непоцепан.

Ово су тако зване М о з е р о в е с л и к е.-

Сем наслагања по површини гасови теже да се увуку и унутра. Овај појав зове се а б с о р б ц и ј а г а с о в а. Но разна тела различито абсорбују гасове. Тако напр. стакло не апсорбује гас, јер су му молекили врло близу, а угљен га јако абсорбује итд. Да ова абсорбција долази од привлачења молекила гасног и чврстога тела, а не од притиска, уверићу

увериħемо се тиме,што једно и исто тело друкчиje апсорбуje два различит гаса,и ако су под истим притиском.Тако липов угљен абсорбуje обичног ва духа 19.пута више од своje запремине,водоник само две запремине.Ово за виси и од природе тела.Код неких тела тај процес абсорбциje тако се наг. врши,да се при том произведе често врло jака топлота - толика чак да с тело и запали.Таква су тела напр.угљеник,и сви деривати његови.Барут,са мо ако je на колицима наслаган,често се запали,jер кисеоник непрестано струjи унутра,производеħи топлоту,коja je узрок експлозиjи.Зато барут не треба никад држати на гомили.- Тако исто и сунђер од платине,кад се кро вега проведе струja од водоника,у час се запали - усиja.На тој je особи ни његовој основана и једна лампа,названа по свом проналазачу;Д е б е р а j н е р о в а л а м п а.

Осем овога има извесних тела,коja врло jако абсорбуjу водену па ру и зову се х и г р о с к о п н а т е л а.У ову врсту спадаjу св рожне материje,смоле,кухињска со итд.Због овога je напр.кухињска со зим влажниja но лети.Ако би смо хтели да извучемо из тела гасове,коjи су аб сорбовани,треба притисак околнога ваздуха смањити,услед чега ħе један д гаса из тела одмах изаħи.Ако ли хоħемо да гасове сасвим извучемо,треба ослабити абсорбциону моħ дотичнога тела;угљену напр.усиjањем абсобциja све више слаби итд.Напред смо казали да абсорбциона моħ чврстих тела не зависи од притиска,jер je запремина абсорбованог гаса увек иста,само ко личина није иста - она je сразмерно притиску.О д н о с и з м е ђ у т е ч н о с т и г а с о в а.- Кад су течности у додиру са гасовима онда их оне,као и чврста тела у већој или мањој количини абсорбуjу.За ово нам je доказ вода,коja увек у себи садржи више или мање ваздуха.Између оста лога она садржи увек и извесне количине угљене киселине,коje joj даjу онаj укус њен,зато укувана вода и није за пиħе:jер не садржи угљене кисе лине у себи као обична вода итд.Кишница напротив садржи много више кисе оника,но обична вода итд.

Читаве индустриjске радње,као што je напр.фабрикациja содне во де,оснивају се на у т и с к и в а њ у угљене киселине у воду.Но,као што je угљена киселина у воду насилно уведена,тако исто насилним путем у њој и може само да остане,тj.под доста великим притиском,зато су за содн

воду нарочите затворене и јаке флаше, које се зову с и ф о н и м а.

Кад бисмо иначе пустили на нормалан притисак, угљена би киселина одмах изветрила из воде. Овако исто абсорбује вино под увећаним притиском угљену киселину при прављењу шампања. Он се фабрикује као и сода. Обратно овоме утеривању гаса у течност јесте истеривање њеново из ње. То бива или у в е ћ а њ е м т е м п е р а т у р е, или помоћу неких п о ч е т н и х т а ч а к а, да оне подстакну то одвајање гаса. Ако нпр. у чашу шампања метемо парче средине хлеба, одмах ће се око њега накупити многи мехурићи гасни. Оно је за тај начин овде почетна тачка. Иначе, оно пенушање шампања није ништа друго, до ишчезавање угљене киселине из вина.-

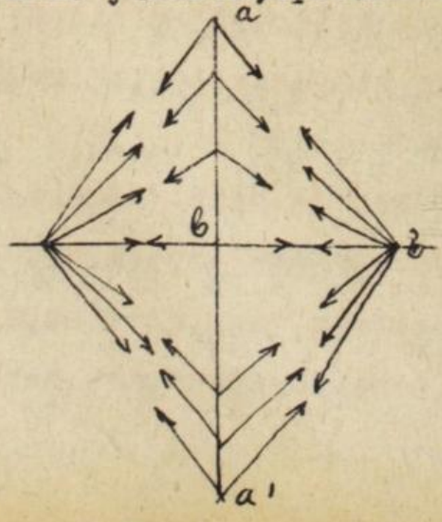
Истеривање абсорбованога гаса бива даље и разним хемијским процесима.

На тај смо начин прешли у кратко молекилску статику. Остаје нам још да пређемо на много важнији део физике који се зове М о л е к и л с к а Д и н а м и к а.

То ћемо одмах и учинити.

М О Л Е К И Л С К А Д И Н А М И К А.

Пошто су сви молекили у групи, а не сваки за се или изолован, т о с е к р е т а њ е м ј е д н о г а м о л е к и л а к р е ћ у и о с т а л и, утичући на њега, те се он не може да креће слободно, линијски или прогресивно, већ се креће непрестано у р а в н о т е ж н о м п о л о ж а ј у. Кад бисмо могли један молекил изоловати, он би се кретао онако како сила на њ дејствује - кретање би пак било прогресивно. Но како то не можемо учинити, претпоставићемо да само имамо три молекила.



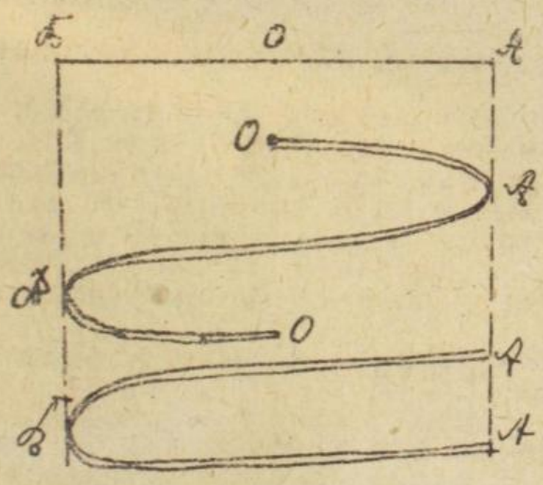
Ако један од њих на пр. средњи, изведемо из равнотежног положаја, то привлачење које је постојало, кад су они били у равнотежном положају, није тиме укинуто, већ оно и даље постоји. Услед овога се одмах јављају две компоненте привлачења, које дејствујући под извесним углом, теже да молекил

ате у првашњи положај његов;он ће се тада утицајем њиховим кретати на
маг једнако убрзано све брже и брже,но неће се због дотле већ стечене
морати заустављати у првобитном равнотежном положају,већ ће га највећо
равном брзином проћи и отићи на другу страну за исту даљину ав,зауставити се ј
.То ће се због истог узрока опет и на супротну страну повлачити и непр
ако даље повлачати,због чега кажемо,да тај молекил т р е п е р и, в
р ш е.

Сад треба да нађемо и проучимо законе таквог једног трепереља
ли вибрационог кретања,како бисмо били у стању,да увек одредимо пут и
рзину кретања тога молекила,као и све остало,што је потребно при томе
знати.-

Удаљење ав,које је уједно највеће удаљење покретнога молекила
д равнотежнога положаја,зове се амплитуда и бележи се са а;Сваки
ез разлике положај молекила на путу трепереља зове се ф е з а или
а з а тога т р е п е р е њ а.

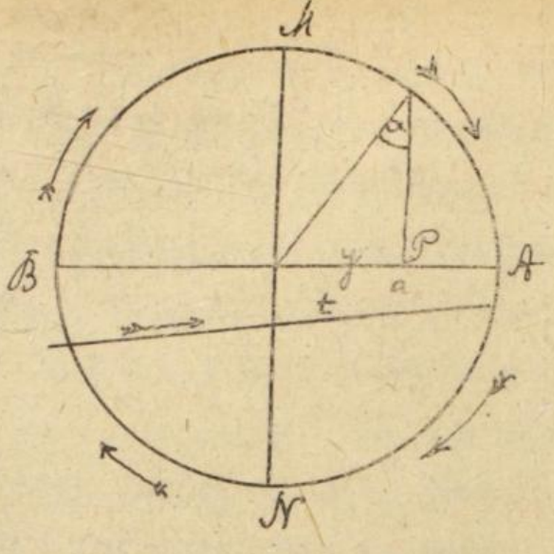
Да би сад нашли образац за фазу и амплитуду трепереље,треба
а знамо још неке појмове.Ако неки молекил трепери од тачке а на лево
о B и од B натраг до O,па на десно од O до тачке A,и из A натраг у O,
онда се време једног трепереља зове
оно време,за које тај молекил пређе
од O до A,од A до B и од B опет до O
или;од A до B,и из B опет у A.Око се
бележи опет са P.Пут пак који молеки
за то време изврши зове се један
т р е п т а ј.



T је код једнога трепереља
извесна стална вредност.Време пак за
које молекил изврши трептаје од N до M,врло је променљиво и бележи се
са t .То је време потребно за извесну ф а з у посматраног трепта
тана.

Посматрајмо сад један молекил m ,који се креће од O на A,
враћа се из A,пролази кроз O итд.Замислимо у исто време да се по кругу
чији је полупречник амплитуда OA,креће тачка M једнаком брзином тако да

сл.



докле молекил m изврши 1/4 трептаја, тј. док он дође из O у A, дотле и тачка M дође у A; док молекил m дође из A у O, дотле и тачка M дође из A у N, итд. На тај начин, после извесног времена t тачка M дошла би у M, а молекил m из O у S, јер повлачењем управне из M на OA, M, ће се пројектовати у S. OS је фаза према претпашњем, коју ћемо бележити увек са y, и којој одговара оно време t. Састављајући O са M, добићемо угао α. Ако је као што смо и узели $a = r$ тада је из слике $y = a\sin\alpha$. Пошто се пак $\alpha : 2\pi = t : T$ где је T време, за које молекил учини цео један трептај, тачка M обиђе цео круг, или, стављајући да је $r = 1$; $\alpha : 2\pi = t : T$ а одатле $\alpha = \frac{2\pi t}{T}$ то замењивањем у горњем обрасцу добијамо да је:

$$y = a\sin\frac{2\pi t}{T} = a\sin 2\pi\frac{t}{T}$$

Ово је основни образац за трептање једне тачке или молекила. Образац за брзину тога трептања (v), пошто знамо да где је фраза maximum ту је брзина $v = minimum$ биће:

$$v = b.\cos 2\pi\frac{t}{T}$$

где је b извесна стална и максимална вредност брзине. Оба ова (кретања) обрасца регулишу кретање једне тачке, која трепери. По њима, дискутујући их, можемо увек наћи тачку M' , само кад је v а колико се времена она окреће.

1/.- Нека је $t = \frac{1}{4}T$ или $T = v.t$ тј. да видимо где је место тачке M и с каквим се је брзином она кретала кад је свршил само 1/4 свога трептаја. Заменимо у горњим обрасцима имаћемо да је:

$$y = a\sin 2\pi\frac{t}{4t} = a\sin\frac{\pi}{2} = a \quad и \quad v = b\cos\frac{2\pi t}{4t} = b\cos\frac{\pi}{2} = 0$$

То значи, кад се је молекил највише удалио од свога равнотежног положаја ($y = a$) брзина му је $v = 0$.

2/.- Нека је $t = \frac{2}{4}T = \frac{1}{2}T$ или $T = 2t$ заменом добијамо: $y = a\sin\frac{2\pi t}{2t} = 0$ $v = b\cos 2\pi\frac{t}{2t} = -b$

тј.тачка је у равнотежном положају а $v = -b$ тј.тачка се је почела кретати у супротном смислу, јер се њен максимално стечене брзине није могла зауставити у равнотежном положају.

3/.- Нека је са $t = \frac{3}{4}T$ или $T = \frac{4}{3}t$ заменом као и напред имаћемо:

$$y = a\frac{\sin 2\pi 3t}{4t} = a\cdot\sin\frac{6\pi}{4} = (b\cdot\cos 270° = 0)\; a\sin 270° = -a$$

$$v = \frac{b\cos 2\pi\cdot 3t}{4t} = b\cos\frac{6\pi}{4} = b\cos 270° = 0$$

То значи, да се је молекил удалио на супротну страну, колико је највише могао, стекав у том случају брзину $v = 0$

4/.- Нека је најзад $t = \frac{4}{4}T$ или $T = t$ добићемо да је: $y = a\sin\frac{2\pi t}{t} = a\sin 2\pi = 0$

$$v = b\cos\frac{2\pi t}{T} = b\cos 2\pi = b$$

што значи, да је молекил после времена t извршио један потпун трептај и стигао опет у равнотежни положај, где му је $v = b$ тј. махимум.

Но као што смо казали никад не трепери само један молекил, већ то чини читав један систем од њих. Ово је један начин да дођемо до закона треперења молекила у маси, јер сваким посматрањем доћи ћемо много брже истини. Посматраћемо дакле читав низ молекила, па ћемо гледати и испитивати, шта при том раде остали молекили, кад се један од њих крене. Одмах ћемо видети да ће се кретањем првог молекила кренути и други за тим трећи итд док се најзад не покрене и цео тај систем посматраних молекила. Треба са сад само наћи облик путање за ово кретање. Да бисмо добили опште обрасце за треперење молекила у маси посматраћемо најпре треперење једнога низа линеарно поређаних молекила, па ћемо после моћи лако прећи и на цео један систем молекила.

Нека се у том низу молекила или тачке међу собом извесном силом привлаче (која је). Кад једном молекилу тога низа дамо на какво кретање, тј. импулс за кретање на два начина или у два правца 1) у в е р т и к а л н о м правцу, тј. управно на осу тога низа, у ком се случају то треперење зове попречно или трансверзално (услед удара);

2/.- У правцу саме осе тога низа,и онда се то треперење зове уздужно или лонгитудинално (услед притиска).

Пошто је попречно треперење очигледније,то ћемо одмах на њега и прећи.

Изведимо како било ударцем један молекил из равнотежнога његовога положаја.Сила је тренутна,јер би иначе изазвала једнако убрзано кретање.Поделимо време једнога трептаја на 12 једнаких делова :

$T = 12\,t \quad u \cdot j \cdot t = \frac{1}{12} T$

На крају $\frac{1}{12} T$ молекил 1 доћи ће у 1.Ту је он већ изложен дејству околних молекила,чиме се сад међусобно привлачење њихово појача тј.дејство удара преноси се и на молекил 2,који је изложен дејству две сила,те се неће кренути ни у правцу једне ни у правцу друге,већ правцем резултанте,нагиње.-На крају $\frac{2}{12} T$ молекил 1 стићи ће у $1'$ а молекил 2 у $2'$;кретање ће се из истог узрока као и у првом случају пренети на молекил: 3.

3/.- На крају $3/12\,T$, 1 ће доћи у $1'''$,2 у 2" а 3 у $3'$ у к се случају кретање пренело до молекил 4

4/.- Дакле за 3/12 или 1/4 T молекил је извршио 1/4 свога трептаја.После овога на крају $4/12\,T$ 1 ће доћи из $1''\backslash$ натраг у 1",2 пр ужити свој пут и доћи у $2'''$,3 тако исто у 3",а 4 у $4'$;кретање је са пренето на молекил 5.

5/.- На крају $5/12\,T$, 1 ће доћи у $1'$,2 натраг у 2",3 у $3'''$ у 4" и 5 у 5';кретање је пренето на молекил 6.

6/.- На крају $6/12\,T$ доћи ће молекил 1 у 4, $1'$ у 1,2 у $2'$,3 у $3'$,4 у 4"' ,5 у 5" и 6 у 6',кретање ће се пренети молекил 7. На Ваљу $7/12\,T$ у $1'$ (даље на супротну страну с ога низа) 2 у 2 итд.а кретање се пренело до молекила 8.

8/.- На крају $8/12\,T$ доћи ће 1 у 1",2 у 2"' .....,а кретан се пренело на тачку 9.

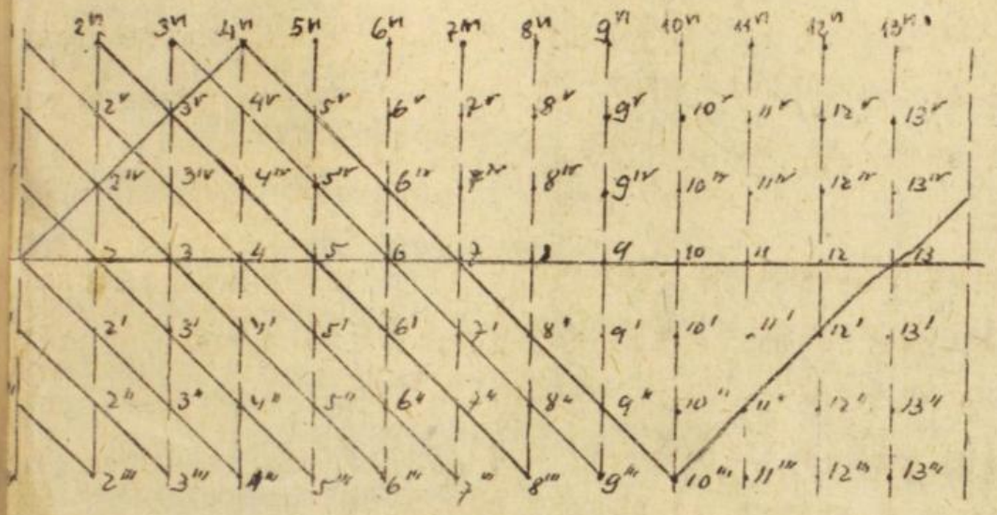
9/.- На крају $9/12\,T$,1 у 1^{IX} ,2 у 2^{IX} ,3 у 3^{IX} итд.кретање се пренело до молекила 10.

10/.- На крају $11/12\,T$ долази 1 у 1^{IX} ,2 у 2^{IX} ,3 у 3^{IX} ,4 у ^{IX}, ,5 у 5^{IX} ,6 у 6 ,7 у $7'$,8 у $8''$, 9 у $9'''$,10 у $10''$ и 11 у $1'$,а кретање се преноси на молекил 12.-

После $12/12\,T$ сила после времена T доћи ће 1 опет у 1,2 у

2^{IV} ,3 у 3^{V} ,4 у 4^{VI} ,5 у 5^{V} ,6 у 6^{IV} ,7 у 7 ,8 у $8'$,9 у $9''$,10 у $10'''$,11 у $11''$,12 у $12'$;кретање се пренело на молекил 13 итд.итд.

сл.



После 12/12 молекил 1 извршио је цео један трептај и дошао опет у равнотежни свој положај.Ако сада у овом моменту саставимо положаје свих 13 посматраних молекила,добићемо једну геометријску изложену криву линију,која се у овој

прилици зове талас (у овом је случају он $1\ 12''\ 3^{E}\ 4'''\ 6^{IV}\ 7\ 8'\ 9''\ 10'''\ 11''\ 12'\ 13$

Дужина АО зове се дужина једнога таласа,и бележи се обично са λ Од 1 до 7 молекила је п о л о в и н а т а л а с а $\frac{\lambda}{2}$ и сваки је талас састављен из два потпуно једнака полуталаса.Молекили који су растављени једним полуталасом,крећу се сасвим различито - супротно један другоме.Тако се исто крећу и молекили,који су растављени са непарним бројем полуталаса: $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}$ -- — — итд. али у опште,они молекили који су растављени са $(2n+1)\cdot\frac{1}{2}$.

Кад је молекил1највиши молекил је 7 најнижи,дакле,они се супротно понашају,тј.фазе су им супротне тако су им ту брзине максималне и једнаке.-

Молекили пак 1 и 13 иду потпуно једнако,а разликују се само у том,што је молекил 1 свршио цео трептај,а молекил 13 тек почео да трепери.Свуде су дакле и фазе једнаке.За ове се тачке каже да су к о н г р у е н т н е,тј.потпуно су једнако крећу.- Овако се још понашају и сви молекили који су растављени једним целим таласом,или у опште парним бројем полуталаса - λ и $\frac{\lambda}{2}$.

О б р а с ц и з а о в о т р е п е р е њ е.

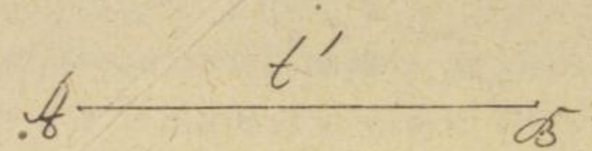
Ако рецимо,нађемо образац за кретање једне тачке А на остојању

$x = \frac{\lambda}{2}$ односноодносно молекила t ,онда тај образац важи ће и за цео овакав низ.Време,које треба молекилу да пређе пут од А до В,означићемо са t' (које зависи од еластичности и густине средине).Кад је кретање дошло до В,В -ће трепетрети чеко извесно време,које ћемо ми означити са τ (тау).Амплитуду ознаћићемо опет са a .Пошто нас се молекилвише не тиче,то ће образац за тачку В по пређашњем бити:

$y = a \sin 2\pi \frac{t}{T}$ где T означава опет време,за које се изврши цео трептај:Узимимо сад да је $t = t' + \tau$ тј.да буде t време за које се изврши кретање од А до В и трептање саме тачке В,па ће одатле бити $\tau = t - t'$ које,ако заменимо у пређашњем обрасцу,добиће се да је: $y = a \sin 2\pi \frac{t-t'}{T} = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{t'}{T}\right)$

Брзину простираца таласа,тј.брзину,којом се таласи опште кретање,означићемо са с.

Она зависи од еластичности и густине средине ($c = \sqrt{E/d}$) којом се таласање простире.



Пут АВ (узимајући да је c константно) означићемо са X,па ћемо имати да је $x = ct'$, ;обрасцу имамо;

$y = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{cT}\right)$ Где је T као што смо већ казали,време,за које се изврши један цео трептај,с је брзина,а $cT = \lambda$ ако је дужина таласа - пређеног пута за време T ,одакле опет заменом имамо да је: $y = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ //

Ово је образац за таласање тела у опште.

Образац за брзину тога трептања - таласања сличан је овом последњем,само што место $\sin$ долази $\cos$ и извесна стална максимална вредност (б) дакле:

$$V = b \cdot \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

Д и с к у с и ј а.- ставимо $t = nT$ и $x = m\lambda$ тј.посматрајмо неку тачку,која ће трепетрети за време nT и прећи дужину $x = n\lambda$ Ако ове вредности заменимо у општој једначини добијамо: $y = a \cdot \sin 2\pi (n - m)$ и $V = b \cos 2\pi (n - m)$.

Разлика ($n - m$) може имати разне вредности.

Увеђемо најпре да је она $n - m = \frac{\lambda}{4}$. У том случају замењном добијамо: $y = a\sin 2\pi\left(\frac{\lambda}{4}\right) = a\sin\frac{\pi}{2} = a$

$$v = a\cdot\cos 2\pi\frac{\lambda}{4} = a\cos\frac{\lambda}{2} = 0$$

Тс значи да је тачка постигла највећу амплитуду, па се са почетном минималном брзином v_0 почиње враћати.

Ако узмемо сад да је $n - m = \frac{\lambda}{2}$ имаћемо да је:

$$y = a\sin 2\pi\frac{\lambda}{2} = a\sin\pi = 0$$
$$v = b\cdot\cos 2\pi\frac{\lambda}{2} = b\cos\pi = -b$$

Из овог излава, да су све тачке, које су у половини таласа у равнотежном положају, али већ спремне, да се крену на супротну страну са максимално стеченом брзином.

Ако место $\frac{\lambda}{2}$ ставимо да је раалика $n - m = \frac{3}{4}\lambda$ добићемо заменом: $y = a\sin 2\pi\frac{3\lambda}{4} = a\sin\frac{3\pi}{2} = a\sin 270^0 - a$

$$v = b\cos 2\pi\frac{3\lambda}{4} = b\cos\frac{3\pi}{2} = b\cos 270^0 = 0.$$

Ово нам показује да су тачке у првом случају прикретању сасме достигле највећу амплитуду, само са супротним знаком оној првој и већ су спремне да се крену натраг.

Најзад ако посматрамо тачке, које имају за $n - m = \lambda$, па то заменимо у пређашним обрасцима, добићемо да је:

$$y = a\sin 2\pi\lambda = 0$$
$$v = b\cos 2\pi\lambda = b$$

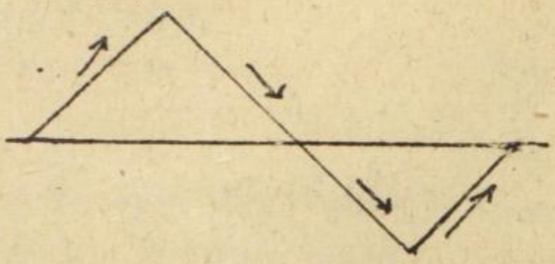
Овде су све тачке у равнотежи, али су све потпуно припремно. де продуже свој пут даље са максимално стеченом брзином b.

Ови, као што се лако да видети, обрасци сасвим одговарају пређашним, јер су резултати дискусије у оба случаја једни и исти. Овим само потврђујемо оне, што смо напред казали, као и то да су и ови наћени обрасци тачни и да потпуно одговарају истини и правом стању ствари. Радећи по овој дискусији, можемо доћи до онакве исте талисне линије које смо мало час дошли чисто графичким путем и представљањем.

Интерференција таласа.

Интерференција таласа.

сл.

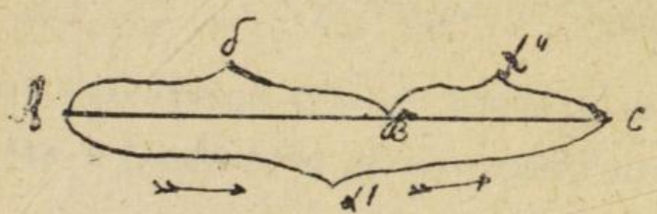


Овако се крећу молекили кад је само једно таласно кретање. Али може да се деси да таласање не полази од једне тачке, већ од две (или више), и да се у некој трећој тачци с сретну, тј. да се у тој тачци скупе - укрсте оба таласа. Тачка с притом може бити или између извора таласа A и B, или се налази испред или позади њих, у првом случају имамо интерференцију са две, а у другом интерференцију с једне стране.

Интерференција с једне стране.-

Најпре ћемо проучити интерференцију с једне стране, тј ону, где импулси и кретање долазе с једне и исте стране - у овом случају једно

сл.



кретање из A ка C , друго из B ка C , па се састају у C. Означимо остојање AC са X' , AB са δ, које се обично назива фазном разликом или диференцијом, а BC са X'' , па ћемо и за фазу таласања само из тачке A имати:

$$y_1 = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x'}{\lambda}\right)$$

а за таласање које долази само из тачке B: $y_2 = a_2 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x''}{\lambda}\right)$

Претпоставимо, да је време трептања таласа једно и исто, тј. и да су таласне дужине једнаке, а само да су одстојања X, X'' и δ различна. Резултујуће кретање равно је збиру, тј. $x' = \delta + x''$ или одавде:

$$x'' = x - \delta$$

Заменом у другом од претходних образаца имамо:

$$y_2 = a_2 \sin 2\pi \left[\left(\frac{t}{T} - \frac{x'}{\lambda}\right) + \frac{\delta}{\lambda}\right]$$

Ако синус збира у загради развијемо добићемо једначину:

$$y_2 = a_1 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x'}{\lambda}\right) \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda} + a_2 \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x'}{\lambda}\right) \sin 2\pi \frac{\delta}{\lambda}$$

Резултујуће кретање треба да је $y = y_1 + y_2$

или заменом, пошто извучемо једнаке сачинитеље и узмемо да је $x' = x$

$$y = \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\left(a_1 + a_2\cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda}\right) + a_2\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\sin 2\pi\frac{\delta}{\lambda}$$

Ето како ће изгледати то резултујуће кретање у тачци С. Ако у овој једначини ставимо, да је: $a_1 + a_2\cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda} = A\cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda}$ (1)
где је А заједничка амплитуда оба сложена таласна кретања - и

$$a_2\sin 2\pi\frac{\delta}{\lambda} = A\sin 2\pi\frac{\delta}{\lambda} \quad (2)$$

Заменом овога у горњој једначини добићемо:

$$y = A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\cdot\cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda} + A\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\cdot\sin 2\pi\frac{\delta}{\lambda},$$

или пошто је ово развијен sinus збира углова имаћемо:

$$y = A\sin 2\pi\left[\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \frac{\delta}{\lambda}\right]$$

, Сравњујући ову једначину са пређашњом одговарајућом јој, видећемо да су оне потпуно једнаке, само је у овој место a_2 дошла заједничка амплитуда А. То ништа друго не значи, до да је кретање и после укрштења задржало своју првобитну природу, тј. није се претворило у праволиниско и-ли кружно, него је остало и даље таласно кретање само са другом амплиту-дом.

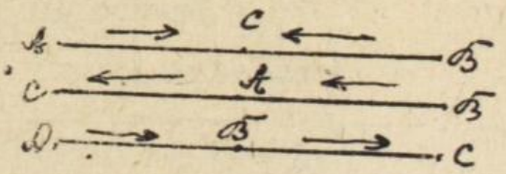
Да нађемо сада резултујућу амплитуду А - Квадрирајући и за тим сабирајући горње две једначине (1) и (2) добићемо:

$$a_1^2 + a_2^2\cos^2 2\pi\frac{\delta}{\lambda} + 2a_1a_2\cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda} = A^2\cos^2 2\pi\frac{\delta}{\lambda}$$

$$a_2^2\sin^2 2\pi\frac{\delta}{\lambda} = A^2\sin^2 2\pi\frac{\delta}{\lambda}$$ и сабирањем:

$$A^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda}$$

Ово је квадрат резултујуће амплитуде: сл.

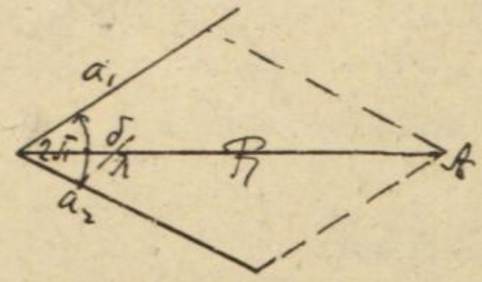


Сама пак амплитуда А биће:

$$A = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda}},$$

Вредност овога обрасца зависи све од фазне диференције δ, која се обично изражава у таласким дужинама, целим или у условима. Иначе је a_1 и a_2 извесна стална вредност (као: боја светлости итд.) а тако је исто стална и π и λ . - Горњи образац који нас у свему опомиње на образац за слагање двеју сила које дејствују под угдом, можеме преставити и гра-фички, тј. амплитуду А можемо сматрати као резултанту амплитуда a_1 и a_2 Према томе слагањем параледограма амплитуда a_1 и a_2 добићемо R равно

сл.



амплитуда А.Угао под којим силе,односно амплитуде дејствују означен је са $2\pi\frac{\delta}{\lambda}$
Као што смо казали δ је разлика између путева тј. $\overline{X'} - \overline{X''} = \delta$.Она може добијати разне вредности.Тако:

1/ ако је $\delta = \frac{\lambda}{2}$ имамо да је

$$A = \sqrt{a_1^2+a_2^2+2a_1a_2\cos\pi} = \sqrt{a_1^2+a_2^2-2a_1a_2} =$$
$$= \sqrt{(a_1-a_2)^2} = a_1-a_2$$

Резултујућа амплитуда А, када је разлика таласних дужина (δ) једнака половини таласа (λ), равна је разлици амплитуда тих таласних дужина ($a_1 - a_2$).

Ако је још $a_1 = a_2$ онда је A = o тј.кад саставимо два једнака таласа који се разликују само за половину таласне дужине ($\frac{\lambda}{2}$), резултујућа је амплитуда (A) равна нули,што значи да је тачка с у равнотежи и да трептања нема.

Ово је врло важно,- особито код светлости,где неко тело ма да се осветљава са две стране може остати опет мрачно.- Исто ово вреди и за случај,кад је $\delta = \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}, \frac{7\lambda}{2}$ - - ——— .....у опште непарном броју полуталаса:

2/.- Узимимо да је сад $\delta = \frac{2\lambda}{2} = \lambda$

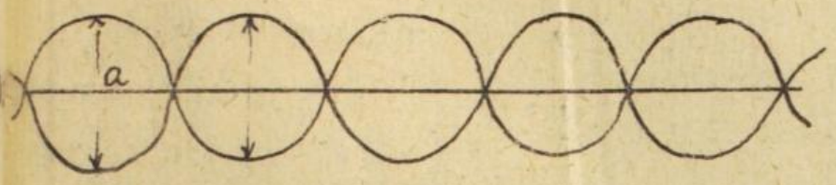
заменом је:

$$A = \sqrt{a_1^2+a_2^2+2a_1a_2\cos 2\pi} = \sqrt{a_1^2+a_2^2+2a_1a_2} = \sqrt{(a_1+a_2)^2} = a_1+a_2 .$$

У овом случају резултујућа амплитуда,равна је збиру компонујућих амплитуда.Ако је још и $a_1 = a_2 = a$ онда је A = 2a.-Ово је исто и кад је $\delta = \lambda, \frac{4\lambda}{2}, \frac{6\lambda}{2}$ - - - .....у опште парном броју полуталаса: $\delta = 2n\frac{\lambda}{2}$

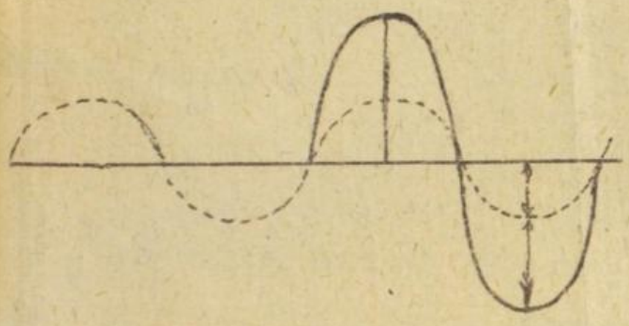
Но сем овога двога,тј.гашења,и потпуног сабирања таласа,могу наступити и многи други разни случајеви.Да представимо сад графички два таласа,па да видимо зашто се они поништавају,кад је таласна разлика $\delta = \frac{\lambda}{2}$ Из слике се види,да у случају,кад је $a_1 = a_2$ тачке АСД... морају да су у равнотежи,јер су ове силе једнаке,а супротног смисла.

сл.1



Кретање бива само до тачке А. Ако ли a_1 није a_2 већ је $a_1 \geq a_2$ онда ће бити извесног кретања са разликом амплитуда.-За $\delta = \lambda$ графички представљен резултујући талас са $A = a_1 + a_2$ изгледаће од прилике као на горе представљеној слици 1.- Узмимо сада да разлика појединк. дужина није полу талас ни цео талас, већ $\delta = 1/4$ таласа $\frac{\lambda}{4}$ онда ћемо у случају још кад је $a_1 = a_2 = a$ имати образац:

сл. 2

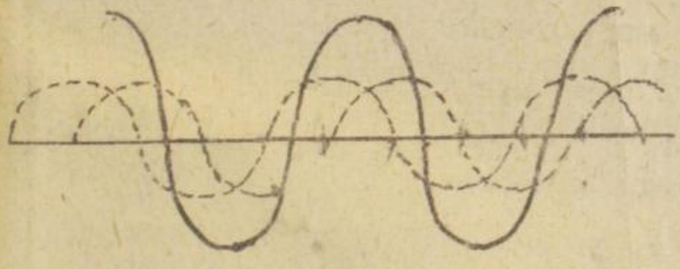


$$A = \sqrt{a^2 + a^2 + 2a^2 \cos 2\pi \frac{\lambda}{4}} = \sqrt{2a^2 + 2a^2 \cos \frac{\pi}{2}} =$$

$$= a\sqrt{2(1+\cos 90^0)} \quad \text{или} \quad A = a\sqrt{2}$$

Како се добија резултујући талас како он изгледа, види се у нешколико на слици 2

сл. 3



Све ово што вреди за интерференцију два таласа, вреди и за интерферисање 4, 6, 8, 10..... За читав један паран низ таласа. Резултујући је талас онда много сложенији - као кад смо тражили и резултанту више сила. Резултујуће пак кретање тога низа биће:

$$y = y_1 + y_2 + y_3 + \cdots - y_n$$

и остаће и даље таласно кретање.

Интерференција са две стране.

Нека је један извор таласања А, а други В, а нека је тачка, која их прима, и на коју они дејствују С. Одстојање АС означићемо са X_1, Вс са X_2, а АВ са δ, јер је то њихова фазна диференција.

Обрасци ће и овде бити, као и код интерференције с једне стране - само што је путна разлика овде $AB = AC + DC = X_1 + X_2 = \delta$. Али и ако су ти обрасци слични, опет је резултујуће таласање овде сасвим другчије.

Кретање тачке А биће представљено (ако је : $a_1 = a_2 - a$) обрасцем:

$$y_1 = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} \right)$$

а таласање од тачке В обрасцем :

$$y_2 = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda} \right)$$

или пошто је $x_2 = \delta - x_1$ заменом:

$$y_2 = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{\delta - x_1}{\lambda} \right).$$

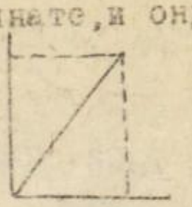
иначе сва ова физичка тела, кад нису ограничена, трепере по таласању све даље и даље, без икаквих стојећих таласа и чворова његових.

Брзину простирања таласа налазимо по обрасцу: $c = k\sqrt{e/d}$ где је e еластичност тела, d густина а $k = \sqrt{a}$. Заменом последње вредности имамо да је:

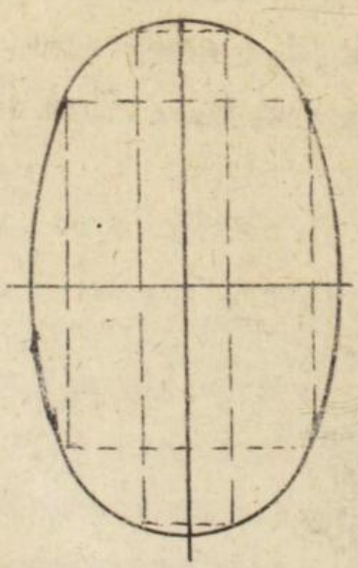
$$c = \sqrt{a} \cdot \sqrt{\frac{e}{d}} = \sqrt{\frac{ae}{d}}$$

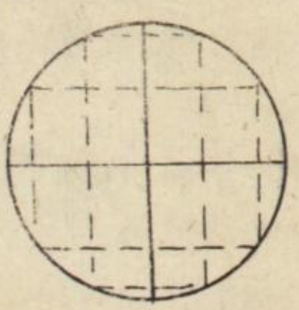
Према томе и амплитуда доста утиче на брзину таласања.-

Ваља нам овде разликовати различите правце таласаста кретања.- Ако оба правца, којима би се покренута тачка имала кретати, не падају у један правац, можемо их узети као две координатне осовине, где би једна сила гледала да покрену ту тачку, покрене једном и другом осовином. Прави пут кретања одредили бисмо по правилима аналитичке геометрије, кад бисмо за сваки тренутак одредили положај покренуте тачке из његове апсцисе и ординате, и онда сва та места спојили.- Ако оба та трептања почну у истим



сл.





махима или после $\frac{nT}{2}$ времена, таласање ће бити по дијагонали / паралелограма сила - дакле по правој линији. У том случају имамо п р о с т о т а л а с а њ е:

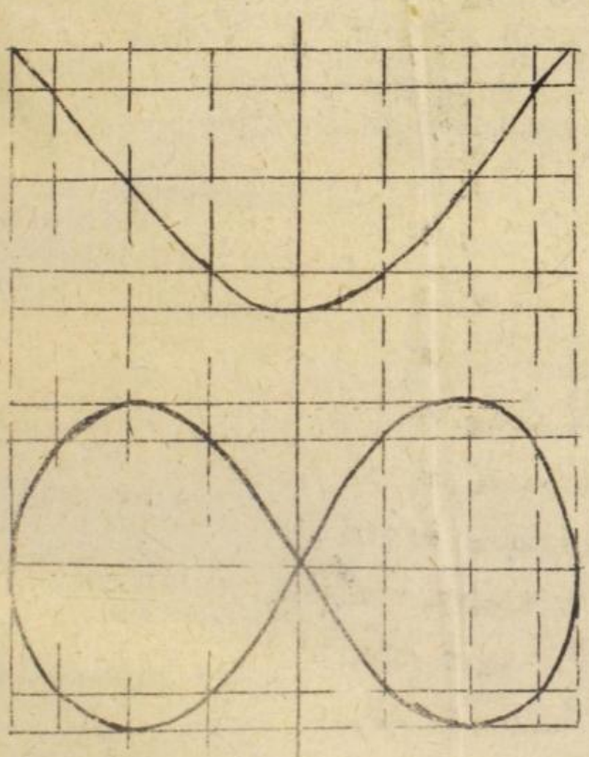
Ако ли у једном правцу кретање почне пре, но у другом, онда резултујуће кретање неће ићи по дијагонали, већ по кривој 2. или вишега степена. Све то зависи од дужине времена. За које једно кретање почиње пре од другога. Ако је та разлика у времену

$\frac{T}{4}, \frac{3T}{4}, \frac{5T}{4} \ldots\ldots\ldots\ldots \frac{(2n+1)T}{4}$ имаћемо таласање по

е л и п с и (елиптично).

При том може бити и разних других комбинација. Елипса ће прећи у к р у г, к р у ж н о т а л а с а њ е, ако је један правац кретања управан са другом и ако су амплитуде једнаке, иначе амплитуде могу стајати у разној размери једна према другој, од чега и зависи, да ли ће које кретање бити сложеније или не итд.

На тај начин можемо добити разне слике, којима бива таласање и које представљају криве вишега реда. Приложене слике показују два најпростија случаја таквога таласања, чије трајање трептаја није једнако (Лисажујеве слике).



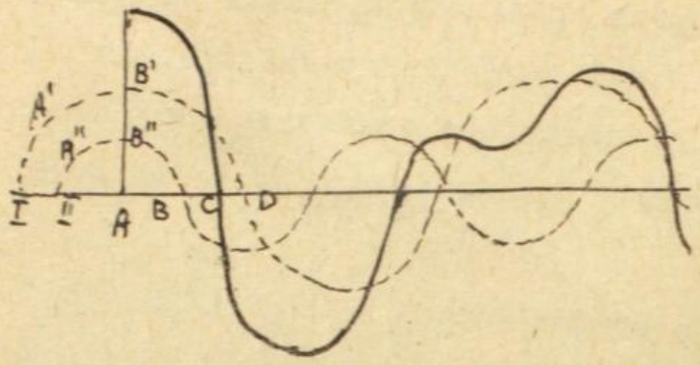
Према томе у стању смо да пратимо и објаснимо све могуће случајеве таласања, у којима ће резултујуће кретање бити увек таквог оваквога или оваквога облика.

Над напр. имамо да *нађемо* два таласа кретања са разним таласним дужинама и разним амплитудама, радићемо од прилике овако. Тачку А вуку оба таласа, и I и II, у истом правцу и истом смислу, зато ће се она налазити у збиру њихових фаза, т.ј. у тачци А. Тако бисмо исто дошли и до тачке В итд. На тачку С талас II не утиче ни мало, јер се он налази у равнотежи, већ на њу дејствује само талас I, због чега ће се она налазити на самом њену у тачци С. Тачку D на против не вуче талас I већ само талас II, на супротну страну, и с тога се она и неће кретати, већ ће бити на самом таласу у тачци D итд. Кад све ове тачке повежемо међу собом, добићемо резултујући талас, представљен на слици дебље извученом таласном линијом.-

Т а л а с а њ е с и с т е м а м о л е к и л с к о г а.

У највише случајева дешава се да немамо један молекил већ

ж.

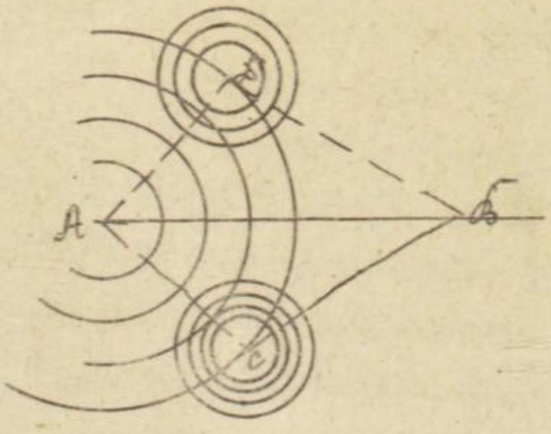


цео један систем молекила, читаво дакле једно тело. Овде, нећемо узи мати у обзир само дужину, већ ћемо посматрати цело тело.-Нека је једна тачка у том систему молекила примила известан импулс. Пошто таласања има на све стране, то ће она тај импулс пренети извесном брзином; $c = R\sqrt{e/d}$ на све стране. Ако је систем молекила такав, да је еластичност (c) и густина (d) свуда иста, у ком је случају брзина с у свима правцима једнака, средина се та зове изотропна - у противном је она анизотропна.

Но може се десити и овај случај. На једне тачке тога система преноси се таласање у свима правцима извесном једнаком брзином. Из друге тачке преноси се таласање на све стране такође једнаком брзином, но која је различна од оне прве - тако се и из треће, четврте, итд. тачке. Према томе дакле, брзина трептања није у свима тачкама једне исте средине, једнака и стална, већ је она код извесних средина (тела) једнакаа код неких скоро за сваку тачку различита.

Прва се средина зове х о м о г е н а, а друга х е т е р о г е н а. Ваздух као и воду сматрамо за изотропну средину; стакло можемо сматрати као хомогену средину итд.-

сл.



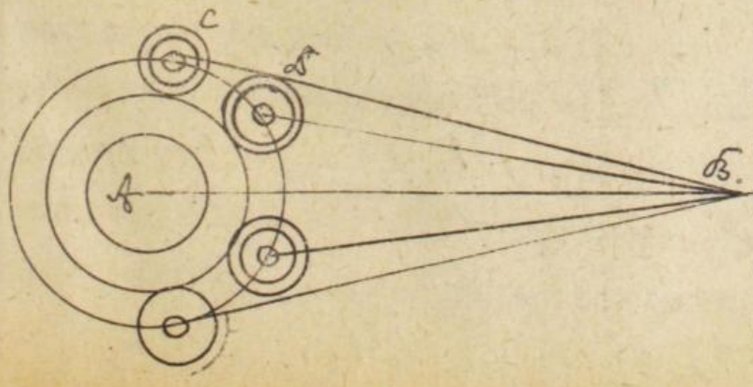
Ради простијег посматрања узећемо једну изотропну средину, и једној тачки њеној саопштићемо треперење. Таласање ће се од те тачке прострети на све стране, и после једнога секунда добићемо један круг у равни, односно кутлу у простору. После 2. сек. таласање ће се распрострти по другом кругу - лопти, у трећој секунди по трећој лопти итд. Према томе дакле, у изотропној средини таласање се преноси и простире лоптасто. Овакво је таласање, кад каква тачка затрепери у ваздu-

ваздуху.- Оно идући све даље и даље непрестано опада,но не брзином већ амплитудом,коју та тачка има да изврши,док се најзад негде сасвим не уми.

Примера за то и у обичном животу има врло много.Кад напр.не чу но звук приликом удаљена од извора његова - не долази ни од чега другог,до од тога,што је таласно кретање на тој даљини толико ослабило,не брзином свога простирања већ амплитудом својом,да ни наше чуло слуха не може,или једва може да осети.Полупречници ових кугала називају се зрацима.Ти зраци на врло великој даљини теку паралелно један другоме,пошто сви они морају бити управни на самој оној кугластој површини.Та лопта са сувише великим полупречником може се у малим својим деловима сматрати као права линија и у таквоме се случају зове равним таласом.Отуда се каже,и у оптици се увек тако узима,да сви сунчани зраци падају на површину земљину паралелно међусобом.

Но није само она једна тачка,коју смо изазвали да у изотропској средини трепери.Око не је читав низ тачака,којима је она саопштила своје кретање,и нагнала их тамо,да и оне на исти начин трепере.Ову је појаву први промотрио и објаснио Х и г е н о (*Huygens*),због чега се и зове хигеновим принципима.

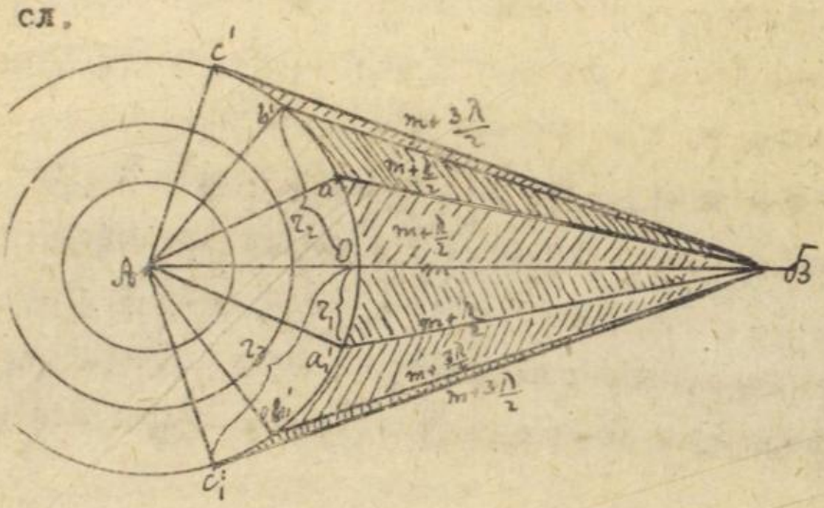
По томе његовоме принципу свака тачка у једној таласастој површини постаје центром елементарних талаца,који се у изотропској средини шире на све стране,тако исто лоптасто,као што мало час видесмо при трепереву једне посматране и покренуте тачке.Сваки од ових елементарних тала сама не изводи за себе неко осетљиво дејство.Само тамо,где се они интерференцијом - укрштањем - јављају,ту у њиховој заједничкој - тангенцијалној,опет при том таласастој површини,која се назива а н в е л о п о м, стварају јасно кретање,и то је онај талас,који се у истини и јавља.



Но сем тога што је таласање могло доћи из тачке А до В правцем којим иде сам зрак АВ,оно ће моћи најпре доћи до СД итд.па тек онда у А и В.Ако смо испред А метнули какав заклон напр.нека

смо спречили светлост из А ка В, то ако је свећа у А зрак прво иде до т ке $\mathcal{B}$ па тек онда из $\mathcal{B}$ у В, дакле посредно.

Зрак који долази непосредно најкраћи је пређен таласки пут. Овде ћемо се послужити Хигенсовим принципом о таласању. Узмимо једну тач ку напр. А, која трепери и образује куглу и на њој самој неколико тачака С и Д.....Одмах ћемо видети да ће из њих поћи у В читав конус таласа. сл.



Да видимо сада зашто тачка В н је осветљена, кад главни зрак прекинемо каквом препреком а о тале зраке оставимо слободне.

Тачка С која трепери обра зоваће једну куглу. Узећемо јед део те кугле и на њему неколи симетричних тачака, које ће бит распоређене овако; пут $OB = m$

тачку a' узећемо тако да је $a'B$ или $a_1'B - OB = \frac{\lambda}{2}$; $b'B - a'B = \frac{\lambda}{2}$ или $b'B - a_1'B = \frac{\lambda}{2}$; $c'B - b'B = \frac{\lambda}{2}$ или $C'B - b_1'B = \frac{\lambda}{2}$

итд. тј. да је пут a' В све за половину таласка дужине дужи. Сад треба н нађемо целокупно кретање у тачци В. Ми ћемо најпре наћи површину конус и то прво онога, који образује прва концентрична зона: $a'Ba_1'$ па ћем сада у њој наћи количину тога кретања. За ово треба пре свега знати пречник основице конусове. Из $\Delta OBa_1'$ имамо да је;

$$r_1^2 + m^2 = \left(m+\frac{\lambda}{2}\right)^2 = m^2 + \frac{\lambda^2}{4} + 2\frac{m\lambda}{2} = \lambda\left(m+\frac{\lambda}{4}\right) = r^2$$

Површина је поменутога конуса; $P = r_1^2\pi = \pi\lambda\left(m+\frac{\lambda}{4}\right)$

Исто ћемо тако одредити површину конуса друге зоне тј. повр ину коју образује конус са осовином b_1b_1' и пречником l_2

Из $\Delta b'BO$ имамо да је тај пречник:

$$r_2^2 + m^2 = \left(m+\frac{2\lambda}{2}\right)^2 = m^2 + \frac{4\lambda^2}{4} + \frac{4\lambda m}{2} = 2\lambda\left(m+\frac{2\lambda}{4}\right)$$

Површина је конусова[1] $r_3^2 + m^2 = \left(m+\frac{3\lambda}{2}\right)^2 = m^2 + \frac{9\lambda}{4} + \frac{6m\lambda}{2} = 3\lambda\left(m+\frac{3\lambda}{4}\right)$

1) $2\pi\lambda\left(m+\frac{2\lambda}{4}\right)$; даље је:

а сама одговарајућа површина: $P_3 = \pi r_3^2 = 3\pi\lambda\left(m + \frac{3\lambda}{4}\right)$

Исто је тако, као што се увиђа,

$P_4 = 4\pi\lambda\left(m + \frac{4\lambda}{4}\right)$ и у опште $P_n = n\pi\lambda\left(m + \frac{n\lambda}{4}\right)$...

Прва је зона цео конус; друга се зона добија кад се од површине P_2 одбије P_1 ; трећу зону добијамо кад од P_3 одбијемо P_2 итд. На тај начин имамо:

$z_0 = \pi\lambda\left(m + \frac{\lambda}{2}\right)$; $z_1 = P_2 - P_1 = \pi\lambda\left(m + \frac{3\lambda}{4}\right)$

$z_2 = P_3 - P_2 = \pi\lambda\left(m + \frac{5\lambda}{4}\right)$; $z_3 = P_4 - P_3 = \pi\lambda\left(m + \frac{7\lambda}{2}\right)$ итд.

Кад упоредимо ове обрасце уверићемо се, да је зона z_1 ; постала од половине вредности зона z_0 и z_2 ; зона z_2 од половине вредности зона z_1 и z_3 итд. дакле да је: $z_1 = \frac{z_0 + z_2}{2}$; $z_2 = \frac{z_1 + z_3}{2}$ ... итд

Ово је од великог значаја, а значи то, да је дејство кретања зоне z_1 потрвено половином зона z_0 и z_2 ; а кретање зоне z_3 потрвено половином зона z_2 и z_4 итд. Од свега кретања остаје само половина централне зоне z_0 тј. зрак ће од тачке А половином зоне непосредно доћи; остало се све потире, као што видесмо услед интерференције таласа са разликом $\lambda/2$.

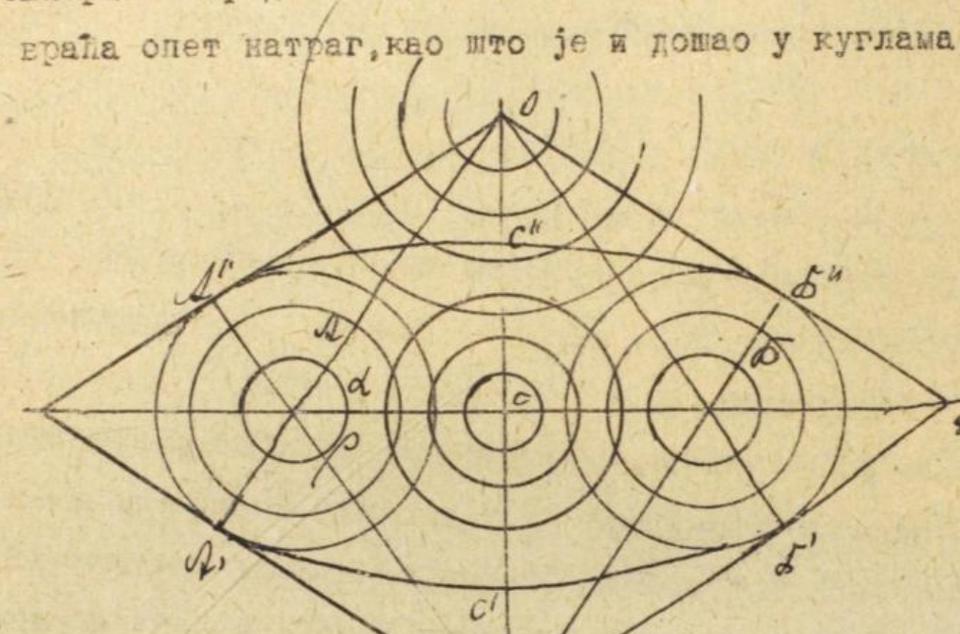
И ако смо дакле казали; да у изотропној средини (исте еластичности и густине у свима правцима) бива талесање по лоптама, ипак овде видесмо - пошто је половина зоне z_0 права линија - да се зрнци тј. таласна кретања простиру по правој линији на све стране. Зраци од удаљених тела, појављују нам се због тога мање конвергентни, па на послетку и паралелни, јер су оне кугле због даљине прешле тако рећи у праве линије.

Свако замишљамо простирање таласа, кад они на своме путу не наиђу ни на какву препреку. Но може се десити, да је та средина ограничена, и да талас при кретању наилази на другу средину, који је случај обично понајчешћи. Ту могу сад наступити два случаја: 1°.- да талас дође до средине, која га кроза се не пропушта, у коме ће се случају он одбити, или 2° - талас прелази у другу средину, али у њој промени правац, тј. он се прелама.

1°.- О д б и ј а њ е т а л а с а.

Нека је граница, која дели средину I од средине II права MN,

а извор таласања нека је тачка О, од које иду зраци на све стране. Свака тачка на прегради MN по хигенсовом принципу трепери за себе и образује свој центар кретања. Тако исто чини и тачка С, која је до саме границе MN посматраних средина. Но пошто се талас не може даље кретати од MN то се он враћа опет натраг, као што је и дошао у куглама, и то тако да увек тачка А, пређе пут AA', а тачка В пут BB' - и тачка С CC'. На овај начин и даље радећи добићемо у равни низ кругова, око којих можемо повући анвелопу - тангенцијалну криву, која ће представљати талас A^nC али одбијен са површине MN. Пошто је средина, кроз коју се одбијени талас повраћа једна иста, то ће се таласање и у назад простирати, као да је извор таласања тачка O', која је на супротној страни, а на истоме растојању од границе MN на коме је и тачка О. Испупченост горњег таласа потпуно је равна испупчености доњега, тј. полупречник оба та таласа $A''CB'$ и $A''C''B''$ исти је само са супротним знацима.



Упоређујући троугле RCO и RCO' видећемо да су они подударни. Права OR зове се ударни или упоредни зрак, а права $O''R$ или боље $A''R$ одбијени зрак. Угао који прави ударни зрак са нормалом зове се угао одбијања. Означимо први са α, а друга са β; из слике се види, да је $\gamma + \alpha = 90^0$ а $\beta + \gamma = 90^0$, одакле опет излази, да је $\gamma + \alpha = \beta + \gamma$ Но како је $RCO \cong R'C'O'$ т.ј. $\angle \alpha = \beta$ то је и $\angle \alpha = \gamma$ пошто је пак $\angle \gamma = 0$ то је најзад и $\angle \alpha = 0$ тј. угао угадања раван је углу одбијања. Тачка O' назива се сликом тачке О.

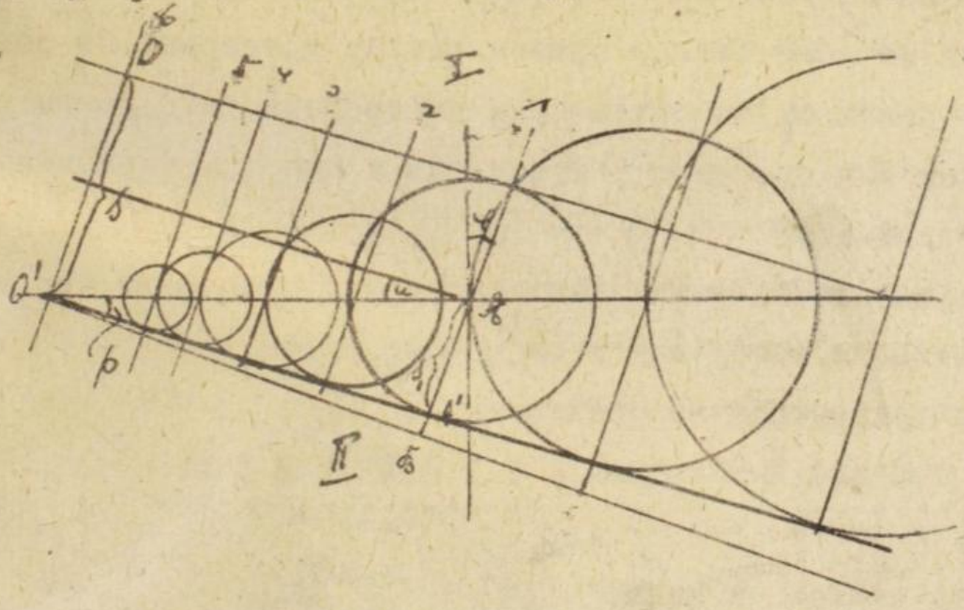
2/.- П р е л а м а њ е т а л а с а.

Сада ћемо да расмотримо случај, кад зраци, дошавши до границе једне средине (I) прелазе у другу (II) променивши свој првобитни правац

ј.преломивши се.

Нека се у средини I.талас простире брзином c_1;а у средини II брзином c_2;променом средине мења се и еластичност е,и густина d па је о познатом обрасцу $c=\sqrt{e/d}$. Према томе брзина c_1 није равна брзини c_2 већ је од ње већа или мања - према томе да ли је средина I ређа или гушћа од средине II.

Узећемо да долази сноп паралелних зракова из бескрајности и удара на границу посматраних средина.Пошто су зраци,као што рекосмо паралелни,значи да је центар у бескрајности,и да ће талас стајати управно на зраку.Кад зрак 1 дође у А тј.до границе,зрак 6 биће тек у тачци О. Кад би иза границе била иста средина,то кад тачка О дође у О′тачка А дошла би у В;али пошто средина II није иста са средином I,то се зрак 1 неће простирати по њој истом оном брзином,којом и у средини I,већ или мањом или већом:мањом,ако је средина II гушћа од I а већом ако је средина II ређа од средине I.За то ће се,док тачка О на зраку 6 дође у О′,од А распрострти талас по кугли,полупречника мањег од АВ (ако је $c_2<c_1$)тј. $AA'<AB$.За то исто време док је тачка О дошла у О′и зраци 2,3,4 ..... дошли до границе,прешли у другу средину и распростр ли таласање своје по куглама са полупречницима мањим од полупречника лопте првог зрака.Ти полупречници поступно све више и више опадају,док у тачци О не буде $r=0$



Ако код свију тих кугала можемо повући,анвелопу,која ништа друго није до извртута прва кугла чији је центар био,а и сада је у бесконачности.Пошто зраци у овој новој средини морају такође бити управни на периферији нове кугле,те их можемо преломљене лако наћи.Из слике имамо да је: $OO'=s=AO'\sin\alpha$; $AA'=s_1=AO'\sin\beta$

Угао u није ништа друго, до угао који гради упадни зрак са нормалом, а угао p је угао кога гради преломљени зрак са нормалом.

Код једнаког смо кретања нашли да је $s : s_1 = c : c_1$ или у своме случају заменом: $\frac{\sin u}{\sin p} = \frac{c}{c_1}$ тј. однос између синуса упадног и синуса преломљеног угла увек је сталан и раван односу који постоји између брзина којима се талас у једној и у другој средини простире. Тај се стални однос бележи обично са n и зове се експонентом (индексом или коефициентом преламања). Ако је $n > 1$ тј. ако је $c_1 > c_2$ талас се преламa ка управној. Ако ли је $n < 1$ тј. $c_1 < c_2$ талас се прелама од управне.

Таласање тела у опште.

Ми смо чврста тела карактерисали као тела, код којих је кохезија врло јака; према томе она могу да *трепере* и трансверзално и лонгитудинално. Код гасова пошто не постоји кохезија, већ се шта више њихови молекили одбијају код њих и не може бити у правом смислу треперења. Но пошто гасови најбоље преносе притисак то они могу и да трепере само лонгитудинално тј. таласање се код њих простире у кугластим и при том периодичним разређивањима и згушњавањима.

Код течности се обично јавља лонгитудинално треперење, као и код гасова, но пошто течности имају и кохезију само доста слабу - то се код њих може назвати и трансверзално треперење.

ТАЛАСАЊЕ ЧВРСТИХ ТЕЛА.

1/.- Таласање штапова и жица.

Како ће се таласање простирати кроз чврсто тело зависи од његове густине и еластичности ($c = \sqrt{e/d}$).

Трептање код штапова зависи и од начина утврђења његова, а биће за трансферзално по обрасцу:

$y = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$

Нека почне треперење из тачке А и на једну и на другу страну. Ако је тело хомогено, ово ће се треперење на обе стране простирати једна-

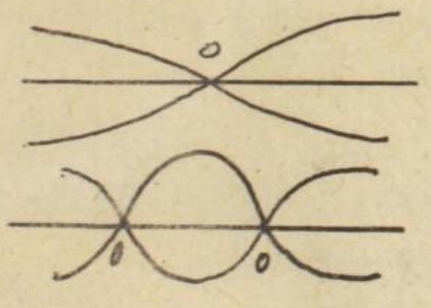
једнаком брзином.Из А доћи ће у К,а из К враћа се и иде у супротном правцу.То исто бива и са таласом од А до О и натраг.Овде се јавља и интерференција са две стране.Таласање је стојеће,те се може опште казати,да сва чврста ограничена тела у облику прутова и жица т пере стојећим таласима,тј.извесне тачке имају највећу амплитуду,и ну стално задржавају,друге мању,треће још мању итд.а неке најмању или ни какву,коју такође стално задржавају,докле год посматрамо тело трепери чворови.

Казали смо да од начина утврђења ових штапова зависи и трепе рење њихово.Друкчије је треперење,ако се тело утврди само у О или у К и друкчије,ако се утврди и у О и у К.У тачци где је тело подупрто,јавља увек чвор.Ако је тело подупрто у једној тачци,у средини напр.онда се од О до тачке утврђена јавља треперење са 1/4 таласке дужине и од све утврђене тачке,па до К треперење опет са 1/4 таласке дужине,дакле свега са $\lambda/2$.Код штапова свако у средини утврђених,треперење је свакад са извесним целим бројем полуталаса.

Ако тело утврдимо у две тачке - на крајеве у којима се јављају одмах чворови,најобичније је да цео труп трепери извесним целим бројем полуталаса.Од једног истог штапа можемо добити треперења каква год хоћемо,што све зависи од места,где удесимо да буду чворови.

Ако тело утврдимо само на једноме крају,онда је само ту чвор. Такав штап у томе случају неће треперети одређеним целим бројем полуталаса,већ и четвртином таласке дужине.

сл.



Ако је штап утврђен на трећини своје дужине,онда ће се на другој страни образовати други чвор,који је првим чвором већ одређен,тј.биће од првог чвора удаљен за 2/3.

Сад треба на основу досадањег да нађемо и број таласа,које је учинио за извесно време лонгитудинално затрепереви штап.Видели смо већ,да је брзина треперења кроз неку средину $c=\sqrt{e/d}$ Ако у овоме обрасцу e еластичност у опште - заменимо његовом вредношћу; $e=E.q$ где је E модус еластичности јединице пресека некога шта

па, а q сам тај пресек; ставимо ли $d = \frac{q \cdot 1}{g}$ где је s специфична тежина, g тежа а q као и првом случају пресек трупа - добићемо образац за брзину у облику: $c = \sqrt{\frac{\varepsilon \cdot q \cdot g}{q \cdot s}} = \sqrt{\frac{\varepsilon \cdot g}{s}}$.

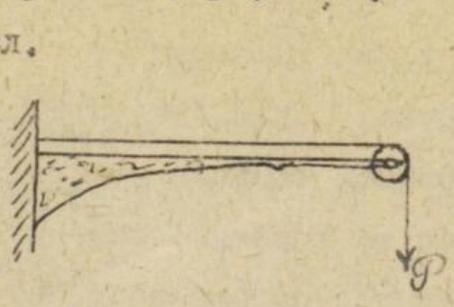
Напред смо нашли да је $\lambda = c \cdot T$ Међутим број трептаја - што се овде баш и тражи - раван је реципрочној вредности времена за које се то трептање изврши тј. $N = \frac{1}{T}$ Значи, ако неко тело учини за 1/100 сек. један трептај, број је трептаја за 1" $N = 100$.

Заменом вредности $T = \frac{\lambda}{c}$ у једн. $N = \frac{1}{T}$ добије се: $N = \frac{\frac{1}{\lambda}}{c} = \frac{c}{\lambda}$ Најобичније је трептање штапова, као што смо поменули са 1/2 таласке дужине, тј. са $l = \frac{\lambda}{2}$ или $\lambda = 2l$ Ако ову вредност сменимо у последњем обрасцу добићемо да је $N = \frac{c}{2l}$ или ако место c ставимо његову вредност: $N = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{\varepsilon g}{s}}$

Трептање жица.-

Ово се разликује од трептања штапова или прутова у томе, што су жице готово увек утврђене у својим двема крајњим тачкама, и што је њихова еластичност, па према томе и трептање много веће но код првих. Пошто се и оне, као и остала тела, морају при треперењу поделити на известан број полуталаса, крајеви су им онда трептајни чворови. Жица, која је утврђена на једноме крају, а на другоме оптерећена силом P, а затреперена извесном снагом, поделиће се у више таласова, и таласање ће бити увек стојећим таласима. Број трептања наћи ћемо на сличан начин.

сл.



Напред смо већ видели, да је брзина $c = \sqrt{\frac{e}{d}}$ Густина је овде $d = \frac{1}{g}$ а еластичност $e = \frac{P}{q}$ јер у колико је терет P већи а пресек q мањи, у толико је и еластичност већа - и обрнуто.

Према томе, заменом добијамо да је; $c = \sqrt{\frac{P \cdot g}{q \cdot s}}$

Како је пак из претходнега број трептаја у 1" : $N = \frac{1}{T} = \frac{c}{2l}$ то је сада $N = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{P \cdot g}{q \cdot s}}$ Однос између трансферзалнога лонгитудиналног таласања наћи ћемо овако: Брзина код лонгитудиналног трептања жице равна је брзини лонгитудиналног трептања прутова тј. $= \sqrt{\frac{g}{s}}$. а за брзину трансферзалнога трептања жице она је: $c_t = \sqrt{\frac{P \cdot g}{q \cdot s}}$

Отуда имамо да је однос: $\frac{c_t}{c_e} = \sqrt{\frac{P_2}{S \cdot q} \cdot \frac{S}{\ell \cdot q}} = \sqrt{\frac{P}{q \cdot \varepsilon}}$

Лонгитудинално трептање код жице можемо изазвати ако је обвијемо у виду спирале, оптеретимо теретом и тако је затрепћримо; изместивши терет из равнотежног положаја у вертикалноме правцу. То се да врло лако и експериментом показати.

Узгред нам овде ваља наћи и количину изтезања жице, утицајем терета P. Ако то изтезање означимо са λ оно је кад се у једначини узму све количине као познате:

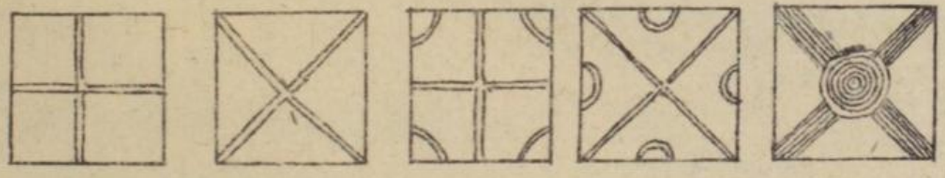
$$\lambda = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{P \cdot \ell}{q}$$ а одатле је специфично изтезање:

$$\sigma = \frac{\lambda}{\ell} = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{P}{q} = \frac{P}{q \cdot \varepsilon} = \left(\frac{c_e}{c_t}\right)^2 \quad \text{или} \quad \frac{c_e}{c_t} = \sqrt{\sigma}.$$

2/.- Трептање плоча - површина.

Површине можемо увек поделити паралелним линијама у једном и у другом смислу на извесне мање делове па да онда испитујемо сваки део за себе. Но то би било врло тешко и заметно, јер су ретко кад те линије и ти појединн делови међусобом једнаки. За то се обично ради овако: посућћемо једну плочу металну или стаклену ситним песком, па ћемо на једноме месту превући гудалом и гледати при том кретање песка.

Одмах ћемо видети да ће он негде много одскакати; негде мање сл.



а негде више, а негде и никако. Прве тачке према томе имају највећу амплитуду, друге мању, а треће најмању, тј. у њима сасвим умири добијамо једну слику од песка, која нам јасно и лепо показује, који делови плоче трепере, а који не. Облик слике на плочи зависи понајвише од тачке где је утврђена па онда, од места, где при свом трепереву плочу гудалом превучемо. Песак се може поређати у концентричне кругове, у облику крста, хиперболе, итд.

Ове слике по посматрачу Х л а д н и ј у, који их је први посматрао и испитао зову се Х л а д н и ј е в е ф и г у р е или Хладнијеве слике.

Плоче овако трепере било да су оне праве, било да су криве, јер

те исте слике могли смо констатовати и при трепереньу звона.

II.- Т р е п е р е њ е т е ч н и х; и

III/.- Т р е п е р е њ е г а с о в и т и х т е л а.

Течности и гасове посматраћемо донекле заједно, па после ћемо и их одвојити, јер се код течности може изазвати и лонгитудинално и трансверзално треперење; и код гасова само лонгитудинално. Око тачке, која је извeдена из равнотежног положаја, накупи се један низ молекила, који је притискује и сабија осим чега (сабијања) јавља се и разређивање, у чему се и састоји свако треперење - лонгитудинално.- Брзину овога лонгитудиналног треперења наћи ћемо на основу досадањег излагања. Ако је првобитна запремина гаса (или течности) v а притисак p, па запремину v променимо за Δv промениће се одмах као што знамо и притисак p за количину Δp. Промена запремине на јединицу је $\frac{\Delta v}{v} = g_0$ а промена притиска је; $\frac{\Delta p}{p}$ која је равна промени запремине тј. $\frac{\Delta v}{v} - \frac{\Delta p}{p} = g_0$. Овде је Δp оно наше малопређашње e, те је заменом $g_0 = \frac{e}{p}$ или $e = g_0 p$

Ако у обрасцу за $c = \sqrt{e/d}$ сменимо e са овом његовом вредношћу, а d са малопређашњом вредношћу: $d = \frac{g_0 s}{g}$ имамо да је брзина лонгитудиналног треперења за гасове $c = \sqrt{\frac{g_0 p g}{g_0 s}} = \sqrt{\frac{pg}{s}}$

Овде се мора увести у рачун и коефицијенат стишљивости χ (хи) Ако узмемо да је он за гасове = 1, онда је χ за течности различит од јединице, те је брзина лонгитудиналног трептања течности $c = \sqrt{\frac{p g}{\chi s}}$

$\left[c_e = \sqrt{\frac{g_0 g}{s}};\ c_t = \sqrt{\frac{p g}{g s}};\ c = \sqrt{\frac{pg}{\chi s}} \right]$

Специфичка тежина s мења се према температури. Код ваздушне лопте нашли смо, да је то: $s = \frac{s_1}{1 + 0{,}00367\vartheta}$ Но има још једне ствари код гасова, која се у овоме случају мора имати на уму.

Ми знамо, да се гас у толико више загреје, у колико га више сабијамо и обрнуто. Та је вредност разлике сопственог загревања (или хлађења) од загревања топлотом равна од прилике 1,40; то значи, да је и брзина трептања за толико пута већа, тј. да је код гасова $c = \sqrt{\frac{pg}{s} \cdot 1{,}40}$

или ако уведемо горњу вредност за s биће:

$$c = \sqrt{\frac{p g}{s_1} \cdot 1{,}40 (1 + 0{,}00367\vartheta)}$$

Код ваздуха је $s_1 = 0{,}001293$, а нормални притисак p = [illegible] на 1 кв.мм. Отуда је за ваздух на температури од $0°$ брзина прос[illegible]

простирања таласа:

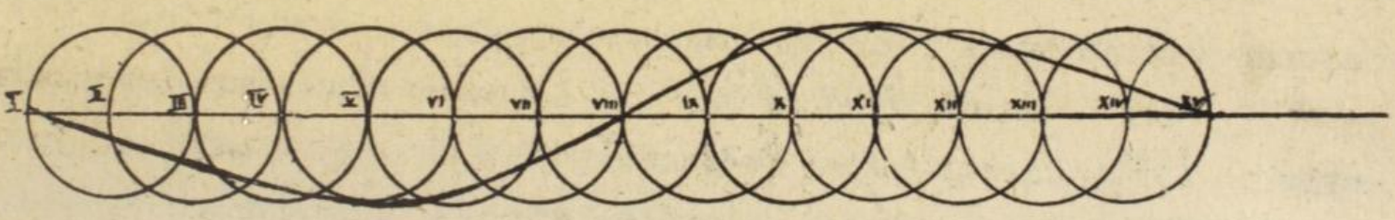
$$c = 331{,}3\sqrt{1+0{,}003679}$$ ---- мет.у 1.сек.

На исти начин нашли смо да је та брзина код воде 1425 м.Код живе 5026 м.итд.

Да видимо сада,како течности трепере трансверзално.Узећемо за пример воду.Пошто је кохезија код воде врло слаба,то њени молекили неће треперити као молекили чврстих тела,већ ће треперити по затвореној путањи,кругу или елипси.Тај је круг све плоснатији - елипсастији - што идемо у већу дубину,тако да је она на дну права линија.

Узмимо један молекил који трепери извесним правцем.Док он сврши свој круг (трептај) други га молекил неће свршити,јер је доцније и почео да трепери.Пошто је потребно извесно време,да се од молекила I пренесе кретање до молекила II,и даље;молекил IIIпрешао је још мањи део круга.

Молекил IV мањи круг и од молекила III итд.



./. Док је најзад један молекил почео да трепери,кад је молекил I "свршио" цео свој трептај.

Кад саставимо те поједине положаје молекила I,II.....X, XI... добићемо изглед таласа,који је исти као и код чврстих тела,и који је и постао услед трансферзалноз треперења.

Кад бацимо какав предмет у воду,јавља се као што и из искуства знамо - ово таласање.Таласи се простиру све даље и даље у виду концентричних кругова,док се најзад,кад им амплитуда ослаби,са свим не изгуби

Ако узмемо какав суд са водом и поспемо какав ситан прашак и - те специфичне тежине као и вода (ликоподиум или црвоточину или ћилибар) па воду усталасамо,видећемо,да ће се сва зрна кретати и описати затворене путање;кругове или елипсе,као што смо пре казали.

Она зрна,на самој површини водене описују круг,а остале таласе који простирући се дубље у воду све су плоснатији и развученији - облика елипсе;док на послетку,доле при самоме дну,не буде талас саве само

на једну и другу страну - дакле права линија.

Ако је течност мирна, зрна стоје или нагомилана или су једно од другога удаљена.

------ . ------

М О Л Е К И Л С К А Д И Н А М И К А.

НАУКА О З В У К У

А к у с т и к а.

Звук је р е з у л т а т т р е п е р е њ а. То је сад једна сасвим нова појава. Да бисмо је ми осетили нашим органима слуха, п о т р е б н а ј е ј е д н а и з в е с н а к о л и ч и н а е н е р г и ј е. Свако тело, које звучи, мора да трепти; и обрнуто, свако тело које може да трепти, оно звучи. Овде је главно то, да трептањем постаје једна извесна количина енергије, услед које само то трептање утиче на наш слушни нерв и изазива појаву звука. И најслабији притисак јавља се као звук било течних, чврстих или гасовитих тела.

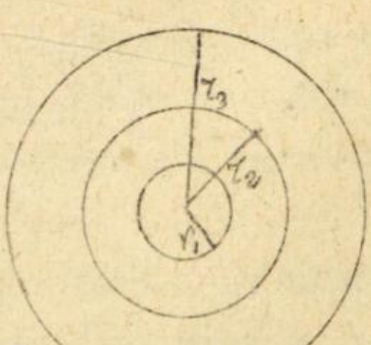
Наука о звуку зове се а к у с т и к а. Она није ништа друго до примењени део молекилске динамике. Ово кретање молекила негде видимо оком, а негде не, зато га треба нечим и некако доказати. О томе се можемо уверити на више начина.- Узмимо на пр. једну обичну чашу или звоно и ударимо га прстом или превучимо гудалом. Нека се у њој налази нека куглица од плуте, воде или чега другог. Чаша услед удара звучи - ми то чујемо али не знамо, да ли се она и таласа, дали трепти. Пре но што смо ми превукли и пре но што се јавио звук, куглица је мирно у чаши стајала. Чим је чаша почела звучити, куглица је одамх почела да скаче. То долази отуда што су се молекили чаше затреперили и почели да крећу. Куглица, идући редом по ободу чаше, свуда одскаче, само на неким местима више, на неким мање, а на некима и никако - што значи да се прве тачке чашине таласају највећом амплитудом, друге мањом,

а треће најмањом,управо никаквом.Чаше се дакле понашају управо као сави је не плоче.Ако при том таласању додирнемо звоно или чашу прстом,дохватимо руком или чиме било другим,звук ће се одмах уништити,јер ће услед тога и таласање сасвим престати.

И на други начин,такође очигледан,можемо се о горњем уверити: Узећемо у чашу воде,и док је чаша мирна и вода је мирна.Чим чашу нечим затреперимо и чујемо известан звук,вода ће се почети кретати,тј.њени ће се молекили таласти због тога,што покрећући молекиле чаше,покренули смо и молекиле воде,јер су они саопштили то кретање овим другима:Да ли је ово треперење л о н г и т у д и н а л н о или т р а н с ф е р з а л н о- знамо из досадањег.Чврста,ограничена тела - као што је познато трепериће увек трансверзално и стојећим таласима.Главна је овде ствар,да звук поста је услед таласања,а да ли је оно лонгитудинално,трансверзално или стојеће - то је сасвим споредна ствар.Ну није довољно да само једно тело затрепери,па да ми одмах чујемо звук.То треперење треба да је довољно јако,тј. треба да је произведено са што већом брзином,да је дакле $\frac{mv^2}{2}$ или само v што веће - што опет значи да зато треба извесне количине енергије.Кад једно извесно тело трепери, м о р а п о с т о ј а т и и д р у г о н е к о т е л о д а т о т р е п е р е њ е п р е н е с е и н а н а с,како бисмо га ми могли да чујемо као звук,јер га иначе нећемо ни пошто моћи чути.Ово је друго тело најчешће в а з д у х.Да заиста мора постојати нека средина,која ће звук да пренесе до нашега ува,уверићемо се,кад метемо под звоно ваздушног шмрка једно тело,које звучи.Док под звоном има ваздуха,тј.докле га шмрком из звона још нисмо извукли,звук ће се непрестано чути,ну чим почнемо да извлачимо ваздух,звук све више и више слаби и напослетку,кад будемо испод звона ваздух у великој количини или сасвим извукли - и не престане.Ово је један од најјачих доказа за потребу средине при проношењу звука.

Што се тиче брзине трептања појединих молекила у ваздуху,она није једнако свуда,и ако је ваздух хомогена средина,а количина кретања,ко ја има да се пренесе ,а све стране,увек је иста.Знамо већ да треперење бива у куглама са полупречницима разне величине.На кугли са полупречником (сл.1) имамо известан број молекила који трепте.Површина њена разна је

сл.1.



је $4r_1^2\pi$ на кугли са полупречником r_2 и површином $4r_2^2\pi$ налази се такође известан број молекила који се креће итд. Ако брзине трептања молекила тих кугала означимо v_1, v_2, v_3 итд. да видимо сада у каквом међусобном односу стоје те количине кретања са даљинама од извора трептања.

Пошто је иста количина трептања у једној и у другој кугли то мора бити: $4r_1^2\pi v_1 = 4r_2^2\pi v_2$ а одавде је $r_1^2 v_1 = r_2^2 v_2$ или $\frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{v_1}{v_2}$. Ово се као закон може казати овако: Б р з и н а т а л а с а п о ј е д и н и х м о л е к и л а и з в р н у т о ј е с р а з м е р н а д а љ и н и њ и х о в о ј о д и з в о р а т р е п т а њ а. Овакав је исти однос између друге и треће кугле, прве и треће, треће и четврте итд. тј. увек: на два, три, четири .....итд. пута већем одстојању биће брзина трептања молекила 2,3,4 итд. пута мања.

Б Р З И Н А З В У К А.

Ово горе је образац за рашћење и опадање брзине треперења молекила, али не и образац за брзину простирање звука, јер је ово сасвим друга ствар. Апсолутна количина кретања у толико је мања, у колико је брзина трептања мања, јер она зависи поглавито од брзине; што се год удаљава више од извора звука, то је он све мање и мање чује, док најзад сасвим не престане. Да изравимо сад брзину простирања звука у ваздуху, јер је она за различите средине врло различита. Она се може одредити експерименталним путем на овај начин. Узму се две станице А и В и измери се тачно растојање између њих, па се у А опали један топ, а у В се слуша и посматра, које ће време проћи од појаве ватре светлуцања, па док се не чује звук. Зашто се при овоме обраћа пажња на светлост, узрок је тај, што се она простире врло великом брзином (300 000 км. у 1") то је време, за које светлост треба да пређе само неколико километара, врло мало, а пошто су удаљена станица обично мала, то се може без осетне погрешке сасвим занемарити, претпостављајући да се

светлост шири тренутно.Ако је то растојање 1 км.светлост га пређе само за 1/300 000 км.у 1",за 2 км.време је 2/300 000 од 1/ итд.због чега се,као што рекосмо,светлост види у В готово у исто време када се у А појави.Цела се дакле ствар своди сада на то;да бројимо време - секунде који прођу од појаве светлости до појаве звука. Пошто између А и В даљину,која је у-једно и пређени пут знамо то постоји овај образац $s = v \cdot t$ одакле решавајући једначину по v имамо да је $v = \frac{s}{t}$.

На овај начин доћићемо до тачне вредности само онда,кад је ваздух између А и В потпуно миран.Зато се за све експерименте бира обично тихо време,понајвише ноћу,да би светлост што боље пала у очи.Ну ово је ре дак случај,с тога да би избегли ту неправилност и нетачност,која се при том може врло лако да деси,експеримент се овај обично ради тамо где се у исто доба опале оба топа тј.и у А и у В.Посматрачи ово посматрају са обе ју страна.У колико је једна струја спорија.напр.од А до В у толико је дру га од В до А бржа.Сада се између ове две вредности нађе крајња вредност $c = \frac{c_1 + c_2}{2}$ која је од тих појединих много тачнија и приближнија правој вредности.- Тако изведена брзина звука за ваздух у обичним приликама и сведена на нулу температуре,јесте приближно,ако не сасвим тачно 333 м.у 1",а на обичној температури,та је брзина 340 м.у 1";О н а з а в и с и у м н о г о м е о д т е м п е р а т у р е; у к о л и к о о в а р а с т е и л и о п а д а , у т о л и к о и б р з и н а р а с т е и л и о п а д а.

За ваздух брзину звука можемо одредити и по обрасцу:
$c = 331.3\sqrt{1+0,003676}$ резултат ће бити исти,до кога смо мало час дошли експерименталним путем.

На првом смо,дакле месту одредили брзину звука за ваздух,јер је то најлакше,пошто имамо велику атмосферу зато,те се по њој можемо слободно кретати и разне експерименте градити.Сад ћемо прећи на на одређивање брзи не звука за остале гасове.Ну овакав исти експеримент не можемо употребити и за остале гасове.јер нигде напр.немамо толику атмосферу водоника, као што је она од обичног ваздуха,већ ћемо овде употребити треперење шипака металних за које знамо,да им се треперење увек своди на један цео број полуталаса,који сад само треба наћи.Да бисмо,дакле,то одредили увешћемо једну цев затворену,,а оба краја једном мембраном еластичном бешиком,

дугачком колико хоћемо.Цев се прво напуни гасом,за који хоћемо да тражимо моћ преношења звука,затворимо и виљушком на једном крају произведемо трептање,које се кроз мембрану пренесе кроз цео гасни слој до другога краја.Гасни се слој овим подели одмах на цео број полуталаса,којих величину сада треба наћи,јер се по дужини тих таласа лако одређује и брзина.Кад,дакле одредимо таласку дужину λ,онда по једном простом обрасцу,да је:б р з и н а з в у к а у и з в е с н о м г а с у р а в н а ј е д у ж и н и т а л а с а,п о м н о ж е н о ј с а б р о ј е м т р е п т а њ а (који се одређује виљушком $c = \lambda . \nu$).- лако долазимо до броја,која нам показује брзину звука кроз дотични гас и у 1".Пунећи ову цев разним гасовима (азотом,водоником,угљеником,кисеоником итд.) одређујемо лако брзину звука за те гасове.-

На тај начин,узимајући брзину простирања звука кроз ваздух за јединицу,нашло се,да су брзине за следеће гасове ове:

За O.....0,95:за H .....3,80,за CO_2 - 0,82.Као што се види брзина је звука једино за водоник већа,но за ваздух и то скоро 4.пута,а за остале гасове је она мања.Ова се метода одређивања брзине звука зове К у н т о в о м.

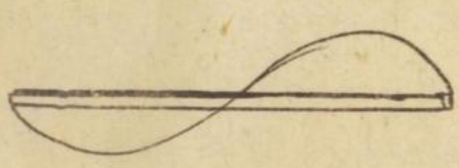
О д р е ђ и в а њ е б р з и н е з в у к а к о д ч в р с т и х и т е ч н и х т е л а.

1.- Брзина звука код течности одређује се такође експериментом непосредно,као што је то рађено за ваздух.Тај је експеримент први пут извршен на женевском језеру.На једном месту у њему спустили су звучно тело а на другом месту слушали.- Дубина је била позната.Тако су израчунали брзину.Ну тај је резултат друкчији у језерској,друкчији у морској итд. али је та разлика доста мала.

Средња вредност брзине простирања звука кроз воду,нађено је да је 1431 или 1425 м.,дакле четири је пута већа но у ваздуху;за морску воду је она 1453 м.,за алкохол = 1160 м.;терпентин 1212 м.;за живу 5026 м.итд. За све ове остале поменуте течности брзина је нађена теоријским путем по обрасцу; $c = \sqrt{\frac{p.q}{\lambda . j}}$ или као што смо то чинили за гасове помоћу једне цеви,коју смо напунили извесном течношћу и на исти начин као мало час,код

асовитих тела,одређиванем таласких дужина и броја трептаја,добићемо и рзину звука за дотичну течност.

2/.- Брзина звука кроз чврста тела одређена је такође непосредним пу ем при прављењу експеримената (први пут у Паризу).Узето је гвожђе и то водоводним цевима,које су биле неколико стотина метара дуге.На једном у крају производиле звук,а на другом слушали.Цеви су биле у пречнику 1.м том приликом нађено је,да је та брзина за гвожђе 3585 м.За остале мета- е узима се 1 шипка и затрепери се основним трептањем,па се онда на сли- чан начин,као код течности и.васовитих тела,наће промена брзине.За олово е напр.нађено,да преноси звук са брзином 4.2 (сравњујући са брзином у л.2. ваздуху)тј.(узимајући ову последњу за јединицу);за злато је она 6.4;за сребро 9,0;за бакар 11.2;за челик 15.1;за Pt. 4.2;за стеарин 0,24;за стакло 15,7 итд.- Посредним теоријским путем налазимо брзину звука за сва чврста тела по обрасцу с



Ово је све било простирање звука у слободној хомогеној средини, у пошто ове ретко где и кад има,то звучни таласи на свом путу после извесног времена и врло често наиђу на препону,због чега се јавља један нов појав код звука,иначе код таласања већ поменуто.

О Д Б И Ј А Њ Е З В У К А.

Кад звучни таласи ударе о какву средину,кроз коју не могу да роћу,они се враћају натраг тј.одбијају се - исто онако,као што се и је- ан таласс одбија.Ово је одбијање врло обичан случај,јер се често дешава, а га треба боље проучити.

Одбијање се може појавити на неколико разних начина,од којих аки има своје нарочито име.- Ако је извор звука близу препоне (на мање стојању од 17.мет.) од које се таласи звучни одбијају,јавља се тако ани ј е к.- Њега има у свима собама и затвореним просторијама.Ако је епона на 6.мет.од извора онда,док ми изговоримо један глас,он је се већ бијо и изговорени глас п о ј а ч а о.- Ово и овако изговарање при го- ру веома јако смета и прави забуну;зато се обично зидови соба облажу

вуненим материјама, тапетима, сликама итд. јер све то упија извесну количину звука, те га на тај начин слабе. Услед тога је у таким собама одјекиване мање и за слушање и говорење пријатније и боље. Врло је мало локала који могу правилно да одбијају звук, да га појачавају, али да га не кваре - или тако званих а к у с т и ч н и х л о к а л а. Нарочито на ово треба пазити при прављењу п о з о р и ш т а (особито за опере) к о н ц е р т н и х с а л а итд. Ту треба јачање да је тако, да се онај глас, што је прво изговорен не меша са оним који се изговара, вато се зидови за такве локале не граде равни, већ испреламани итд.-

Поред јека имамо и појаву услед о д б и ј а њ а з в у к а, тако званих о д ј е к. И он се јавља при изговарању гласова, само доцније но јек, што зависи од даљине извора до одбојне површине. Ако је та даљина 17 мет. н о р м а л н о у х о м о ж е ч у т и и р а з д в о ј и т и у 1" 10 а р т и к у л и с а н и х г л а с о в а - в и ш е н е. За један артикулисан глас треба дакле 1/10 од секунде тј. за 1/10 од 1" тај глас треба да иде и да се врати иначе ако се он не врати, неће се други за њим изговорени глас чути итд.

Према томе за сваки глас треба 14 мет. док оде и 17 док се врати, свега 34 метара ($\frac{340}{10} = 34.$). Ако је даљина од извора мања од 17 м. јавља се, као што смо мало час видели, ј е к; ако ли је она 17 мет. и више јавља се о д ј е к. На двапут већој даљини (2.17 34) чућемо јасно два уједно изговорена гласа, на три пут већој даљини чућемо три изговорена гласа, на 4. пута већој четири гласа итд.

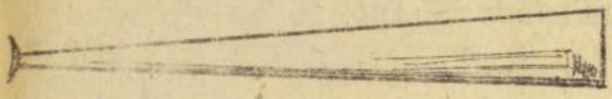
Одјек и јек вала разликовати о д о д з и в а, овде се враћају изговорени гласови и речи. Заједно, те их ми чујемо онако, како смо их и изговорили.

Нормално уво може у 1" да одвоји један од другога највише три слога.- За сваки, дакле, слог треба 1/3 од 1", па да оде и да се врати. Узимајући брзину звука да је 366 мет. у 1", трећина је од тога 112 мет. а половина од овог 56 мет. - значи да за сваки слог треба 56 мет. да оде и 56 мет. да се врати, па да се чује.

Ако је препона удаљена 56 мет. од препоне, чуће се поново само један слог речи. Ако је даљина два пута већа, поновиће се два слога итд.

М л о г о с т р у к и О д ј е к, враћа сваки глас више пути и постаје тако, што се звучни таласи крећу паралелним зидовима више пута ов мо и онамо одбијају или што је на разном остојању и у разним правцима ви ше зидова, где се од сваког зида јавља самостални одјек.

Што год звук иде на већу даљину, познато је да он све више слаб јер кретање његово има да се сaопшти , већем броју молекила ваздуха Зато ако смо ради да се и на даљину звук чује, треба спречити простирање звука по таласима на све стране, јер нам ни иначе није стало до тога, да га шаљемо на све стране, већ да га упутимо само нарочитим правцем. Справе, сл.3.



које се нарочито праве за овакве појаве зову се **д о з и в а л а**. Она се употребљавају кад је даљина између онога, који говори онога који слуша врло велика па се хоће да пренесе на ту даљину звук, који се иначе без те справе не би могао можда ни чути, а камо ли разабрати. Та је справа на једном крају шира, а на другом, где се и произво ди звук (сл.3) уска, а звучни се таласи преносе кроз шири крај напоље, у тој сра мери појачани, у којој стоји основица дозивала, према целој површини - Ако је слух слаб, па је потребно да га појачамо, употребљава се једна справа иста таква, само обрнута, тј. уски се крај меће на ухо, а шири се окрене тамо одкуд звук долази, те се тако скупи што већи број таласа, који сад интен зивни је утичу на слух.

Свака справа, изврнута дозивалу, зове се **п р и с л у ш к и в а л о**. Јачина се звука при том од прилике толико повиси, у колико је површи једног отвора већа од површине другог. - Има и друкчије удешених прислуш кивала, који су зато, да хватају звучне таласе, који пролазе близу уха, да их одбијањем у ухо спроводе итд.

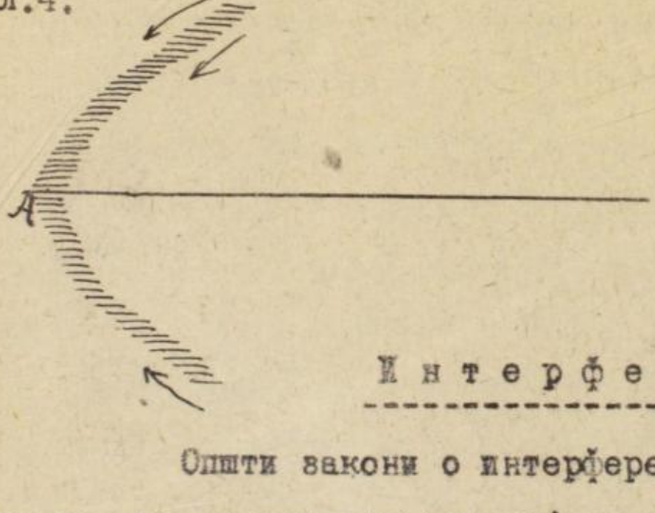
П р е л а м а њ е з в у к а.

Кад звук на свом путу наиђе на каву површину кроз коју може да продре у другу средину - тада неки део **з в у ч н и х т а л а с а** оде у средину предомивши се; а неки се део са те граничне површине одбије и

враћа кроз прву средину. Никада сав звук не може прећи у другу средину. Да ли је, као што смо већ код таласања видели, та средина, гушћа или ређа од прве и звучни се таласи ломе на управној или од управне. За експериментално извођење преламања узимамо кесу од каучука (бешику), напунимо је угљен диоксидом (CO_2) или ма којим другим гасом и пропуштамо кроз њу звучне таласе. Одмах ћемо видети, да ће се они - преломити, као што је то случај и при преламању светлости кроз сочива и скупити се са друге стране у 1 тачци, у коју ће се кад у њој буде ухо, јасно чути звук - често има извесних појава звучних, које су нам веома чудноватe и које постају услед тзв. м е х а н и ч к о г п р е л а м а њ а. Ми напр. можемо на једном месту да чујемо звук, а ако мало променимо место, које је ипак у близини првога, нећемо га чути. То долази отуда, што је брзина кретања звучних таласа кроз слојеве ваздуха разне густине врло различита. Ако је та густина једна и иста, линије у којима се звук простире паралелне су.

Ако ли је, као што у ствари и јесте, брзина кроз горње слојеве већа, и ако у њима почне таласање, то ће се због неједнаке све веће густине доњих слојева, талас по преламању све више на ниже привити и савијати, ударајући у саму земљу у тачци A (сл.4).

сл.4.



Ако је сад слушалац у A, чуће звук, ако ли мало из A скрене, неће га нимало чути. Ако је звук произведен у доњим слојевима, талас ће се обрнуто савијати на више. Ово се дешава врло често и ко нез на права узрока, правиће разна нагађања

И н т е р ф е р е н ц и ј а з в у к а.

Општи закони о интерференцији вреде и за звучне таласе. Клаћење, што га при музици кад кад чујемо, долази од појаве, што их изводи интерференција. Постоје ли у исти мах више гласова, кораће се они на све стране у к р ш т а т и, и н т е р ф е р и с а т и, па се у исто време шире, а уху неће ни мало сметати, да сваки појединн глас разбере (осим ако се они сасвим не униште). Ако су два таласа једнаке висине тј. ако им је дужина таласа и број трептаја готово једнак, они ће се интерференцијом појачати и дати два пута јачи звук. Ако је један талас, са мањим бројем таласања, они се

међу собом не појачавају већ слабе,којом приликом наступа неко извесно х у ј а њ е.То се да нарочито приметити,кад звона звоне.Клатно код њих иде час на једну,час на другу страну - и изазива трептање,з в у к;кад престане да угара,онда чујемо звук и даље,али наизменице час слабије,час јаче.Ово се јавља услед интерференције.Једна половина звони са неколико трептаја,а друга половина са неколико трептаја мање.Потпун једнак трептаја број,није могуће извести,јер ни сама молекилска конституција није сасвим иста.Услед тога јављају се два тона,који се стичу у нашем уху и како дођу у-њ,тј.д а л и с е п а р н и м и л и н е п а р н и м б р о ј е м п о л у т а л а с а и звук ће ослабити или појачати.Ово је а к у с т и ч к и или з в у ч н и у д а р,који зависи од броја трептаја у једној и у другој половини звоња.

Ако је број трептаја у I.половини 360, а у II.364 ~~број удара~~ онда је 4 разлика између ових тонова и толики ће бити таласа у 1" - оваква метода (за одређивање висине тонова) употребљава се врло често.У том се случају пореди један познат тон,са тоном непознате висине,па се овом последњом налази број трептаја,па према томе и висина његова,по оном првом.

Р Е З О Н А Ц И Ј А.

Кад звучни таласи ударе на каво тело,које не трепери,то ће и оно,утицајем њиховим више или мање затреперити.Овај појав,тј.изазивање, да неко тело затрепари,телом које већ трепери,зове се р е з о н а ц и ј а.На овоме се и оснивају резонатори тј.справе за појачавање звука.Ово је дакле посредно треперење и оно се јавља обично код свих шупљих тела. Резонација је у обичном животу врло корисна,нарочито код инструмената са жицом,као што су:в и о л и н а,к л а в и р итд.где је врло мали број молекила који т р е п т е,па према томе и који би изазивали звук.

Да би смо због тога ставили што већи број молекила у трептање, међу се и додају уз жице извесне звучне кутије,у којима,кад се гудало превуче преко жице,затрепери ваздух и тако појачава иначе слаби т о н. У осталом пошто ми хоћемо да у изразу $\frac{mv^2}{2}$ затреперимо што већу масу (m),то мора бити количина енергије већа,а услед овог и тон јачи

Ако ли затегнуту жицу ван резонатора у простору превучемо гу-

гудалом, неће се ништа чути, или ће и тај тон, који ће се једва чути, бити врло слаб.

Какве ће тонове један овакав резонатор да прими у себе и да ојача, зависи поглавито од геометријског облика његова. Ако је резонатор облика кугластог па поређамо више таквих кугла, онда свака од њих може да звучи извесним тоном и ако при том изазовемо неки тон он ће наћи своју одговарајућу куглу, која ће одмах тим тоном затреперити. Помоћу ових резонатора можемо на тај начин врло лако да анализемо звук. Поставићемо у близини неког сложеног звука неколико резонатора и по њима ћемо, који при овом затреперн, одмах познати из којих је звукова тај компликован звук састављен. Школька напр. шушти кад је уху принесемо, стога што и она резонира услед околних звукова, које ми иначе не чујемо. Правилни резонатори појачавају само неке, њима одговарајуће звуке, резонатори на против неправилног облика, појачавају све могуће тонове. Зато кутији код виолине морамо дати онако неправилан облик састављрн из свију могућих геометрајских облика, како би се услед ове резонанције појачавали сви тонови подједнако, а не један више, а други мање.

К Л А С И Ф И К А Ц И Ј А З В У К А.

Знамо већ да звук постаје таласањем и да зависи од броја трептаја у 1", и од облика самих таласа. Услед тога можемо изазвати разне врсте звукова.

Ако напр. махнемо руком по ваздуху, згуснули смо га мало, ну тај утисак још није довољан за наше ухо; количина енергије, тј. израз $\frac{mv^2}{2}$ у том је случају веома мали. Ако звук постане услед једног трептаја, ну који је довољно и врло јак, јавља се т р е с а к или п у ц а њ (као код пушке, бича итд. Кад барут при опаливању пушке сагори, изађе из цеви, услед овога сагоревања, веома згуснути слој ваздуха са великом брзином и напоном, рашири се при изласку нагло и у тренут ока, што ми чујемо као пуцањ.

Ну звук може постати и из више таласа произведених у 1". При том могу наступити два случаја: 1/.- да сви таласи буду једнаки, или 2/.- да сви таласи више или мање буду неједнаки. Ако су сви таласи различни, јавља се ш у м, као што је: жуборење потока, шуштање лишћа, шкрипање кола, грмљење, крештање, мрмљање итд. Ово је неодређена врста звука јер таласе

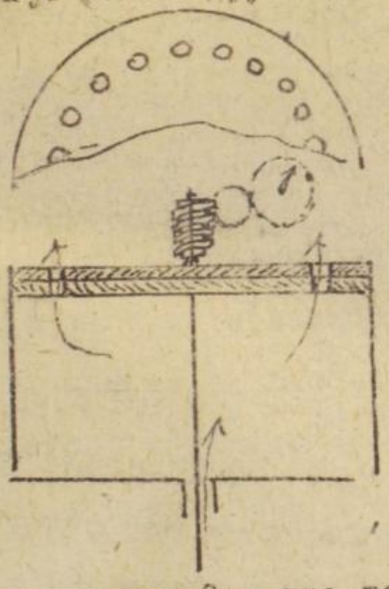
след којих је он постао не можемо скупити ни по облику ни по величини.

Ако су сви таласи једнаки и у 1" појављује се више њих потпуно купљених са правим имамо т о н (у музици или акустици). Т о н ј е а к л е з в у к с а с т а в љ е н и з в и ш е т р е п т а ј а, п о п у н о ј е д н а к и х и п р а в и л н и х.

Т о н.

Код сваког тона разликујемо в и с и н у, ј а ч и н у или и н т е н з и т е т и б о ј у његову. Висина тона зависи од броја трептања у 1", само тај број иде до извесне границе, за коју ћемо доцније видети.

По овоме броју трептања ми разликујемо тонове један од другога. Стога је најважнија ствар одређивање броја т р е п т а ј а у а к у с т и ц и дотичног тела у 1". Ово одређивање може бити на више начина, али ћемо ми овде показати један, који бива помоћу тзв. с и р е н е (сл. 5). Ова справа није ништа друго до једна шупља кутија са једним отвором кроз који се може да утура ваздух притиском, а овај је затворен једним поклопцем. На овом се поклопцу налази један ред рупа, којима на супротној страни одговара један други ред рупа на котуру. Котурова осовина је вертикална према кутији, на врху које налази се један бескрајан завртањ, који је у вези са једним зубчастим точком, а овај опет још са једним точком. Ова два точка имају своје сказаљке.



сл.

Ми сабијамо у кутију ваздух, који пролази кроз рупе и удара управно на дуварове рупа к о т у р а, услед чега се онај обрће око оне вертикалне осовине. На тај начин рупе котура час долазе кор рупа поклопца час прелазе преко њих поклопљене котуром итд. Овим прекидањем и настављањем струје ваздушне производи се звук.

Сваки прекид је један талас. У почетку је брзина покретања па и звук, једва чујан, ну ми убрзавамо окретање дотле, док не добијемо звук извесне висине, коју сад испитујемо. Да би та висина остала иста, ми за

време задржимо да се кутија истом брзином окреће. За тим погледамо на ск
жаљке точкова и прочитамо, колико се је пута котур за то време окренуо.
Обично је однос између брзине окретања точкова 1:10 - тако да ако се ск
жаљка једног точка заустави на поделак 10, скажаљка другог точка биће на
100, трећег на хиљаду итд. Време, за које је точак то кретање извршио, знам
већ у напред. Ако у 1" имамо 20 прекида, тј. колико има и рупа, а и точак с
окренуо 20 пута, онда је висина звука - број трептаја у 1" = 400. Доводећ
дакле котур у такву брзину, да добијемо тон који испитујемо, наћићемо да
висина тона или број раван производу из броја рупа (n) и броја окрета
ња точка у 1" (α) ~ $N = \alpha . n$ Брзина окретања може бити често
врло велика, до 50 и више пута у 1", којом приликом и висок тон.

Други начин којим се одређује број трептаја, састоји се у главном у томе, да се на телу, које звучи напр. на крају виљушке или на страни утврди фина игла, која са телом трепти, али само трептање не сиета, да се онда повлачи очађена хартија или стакло у правцу, који је управан на кретање игле. При трептању, игла ~~се~~ додирује очађене површине, те при том сама оцртава свој пут управо, како смо ми пре преставили трептање једне тачке, или попречног таласа.

Ако знамо за које се је време одређени комад таласасте површи нацртао, онда нам само ваља избројати брегове тог комада, па би смо имали број трептаја за то време.- На истом принципу оснивају се и неке друге методе, да се упореде бројеви трептаја разних гласова, на који захтевају много сложеније справе.- Трећа је метода, којом се одређују бројеви трептаја - она, где се ти бројеви рачунају из величине и еластичности тела која трепте итд.

И н т е н з и т е т т о н а з а в и с и н а п р в о м е с т у о д а м п л и т у д е (тј. од величине за коју ће се молекили удалити од равнотежног положаја) и то расте са квадратом њеним.- Затим з а в и с и о д г у с т и н е с р е д и н е, у којој се тон производи: што је та густина већа и интензитет је већи. На послетку з а в и с и још и од б р з и н е т р е п т а њ а н а к в а д р а т. Преме томе основни образац за јачину звука биће: $J = \delta . a^2 . \nu^2$ где J преставља интензитет тона, δ густину средине, а амплитуду и ν брзину трептања.- У ре

ређем ваздуху звук је слабији но у гушћем, јер је мање честица што трепер
и у ухо ударају. Интензитет зависи још и о д д а љ и н е, на којој слуша-
мо. Ако се звук од извора свога шири у слободном ваздуху, он се распростире
на све стране и шири се на све већу и већу површину. Што је број трептај-
них делића на таквој површини већи, то је енергија, која долази на поједи-
не делиће све мања и мања. Како површине расту са квадратом остојања од
изазне тачке, тако и интензитет звука слаби при слободном ширењу у ква-
драту од изазне тачке. До овога закона можемо доћи на овај начин. Видели
смо у почетку да се звук преноси и распростире у кугластим таласима све
даље и даље, саопштавајући исту количину кретања све већем и већем броју
молекила; услед тога на сваки потоњи од извора даљи молекил долази све ма-
ни и мањи број трептаја, те интензитет звука све више слаби. Према томе
општи образац за интензитет биће:

$$J = 4\pi r^2 d a^2 v^2 \lambda$$

за куглу пак полупречника r_1 имаћемо:

$$J = 4\pi r_1^2 d a_1^2 v_1^2 \lambda$$

а за кугле полупречника r_2 биће:

$$J = 4\pi r_2^2 d a_2^2 v_2^2 \lambda$$

пошто се од кретања не сме ништа да изгуби, то мора:

$$4\pi r_1^2 d a_1^2 v_1^2 \lambda = 4\pi r_2^2 d a_2^2 v_2^2 \lambda$$

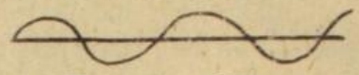
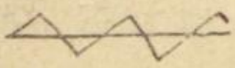
а одавде је: $r_1^2 v_1^2 = r_2^2 v_2^2$ или даље заменом:

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{r_1^2 v_1^2}{r_2^2 v_2^2} = \frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

Из овог се обрасца изводи ово важно правило:

И н т е н з и т е т и д в а т о н а у п р а в н о с у
р а з м е р н и с а к в а д р а т и м а б р з и н а, а и з в р н у-
т о с р а з м е р н и с а к в а д р а т и м а о д с т о ј а њ а.-

Б о ј а т о н а.- Ова боја није исто што и код светлости; она
је њој само налик. Ми можемо један и исти тон извести на клавиру, виолини,
лаути итд. али се ипак сваки од њих разликује један од другога. То је раз
лика по боји тона, гласа. Према томе, дакле, оно што чини да се два тона
исте висине и интензитета разликују међу собом зове се б о ј а т о н а
која зависи о д о б л и к а т а л а с а. То долази отуда што апсолутно
никад није могућно произвести један тон за се, већ га увек прате неки из-

извесни споредни тонови. Ти су споредни тонови код виолине други, код ф
уте други итд. услед тога и долази разноликост боје тона. Тонови у опште
гу имати таласку дужину, исти број таласања и исту амплитуду, али разли
у боју тона, то све као што рекосмо, зависи од облика тих таласа. Један
на пр. може имати на виолини овакав талас  а на фла
 а на клавиру овакав  итд.; међ
тим сва та три тона имају исту дужину таласа и исти бро
трептаја и исту амплитуду.

Доплеров принцип.- Може се десити да се звучни
вор креће ка слушаоцу. Том се приликом дешавају тако звани Доплер
ви појави.- Слушалац чује јаче звук, ако се звучни извор ка њему приближује,
слабије, ако се исти од њега одмиче, премда и у првом и у другом случају
звук је остао исте висине. Узрок овој појави лако је докучити, ако се се
тимо, шта смо казали о интензитету звука у опште. Што је одстојање изв
од слушалаца веће, утисак је звука слабији, а што је оно мање утисак је
чи. По овом Допеловом принципу управља се и светлост.

(Интензитет звука је управо сразмеран квадратима брзина, а обр
то сразмеран квадратима одстојања)

Апсолутна и редативна висина гласа.

Пошто висина и дубина гласа зависи једино од његова броја т
таја, то се овај може сматрати као апсолутна висина г
с а. Најдубљи глас, што га нормално ухо може осетити изводи 16. трептаја
1"; ако је број трептаја мањи, онда их наше ухо неће осетити као целину
го сваки на по се. Најдубљи глас, који се у музици употребљава састоји
од 16. трептаја у 1". Највиши пак гласови у музици једва да иду преко
трептаја, који су готово (од 3000-5000) и најпријатнији. Ну има још виш
гласова све до 24000 а где које ухо може осетити гласове и са 36000-4
трептаја у 1".- Релативна висина коју налазимо између
два гласа, означује у физици количнике њихових бројева трептаја.

Инструменти за произвођење звука.

Деле се на две групе, на инструменте, који дају тонове лицом,

инструменте,који тонове производе ваздухом.

Инструменти са жицом - била жица металнa или животињска (струна деле се опет на двоје.- На инструменте,код којих се преко жице п р е в л а ч и г у д а л о м и на инструменте,код којих се жице у д а р а ј у

Код ових последњих зависи од начина удара,од места удара,и од материјала,којим ударамо,јер није свеједно,ако ударамо каквим оштрим,чврстим телом,или ако ударамо тупим или меким телом.Најпријатнији су они тонови,који се добивају ударањем каквим меким телом,као што је то случај код клавира,гитара (прстом) итд.а мање су пријатни тонови као цитре,цимбала,тамбуре итд.где ударамо једним металним или оштрим дрвеним ножићем. Код харфе су тонови пријатни и пуни,јер и ту удара меко тело,а код тамбуре не.Тонови су код не оштри и шупљи,а код харфе пуни,меки и праћени,као и код клавира,другим споредним тоновима.Сем тога зависи и од места,преко кога ћемо ударити или превући гудалом (код инструмената са жицом).Ако хоћемо да производимо благе (пријатне) звуке,превлачимо или ударамо на $\frac{1}{2}$ или $\frac{1}{10}$ дужине жице;ако ли ударимо (превучемо) на $\frac{1}{2}$ или $\frac{1}{6}$ њене дужине,тон је непријатан.Код виолине гудало је непрестано на жици и основни се тон понавља у извесној јачини,а они тонови који га прате,полако се губе.Свирање на виолини зависи поглавито од свирача,док код клавира не толико.Код виолине се превлачи на $\frac{1}{10}$ жице,те и добијамо онако пријатне тонове;ако случајно превучемо до саме кобилице онда споредни тонови утичу млого на основне и граде их врло непријатним.- Јачина гласа код инструмената са жицама (струнама) зависи од дужине и дебљине превучене,затегнуте жице.- Скраћивање врши сам свирач својим прстима.

С В И Р А Л Е.-

Код њих се звук јавља услед треперења ваздушног стуба,који је у њима затворен.Према томе,како се тај ваздушни стуб доводи у трептање, звучне се цеви (свирале) деле на:

1/.- С в и р а л е с а у с н о м (усмене) л а б и ј а л н е ,

2/.- С в и р а л е с а ј е з и ч к о м (језичне),и

3/.- С в и р а л е с а л е в к о м (левкасте).

1/.- С в и р а л е с а у с н а м а.- Оне имају један заштрени крај испод кога се налази тзв. у с н а ваздух који удувамо кроз

заоштрени крај,ударе у усну и цепа се;један део излази на поље кроз усн
а друга иде кроз цев.На овај се начин произведе згушњавањ
и разређивање ваздуха,чиме се сам звук произведе.На цеви
се још налазе и рупе,којима се регулише дужина ваздушног
стуба,који ће у цеви да трепери,чиме изазивамо разне тоно
ве.Висина тона зависи у опште од дужине и дебљине свирале,пошто се она
подели,на известан део,при том већи или мањи,број полуталаса.- Свирале
се могу бити на другом крају о т в о р е н е и з а т в о р е н е.-

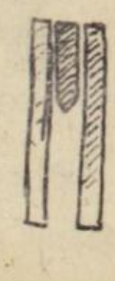


У свирала са отвореном другом страном мора да је највеће кретање на слободном крају,као и при усници,између којих мора да буде барем један трептајни чвор.В и с и н а ј е г л а с а у о б р н у т о ј с р а з м е р и с а д у ж и н о м с в и р а л е,на да то није сасвим тачно,јер овај стуб ваздуха,што трептање изводи,не свршава се управо на крају свирале,него трепери још нешто даље споља,чиме се дужина таласа нешто продужује,а због тога висину гласа снижава.- Висина гласа зависи у неколико и од дувања;јачим се дувањем дају дубљи гласови уклонити,а виши ојачати,- и обрнуто.

У свирала са затвореним другим крајем,мора да буде ваздух,који је сасвим на дну свирале,увек у миру,где је и трептајни чвор,док се ваздух при усници мора најјаче и најбрже кретати.Глас у затвореној свирали је нижи (за октаву) од онога,што настаје у истој таквој дугачкој отвореној свирали.И у затвореној свирали могу јачим дувањем појединн гласови појачати.

Каке ће природе и код једних и код других свирала бити тон,зависи и од м а т е р и ј а л а,од кога су оне направљене.Мекши ће тон бити код свирала од дрвета,него од метала итд.

2/.- С в и р а л е с а ј е з и к о м.-Имају исту цев као и свирале са усном,а сем тога и један прорез,у коме вибрира 1 еластична плочица (језичак).Од еластичности овог језика зависи Висина тона.Језик,који вибрира,или је већи,или је мањи од отвора,те се креће (савија) само на једну или две стране.Дувањем се тај језичак превије,а еластичност га опет натраг повуче,због чега и дође у брже или



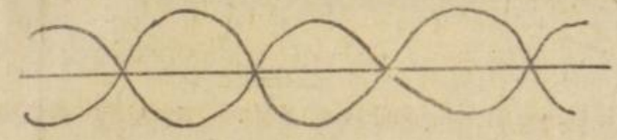
кође кретање,које се онда и на ваздух у свирали пренесе.Како се не мо-
трептања језичка и ваздушног стуба у свирали никада са свим довести у
склад,увек су гласови на свирали са језичком нешто спорији,него на свира-
ли са устима.Свакве су свирале на пример х а р м о н и к е.-И овде,као и
од уснених свирала,налази се на цеви разне рупе,које продужују или скра-
ћују дужину ваздушног стуба,који је у цеви затворен,те отуда добијамо
више или ниже тонове.

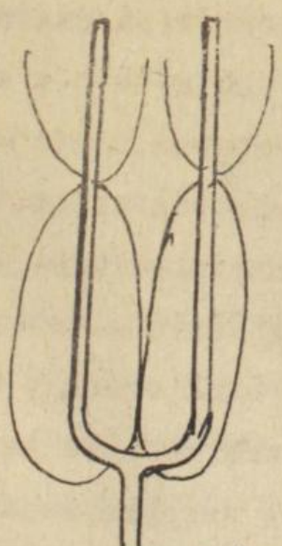
3/.- С в и р а л е с а л е в к о м.-Немајући усне ни језика,
већ само отвор,који је облика левкастог.Тон се овде не производи као до
сл. сада у свиралама,већ на уснама самог свирача (као што је

то код рогова,труба итд.)Код њих човечије уснице замењују
језичак.

Полаганим кретањем усница ваздух затрепти и тако звук производи.Придодата цев служи само да тон ојача.Оне нису употребљене у музици,већ онде,где је потребно да се звук чује далеко (у војсци,рату итд.).У музици се сад употребљавају све врсте свирала.

Сем ових инструмената постоји још неки које ћемо сада поменути
сл.6. и у које на првом месту спадају в и љ у ш к е (прутови) или д и ј а п а з о н и.То није ништа друго до један искривљен штап (сл.6.) или шипка.Ми смо већ напред видели да штап,који је утврђен у својој средини,трепери полуталасима тако,да је тачка утврђена у исто време и трептајни чвор.Тиме,што смо га ми савили и дали му облик виљушке,он се није ни у колико променио На тај начин имамо у музици звучну виљушку или д и ј а п а з о н,код које сваки крак трепери са 1/4 таласа.Дијапазон производи најчистији музички тон.Он нам служи за класификовање тонова,којих висину не знамо.То постижемо упоређујући тај тон са низом оваквих виљушака и кад нађемо којега





диjапазона тон се слаже са непознатим тоном, нашли смо и сам тај тон.-његову висину или број трептања. Сем тога ове се звучне виљушке узимају и врло често употребљавају и за то, да се њима даје основни тон за интонацију других инструмената.- Звона су једна врста оваквих виљушака.

У звучне инструменте долази и т о б о ш. Код њега треперење, па и звук производи једна кожна мембрана. Закон по коме то трептање бива није потпуно одређен. На њему од прилике постају поменуте већ хладнијеве слике због чега и тонови су, који се јављају, врло неједнаки и непријатни. Звук је управо овде више шум него тон. Стога и није у музици бог зна колико употребљен; али оно што се по где где употребљава, то се једино употребљава због своје акустичне важности, да направи већу ларму и ефекат. Исто овако, и због истог овог употребљују се т а с о в и, б у б а њ и још много други акустички инструменти.

У вези са свиралама и у опште са инструментима за производење звука, долазе и тзв. в в у ч н и п л а м е н о в и. Кад запалимо напр. извесну лампу па наднесемо на њу какав резонатор, чујемо јасније или слабије извесне тонове. То бива услед хемиске реакције, које се при том дешавају због чега се ти пламенови и зову још Хемијском Хармуни-ком. Они се могу лако анализати, којом ће се приликом видети, да ли они свако часа прекидају. То се прекидање може констатовати помоћу (некога) тзв. р е з о н а т о р н о г о г л е д а л а.

Осим свих резонатора и све животиње нарочито више, имају орган за производење звука - гласа - од чега се не изузима ни човек, чији је орган за производење звука, може се рећи, и најсавршенији, да видимо дакле сад:

П о с т а ј а њ е г л а с о в а к о д ч о в е к а. Глас код човека као и код других савршенијих, виших животиња, постаје у душнику, грклану. На којем се месту баш он јавља, то је код разних врста животиња различно, од душника се одвајају два канала за плућна крила. Цео је канал обложен једном опном, слузавом покожицом и од каквоће те опне и бора на њој зависи и сам глас. Код тица се производи глас одмах у почетку, где је душник; код човека чак горе и са обе стране, има као две жице (сл. 7) - г л а с н и ц е. Ове гласне жице затрепере од ваздуха што прође кроз њих и произведени се глас после ојачава у целој дупљи, где се артикулише уда

сл.7.



ударајући на нас,усне.непце,језик,зубе и други део уста.Ваздух који полази из плућ таре се о гласне жице које могу једна дру гој да се приближе и тиме се производи трепт ње тј.известан тон,који се устима,као рез натором појачава,у неколико дотерује.Какав ће при том глас или тон изаћи из уста,зави си поглавито од облика,који ћемо дати сво-јим устима.Питање је сад само зашто глас не постаје непрестано,кад ми дишемо? Ваздух на тај начин увек пролази кроз гласне жице,као и кад говоримо или певам или ма какав глас да произведемо,те су жице разлабављене;Ваздух између њих пролази слободно не могући да их приближи,да се о њих таре,како би и затреперио и звук на познати начин извео,иначе,кад хоћемо да певамо или говоримо,те се жице помоћу нарочитих мишића којима су оне везане приближе једна другој,те звук трењем ваздуха на њих , лако да произвести у ко-лико су гласне жице тање стегнутије и ближе једна другој,у толико су и тонови све више и више код басиста су напр.жице дебље и

Не могу толико да се приближе једна другој као што то бива код тенора или сопрана итд.Тонови које људи могу да произведу јесу:

бас од 80-213 трептаја у 1"	}	
баритон од 100-314 " " 1"	}	мушки гласови
тенор од 124-427 " " 1"	}	

Млађи сопран од 120-654 трептаја у 1"	}	
алт ..... " 170-685 " " 1"	}	женски гласови
сопран..... " 250-1024 " " 1"	}	

Сем тога јављају се и тонови тако звани ф а л с е т и,који су виши но што их могу гласне жице и гркљан да дају; кад бас напр. хоће да пева тенор или тенор сопран па се напрегне,производи фалсетни тенор или фасет сопран итд.,овде не трепере целе жице већ само њихова ивица,те тако добијамо врло високе тонове за ово треба да се човек нарочито вежба ну

избежбано ухо увек може лако познати те ломне тонове и ако има много пева ча који тим фалсетом непрестано и врло вешто певају.

Кад глас који је овако постао у душнику излази, наново пролази кроз уста, и ту се, као што рекосмо артикулише, да боље грана; бива као да он прелази кроз какву свиралу код које је ваздушни стуб час дуги, час краћи за неке самогласнике, напр. треба најкраће дужине тог стуба, па да се они произведу, - самогласник *е* изговара се, кад се усне повуку натраг а *у* кад се усне спруже напред ; кад се ваздушни стуб продужи. Између ове две границе *и остали* самогласници. Тако за О је дужина тога стуба већа но за *е, а* мања, но за глас *у*, отвор је пак уста више или мање округао; што се тиче сугласника, они се деле према томе: на коју страну ваздух удара и пролази при излазу из душника и уста на тај начин имамо сугласнике зубне, уснене, језичне, непчане. носне, уснено носне, итд. ови дакле органи у устима утичу на артикулацију гласа, а сам је говор брза комбинација гласова, који на овај начин постају и који се разликују на висини и по боји човека. Говор је код човека најсавршенији у односу на гласове осталих животиња.

Висина гласа зависи при том од напона, од дужине и тежине гласница, а и од јачине ваздушне струје.

П о с т а ј а њ е г л а с о в а к о д ж и в о т и њ а.

Ово је исто, као и код човека, код птица се налазе жице врло нис ко чак онде, где се душник дели на бронхије због тога оне и могу да произ воду онако високе оштре тонове, жабе имају још и нарочите бешике, које служе као резонатори и којима оне појачавају свој глас (крекетање).

Крупне животиње имају гласне жице врло дебеле те им је глас врло крупан, као што је рикање, мумлање, урлikање, итд. Ну сем постајања глас треперењем гласних жица, многе животиње (особито инсекти) производе глас трењем о ваздух или баш кроз ваздух или о поједине делове свога тела. Зу јање муха није ништа до трење њихних крила кроз ваздух. Попац пева (произ ди глас) таруђи своје ноге и тело итд.

Кад смо на овај начин видели, како у опште постају тонови, да ви димо сад, како се они могу да чују. - То бива помоћу слушног органа - уха

У Х О. - То је орган, који прима звуке, што у њ долазе. Код разни животиња овај је орган и разно развијен, но ми ћемо посматрати само чове

овечије ухо. Оно се може да подели на три дела:

"Спољашње", "средње" и "унутрашње".

Спољашње је ухо једна шкољка и оно служи као неки р е з о н а-
о р. Што је код виолине кутија, то је овде код уваста шкољка; неправилан
блик шкољке је стога да појача све тонове подједнако (а не само неке) и
а ни један од њих не преовлађује. Једним се каналом из овог уха иде право
средње ухо које је састављено од две половине, од којих је једна рскави-
ава, а друга коштана, и на једном је месту херметички затворено "бубном оп
ом". Из њега се иде најзад у унутрашње ухо. У средњем се уху налазе неке
тне коштице од којих је једна у вези са бубном опном. Она прва због сво-
а облика зове се н а к о в а њ, после кога долази ч е к и ћ, с и л в и
е в а к о ш т и ц а и напослетку у з е н г и ј а или с т р е-
е н. Ова последња затвара средње ухо и чини прелаз ка унутрашњем уху -
а в и р и н т у.

На месту где се свршава с р е д њ е у х о, налази се један
алан или е л и п т и ч а н о т в о р. Унутрашње је ухо цело испуњено
чном ћу, по којој се гранају слузни нерви, где се налази уши ко свом облн-
. такозвани п у ж.

Ово је сав механизам слушни и према овоме ч у ј а њ е г л а-
ња б и в а о в а к о:

Таласи затрепереног тела допру таласном енергијом до шкољке, тј.
спољашњег уха) које те таласе скупи, ојача и пренесе кроз канал на бубну
ку те ова затрепери, и због ње и све остале коштице, јер су све у вези, па
стремен, који ће у лавиринту затрепернти ону мутну течност. Услед овога ће
и конци нерава покренути и то кретање саопштити самоме нерву, а овај о-
мозгу, у коме се одмах јавља утисак звука.

К о р т и је показао да је унутрашња мембрана лавиринта у уху
ожена од прилике са 300 малих кончића који су крајњи огранци акустич-
нерва, а "Х е м л х о л ц" на основу тога узима да је сваки кончић акор
ан, као какав мали резонатор, за један особити тон трепти само ти
а глув је за све друге. Према томе, који ће конци при прим
звука затрепернти, зависи од каквоће тонова, који су до нашег уха нашли.

Увек ће затреперити само онај конац,који је исте висине,које и тон, што у наше ухо долази.

Из средњега уха води једна цев право у уста,завршујући се у г њем делу непца.Она се зове: е в с т а х и ј е в а т р у б а,а служи на то да изравњава притиске на бубну опну.Млоги,када се производе јаки зву (пуцање из топова или пушака,грмљавина итд.) затварају своје уши,бојећи се да им бубна опна због јаког притиска неби прсла. Али је то сасвим по грешно.Таласи продиру кроз бубну опну и евстахијеву трубу,па ако су ус и уши отворени,они долазе са обе стране,кроз усну шкољку и ушну (па у неколико и кроз носну дупљу) - те се на тај начин у неколико потиру међу со бом,због чега опна затрепери млого слабије но иначе,немајући никакве опа ности,да ће да прсне.Ако се ухо затвори онда се не може да изравна талас с једне и друге стране те је тада притисак на бубну опну већи,због чега је ова у много већој опасности да прсне,него што је то била у првом слу чају.

Овако је нормално ухо,које треба разликовати од ненормалнога, кад наступа г л у х о ћ а.

1/.- Кад је у нечијим ушима н е р в здрав,а коштице покваре не;у том случају наступа т е ш к о ч у в е њ е;та се глухоћа може по правити у неколико м и к р о ф о н и м а,и још неким другим средствима.

2/.- Потпуно је глухо оно ухо чији је сам о д у ш н и н е р в покварен.Та се глухоћа не може ничим поправити.То је случај код г л у х о - н е м и х;ако се деца роде глуха,те не могу због тога да на уче говоре.

Помоћу уха може се лако да одреди правац,одкуда долази звук и његова јачина.Извежбано ухо може врло лако да одреди и тачно разлику по висини за два тона.

К Р А Ј.

ЗВУКА

III.- Д Е О.

М О Л Е К И Л С К А Д И Н А М И К А
НАУКА О С В Е Т Л О С Т И.

Шта је светлост?

Светлост је узрок свему ономе што видимо.

Она се може протумачити на два начина.- двема теоријама,што онако као што су за топлоту постојале две теорије.По првој теорији која је старија и која је се за дуго одржала тумачило је се и мислило,да је светлост нека немерљива материја,која је из тела које светли истиче у кулицама,које после падају на поједине предмете.

Ово је била м а т е р и ј а л н а или е м и с и о н а теорија.

Та немерљива материја за коју се говорило да истиче из светлог тела звала је ф л у и д у м.Један од преставника ове теорије јесте К у н о н.Помоћу ове теорије лако су објаснили појаву фотографије и одбијање светлости,али са појавом преламања сьетлости - са појавом интерференције већ је ишло мало теже;што су објаснили које како.Код интерференције светлости застали су јер су наишли на случај,да тело двема свећама осветљено не само да није два пут јаче осветљено,како је по њиховој теорији морало бити,већ није ни мало ни осветљено.Ова је појава и дала повода да се посумња да је светлост материја,јер се она не може уништити,а светлост нема.Како је сличну теорему заступао Њутон,то је и његова теорема дуго владала,док најзад у прошлом веку нови физичари не доказаше вибрациону теорију,коју је још у 17.веку поставио Х и г е н е (Хајенс),по којој је светлост таласасто трансверзално кретање једне врло фине материје е т е р а (чији молекули трепере).

Слично оном да звук слаби и да га нестаје у безваздушном простору,требало би да се и светлост у простору где је ваздух извучен не види;ну то није у ствари,што значи да има још неке материје која трепери у место немљиве материје.Та је материја врло фина,ву не можемо никад истерати из тела;она је свуда,у колико је са једне стране истерамо она

са друге стране дође. Етар је дакле медијум кроз који се светлост прос
ре. Етар испуњава целу васиону. У последње време добио је и ту улогу да с
ими објашњава електрицитет. И он се простире кроз једну такву средину с
зином 300 000 км. у секунди и та брзина дала је повода да се мисли, да је
светлост и електрицитет иста појава и да то нису материје. Напослетку с
дошло и до тог закључка, да етар и није ништа друго до електрицитет јер
електрични зраци преламају, интерферишу, поларишу итд.

И појаву топлоте тумаче са овом теоријом. Да ли ће се јавити
светлост или топлота - то зависи од дужине таласа; у већини случајева об
две појаве се узајамно прате. Број пак и дужина таласа зависи једнако од
температуре. Према томе и светлост и топлота зависе од исте. Другим речим
тела могу светлети на некој извесној температури чији је минимум 525°C.
На тој температури тела дају мрко црвену светлост; испод не су мрачна а
над њу, у колико јача расте, постају све светлија и светлија, док се на тем
ператури 1500°C не усијају и забљеште белом светлошћу према томе је
дакле светлост потенцијална топлота.

Сва тела према пропуштању светлости деле се на о в е т л а и
м р а ч н а.

Светла тела могу бити сама по себи или добити светлост других
тела светлих и помоћу них бити осветљена.

Светла су тела; с у н ц е, с в е ћ е, в а т р е итд. а осветљена
м е с е ц, с в е п л а н е т е и с в а д р у г а т е л а н а з е
л и, која ми видимо као светла, а која сама собом не светле. Тамна или мрач
на тела деле се на: п р о з р а ч н а, п р о в и д н а, н е п р о в и д

Прозрачна су сва она тела која пропуштају сву добивену светлос
дакле она, кроз која се јасно могу видети геометријски облици (напр. бист
стакло). Провидна су тела она која у неколико пропуштају светлост.

Што се тиче пропуштања светлости, прозрачности и непрозрачности
стварно је релативна и поглавито зависи од дебљине слоја, кроз који светло-
лост пролази. И најпрозрачнија тела у великим дебљинама постају непровидна
и тамна, као што непровидна тела у танким слојевима постају прозрачна и
пропуштају већу количину светлости.

Танак слој је дрвета прозрачан, дебео је таман.

Исти је случај са хартијом, наслаганим плочама и другим телима.

Тако исто и метали,кад су у танким листићима,пропуштају у неко лико светлост - провидни су.

Танак златан лист пропушта зеленкасту боју.

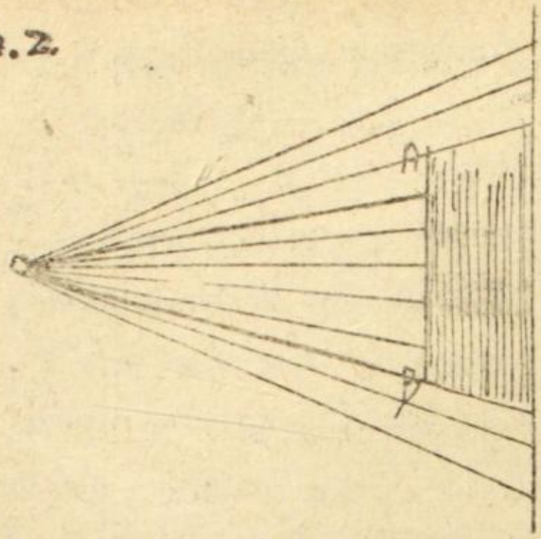
Што се тиче извора светлости,они могу бити;као код топлоте, п р и р о д н и и в е ш т а ч к и.Од природних на прво место долази с у н ц е,затим з в е з д е, м е с е ц и с в а о с т а л а н е б е с н а т е л а.Месец сам по себи није светао,он добија светлост од сунца, али је ипак он за нас један извор светлости.

Вештачки су извори они,које ми сами производимо на земљи,као што су:разне лампе,свеће итд.У ове вештачке изворе спада још,као најбоља и најсавршенија електрична светлост,која може бити релативно и јача од сунчеве светлости (1 мм^2.површине угљена,који светли електричном електрич ном светлошћу, јаче светли од 1 мм^2.површине сунчеве светлости) Светлост не стоји у правилном односу са топлотом,јер водоник при сагоревању са кисеоником,даје највећу топлоту сагоревања,но не даје и највећу светлост, док угљен то обратно чини.Ово зависи од оних тамних чврстих тела - повр шина,које сијају у пламену.Где ових тела има више,ту је светлост јача. Пламен свеће напр.светао је,док пламен сумпора и алкохола једва видимо, премда је код њих топлота много већа.Има тела која се не морају да усија- ју - па тек онда да светле - а то су фосфорна (пироформа) тела.Та свет- лост зове се фосфората (по фосфору на коме је први пут и опажена).Фосфор- лост као појава опажа се често не само на мртвим неорганским телима,но и на органским изумрлим телима - па чак и код живих створова (неке инфузо- није) и биљака (неке гљиве),којима један део светли на начин до сада још недовољно објашњен:Још има тела,које добијају од других светлост,па после сама светле,када се унесу у мрачан простор - као што је то случај код ди- јаманта.Овај се појав зове ф л у о р е с ц е н ц и ј а.

П р о с т и р а њ е С в е т л о с т и.

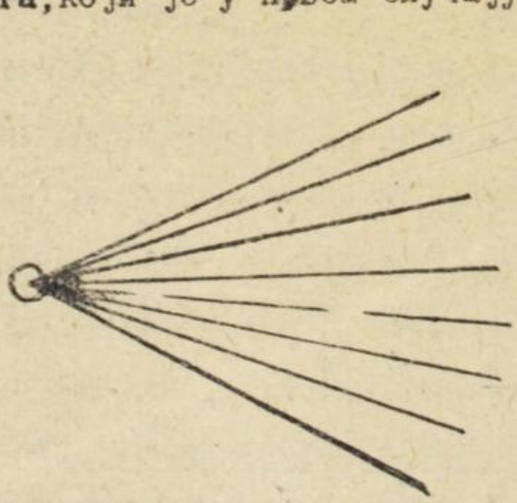
Светлост се као и топлота и свако друго таласасто кретање,прос ире кроз хомогену средину по правој линији.Свака линија,којом се свет- лост простире зове се о б с т а о з р а к или просто само з р а к.Више таквих зракова чине с в е т а о с н о п или сноп светлих зракова Закон

сл.2.



о праволинијском простирању светлости вреди само онде где се може претпоставити, да је средина (било то ваздух, стакло, вода итд.) хомогена, што најобичније не бива, али се може претпоставити за не сувише дебеле слојеве. У противном, светлост се простире по кривој линији - што ћемо доцније видети. Због праволинијског кретања светлости, она се не може угледати, кроз криву узану цев, па ни кроз ширу (тунел) кад је кривина велика. Због тога што су светли зраци праволинијске, светлост полазећи из једне тачке иде на све стране - з р а к а с т о - д и в е р г е н т н о. Кад је светао извор врло далеко, напр. из бесконачности према нашим обичним даљинама, онда светли зраци тако се слабо међу собом разликују, да се могу сматрати као паралелни (зраци сунца, месеца, звезда итд.). Кад у мрачну собу кроз пукотину продру унутра сунчани зраци онда се у соби види светао сноп; п а р а л е л н и х з р а к о в а где у правој линији продире кроз собу. Прва последица праволинијског простирања светлости јесте та, што сва тамна тела, осветљена с једне стране, бацају за собом с е н к у тј. све оне тачке на томе телу, до којих не могу да допру прави, светлосни зраци, остају неосветљене, у тами, у сенци. Ако са светлога, који је у првом случају само светлосна тачка призвучемо у мисли

сл.1.

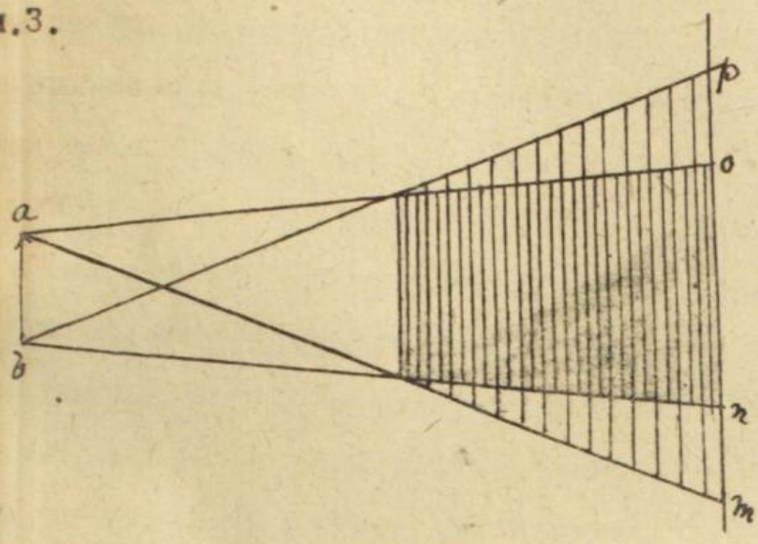


низ правих линија, онда је цео онај простор који те линије обухватају ова тела у сенци. Растење сенке у толико је веће, у колико је тело, чију сенку хватамо, ближе светлом извору, то се изводи из сличности троуглова.

П о в р ш и н а с е н к е р а с т е с а к в а д р а т о м р а с т о ј а њ а. Ово је случај ако је светло тело врло мало - управо једна тачка.

Али кад светлост не наилази из једне тачке већ кад имамо читав

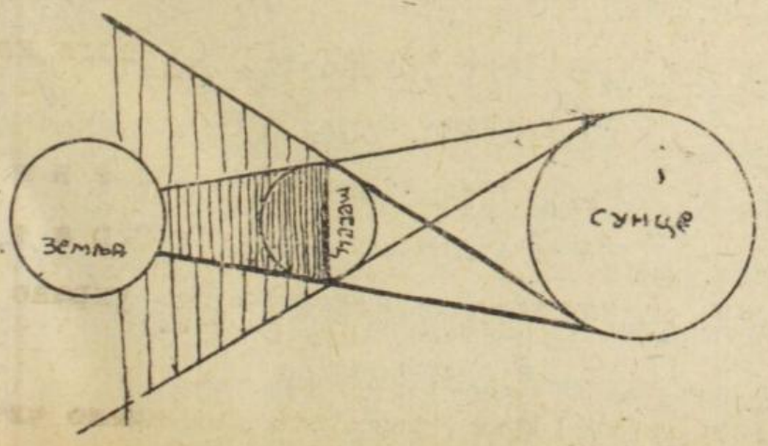
једно тело које светли (куглица лампе, месец, сунце) онда поред сенке имамо п о л у с е н к у т ј. поред оних места до којих светлост никако не допире има места која су у неколико само осветљена. Уочимо две крајње тачке светлога тела - а и в; што раде оне, то раде и све остале тачке на њему. Услед сваке од њих тело баце по једну сенку своју; *np* и *om*. Простор *mn* осветљен је само зрацима а, а тачке в није; ор само зрацима тачке а не, *on* пак ни једним ни другим према томе је *on* п р а в а с е н к а или ј е з г р о с е н к е, а *mn* и *op* п о л у с е н к е. Полусенка је дакле простор између пуне сенке и светлости. У колико је осветљен предмет ближе светломе извору, у толико је језгро сенке веће, а сенка све јаснија, а у колико је *n* даља, језгро је сенке мање, али је сенка блеђа.



сл. 3.

Ако је светло тело веће од осветљенога сенка се коју осветљено тело баца, сврша у један шиљак, а ако је осветљено тело веће од светлога, сенка се шири.

Први је случај са месечевом сенком кад овај у своме путу око земље стане између сунца и земље (млад, нов месец) онда на осветљену полутину земљину пада и месечева сенка и полусенка. Она места на која падне сенка имају п о т п у н о, а она на које падне полусенка н е п о т п у н о д е л и м и ч н о, п р с т е н а ч к о п о м р а ч е њ е. То се исто дешава и кад је месец пун. "Дакле, кад земља дође између сунца и месеца, ако овај огрезне цео у сенци земљиној, имамо потпуно, а ако огрезне само једним делом (већим или мањим), делимично помрачење.- На исти се начин због праволинијског простирања светлости дешавају помрачења и на другим телима у нашој планетској системи (као помрачења сунца у меркуру и Венери,



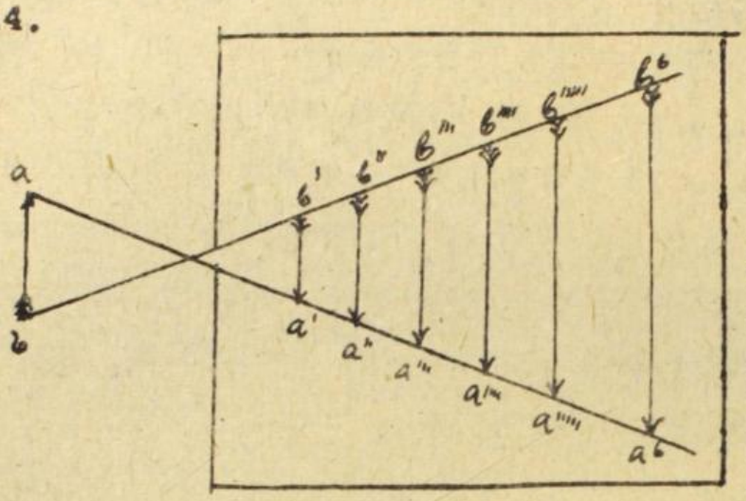
јупитерових месеца, трабанета итд.)

М р а ч н а К о м о р а.

На основу праволинијског простирања зракова, кад зрак прође кроз који отвор на дувару мрачне коморе, видеће се увек слика оног предмета, ко ји би се испред отвора налазио, у изврнутом облику, а та је слика у толико већа у колико је заклон даљи, дакле: величина њена о б р н у т о ј е с р а з м е р н а с а о с т о ј а њ и м а з а к л о н а.

Ако је предмет АВ испред отвора на комори његова ће изврнута слика бити у комори ав. Помињући заклон у комори ми ћемо добити равне величине те слике: мање, ако заклон приближујемо, а веће ако га удаљујемо од предмета. На постоја не слике отвор нема никаквог утицаја (тј. својим обликом). На комори је са свим свеједно, да ли ће он бити округао или ћошкаст (због тога се сунце огледа испод дрвета у шуми кров лишће увек у округлом облику и ако су простори између лишћа разног облика).

сл.4.



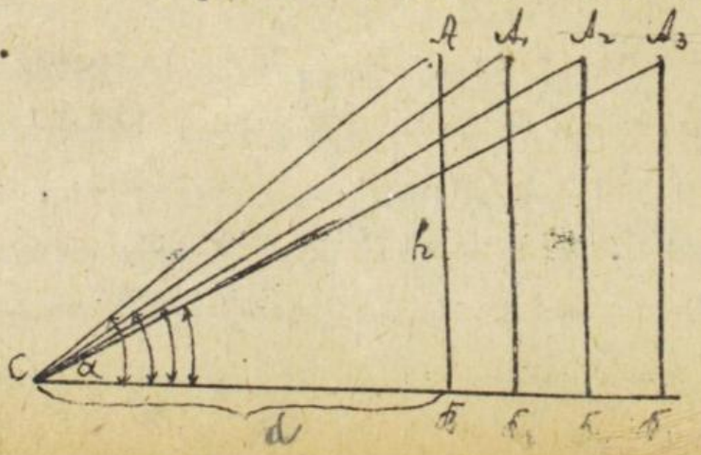
Ну што је отвор мањи, слика је слабија осветљена, али је оштрија кад је отвор велики слика је светлија, али је нејаснија. С друге пак стране слика може бити мања од предмета, једнака с њиме или већа од њега. То зависи од даљине заклона.

Ако је даљина заклона од отвора мања, но што је даљина од предмета до отвора, и слика ће бити мања; ако је једнака и слика је једне величине; и најзад ако је већа и слика ће бити већа.

П р и в и д н а в е л и ч и н а једног тела; ако је дато тело АВ и тачка С одакле тело гледамо исто ћемо видети и под углом $\measuredangle ACB = \alpha$ који се зове угао виђења или привидна величина једног тела. Из слике имамо да је:

$$h = d\,tg\alpha \; ; \; tg\alpha = \frac{h}{d}$$

сл.

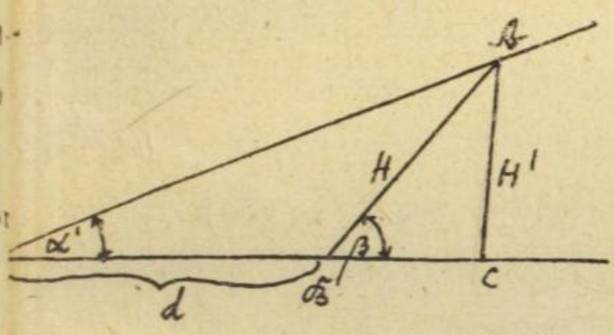


Привидна величина једног тела

виси дакле, са даљине које га гледамо, и у колико је ова већа, у толико је при-
дна величина једног тела мања и обрнуто.

Ово је случај кад је тело управно на хоризонт.

Али, ако је косо према њему тј. нагнута према хоризонту, онда
ми видимо у мањој величини, него у првом случају, јер у самој ствари не
едамо тело H, већ његову вертикалну пројекцију H', која се добије
из слике: $H'=(BC+BE)\,tg\alpha'$ а одавде имамо да је: $tg\alpha'=\frac{H\sin\beta}{d+H\cos\beta}$
и у приближној вредности $tg\alpha'=\frac{H}{d}\sin\beta$. На овоме се оснива перс-
ктива, ту морамо знати оне законе скраћивања слике. Неке њене видимо на
мање, неке веће, мада су они у самој ствари приближне величине. Ми сад
ах знамо, да су људи мањи на већем одстојању, а већи кад је то одстојање
не. То и тако треба преставити на слици.



Услед овог долази и то, што две паралел
не линије, кад их гледамо, изгледа, као
да се састају негде у даљини (напр.
праве улице, два реда дрва, две железнич
ке пруге итд.) И округлина, сферност
неба, овим се објашњава углови, под који
ма гледамо облаке, који су дала или
ини од нас, и ваздух који је више или мање обојен, различите су величине.

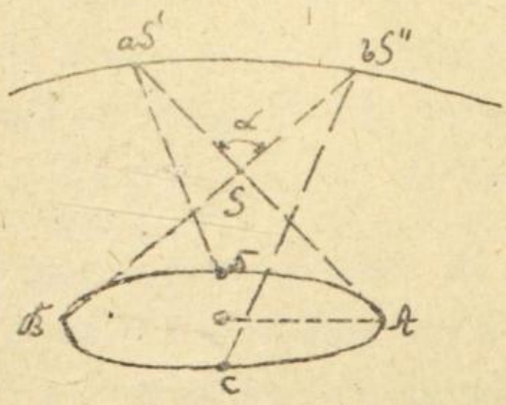
У колико је облик даљи од нас, у толико је угао виђења мањи, него
о је у ствари, у толико је дакле облак ближе површини - и обрнуто.

Брзина Светлости.

У обичном се животу мисли, да се светлост простире тренутно на
е даљине тј. да јој је брзина бескрајно велика. Тако се мислило све до
дамнајестог века, када је се дознало да светлост не шири се тренутно, већ
извесном, истина врло великом, али не бескрајном брзином. Зато се први
т дознало извесним астрономским посматрањем. У предпрошлом веку (1727)
кушао је Brandley да одреди паралаксу једне звезде, помоћу
је се после може да нађе даљина њена и брзина њене светлости. Под п а -
а л а с к о м разуме се онај угао који заклапа цела земљина путања, а
је је теме у самој звезди. Ако из A посматрамо звезду S, она ће се

пројектирати лево на раван изнад ње у a_1' а,ако је гледамо из В,пројектираће се десно на раван b_1' .Посматрања пак из с и Д скретаће за извесан угао,описујући у току једне године мали пут на небу,који је права линија,ако је звезда у елиптици (пројекцији земљиног пута на небесни свод) круг,ако је у осовини елиптике - иначе је увек елипса.

сл.7.



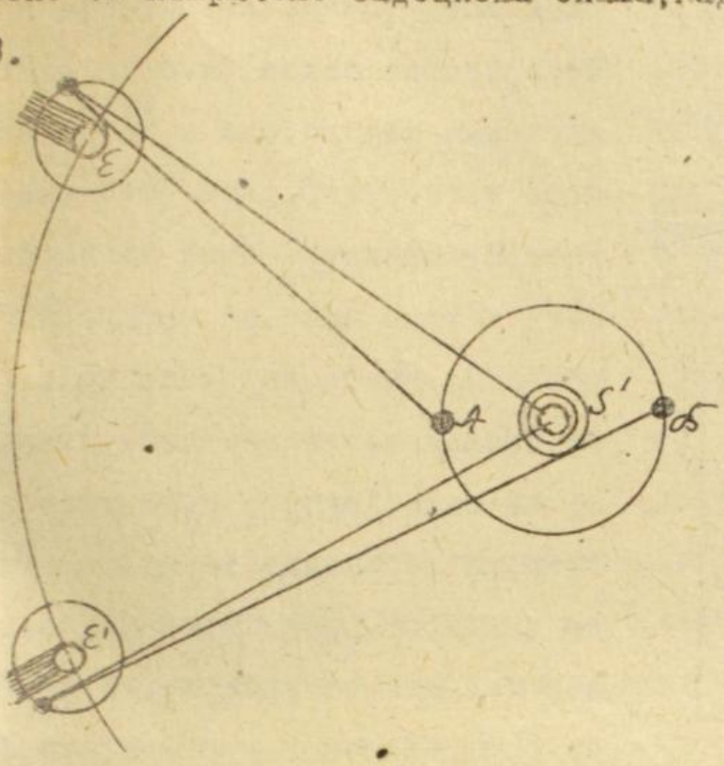
Ако је с брзина земљина, α угао скретања,која је за све звезде 20.425",а са С означимо брзину светлости имаћемо из слике да је $c = C\,tg\alpha$ или $C = \frac{c}{tg\alpha}$.Како је с познато и р = 30.796 Км.а $\frac{1}{2}\alpha$ може да се одреди,Драдлеј је израчунао и вредност за С нашав да је у округлом броју С = 300.000 Км.у секунди. Ово посматрање врши се помоћу дурбина.Ако управимо један дурбин на коју звезду,зрак,који је ушао у m ,неће проћи кроз средину поља вида.Због тога што се креће са земљом - већ ћемо звезду видети само тако,ако дурбин нагнемо мало косо.Ово бива услед оберације,тј.компоновање једне брзине са другом.У овом је случају једна брзина,- брзина кретања - земље,а друга брзина светлости.Оберација има и на земљи.Кад се возимо железницом,ни једна киша кап не падне на њу управно већ косо,и то бива услед слагања две брзина,брзине железнице и брзине саме (киша) капи.

Горњи број брзине светлости преставља нам брзину само оне светлости,која долази са звезда.Питање је сад и дали је та брзина иста за ону светлост која долази са п л а н е т а,дакле тела која примају светлост од других,те светле само својом о д б и ј е н о м с в е т л о ш ћ у.Испитивања је то свршено помоћу помрачења јупитерових пет пратиоца - месеца,- трабаната.За овај ћемо случај узети најближи трабанат,којега се помрачење дешава сваких 24 1/2 часа.

Дански астроном Ремер нашао је (16751) да се помрачење збива све доцније,у колико земља обилазећи по својој путањи око сунца иде даље од Јупитера.

Овај пређе своју путању за 12 година и 10 месеца,дакле за 6.

месеци пређе 1/24 део свога пута,док земља пређе половину свога (пута). Највеће се помрачење задоцњења опажа,кад је земља на супротној страни од сунца у В.и оно износи 16.26"5 то бива кад се помрачење посматра после 6 месеци од првог посматрања за које је Јупитер врло мало покренуо из $\mathcal{E}$ у $\mathcal{E}'$, а земља за половину своје путање - из А у В према томе значи,да ово задоцњење наступа услед тога,што сада светлост има да пређе много дужи пут (за цео пречник путање земљине) него кад је земља била у А.Кад се зна пречник земљине путање,лако је одредити брзину саме светлости,треба тај пречник поделити са 16 26,5" па добивени ревултат (у округлом броју 300.000) предотавља брзину светлости,која долази са планета,и која је као што смо видели једнака брзини звездане светлости.



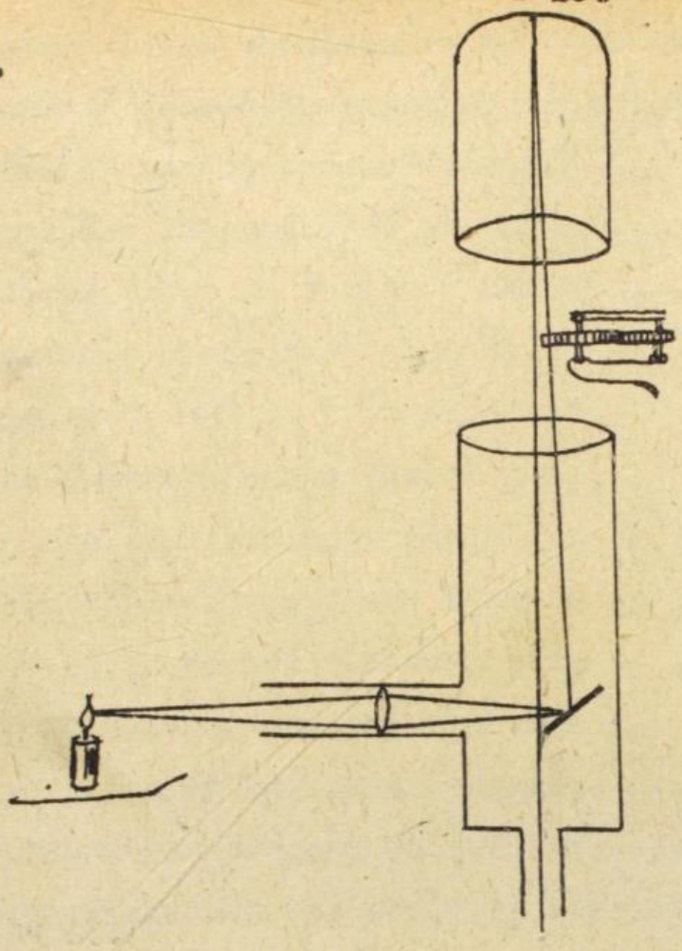
сл.8.

Све је ово до сада била брзина светлости са тела која нису на земљи.Треба сад одредити брзину земљине светлости.У први мах ово нам изгледа немогуће јер би нам за то требало да имамо простора најмање 300000 м.Но то се данас може одредити у једној соби од неколико метара дужине. И з о (*Fizeau* 1849 год.) је пронашао методу за одређивање светлости у малом простору,и ево у чему се она састоји:Узме се један светао извор,са кога се пропусте зраци најпре кроз једно сочиво,па се затим пусте на једно равно огледало,и са овога на једно параболично које је удаљено 8 км.

Исто враћа зраке на равно огледало које је само до пола амалгамисано,а од пола је прозрачно.Кад се светлост врати,онда се из тога огледала кроз прозрачни део његов може да види.Кад би светлост при повратку падала слободно на сочиво тј.кад неби била ничим заклоњена,она би се непрестано видела.

Ну пред лампом је намештен један зупчаст точак тако,да свет-

сл.9.

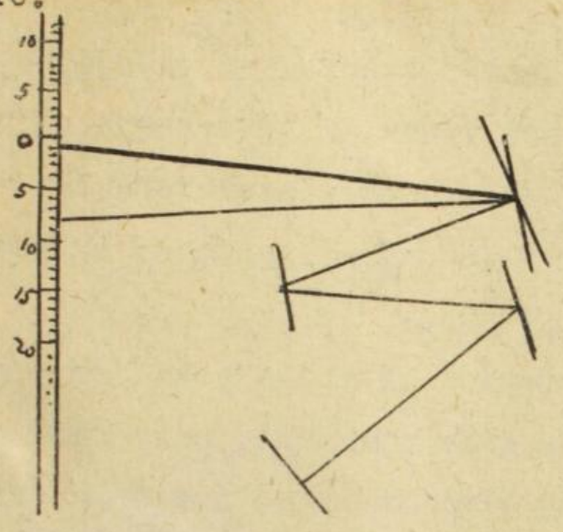


светлост има да пређе између зубаца тога точка. Ако сад точак кренемо испрва лакше тако, да светлост има кад да оде и да се врати кроз исти отвор, онда ћемо увек видети. Ну кретање точка може се десити и тако брзо, да светлост при повратку наиђе на зубац који спречи пролаз те се светлост у дурбину не види. Тако се исто може десити, да је брзина точка толика, да светлост прође кроз један отвор и врати се кроз други, те ће се опет видети у дурбину, ако точак има n зубаца, интервали биће $2n$, број обртаја у секунди нека је N, онда се светлост врати, прешавши пут l за време $t=\frac{1}{2nN}$ секунда, тј. $l = C \cdot \frac{1}{2nN}$ одакле је брзина светлости $C = l \cdot 2nN$ код физоа даљина l износи 8633 метара, $n=720$ а $2n$ 1440 и $N = 12.6$ кад је све свршио добио је, да је опет у округлој цифри $C =$ 300.000 км. у секунди. Према томе је брзина светлости земљиних извора, готово иста колика и светлост небеских тела.-

Карни је 1872 год. је извршио 1000 оваких експеримената, нашав средњу вредност 300.300 км.

По физовој методи треба нам даљина најмање од 8000 мет. Међутим физичар Фуко (Foucault) нашао је 1862 год. начина да измери брзину светлости у једној обичној соби, тако имамо једну скалу, која се огледа у једном огледалу, које се може брзо окретати око своје осовине, зрак који нападне одбиће се и пасти на друго огледало одакле ће се опет одбити и пасти на треће огледало и одакле се одбија итд. док се најзад с последњег огледала не почне да враћа. Ако се прво огледало окреће врло брзо, и заузме сасвим други положај, зрак који се враћа опет ће се одбити и разилазиће се са правим зраком, и пасти напр. у подељак 2,3 итд. а не у O, одакле је мало пре пошао. Кад знамо угао скретања (што се одмах чита

сл.10.

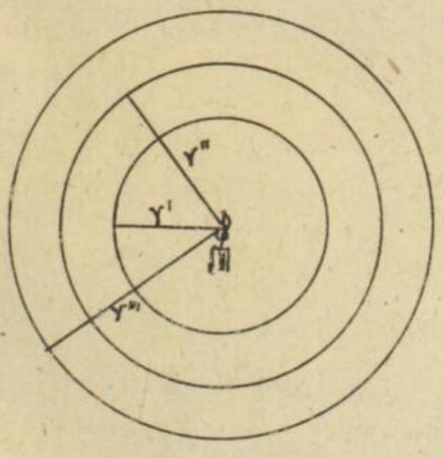


са ових подељака на скали) лако ћемо израчунати и саму брзину,која у овом случају износи око 300.000 км.у секунди.- Сличним експерментом Фуко је нашао брзину светлости и кров воду (225.000 км.у секунди) која је мања него ли у ваздуху.Тиме је коначно завршена борба између емисионе и вибрационе теорије,решивши га у корист ове последње.По првој тј.да је светлост немарљива материја,која истиче из светлог тела,требало би да брзина тела у води буде већа од брзине њене у ваздуху,а како је Фуко експериментом показао противно одмах ју је и сасвим оборио,доказав у исти време дотле нападану вибрациону теорију.

И Н Т Е Н З И Т Е Т С В Е Т Л О С Т И.

Под интензитетом светлости разумемо ону количину светлости,која за јединицу времена (1.секунду) пада на јединицу површине (1 кв.см.). Већ и самим голим оком види се да тела на неједнаком одстојању од извора светлости немају исти интензитет светлости.

сл.11.



Однос који постоји у интензитету светлости на разним даљинама наћићемо овако:нека је $\mathcal{L}$ апсолутна количина светлости,која обасјава куглу полупречникову r са интензитетом J,онда је $\mathcal{L} = J_1 \cdot 4r_1^2\pi$ одакле је $J_1 = \frac{\mathcal{L}}{4r_1^2\pi}$ ако иста количина $\mathcal{L}$ обасјава другу неку већу куглу полупречника r_2 онда је: $\mathcal{L} = J_2 \cdot 4r_2^2\pi$ а одатле је $J_2 = \frac{\mathcal{L}}{4r_2^2\pi}$

Дељећи ове једначине имамо: $\frac{J_1}{J_2} = \frac{\mathcal{L}}{4r_1^2\pi} : \frac{\mathcal{L}}{4r_2^2\pi}$

или $\frac{J_1}{J_2} = \frac{\mathcal{L}}{4r_1^2\pi} \cdot \frac{4r_2^2\pi}{\mathcal{L}}$ дакле $\frac{J_1}{J_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$ ч.ј.

И н т е н з и т е т с в е т л о с т и о б р н у т о ј е с р а з м е р а н с а к в а д р а т о м о д с т о ј а њ а.Два пута

веће одстојање четири пута слабија светлост, три пута мање одстојање девет пута већи интензитет светлости.

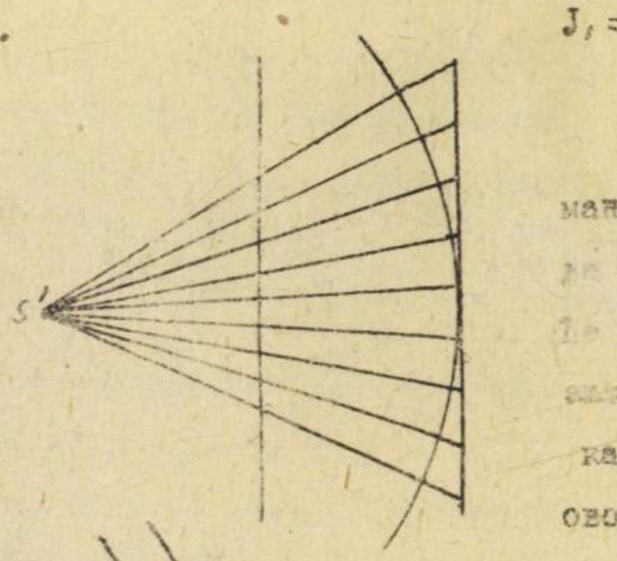
Закон $\frac{J}{J_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$ вреди само када зраци падају управно, ако узмемо једну праву површину за коју се може узети да се поклапа са кривом ако се приближимо извору на два пута мањем одстојању, интензитет неће сада бити четири пута већи, јер сви зраци не падају управно на ту површину већ само неки.

Исти је случај и са сунчевим зрацима, што падају на земљу лети и зими. Ако узмемо једну светлу тачку, која шаље зраке на једну светлу површину управно, а на другу косо, онда интензитет на косој површини биће сл.

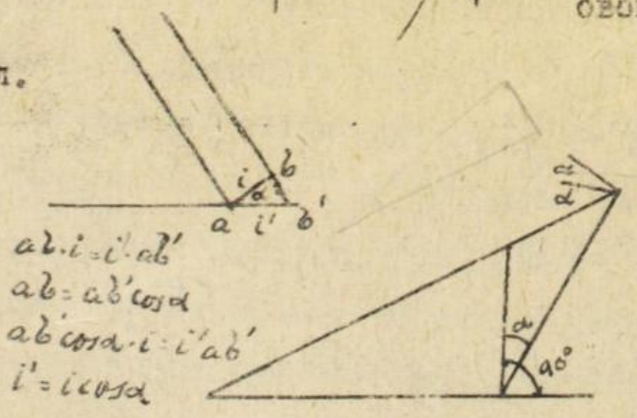
$J_1 = J \cos\alpha$ одакле је - кад је $\alpha = 0$

$\cos\alpha = 1 \quad J_1 = J$

Иначе кад није $\alpha = 0$ интензитет J_1 мањи је од J; јер тада конус зракова има да се простире по већој површини. У толико ће бити интензитет мањи у колико је ~~интензитет мањи у колико је~~ α већи, - тако да кад је $\alpha = 90^\circ$ онда је $J_1 = 0$. Према овоме осветљење једнога тела зависи од јачине светлости извора и од угла под којим зраци падају на ту површину.

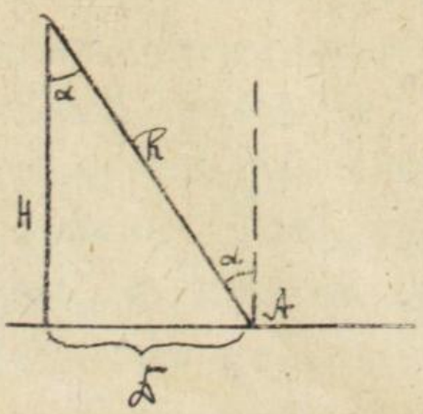


сл.



$ab \cdot i = i' \cdot ab'$
$ab = ab' \cos\alpha$
$ab' \cos\alpha \cdot i = i' ab'$
$i' = i \cos\alpha$

Ако сад имамо један светао извор па се како треба намести, да да максимални интензитет, који ће на растојању R бити: $J = \frac{1}{R^2}$ Ну пошто у овом случају зраци падају косо под $\sphericalangle \alpha$ биће и $J = \frac{1}{R^2 \cos\alpha}$



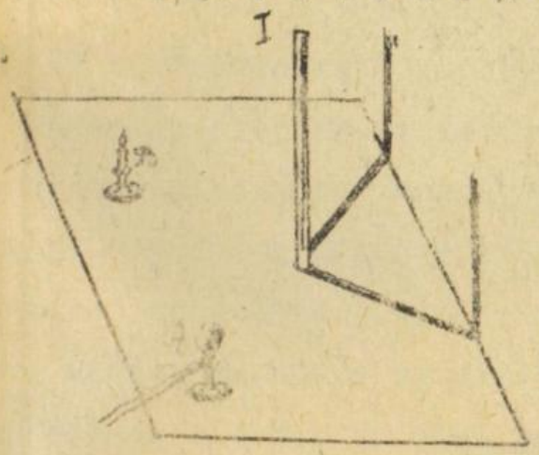
Како је из слике $\cos\alpha = H/R$ то је $J = \frac{H}{R^3}$ овде дакле светлост не опада по квадрату већ по кубу одстојања, ако на слици $R = \sqrt{H^2 + b^2}$ заменимо горе добићемо $J = \frac{H}{(\sqrt{H^2+b^2})^3}$

ће вредност бити максимална а $H = 0{\cdot}7\,L$ Ако је L = 10 м.
реба да буде 7 метра, што значи да светао извор L треба подићи на ви-
ину од 7 мет. па ће интензитет бити на растојању 10 мет. максималан.

О Д Р Е Ђ И В А Њ Е И Н Т Е Н З И Т Е Т А С В Е Т Л О С Т И
- Ф О Т О М Е Т Р И Ј А .-

Справа којима се мере интензитети светлости зову се фотометри, има их разних но ми ћемо прећи најпростије.-

1/.- Р У М Ф О Р Д О В Ф О Т О М Е Т А Р. Узимимо светли извор



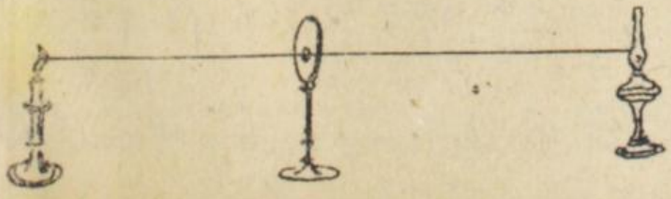
А и њиме осветлимо мрачан предмет I, па на разним даљинама ватајмо сенке заклоном.

Сенке неће бити једнаке интензивности, једне су црне друге су блеђе.

Ако сад узмемо два светла извора А и В (лампу и свећу) и један мрачан предмет I, онда ћемо на заклону добити две сенке од предмета, једну услед светлог извора А, а другу услед В. Сад треба приближавати или удаљавати један од тих светлих извора донде, док сенке не буду једнаке. Кад то буде онда по закону да су интензитети светлости обрнуто сразмерни квадратима одстојања, можемо лако одредити интензитет тих светлости и наћи однос њихов. Ако је свећа на одстојању 2 мет. и сенке су им једнаке, значи да лампа даје 4 пута већу светлост но свећа.

2/.- Б у н з е н о в ф о т о м е т а р.- Он се може лакше употребити и састоји се у овоме, узме се један лист танке хартије, а на њ се капне једна кап масти или зејтина. Сад се с једне стране метне лампа, а с друге стране свећа - светлости, којима хоћемо да одредимо интензитет.

Пега од масти изгледа с једне стране блеђа, а са друге стране тамнија према томе с које је стране интензитет мањи или већи, јер масна хартија више пропушта светлост, а мање је одбија.



Сад приближујемо или удаљујемо један светли извор донде, док гледајући с обе стране мрља не изчезне и онда имамо само да измеримо одстојање L и L' па

онда одмах знамо по горњем закону интензитет.

Има фотометра са дијафрагмом који су као и сви остали основ на истом принципу.

Било да на ма који начин меримо интензитет светлости, увек тр узети један светао предмет тј. м в в о р с в е т л о с т и к а о ј д и н и ц у и н т е н з и т е т а, који се зове е т а л о н. Ну то је врло тешка ствар избрати и зато су у разним државама постојале и врло разне јединице, док се није увела једна која се зове " в и ј о л " по ну физичара В и о л е, коју је одредио (1881 год.) и по коме се за је ницу светлости узима; она светлост коју даје 1 кв.см. усијане платине у менту кад се топи или стврдњава. Сем те постоје као јединице и енглеска свеће (са висином пламена 44,5 мм.). Немачка п а р а ф и н с к а с в ћ а (са висином пламена 1.50 мм. и пречником 23 мм.) Карсел-ова лампа (у којој за сат изгори 42 грама уља) и стеаринске свеће са разним вис нама пламена. Но како је тешко топити платину врло је тешко и радити са в и о л о м. Зато се највише употребљава Х е ф н е р о в а л а м п У којој гори чист амил - ацетат, дајући пламен висине 40 мм. који дају светлост 1/14. з виола и увек пре одређивања интензитета, којој светлост треба назначити е т а л о н, према коме ће се иста мерити.

О Д Б И Ј А Њ Е С В Е Т Л О С Т И.

- К а т о п т р и к а. -

Кад светлосни зраци на своме путу наиђу на какво тело, ограни но правилним или неправилним површинама, или једним својим делом (ако м гу) улазе у то тело, другим некад већим некад мањим својим делом, одбија се од тела, то одбијање светлости зависи само од природе самих површина које одбијају, ако су оне зрнасте неравне, рапаве, у опште неправилне, свет ост одбијајући се растура се на све стране, те се зато и каже да је то н е п р а в и л н о р а с т у р е н о - д и ф у з н о о д б и ј а њ ако се светлост одбија са углађених површина, не растура се на све стра већ иде у једном извесном и одређеном правцу и то је - п р а в и л н о д б и ј а њ е.

Дифузија светлости је узрок, што ми видимо саму површину сам пред- мет који светлост одбија (што је случај са свима телима на земљи), док

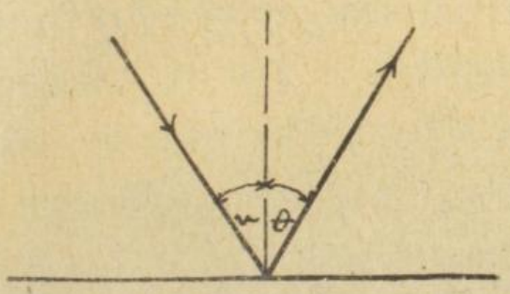
код углађених предмета види само одбијена светлост,а површине у толико
новсамо,у колико је непотпуно углађена,то шаље извесни део дифувне светлости
што је чест случај на металним огледалима) добро углађена огледала са
обичним
к приликама и кад не обраћамо довољно пажњу не виде.

Свака равна површина која правилно одбија светлост назива се
је о г л е д а л о м.Огледала има у опште равних и искривљених -сферних (ис-
ополупчених и издубљених.).

Одбијање светлости са равних огледала.Светлост се одбија по
јистим законима као у опште таласи и они гласе:

1/.- Угао упадања раван је углу одбијања.

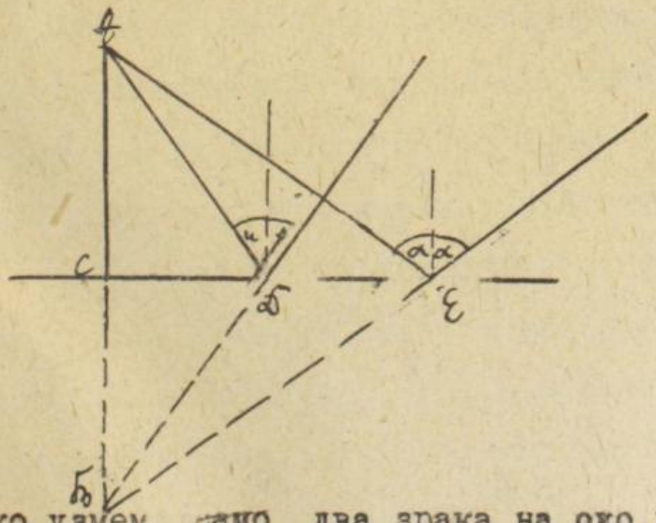
2/.- Упадни зрак или управна (нормална)спуштена на тачку упа-
вдана лежи у једној истој равни,која је према томе увек управна(перпери-
дикуларна) на огледалској површини.



3/.- Одбијени зрак лежи на другој страни одбијачке површине - огледала.

4/.- Одбијени зраци од огледала дају слике - ликове који су истоветни са телима која се у огледалима гледају као да долазе из огледала.

Да видимо сад од чега зависи даљина и величина лика и како он постаје.

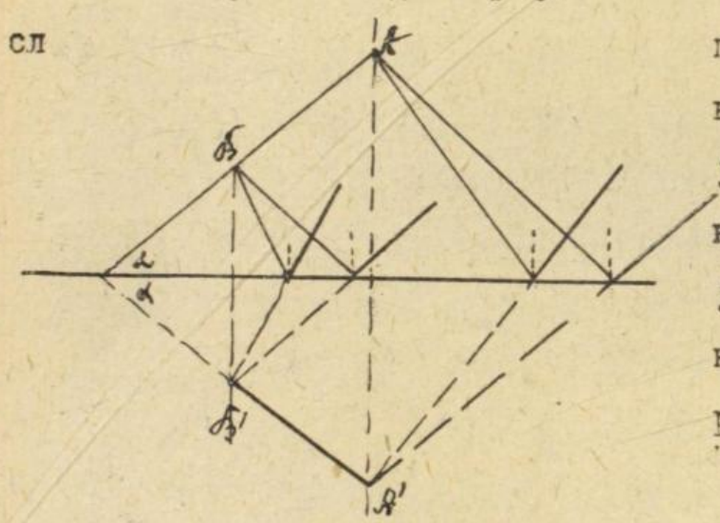


Светла тачка А шаље зраке на све стране,неки од њих падају и на огледало и одбијају се.Огледало не мења узајаман положај зракова који је био пре одбијања.

Паралелни зраци одбијају се паралелно,дивергентни - дивергентно - конвергентни - конвергентно итд.Ако узмемо само два зрака на око,који су довољни да одреде једну тачку па и њену слику,ови ће после одбијања дивергирати,не секући се нигде испред огледала.Око које гледи тако одбијене зраке продужује их у свести,док се они не пресеку иза огледала у тачци В.Та пресечна тачка В

јесте слика тачке А Саставимо А са В онда су троуглови $\triangle ACB = \triangle BCB$; $\triangle ACE = \triangle BCE$ јер имају по два угла једнака и једну страну заједничку а из те подударности излази, да је $AC = BC$ тј слика одстоји иза огледала колико предмет испред огледала - Она стоји у вертикалној пројекцији предмета Треба само спустити од предмета управну на огледало и пренети његово одстојање од огледала, па ће добивена тачка бити слика дате светле тачке.

Сво кад се тражи слика само једне тачке А кад знамо да нађемо слику једне тачке можемо лако наћи слике и читавог низа тачака једнога тела дакле узећемо две крајње тачке тога предмета - А и В и наћићемо на сл



предходни начин слике њихове кад њих нађемо добијемо тражену слику предмета јер кад је одређен положај слике тачака А и В одређен је и свију тачака које леже на правој АВ И овде се можемо краткоће ради послужити само пројекцирањем крајњих тачака

Угао који прави предмет са огледалом, раван је углу, који прави слика са огледалом Угао који прави предмет и слика раван је 2α Величина слике код равних огледала остаје иста са величином самог предмета Осим тога она је увек уображена (виртуелна, имагинарна), јер у ствари не постоји нема је тамо где је видимо (само нашим очима изгледа да је тамо)

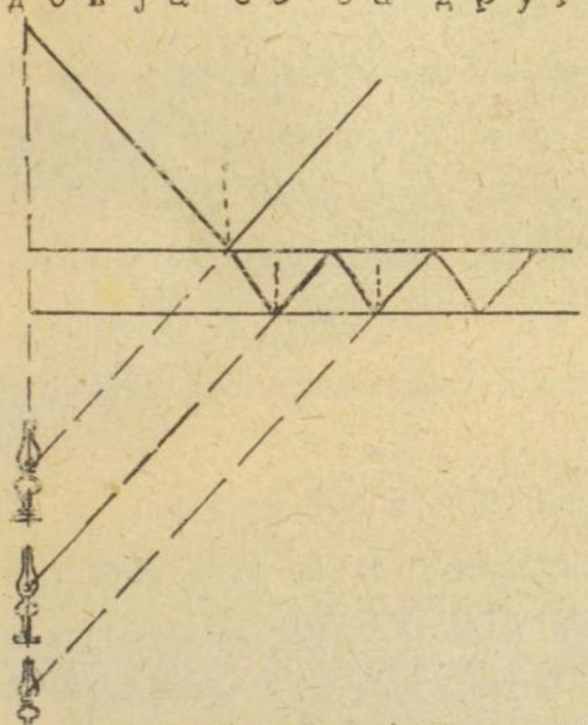
Према различитом положају огледала, различит је положај и слика у њима Ако је огледало управно, само су поједине стране слике извртнуте према предмету (десна страна предмета долази на леву страну слике и обратно) Ово делимично извртање и слика је огледална Za таку слику каже се да је симетрична према предмету Ако је огледало нагнуто под углом од 45^0, онда је слика хоризонтална, тј према предмету нагнута за 90^0 (2α)

Ако је огледало хоризонтално слика ће бити управна и потпуно извртнута, (за $2\alpha = 180^0$) према предмету - таква се слика вили у води)

Овакво одбијање као што га сад поменусмо бива само код огледала где је једна одбојна површина тј код металних огледала (живиних челичних итд) Напротив ако су огледала с т а к л е н а м о р а м о в о д и т и р а ч у н а и о д е б љ и н и с т а к л а

Ако се пред оваквим огледалом налази какво светло тело напр. свећа па погледамо косо у огледало видећемо читаву серију слика један се део овде одбија од стаклене површине други пређе у огледало л о м и с е и о д б и ј а с в о с а д р у г е д о њ е амалгамисане стране, те тако

сл.

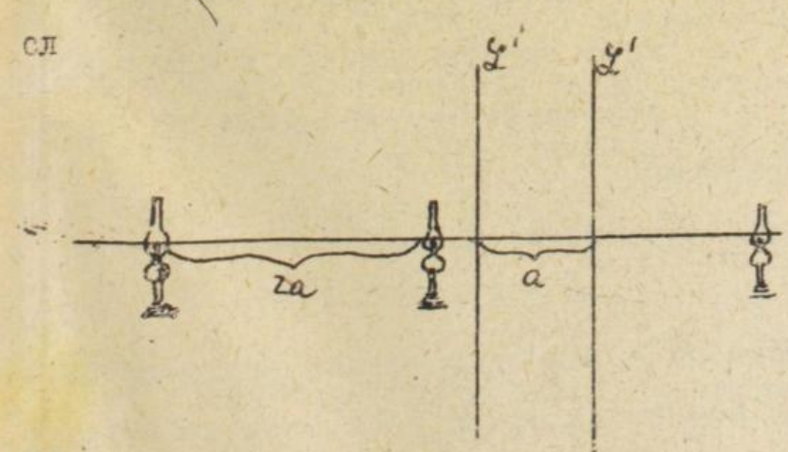


добијамо два лика један од првог други од другог дела Зрак одбивен са амалгамисане стране (површине) враћајући се кроз стакло поново се одбија са предње површине огледала и враћа се опет амалгамисано површини то даје нову слику итд Од ових многобројних слика само је прва интензивна, а остале су слабије што долази од а б е р а ц и ј е светлости Зато, где је потребно да се избегне добијање више слика употребљавају се металне углачане огледала иначе увек стаклена

Да видимо сад шта ће бити са сликом, ако се огледало у коме је она премешта у том случају разликујемо у главном двоје,

1/ - А к о о г л е д а л о п р е м е ш т а м о п а р а л е л н о с а м о м с е б и друга слика бити удаљена од прве за д пута толико колико се огледало премести из свог првобитног положаја. Ако је оно премештено за дужину а, друга ће слика одстојати од прве за 2 а.

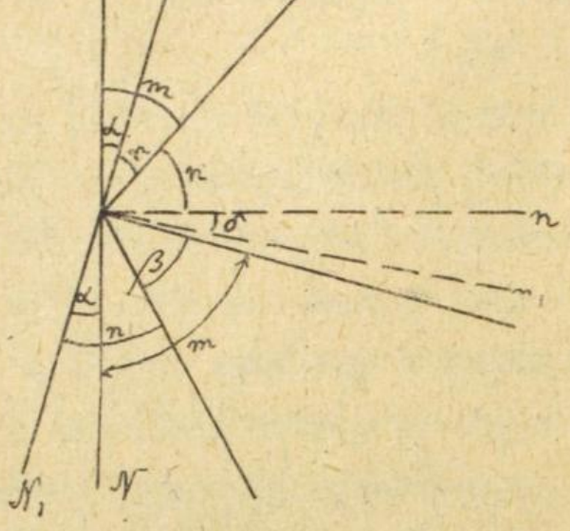
сл



2/ - Ако се огледало окреће око своје једне тачке онда ће

слика бити иста,али други одбијени зрак и нормала разилазиће се са првим за известан угао.Ако смо огледало окр нули за $\measuredangle\alpha$ два пута је одбијени зрак окренут за $\measuredangle\beta$

сл.



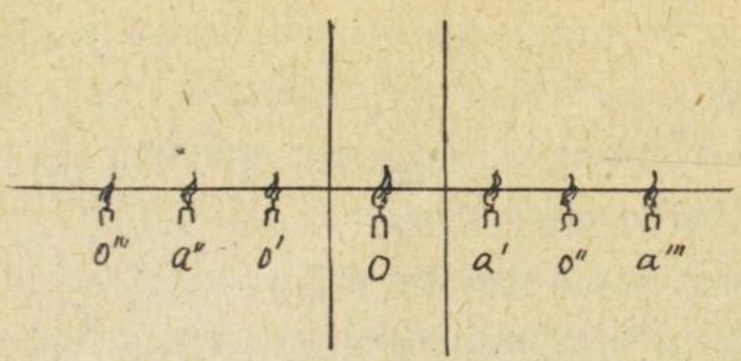
Треба сад наћи однос који постој између та два угла.Из слике имамо да је: $\measuredangle m = \alpha + n$ а $\measuredangle n + \measuredangle\beta =$ $= m + \alpha = \alpha + \gamma + \alpha$ или $\beta = 2\alpha$ значи зрак два пута више окр е но што се огледало окрене,то је →.

→ Ако је ово везано за мереће ситних углова,које на други начин не можемо да измеримо.

До сад смо имали посла са једним огледалом,а сад узмимо два огледала и видимо како ће код них бити:

I/.- С л и к е п р е д м е т а и з м е ђ у д в а п а р а л е л н а о г л е д а л а.Ако је тај предмет O,он се прво одбија и у једном и у другом **огледалу** те даје слике a' и $0'$.Ове се две слике даље огледају а под "а" остаје у доњем огледалу 1.слика A" а од $0'$ у горњем слика $0''$

сл.

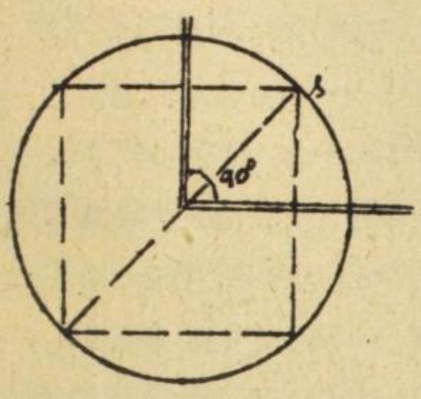


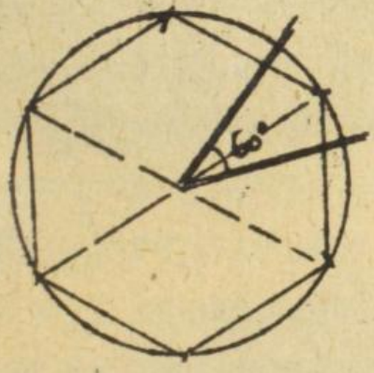
Сад ће $0''$ дати у доњем огледалу слику $0'''$,а a'' у горњем a''' итд.На безброј таквих слика које су све слабије и слабије, док се најзад у даљини не угасе. Стога је њихов број за наше око ограничен.

II/.- Слике предмета између два огледала под извесним углом нагнута:

У овоме случају број ликова није баш тако велики,као у првом, већ је мањи у толико колико је угао између огледала већи.Овде се нове слике стварају све донде док се две последње не поклопе те тиме и не заврше број њихов,који се увек може наћи из обрасца $n = \frac{360}{\gamma} - 1$ где је

J угао,који склапају два огледала.- ако је напр.J = 90° број слика је сл.





$\frac{360}{90} - 1 = 4 - 1 = 3$ Ако је J = 60° имамо број слика 5.итд.**Све ове слике колико их буде, морају лежати са предметом на периферији једнога круга,чије је средиште у пресеку огледала,а полупречник одстојање предмета од пресека.**

Код свију и металних и стаклених огледала,светлост која се са њих одбија никада се не одбија са истим интензитетом,с којим је на њих пала,већ увек са мањим.Колики ће бити овај губитак интензитета зависи с једне стране од материјала површине,која одбијање врши,а с друге стране од угла под којим ће светлост пасти и одбити се.Што је овај угао већи,интензитет је слабији и обратно (опада и расте с коњусом угла).

Према мањем или већем слабљену интензитета,цени се и доброта огледала.Најбоља су живина огледала,која враћају 3/4 одбивене светлости. Вода одбија само 0.02 (1/50) добивене светлости (слике су дакле за 50 пута слабије од предмета) на амалганисано стакло.0.04 анагамисано (сребрно стакло) 0.5,флинт-стакло 0.6 итд.Средња вредност за одбијања за амалгалисана огледала је 0.4.-

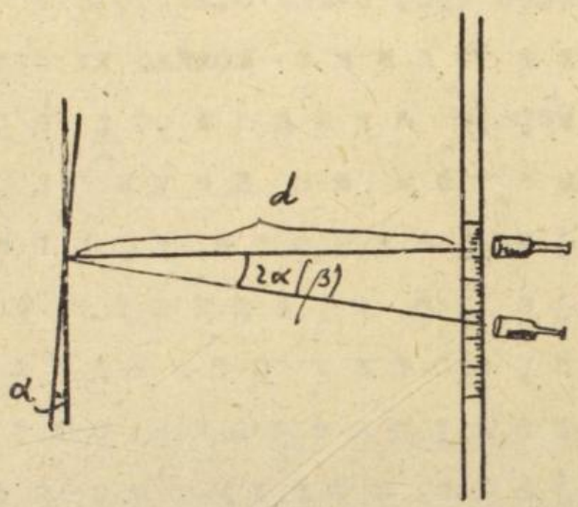
Примена правих огледала.

Разна огледала нашла су примене у разним апаратима физичким, тако:

1/.- Примењује се за врло тачно мерење и читање најситнијих углова.Имамо на пр.једну магнетску иглу,па нам је потребно да одредимс

ћено скретање напр за 1/100 део секунде Рад тај биће овакав за магнетску иглу утврди се једно мало танко огледало које се може кретати заједно са иглом. На известан број метара даљине (10 15) мете се једна скала са дурбином

сл.

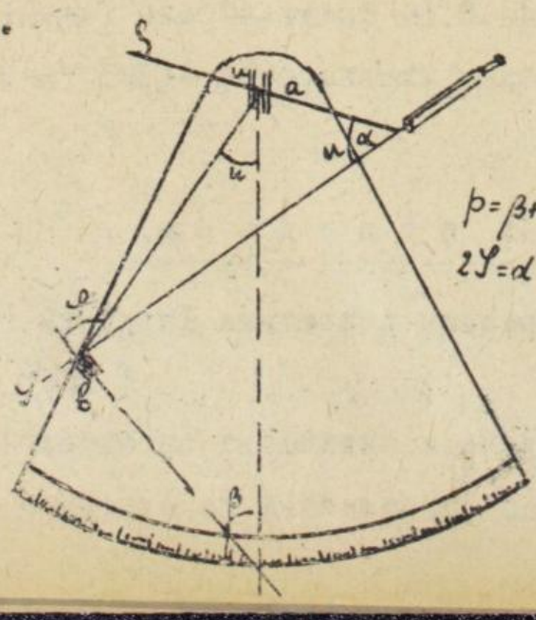


Известан поделак скале пада у огледало, одбија се од њега и иде у дурбин, у дурбину прочитамо најпре једну поделу, кад игла стоји мирно (пр 60) па онда пустимо да се игла креће Сад ћемо у дурбину видети разне податке но запазићемо онај који је понајвећи у округлом бројева (прим 90) значи да ј за толико игла скренула на ту страну Кад све ово знамо онда можемо врло лако наћи и најмање скретање игле јер кад m знамо (прочитали смо 90 60 30) а познато је и d (растојање огледала од дурбина) угао α ко се тражи и за коју је игла са огледалом скренула, наћи ћемо из троугла, на кога је $m = tg\beta \cdot d$ или $tg\beta = \frac{m}{d}$ ну како је $\beta = 2\alpha$ то је и $tg\,2\alpha = m/d$ Осетљивост ове справе бесконачно је велика У колико је d веће у толико је и осетљивсот већа али у толико можемо и да чит мо ситније углове

Ово је О р е н д о р ф о в а метода мерења углова

2/ - Велика примена равних огледала је и код с е к с т а н - т а - справе за мерење одстојања два предмета до којих се не може доћи Секстант зове се тако што је 1/6 део круга у среди око осе је једно огле

сл.



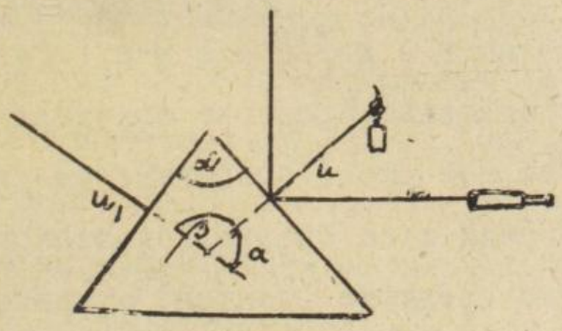
дало које се може окретати Ово је у вези са једном полугом која се креће по периферији круга, и служи као казал ка за читање подела

Сем тога налази се и једно друго огледало в које је управо половина огледала (до половине амалганисано), а половина чисто стакло кроз које треба да видимо и предмет и одбијене зраке Ако имамо да нађемо на пр. угло,

који чини хоризонат са сунчаним зрацима, онда дурбин који је на справи утврђен гледамо кроз не амалгамисани део огледала на један предмет на хо ризонту (као дрво врх једне куће) Међу тим сунце шаље своје зраке на огле дало (или месец звезде итд) које ми окрећемо донде, док се сунчеви зраци не одбију тако да падну у огледало в а са овога у дурбин Сад угао који склапају та два огледала својим положајима јесте угао β Он је два пута мањи од траженог α те знајући β знамо и α Ну да би се и у овом рачунање избегло удешено је да нам казаљка одмах даје углове двапута веће тј да место 5° одмах читамо 10° итд зато је цео лук од 60° подељен у 120 делова те се на тај начин оно потребно рачунање избегава а тражени у гао α чита се одмах у подели.- Сексант се употребљава за мерење висине неких небеских тела кад смо напр на води (лађа се непрестано клати и креће) или на ма каквом поду који се креће, за такав случај немамо ни једне згодније справе од секстанта

3/ - Помоћу одбијања светлости можемо да одмеримо и углове које заклапају две површине призмине

Ако на једну призму пустимо зрак светлости овај ће се одбити ми ћемо га видети у дурбину Ако сад обрнемо призму за $\alpha\beta$ тако да нор сл

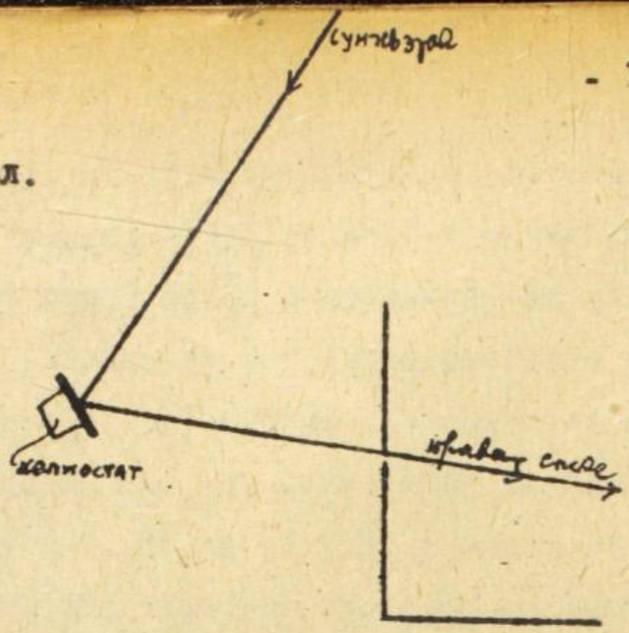


мала u дође на место нормале u, угао призме α биће 180° Исти резултат можемо постићи о крећући дурбин дотле док не видимо слику предмета са друге стран на другој површини призминој

4/ - Равна огледала употреб љавају се и код справе тзв х е л и о с т а т а која служи за зраке сунче ве у истом правцу одбијене. ако је напр потребно да се сунчеви зраци одр у истом правцу, а узмимо да се земља окреће(па према томе и слика од су ца неће остати у истом правцу - месту, него се сваки час мења) употребљ се ова справа

Нама је стало до тога да се они одбију увек у једном истом правцу због чега се огледало веже са осом, која се заједно са ним креће супротном правцу од кретања земљиног

сл.



креће у супротном правцу, од кретан земљиног. Покретање врши један сат механизам који је за огледало утвр и који се окрене супротно окретању гину један пута за 24 часа.

И сад за колико се окрене зем механизам за толико исто врати, те ко слика остаје увек у једном исто правцу - месту тј. никако не скреће. Нагиб осе треба да одговара географској ширини дотичног места, и да буд паралелан земљиној оси.

II/.- О д б и ј а њ е с в е т л о с т и с а с в е р н и х о г л е д а л а.

Ова огледала могу бити врло разне геометријске природе (хипе болична, параболична, елиптична итд.). Но ми ћемо најпре узети она, која п ст ју глађењем лоптастих или кугластих - сверних површина. Код њих може бити изглађена - издубљена, унутарња страна тј. површина или пупчаста сп на површина.

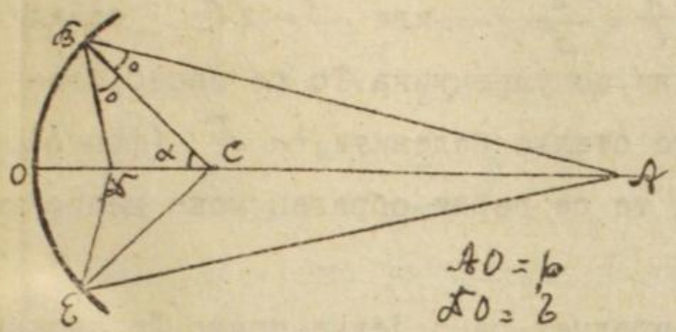
Према томе оне се деле на и з д у б љ е н а (concav и успупчена (c o n v e x) огледала. И сверна огледала могу бити н прављена од метала или стакла. Све што смо о особинама те две врсте огл дала рекли, код равних огледала, вреди и за сверна. Код сваког сверног ог дала треба пре свега знати његово средиште (центар) кривине, главну осу, која пролази кроз ~~кроз~~ средиште кривине тј. оне кугле, од које је огледал један део, за разлику од других оса, које се зову споредне, и које ћемо по менути доцније одбијање и овде бива по истим законима, које смо навели код равних огледала, само што се слике друкче понашају но код равних огл дала. Да видимо како то бива:

1/.- О д б и ј а њ е с в е т л о с т и с а и з д у б љ е н и х с в е р н и х о г л е д а л а.

Нека се у главној оси пред огледалом налази светла тачка А. Од зракова који из не падају на све стране биће један и такав, који ће

пасти на огледало у тачци В.Овде ћемо дићи управну,коју код сферних огледала представља свака линија,што спаја тачку на огледалу са центром кривине С.То је с тога што се свако сферно огледало може сматрати као полигон од бескрајно много равних огледала,исто тако као што је круг од бескрајно много страна.Те је онда управна полупречник тога круга или кривине.

сл.



Пошто је угао упадања раван углу одбијања то ће се зрак АВ одбити по правој ВД.Слика од тачке А појавиће се у Д,с тога што имамо пресек два зрака,овде је један зрак АВ,а други сама главна оса,јер од зракова који из тачке А иду на све стране биће један и такав,који ће ићи правцем главне осе и вратити се пошто се одбије под углом,под којим је упао (90^0) такође истим правцем,али у супротном смислу.Можемо место главне осе узети зрак другог реда из тачке А,који ће се одбивши се,пресећи опет са главним,опет на оси у тачци Д.Слика ће у овом случају бити пред огледалом с т в а р н а.

Из слике можемо лако наћи однос између далине предмета и слике његове од огледала.Нека главна оса сече огледало у тачци О.

Из троугла ACD имамо: $BD : XC = \sin\alpha : \sin\sigma$

,а из троугла АВС имамо:

$AB : AC = \sin(180-\alpha) : \sin\sigma$ или $AB : AC = \sin\alpha : \sin\sigma$

Из ових двеју размера излази да се налази:

ВД:ДС = АВ:АС.

Ако један пута за свагда означимо одстојање предмета од средишта огледала О,тј. $OD = l$ полупречник кривине са S и ако предпоставимо да је угао α врло мали (највише до 5^0) тј.да је зрак АВ централан онда је $AB = AO = p$, $BD = OD = l$ или из горње сразмере имамо: $OD : DC = AO : AC$ или $l : (S-l) = p : (p-S)$

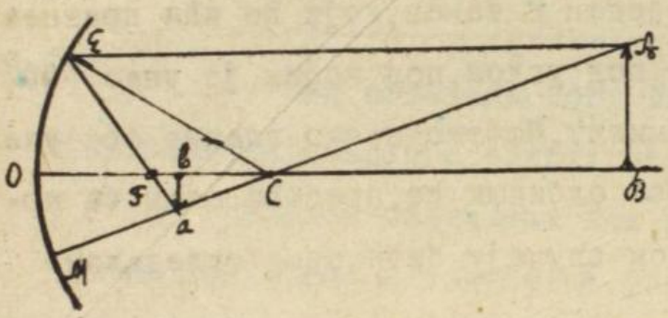
$l(p-S) = p(S-l)$, $lp - lS = pS - lp$

$\frac{1-lS}{lp} = \frac{pS}{lp} - 1$, $S\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{l}\right) = 2$ или $\frac{2}{S} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l}$

Ово је образац код сверних огледала, из кога видимо да положај слика зависи од положаја одстојања p, l и S. Ако је у горњем обрасцу $p = \infty$ тј. предмет је у бесконачности (зраци долазе из бесконачности и падају на огледало паралелно), онда је $\frac{1}{l} = \frac{2}{S}$ или $S = 2l$ одакле је $l = \frac{S}{2}$, слика је дакле у половини полупречника. То се место зове г л а в н а ж и ж а огледала, коју ћемо стално бележити са F (фокус) Њено је одстојање према томе $F = \frac{S}{2}$ те се горњи образац може написати у облику $\frac{1}{p} + \frac{1}{l} = \frac{1}{F}$

Овако се налази слика, кад је предмет само једна тачка. Да видимо како ћемо наћи слику кад је предмет читаво тело, дакле састављено из читавог низа тачака. Нека је тај предмет AB, средиште и жижа кривине познати су Из тачке A полазе зраци на све стране.

сл.



Ми ћемо узети један који иде паралелно главној оси. Он мора одбивши се проћи кроз жижу, други ћемо зрак узети да пролази кроз средиште кривине, дакле да падне управно на огледало он ће се одбити истим правцем, којим на њ и пада. Та права која прелази центар кривине назива се с п о р е д н а о с а, за разлику од главне осе која као што смо видели, мора пролазити и кроз центар кривине и кроз центар самог огледала. Где се први зрак сече са другим - са споредном осом, дакле ту је тачка a слика тачке A. Пошто је предмет AB управан на његовој оси, то ћемо и слику његову добити, ако само из тачке a спустимо управну на њу.

Као што се из слике види слика је и з в р н у т а м а њ а о д п р е д м е т а; с т в а р н а (јер постоји у ствари и може се ухватити) и н а с у п р о т н о ј с т р а н и г л а в н е о с е н а к о ј о ј л е ж и п р е д м е т.

Тако бива кад је предмет изван средишта кривине.

На овај начин, помоћу паралелних зракова и споредних оса, можемо добити слику ма од каквог предмета.- Однос између предмета и слике наћићемо помоћу пређашњег обрасца овако:

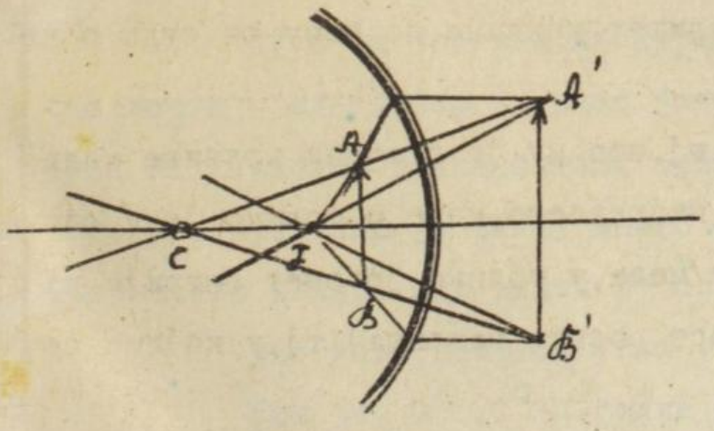
Из сличности троуглова ABC и ове имамо да је $\frac{AB}{ab} = \frac{BC}{bc} = \frac{p-S}{S-l}$ како је из пређашњег (из сразмере: $l:(S-l) = p(p-S)] : \frac{l}{p} = \frac{p-S}{S-l}$,

то је заменом и $\frac{AB}{ab} = -\frac{p}{l}$ где је знак - (минус) због тога што је слика постала на другој страни главне осе.

Д и с к у с и ј а о б р а с ц а

1/.- Ако је предмет у бесконачности, дакле $p = \infty$, онда је слика у жижи $(l = F)$ 2). Ако је предмет у средишту кривине ($p = \rho$) онда је $\frac{1}{\rho} + \frac{1}{l} = \frac{2}{\rho}$ или $\frac{1}{l} = \frac{2}{\rho} - \frac{1}{\rho}$ одакле је $l = \rho$ дакле и слика је у том случају у средишту, исте је величине са предметом, само извртнуто.

3/.- Ако је предмет у жижи ($p = F$), онда имамо: $\frac{1}{F} + \frac{1}{l} = \frac{1}{F}$ одакле је $l = \infty$ тј. слика је у бесконачности. Према томе дакле, што се предмет приближава из бесконачности ка центру кривине, толико ће се све више приближавати од жиже ка средишту (непрестано растући и остајући увек извртнут) док се, кад предмет дође у сам центар, и слика се са њиме не поклопи. У колико се пак, даље предмет приближава из средишта ка огледалу у толико ће се слика више удаљавати и бити већа - тако, да кад предмет буде у жижи, слике ће сасвим нестати она је у бесконачности. Зраци се у том случају, одбивши се од огледала паралелно главној оси, секу се у бесконачности, те слике и нема. Што се сад предмет више приближава из жиже на огледалу, зраци ће се одбијени од огледала, све више испред њега развлачити дивергирати, не секући се међу собом, - да даду слику - негде испред огледала. Ну у том случају стварне слике нема. Ако их продужимо иза огледала, на супротну страну дакле сећи ће се и дати слику предмета. Та је слика у о б р а ж е н а, (јер је иза огледала, то је не можемо да ухватимо), в е ћ а од предмета и неизвртнута. Из свега овога видимо да су слике и предмет у нераздвојној вези. Ма где био предмет између средишта кривине и бесконачности, његова ће слика пасти између средишта и жиже, смањена и извртнута. И обратно, био предмет ма где између средишта кривине и жиже, слика ће пасти између средишта и бесконачности, увећана и извртнута. Ако упамтимо положај предмета и слике његове, па онда, где је слика била метемо предмет, добићемо нову слику онде, где је први пут био предмет. У колико

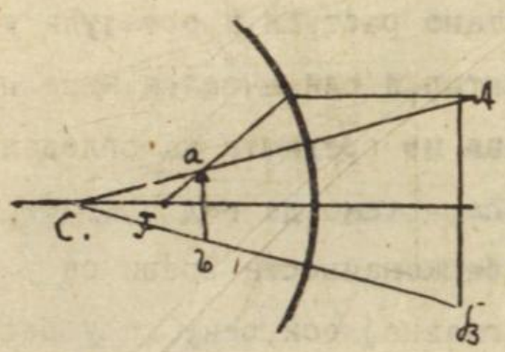


је први пут слика била мања од предмета у толико ће сада бити већа од њега. За то се тачке на којима се предмет налази и у које падају слике, код издубљених огледала зову с п р е г н у т е (конјуговане) тачке.

2/.- О д б и ј а њ е с в е т л о с т и с а и с п у п ч е н и х с в е р н и х о г л е д а л а.

И код ових огледала имамо главну осу, споредну осу и средишну као и код издубљених. И за њих вреди све оно, што смо имали и нашли код издубљених огледала, само у изврнутом смислу.

Сем тога је и код њих лако наћи слику предмета, па ма какав он био и ма где се он налазио пред огледалом само помоћу главне осе паралел-



них зракова и споредних оса. Ниже су као и све слике, које у њима постају у о б р н у т е, и још за последње можемо додати с м а њ е н е и п р а в е. Средиште кривине је код њих иза огледала, с тога је и полупречник негативан, општи образац нађен за дубину, слике код издубљених огледала важи и за њих само место $+\rho$ треба ставити $-\rho$; (јер је слика иза огледала) то имамо да је:

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{\ell} = -\frac{2}{\rho}\left(\frac{1}{F}\right)$$

И овде се води рачуна о средишту кривине, по њему се суди о већој или о мањој испупчености огледала.

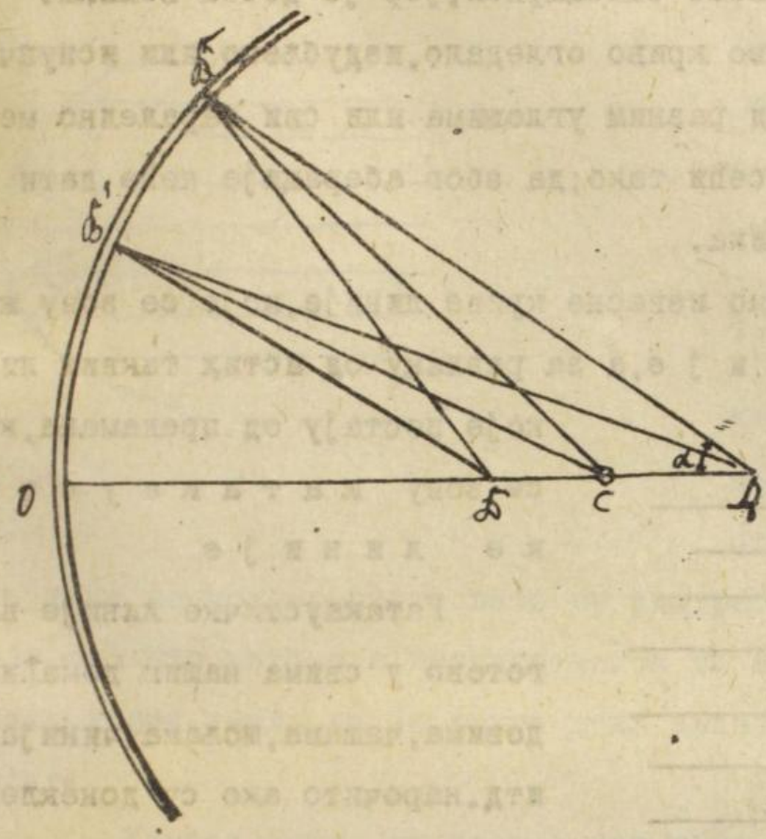
Што је огледало пупчастије, тј. што му је полупречник кривине мањи, дакле сама лопта, од које је огледало направљено, мања, у толико је и слика мања. Али у колико је слика у огледалу мања, у толико је опет оштрија и светлија (отуда она сребрнаста сјајност росних капљица) тј. у којима се најутро огледа сунце.

А Б Е Р А Ц И Ј А.

Напред изведени општи образац за даљину слика и предмета од огледала извели смо претпостављајући да је угао, који заклапа зрак AB са главном осовином врло мали - централан (највише до 5°) и да су према томе дужине: $AB = AD = p$ и $BC = DC = \ell$

Но ако је тај угао већи онда се мора и о њему водити рачуна,

сл.



те ће тај бити сад образац

$$\frac{1}{l}+\frac{1}{p}=\frac{2}{\rho}\cos\alpha$$

Ако је $\alpha=0$ (или претпоставимо) врло мали угао, онда се добија онај пређашњи образац.

Ако ли није $\alpha=0$ онда слика једне тачке неће пасти у једну тачку као до сада, нити ће бити јасна и оштра него мање више развучена и јасна.

Ова појава назива се а.б е р а ц и ј о м (растурање з р а к о в а) да би је у неколико уклонили служимо се на два начин. Или узимамо врло мало огледала, који ће примати само центарне или опет велико али га цело обложимо једном дијафрагмом, кроз коју светлост не може продрети оставивши му један врло мали отвор кроз који ће моћи пролазити, као и у првом случају. само централни зраци.

Ну и на један и на други начин губимо много у интензитету светлости - слике, јер се само један незнатан део пале светлости употребљава на стварање слике, остали већи део, сасвим се губи. Али ово је боље, него оно прво, јер је слика много оштрија и јаснија него кад би се употребљавало велико или ничим не обложено огледало.

Ево како, напр. од угла α зависе места појединих слика.

Кад је α 1^0 - слика ће бити на 0.50006ρ

" " α 2^0 " " " " $0,50031\rho$

" " α 5^0 " " " " 0.50196ρ

Довде се могла занемарити она мала разлика од 0.5 и сви се зраци могу у неколико сматрати као централни зраци.

Кад је α 10^0 слика ће бити на 0.50771ρ

" " α 15^0 " " " " 0.51764ρ

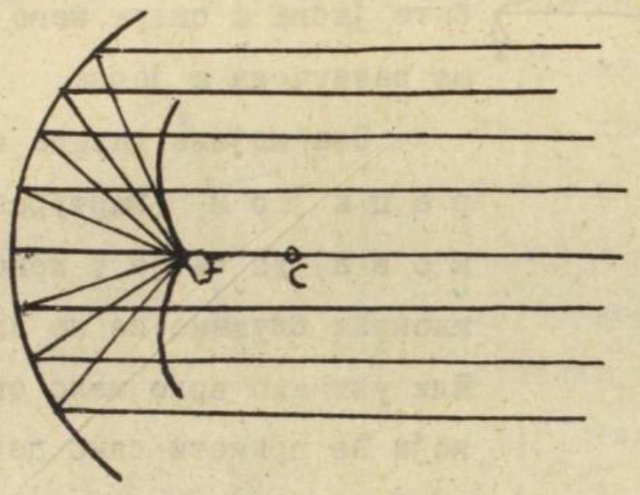
УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА * БЕОГРАД *

Кад је α 20° слика ће бити на 0.54498

Овде се разлика не може занемарити, јер је доста велика.

Стога кад имамо какво криво огледало, издубљено или испупчено - и кад зраци падају на њега под разним угловима или сви паралелно међусобом, они ће се после одбијања сећи тако; да због аберације неће дати само једне слику него читав низ слика.

На тај начин добијамо извесне криве линије, које се зову жижне или к а у с т и ч к е л и н и ј е, а за разлику од истих таквих линија, сл.



које постају од преламања, које се зову к а т а к а у с т и ч к е л и н и ј е.

Катакаустичке линије виде с готово у свима нашим домаћим судовима, чашама, шољама, чинијама итд. нарочито ако су донекле напуњене каквом непрозрачном течношћу (као вином, кафом, мастилом итд

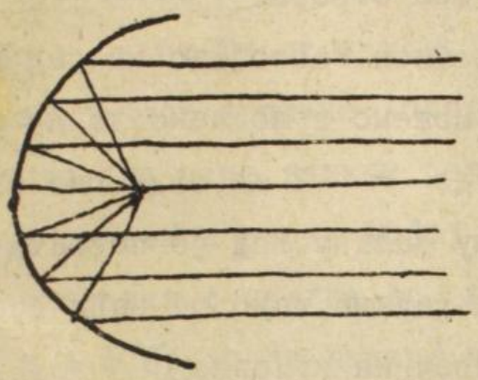
В р с т а с ф е р н и х о г л е д а л а и п р и м е н а н е к о ј и х о д њ и х.

Испупчене огледала осим осталога имају и ту примену у оптици, да шаљу зраке од извесног предмета на врло велике даљине, што ће бити онда кад дотични предмет ставимо у жижу тога огледала, те кад зраци после одбијања оду паралелно са главном осовином секући се у бесконачности.

Кружно огледало не би се могло употребити за р е ф л е к т о р, јер код њега зраци заклапају при упадању разне углове са осом па не иду паралелно него се неки Rpere а неки скупљају, од њих су за ово згоднија п а р а б о л с к а огледала која се праве увек испупчена и личе у главноме на обична сферна огледала, само су више издубљена

Док сферна огледала не могу одбијањем слати од себе потпуно паралелне зракове, дотле параболна огледала чине то савршено. само ако се предмет, који светлост шаље четне у њихову жижу.

сл.



Са те особине параболичних огледала, она се употребљавају као рефлектори код лампе итд. и то обично онда, кад се светлост шаље у једном правцу на велику даљину (на возовима, лађама, кула светиљкама итд.).

Сем параболских огледала и мамо и елиптичка огледала, која имају ту особину да се враци из једне жиже секу у другој, но како се са њима не може радити, слабо су употребљена, а на место њих се употребљавају као што видимо, с претпоставком да се враци из једне жиже секу у бесконачности, дакле да је друга жижа елипса у бесконачности, параболска огледала.

Узгред још да додамо још како то бива:

Одређивање кривине сферних огледала.

Средиште кривине једног шупљег огледала, најлакше се одређује кад се напр. свећа удешавајући метне на место на које ће се и слика од ње пасти (јер смо видели да кад је $p = q$ и $l = \rho$). Жижа његова рекли смо пак, лежи у половини полупречника кривине, на тај начин она се лако налази, кад је познат центар, па према томе и полупречник кривине. Но њу ћемо лако одредити кад изнесемо једно издубљено огледало на сунце, па пустимо да на њега падне сноп сунчаних зракова (паралелних).

Где се ова одбивши се и приближујући се један другоме буду сегли у једној малој тачки пред огледалом (која је врло светла) ни је ништа друго до слика сунчева) ту је жижа тога огледала. Кад је позната жижа лако је сада наћи и центар кривине, јер је овај на два пута већем одстојању жижином од огледала.

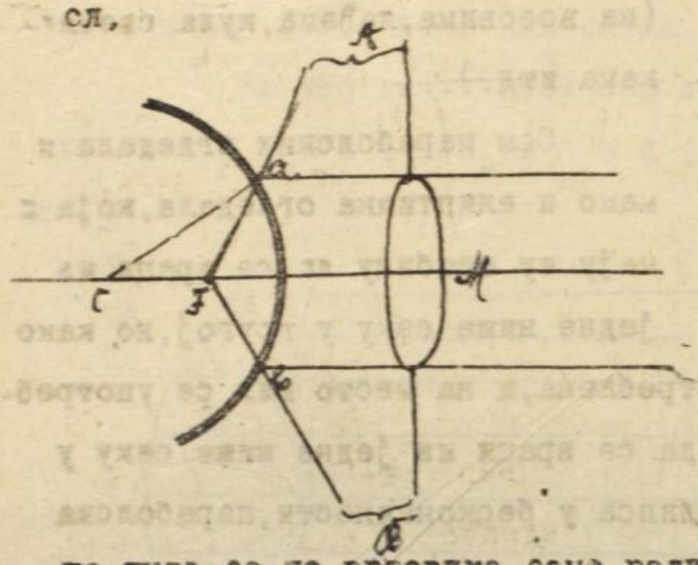
Ово одређивање жиже и центра, које је као што видимо, веома лако за издубљена огледала много теже ће код

→ ~~Код~~ испупчених, код њих се пак одређује жижа кад огледало на-

нагаравимо (или обложимо дијафрагмом) цело,а оставимо му само два мала отвора а и в,симетрична према главној оси.Сад га изнесемо на сунце и пустимо по један сноп паралелних зракова на оба отвора.

Они ће се одбити као што знамо,кречити.Растојање ав сад ће у слици мењати,расти,ако ли узмемо тако,а то можемо врло лако,да АВ на заклону буде = 2 ав,онда смо одредили жижину даљину.Кад је позната жижна и жижина даљина лако је наћи средиште и полупречник кривине.

сл.



Издубљена огледала нашла су велику употребу у оптичким справама,најважнија је пак у телоскопима - што ћемо доцније видети.Испупчена се огледала већ много мање употребљавају,више пута се по вртовима само ради украса држе,веће или мање разно обојене кугле у којима се огледају околни предмети у смањеној сразмери.Такве стаклене лопте често употребљавају и сликари да у њима добијене слике смањене прецртају и сниме.То смањивање слика бива као што смо видели,по законима за испупчена огледала.То се може рећи да је и једина велика у потреби.

Преламање светлости.

Ако светлост простирући се,као што смо видели по правој линији чиње на тоже путу на површину каквога тела;чија се средина разликује од оне кроз коју се светлост простире,онда ће се један део пале светлости, по извесним нама познатим законима одбијати,а други део продужити своје кретање кроз то тело,ако је у опште такве природе да се светлост кроз њега може простирати али не истим правцем,којим је пре светлост ишла,већ ће,као и таласасто кретање скренути мање или више од свога првобитног правца или боље преломити се.То преламање (рефракција) може бити само онда,ако светлост пада косо на ону површину,која развија две разне средине.У противном скретања - преламања неће бити,и светао зрак продужиће свој пут правом линијом.Изменут или живи правац светлога зрака зове се **преломљени зрак** Законима о преламању светлости ушло је се

у траг тек почетком 17.века.Пронашао их је најпре један Холандез по имену С н е л.А затим независно од њега француски физичар Д е к а р т,који их је увео у науку.Ти су закони ~~закони~~ скоро исти они,које смо видели у теорији таласастог кретања.Хоћели се један светао зрак при преламању прелоћи више или мање,зависи једино од густине између ове две средине,из које зрак долази и оне у којој улази.Али тај је однос за извесне две средине увек сталан и назива се и н д е к с или е к с п о н е н а т п р е л а м а њ а.Прави је значај индекса преламања што он показује,у каквом су односу брзине,са којом се светлост простире у једну или другој средини.Јер брзине простирања светлости у разним срединама разне су.

Што је густина неке средине већа,у толико је брзина светлости мања.Брзина светлости,на пример у ваздуху, је већа једна,а у води је сасвим друга,према томе је и преламање кад светлост долази из ваздуха у воду дручија од преламања,кад светлост долази из воде у ваздух.

Између угла упадања у угла преламања,тј.угла који прави прелом њени зрак са управном постоји исти однос,као између брзине светлости у једној средини,и брзине светлости у другој средини,у којој се зрак прелома.

Ако означимо са u угао упадања,са r угао преламања,а са c_1 и c_2 брзине у двема разним срединама имаћемо однос $\frac{c_1}{c_2} = \frac{\sin r}{\sin u}$ који је као што напред рекосмо,за две средине увек раван неком броју n те имамо за преламање светлости да је: $\frac{\sin u}{\sin r} = \sin n$.

смо у теорији таласања звали е к с п о н е н т о м т а л а с а њ а;а овде ћемо га звати као што то напред учинисмо,е к с п о н е н т о м (индексом,коефицијентом) п р е л а м а њ а.

Положај преломљеног зрака одређен је овим законима:

а).- Раван у коју је зрак упао или дошао пада уједно са оном равни у којој се он прелама;и

в).- При једној и истој средини,а разним угловима упадања постоји између синуса упадног угла и синуса угла под којим се зрак прелама свагда непроменљив однос (= n).Како пак брзине светлости као што видимо,зависи једино од густине средина,по којима се простире од исте зависи и сам угао преламања.Кад год светлост долази из оптички ређе сре-

средине,па улази у оптичку гушћу средину напр.из ваздуха у воду или стакло,из воде у стакло итд.Увек се тако прелама да се приближи управној, или другим речима преломи се ка у п р а в н о ј.Ако ли обрнуто долази из гушће у ређу,Онда се прелама тако,да преломљени зрак иде даље од управне.- При посматрању преламања светлости могу наступити ови случајеви;да су две средине ограничене:

1/.- Једном површином;

2/.- Двема равнима и паралелним површинама;

3/.- Двема површинама нагнутим под извесним углом (призма);

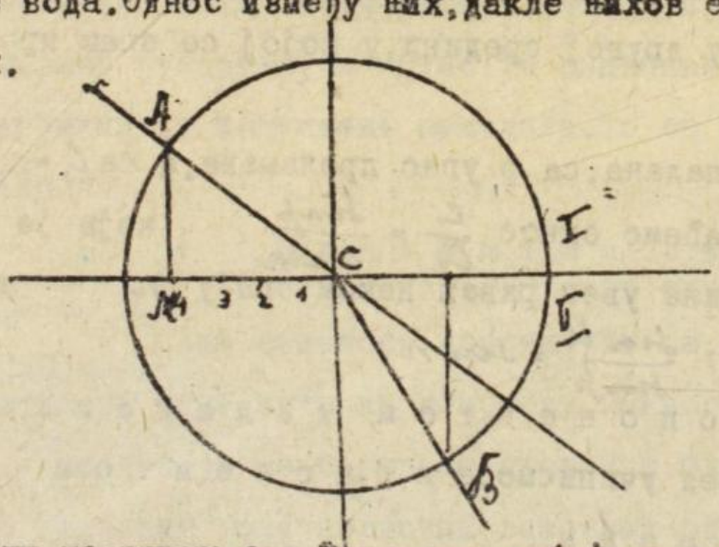
4/.- Једном кривом површином;и

5/.- Двема кривим површинама (сочива).

Разгледаћемо посебице сваки случај,прешав прво на:

1/.- П р е л а м а њ е с в е т л о с т и к а д с у с р е д и н е о г р а н и ч е н е ј е д н о м р а в н о м п о в р ш и н о м.-

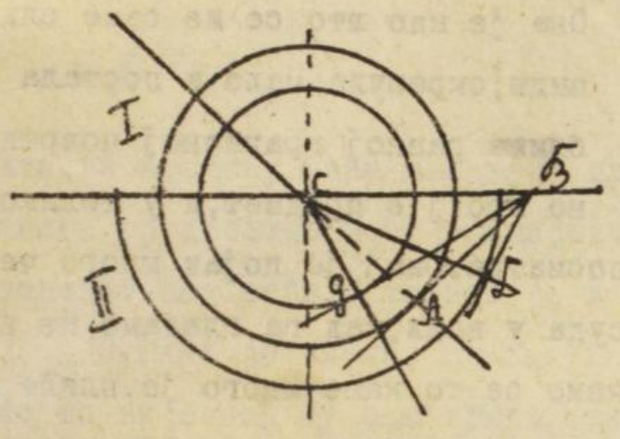
Узмимо две средине:I и II,од којих I нека је ваздух,а II нека је вода.Однос између њих,дакле њихов експоненат преламања нађен је експерименто м и он износи:4:3(4 у ваздуху 3 у води) да бисмо контролисали преломљен зрак,тј преламање графички преставили,радићемо овако:Описаћемо из тачке C један круг извесним полупречником а из тачке A пресека зрака с кругом,спустићемо управну на ограничену површину,сад ћемо ово добијено хоризонтално одстојање CM поделити на 4 једнака дела.На десну страну од тачке C пренећемо три дела,а на крајњег дела спустићемо му управну до пресека с кружном периферијом B,ту тачку пресека саставимо сада с тачком C,и ова нам права пада тада представља п р е л о м љ е н и з р а к.



Као што се овде види зрак није овде продужио прећашњим правцем својим,већ је скренуо за известан угао овде ка нормали - управној,јер је дошао из ређе (ваздуха) у гушћу средину (вода).Преломљени зрак можемо још графички представити,и на овај начин:

Описаћемо произвољним пречником један круг па пустити један светао зрак, предпоставимо да се не прелама при прелазу у другу средину (II) до пресека А са кругом. Сад ћемо из А повући једну тангенту на круг, која граничну површину сече у тачки В.

Но у самој ствари простирање светлости у средину II. неће бити представљено истим овим произвољно описаним кругом, већ мањим или већим сл.



према томе, да ли је у тој сфе брзина пале светлости мања или већа.

У првом случају, ако на мањи круг повучемо из тачке В тангенту па додирну тачку g вежемо са С, добићемо преломљени зрак, који је овде ка нормали, јер је среди II гушћа од I).

У другом случају поступивши тако тако исто, добићемо преломни зрак од нармале (јер је средина I. гушћа од II.).

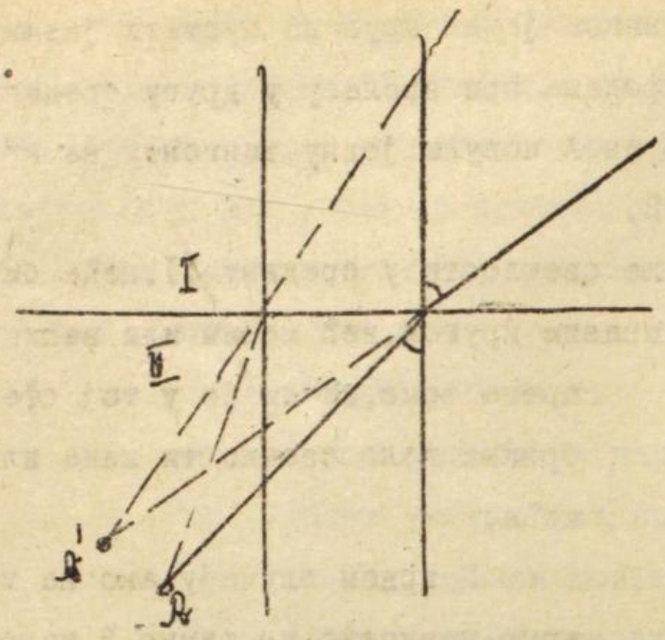
П р е л а м а њ е с в е т л о с т и к р о з с р е д и н у о г р а н и ч е н у д в е м а п а р а л е л н и м п о в р ш и н а м а

У овоме случају зрак долази из средине I улази у средину II (гушћу), а из друге прелази у трећу (ређу).

Претпоставимо да су средине I и III исте, зрак из I средине, падајући на површину ав, под углом, прелази у средину II, преламајући се ка управној. Из овога излазе она два закона, које смо напред поменули, и који су врло важни за преламање светлости у опште. Према њима и према свему у опште овоме, што смо до сада дознали о преламању светлости, било из ређе средине у гушћу, било из гушће у ређу - можемо лако наћи и слику предмета која постаје преламањем зракова - и објаснити њен постанак, као и многе друге појаве преламања, с којима се тако рећи на сваком кораку сусрећемо.

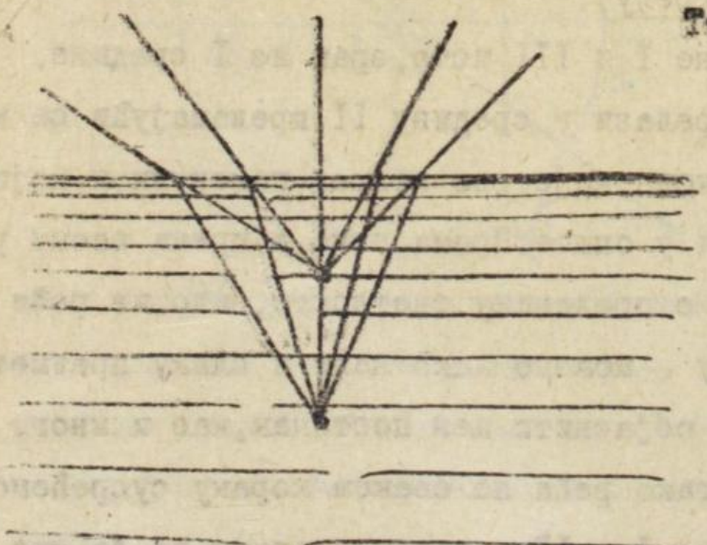
Ако узмемо опет две средине, I и II, с предпоставком, да је средина друга гушћа, од средине прве и да је предмет у II, а ми га гледамо из I-ве онда и зраци најмање је потребно узети два полазећи од предмета кроз средину II и улазећи у ређу средину I, ломе се од управне, дивергујући. Око које гледа косо, гледа косо из средине I и које их тако прелом

сл.



не прима, незна какав је био правац њиховог кретања у средини II. Зато их продужујемо истим правцем, којим до њега долазе, док се они у средини другој не пресеку и скупе у једну тачку A'та је тачка слика предмета - тачке A. Она је као што се из саме слике види, скренула мало и постала ближе равној граничној површини, но што је предмет, и у толико је ближи, у колико око косије тај предмет посматра. Овај је појав много чест са водом и ваздухом. Дно неке реке или суда у води, кад га гледамо из ваздуха, изгледа много ближе површини, или како се то каже много је плиће, но што је у свакој ствари. Зато је и камен па и сваки предмет у води, гледан из ваздуха, увек ближи површини - издигнутији. Из истога је узрока и штап преломљен у води итд. изгледа, који је прелом у толико већи, у колико је око ближе површини воденој.

Ако гледамо у воду право одозго (управо на површину воде) онда нам предмети нису скренути, али нам изгледају плићи.

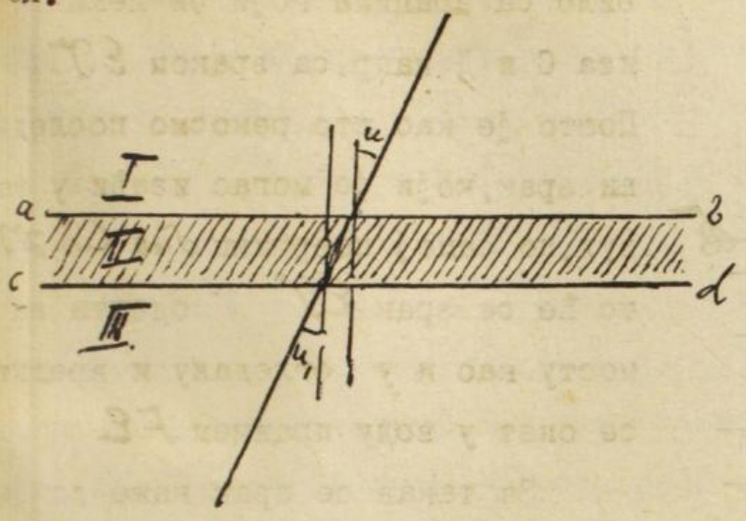


То долази отуда, што од предмета у води полазу само један зрак, управо који се дакле неће преломити, а остали ће се сви преломити и предмет гледан управно, на показани начин много издигнут.

Преламање светлости кроз средину ограничену двема паралелним површинама.

У овом случају зрак долази из средине I, улази у средину другу (гушћу) а из II. прелази у III (ређу). Претпоставићемо да су средине I и III исте. Зрак из I упада на површину ав; под углом И, прелази у средину II, прелама јући се на нормали под углом р, и прелама од управне под углом

сл.



u_1 (као из гушће средине у ређу)

За прво преламање имамо однос: $\frac{\sin u}{\sin p} = n$ а за друго $\frac{\sin u_1}{\sin p} = n$

одакле излази да је и r

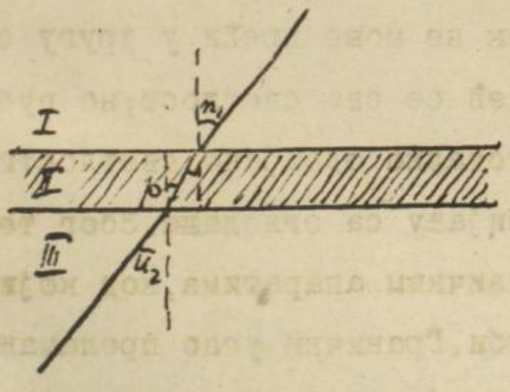
$\sin u = \sin u_1$ или $\angle u = u_1$;

или другим речима. Преломљени зрак излазећи из средине II. биће паралелан са упадним зраком. Ова је промена у томе што се само зрак премешта, за извесну мању или већу дужину од првобитног правца због што зависи од дебљине и коефицијента преламања средине II. Што је дебљина и експоненат њен већи, у толико је и дужина премештања већа и обрнуто.

Овакав је случај преламања кад је средина I иста са средином III Али ако то није већ су све три средине различите онда морамо да тражимо засебан експоненат, као што смо учинили за I и II тебе смо имали: $\frac{\sin u_1}{\sin p} = n_1$ / итд.

$\frac{\sin u_2}{\sin p} = n_2$

сл.



Можемо узети више овакових разних средина, према томе и са више различних експонената преламања.

ТОТАЛНО ОДБИЈАЊЕ

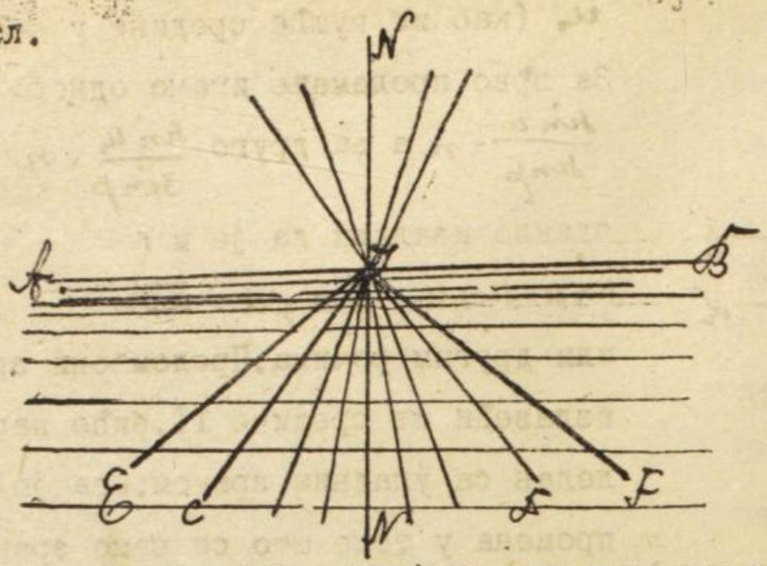
РЕФЛЕКСИЈА

N_1 не долази, да се зрак који иде се увек из једне средине у другу на граници њихово преломи и улази од управне или ка управној у другу средину, већ се може вратити са граничне површине опет у исту средину, одбити се дакле са ње. Како и због чега то бива показаћемо то сад на основу досадашњега, што знамо о преламању. Видели смо да је угао преламања већи од угла упадања, кад се зрак прелама из гушће средине у ређу.

Нека су такове две средине ваздух и вода и нека зраци долазе из воде. Управни зрак N_1 неће се као што знамо преломити, већ ће продужити свој пут истим правцем и под истим углом и кроз другу средину, овде ваздух. Сви остали зраци лево и десно од њега преламаће се од управнице све више и више, тако да ће зраци C_1 и D_1 преломивши се привидно

ићи један десно други лево по самој површини воде. Питање је сад шта би било са зрацима који би лежали иза С и Д напр. са зраком EJ.

сл.



Пошто је као што рекосмо последњи зрак, који је могао изаћи у ваздух, по самој површини био CJ и FJ то ће се зрак EJ' одбити на месту као и у огледалу и вратити се опет у воду правцем FE.

За такав се зрак каже да је претрпео тотално одбијање или потпуну рефлексију. То ће исто бити и са свима оним зрацима, који би полазили из воде између правца CF и AF и вратити се у воду у простору обухваћеним углом $\angle EFB$.

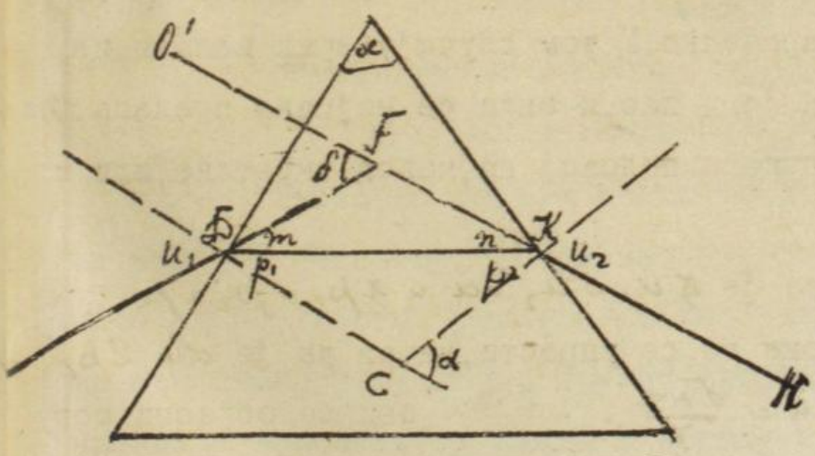
Кад дакле имамо у води неку светлу тачку из које полазе светли зраци зракасто на све стране онда ће бити зракова, који ће преломљени моћи изаћи из воде, али почевши од извесне границе, зраци се враћају тотално одбијени. Угао који дели зраке, који могу изаћи из воде, од оних зракова који не могу изићи, већ тотално рефлектују, зову се гранични угао п р е л а м а њ а. Код тоталне рефлексије ни један зрак не може прећи у другу средину, као што је случај код обичног одбијања, већ се сва светлост, не губећи ништа од свога интензитета, враћа. Зато је тотално одбијање светлости јача, њени су зраци светлији него ли према одбијању са огледала. Због те њене особине она је употребљена у извесним физичким апаратима, код којих је главно да се у интензитету ништа и не губи. Гранични угао преламања може се наћи на овај начин, видели смо да постоји однос за преламање $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$; $\sin\beta = \frac{1}{n}$. Како је n за воду и ваздух познато то можемо лако израчунати $\alpha \measuredangle \beta$ који је овде гранични угао $\alpha = 48°35'$ итд.

Многи предмети стаклени, па и сама површина водена често казују по коју површину сребрнасто-сјајну. То долази од тоталне рефлексије од оних зракова који пролазе кроз стакло па се одбијају на тој површини од ваздуха. Драго камење нарочито дијамант, има велики индексе преламања, у колико је тај индекс већи, у толико је већи и број оних зракова, који се тотално одбијају (рефлектују) у томе телу и отуда и већа

сјајност код тих тела Велика сјајност дијаманта долази од великог упрос највећег броја тотално одбијених зракова. Због те његове особине он се та-ко много и цени.

3/.- П р е л а м а њ е с в е т л о с т и к р о з с р е д и-п у о г р а н и ч е н у д в о м а р а в н и м п о в р ш и н а м а п о д и з в е с н и м у г л о м НАГНУТЕ, или другим речима к р о з п р и з м у Призма је тело које је ограничено са најмање пет равних нагнутих површина. Њих има равностраних, равнокраких и правоуглих, према томе какав ће бити троугао који представља пресек призме.

Код плоча са паралелним странама, видели смо да има случајева да зрак може кроз њих проћи, а да се не преломи, то бива онда, кад падне управно на плочу. Међутим код призме ма како пао зрак мора се преломити. Јер и ако *падне* управно на једну страну призмину, он долази косо и на другу страну и на њој се прелама. И да бисмо испитали какви случајеви могу наступити при преламању светлости кроз једну призму, узећемо да посматрамо промене једног зрака који упада у призму представљен пресе-ком њеним - троуглом АВС зрак *ОД* је *Вос* ($\sin \neq \mu_1$) Управна подигнута на месту упадања *Д* показује да ће се преломљени зрак *ДК* ићи ка њој ($\sin \neq \rho_1$) пошто је средина гушћа у призми од средине ван ње, Управна подигнута на из-ласку зрака код *К* показује да се зрак; преломивши се ($\sin \neq \mu_2$) удалио од ње, и отишао правцем *КН*. Посматрач сад у чије је око пала тај преломљени зрак, види тачку О у О' скренута за $\neq OEO' = \delta$



Тај угао показује за колико је зрак скренуо са свога пређашњег правца (*ОД*), и због тога се он назива у г а о с к р е ш а њ а. Угао призмин пак α према коме се и врши преламање код призме, назива се угао *ломљења* п р и з м е. Однос који постоји између појединих углова, наћићемо свако из слике се види да је $\neq \alpha = \rho_1 + \rho_2$ $\neq \delta = m+n = \mu_1 - \rho_1 + \mu_2 - \rho_2 = \mu_1 + \mu_2 - \alpha$

ЗНАЧИ: 1/.- Да је угао преламања призме раван збиру угла упада и преломљеног у самој призми; и

2/.- Да је целокупни угао скретања раван збиру упадног и преломљеног угла ван призме, смањеном за призмин угао преламања.

Питање је сад какав треба да буде угао α те да зрак који је упао у призму изиђе из ње. Ако са φ означимо гранични угао преламања нашли смо да је $\alpha = \rho_1 + \rho_2$, онда да се зрак преломи, треба да буде: $\rho_1 < \varphi$ и $\rho_2 < \varphi$ или $\rho_1 + \rho_2 < 2\varphi$ или најзад заменом: $\alpha < 2\varphi$ Знајући експоненат преламања за стакло и ваздух имамо да је: $\varphi = \frac{1}{n}$ Ако φ заменимо у горњој једначини, овом његовом вредношћу добијамо да је $\alpha < 2\frac{1}{n}$.

Према томе да у опште буде преламања светлости кроз призму, треба да је увек $\gamma\alpha < 2\frac{1}{n}$. Падали зраци на призму ма како они прелом. ђени увек излазе из призме тако, да иду према њеној основици. То ће нагињање бити у толико веће, у колико је сама основица преламања призме већа.

М и н и м у м с к р е т а њ а.-

Светлосни зраци могу под врло разним угловима падати на призма тако исто и под разним угловима пролазити кроз ну и излазити из ње. Међу свима тим правцима најважнији је онај, који пак пролази кроз призму, тако, да иде с њеном основицом паралелно. У том случају зрак излази из призме под истим углом под којим је и пао, и онда се најмање прелама. Стога се тај положај и назива код призме положај најмањег скретања, или м и н и м у м с к р е т а њ а.

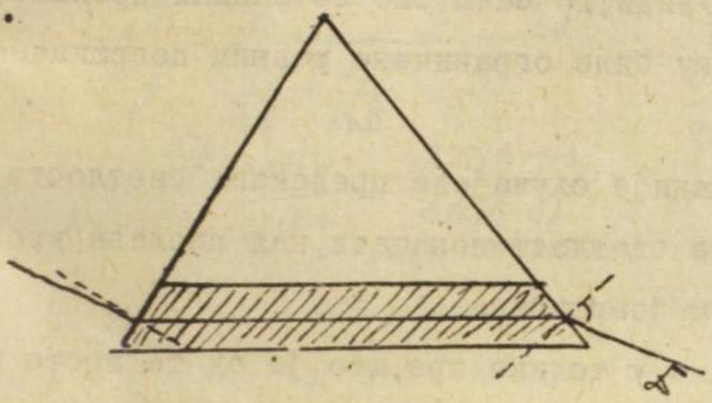
Кад према томе знамо да је $\gamma u_1 = u_2 = u$ и $\gamma\rho_1 = \rho_2 = \rho$ онда једначина за α и δ може да се упрости, нашав да је $\alpha = 2\rho_1$ и одатле $\rho = \frac{\alpha}{2}$, а $\delta = 2u - \alpha$ и $u = \frac{\delta + \alpha}{2}$. ови се обрасци могу врло корисно употребити за одређивање експонента преламања многих тела.

Напред смо видели да је у опште експоненат $n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$ У овом случају $n = \frac{\sin u}{\sin\rho}$.

Зато ако заменимо вредност за u и ρ добићемо да је $n = \frac{\sin\frac{\delta+\alpha}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}}$ где су познате или се лако могу наћи, све вредности осем n. Стога кад се хоће да нађе експоненат преламања какве материје направи се од ње призма и овој се одреди угао преламања α. Угао δ

може се непосредно читати дурбином,те је ствар одређивања експонента врло лако - но то само за чврста тела.За течна тела већ је то теже чинити За њих се направи једна шупља призма,чијега стакла експоненат знамо,напуни се дотичном течношћу и од нађеног експонента одбије се експоненат стакла.Код гасова пак не узима се цела призма,већ само исечак од не у облику једне цеви.Ова се напуни гасом коме хоћемо да нађемо експоненат

сл.



преламања и пусти се један зрак да се преломи паралелно основици призме,на основу познатих односа одреди се експоненат преламања дотичног гаса.На ове су начине одређени сви познати експоненти преламања разних тела и разних средина тако на пр.;нађено је

да је експоненат преламања за алкохол 1.97

" " " " " канада-балсам....1.59

" " " " " крон стакло 1.43 - 1.63

" " " " " флинт-стакло 1.5 - 1.8

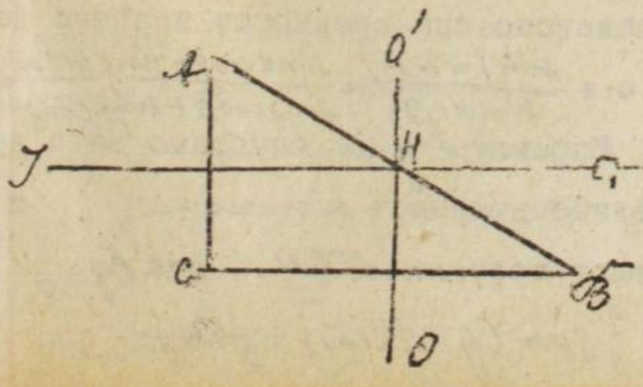
" " " " " за дијамант 2.77

" " " " " (ваздух према безваздушном простору).....1.000295

за водоник.....1.000149

Значајно је,што експоненат преламања за сва тела увек мора бити већи од јединице,јер је,као што смо видели $n=\frac{c_1}{c_2}$ а c_2 је увек мање од c_1 пошто c_1 сматра се као средина,у којој је простирање светлости брже,него ма у којој другој средини (етар).Сем тога међу разноврсним призмама нарочито су важне и правоугле призме, јер оне се могу због

сл.



тоталне рефлексије,коју зраци претрпе на њима,употребити у место огледала. Зрак напр. OH падајући управно на страну BC,пролази непромењен све до H ;ту се тотално одбија (јер под тим углом не може ићи у ваз-

ваздух и оде опет непромењен правцем KJ, око онда види слику предмета OyO' и ако би се исто кретање зрака могло постићи и обичним равним огле далом ипак се више пута (нарочито код научних справа) употребе правоугле призме, јер се код тоталног одбијања не губи у јачини светлости, као код огледала.-

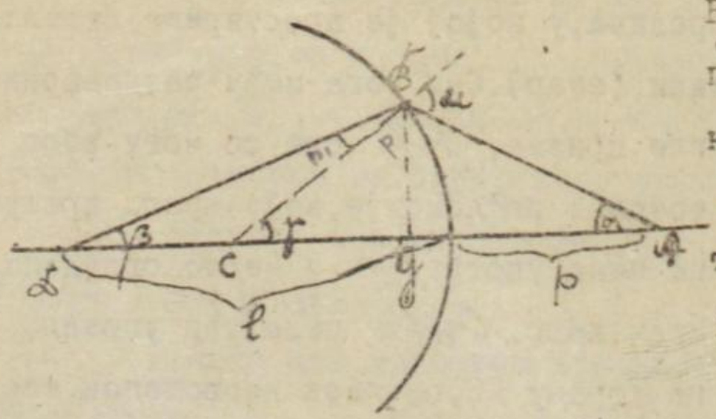
Као што се из свег овога види, до сада смо се бавили преламањем светлости кроз такве средине, које су биле ограничене равним површинама, било паралелним било нагнутим.

Да бисмо упознали све важније случајеве преламања светлости, остаје нам још да видимо, како ће се светлост понашати, кад пролази кроз прозрачне средине, ограничене кривим површинама.

Ово је потребно да урадимо у толико пре, што је од те врсте преламања светлости учињена највећа примена, како у науци, тако и у обичном животу. Да видимо како бива п р в о или како смо радом почели

4/.- П р е л а м а њ е с в е т л о с т и к р о з с р е д и н е о г р а н и ч е н е ј е д н о м к р и в о м п о в р ш и н о м.

Нека је та крива површина, која одваја гушћу средину II од ређе I, простоте ради део једне кружне (лоптасте сферне) површине, чији се центар налази у C а свети предмет A, к о с о в и н и . A шаље светле зраке на све стране; један (од них пада на ту површину у тачки B, ту се п р е л а м а ка нормали (јер иде у гушћу средину II), и сече осу у тачци δ, где је у исто време слика предмета A. Спуштајући управну из B на осу, добићемо правац Bg. Из досадањег већ знамо да је експоненат преламања $n = \frac{\sin u}{\sin p}$ ну



како из $\triangle ABC$ је $u = \alpha + \gamma$ а из $\triangle BC\delta$ је $\gamma = p + p_1$ или $p_1 = \gamma - \beta$ то заменомо све вредности имаћемо да је: $n = \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin(\alpha-\beta)} = \frac{\sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha}{\sin\beta\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha}$

Управну Bg спустимо зато да одредимо вредност синуса-а и

косинуса-а углова, јер је из правоуглог троугла BCg дуж Bg:

$Bg = BC\sin\gamma = \rho\sin\gamma$ или: $\sin\gamma = \frac{Bg}{\rho}$; дуж $Cg = BC\cos\gamma = \rho\cos\gamma$

Затим такође из правоуглог троугла $\triangle BDQ$ имамо да је:

$BQ = BD \sin\beta$ или: $\sin\beta \frac{DO - QO}{BD} = \frac{l - QO}{BD}$.

Даље из троуглова $\triangle ABQ$ имамо: $BQ = AB \sin\alpha$

одакле је $\sin\alpha \frac{BQ}{AB}$ и $AQ = AB\cos\alpha$ одакле је $\cos\alpha = \frac{AQ}{AB} = \frac{AO+QO}{AB} = \frac{p+QO}{AB}$.

Заменом ових вредности у пређашњој једначини добијамо да је:

$$n = \frac{\frac{BQ}{AB}\cdot\left(\frac{\varrho+QO}{\varrho}\right) + \frac{BQ}{\varrho}\left(\frac{p+QO}{AB}\right)}{\frac{BQ}{\varrho}\cdot\frac{l-QO}{BD} - \frac{BQ}{BD}\cdot\frac{p-QO}{\varrho}} = \frac{\frac{BQ\cdot\varrho}{\varrho\cdot AB} - \frac{BQ\cdot QO}{\varrho\cdot AB} + \frac{pBQ}{\varrho\cdot AB} + \frac{QO}{\varrho}\cdot\frac{QO}{AB}}{\frac{lBQ}{\varrho BD} - \frac{QO\,BQ}{\varrho\cdot BD} - \frac{\varrho\cdot BQ}{\varrho BD} + \frac{QO\cdot BQ}{\varrho\,BD}} =$$

$$= \frac{\frac{BQ}{\varrho AB}(\varrho+p)}{\frac{BQ}{\varrho\cdot BD}(l-\varrho)} = \frac{BD(\varrho+p)}{AB(l-\varrho)}$$

Ако се за сада ограничимо на посматране само централних зракова где би $\sphericalangle\alpha$ био врло мали то би онда место BD могли узети дуж $FO = l$ а место AB дуж $AO - p$ те ће нам образац добити овакав облик: $n = \frac{l(\varrho+p)}{p(l-\varrho)}$

Ну овај образац можемо довести на други, много простији, ослобађавајући једначину имениоца, те имамо:

$$n\cdot pl - n\cdot p\cdot\varrho = l\cdot\varrho + l\cdot p \qquad pl(n-i) = l\varrho + np\varrho$$

$$n - i = \frac{l\varrho}{p\cdot l} + \frac{n\cdot p\cdot\varrho}{p\cdot l}$$

$$\frac{n-1}{\varrho} = \frac{1}{p} + \frac{n}{l}$$

Д и с к у с и ј а.- Добивши образац можемо решити по l, p, итд. према томе, кад је која вредност од њих позната, па се тражи, да се она помоћу познатих одреди. Ну за сада дискусије ради, узећемо сада само неколико карактерних случајева, који су значајни по томе, што нам пружају извесне важне податке о овој врсти преламања светлости.

Тако ако зраци светлости падају паралелно ка кривој ~~линији~~ површину тј. долазе из б е с к о н а ч н о с т и дакле ако је $p = \alpha$ онда заменом у пређашњем обрасцу добићемо: $\frac{n-1}{\varrho} = \frac{n}{l}$; l ће одстојање слике од криве (сферне) површине, у о в о м с л у ч а ј у означићемо са $\mathcal{L}$ што ће представљати одстојање главне жиже; место пак саме слике зове се, као и код сферних огледала, г л а в н а ж и ж а према томе образац постаје: $\frac{n-1}{\varrho} = \frac{n}{\mathcal{L}}$ а упоређењем његовим са пређашним обрасцем, добијамо $\frac{n}{\mathcal{L}} = \frac{n}{l} + \frac{1}{l}$

Ако ли наступи обрнут случај па да слику добијемо у бесконачности, тј. ако је $l = \infty$ онда тако исто заменимо у пређашњем обрасцу, добијамо образац: $\frac{n-1}{s} = \frac{1}{\rho}$ које се р у овоме случају обично (назива) означава са Р, те се добивени образац може написати $\frac{n-1}{s} = \frac{1}{P}$

сравњење ових једначина:

$$\frac{n-1}{s} = \frac{n}{L} \quad \text{и} \quad \frac{n-1}{s} = \frac{1}{P}$$

добијамо да је:

$$\frac{n}{L} = \frac{1}{P}$$

или само $L = n \cdot P$ што као правило гласи: Д а љ и н а предмета је равна n (експоненат преламања) пута већој даљини слике.

Сем ових важних једначина можемо извести још и ову: Ако ставимо да је: $\frac{1}{P} = \frac{n}{l} + \frac{1}{\rho}$, онда множећи са Р добијамо:

$$1 = \frac{n \cdot P}{l} + \frac{P}{\rho} = \frac{L}{l} + \frac{P}{\rho} \text{ //.}$$

Ова једначина регулише стање пресека зракова из једне средине у другу. Но ми је за сада нећемо дискутовати:

Ретко се у опште дешава, да су две средине ограничене само једном кривом површином већ чешће је случај:

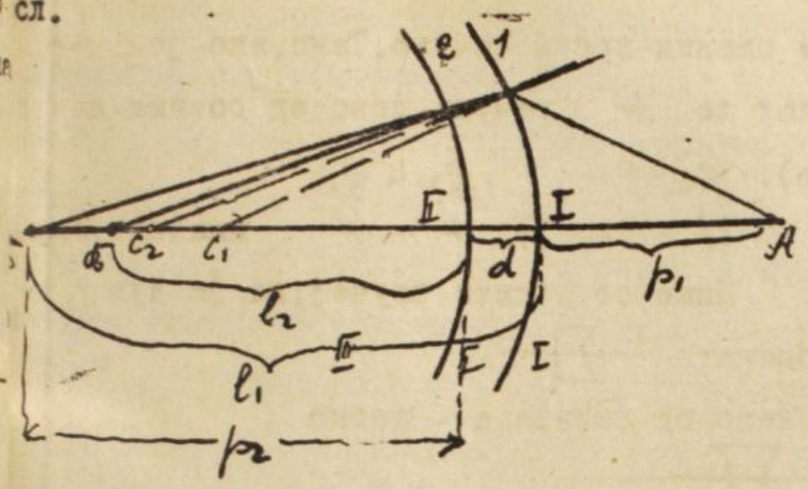
П р е л а м а њ е с в е т л о с т и к р о з с р е д и н у о г р а н и ч е н у д в е м а к р и в и м п о в р ш и н а м а, или тзв. с о ч и в и м а. Сочива ограничавају средину двема кривим површинама, које не морају бити истога полупречника кривине. Тако се зову зато, што по своме облику личе на поједина зрна обичног сочива. Ну и ако би се тако строго могло узети, тако изрезано стакло назвати сочиво данас се тим именом називају и стакла, која нису с обе стране пупчаста, већ могу с једне или с обе стране бити издубљена, као што могу по једну страну имати и равну.-

Преламање зракова кроз сочива посматраћемо, ако посматрамо прво кад зрак прође кроз једну па потом кроз другу криву површину. Пошто ћемо пак имати више пута и врло често додира и посла са сочивима, то треба сад одредити и поједине односе, који постоје између слика и предмета при преламању светлости - зракова кроз сочиво.

Узмимо напр. једно сочиво, које својим кривинама одваја средину II од средине I и II. Нека је на главној оссвини предмет, тачка А на одстојању ρ од прве површине.

Полупречници кривина нека су ϱ_1 и ϱ_2 а d дебљина

сл.



сочива. Зрак од предмета A кад удари о прву површину - кривину преломиће се и дати слику. Да није друге кривине, слика би била негде на остојању l од прве кривине.

Но како имамо и другу кривину, то се зрак, већ једном преломљен кроз прву кривину мора поново преломити, по законима преламања за ове две површине n и n_1 онда преламање кроз прву криву површину имамо, према пређашњем обрасцу, образац: $\frac{n-1}{\rho_1} = \frac{n}{l_1} + \frac{1}{p_1}$ а за преламање кроз другу криву површину $\frac{n_1-1}{\rho_2} = \frac{n_1}{l_2} + \frac{1}{p_2}$ Ако су средине I и III једне и исте, а само II различна, онда је: $n_1 = \frac{1}{n_2}$ те је $\frac{\frac{1}{n_2}-1}{\rho_2} = \frac{\frac{1}{n_2}}{l_2} + \frac{1}{p_2}$ или $\frac{1-n}{\rho_2} = \frac{1}{l_2} - \frac{1}{p_2}$ или $\frac{1-n}{\rho_2} = \frac{1}{l_2} + \frac{n}{p_2}$. Вредност за p_2 (одстојање слике B од друге кривине) израчунаћемо из саме слике, одакле је, као што се види, $l_1 = p_2 + d$ или $p_2 = l_1 - d$. Ну ако d рачунамо на десно а p_2 на лево од друге кривине, то ће p_2 бити негативно, те имамо да је $p_2 = d - l_1$; заменом овога у пређашњем обрасцу добићемо: $\frac{1-n}{\rho_2} = \frac{1}{l_2} + \frac{n}{d-l_1}$.

Ну пошто сочиво има обично врло малу дебљину d да се може слободно занемарити и узети, да је $d = 0$ то је $\frac{1-n}{\rho_2} = \frac{1}{l_2} + \frac{n_1}{l_1}$ Из пређашње једначине за преламање кроз прво огледало, имамо да је $\frac{n}{l_1} = \frac{n-1}{\rho_1} - \frac{1}{p_1}$ заменом ове вредности у горњој добијамо: $\frac{1-n}{\rho_2} = \frac{1}{l_2} - \frac{n-1}{\rho_1} + \frac{1}{p_1}$ одакле имамо $\frac{n-1}{\rho_2} + \frac{1-n}{\rho_1} = \frac{1}{l_2} + \frac{1}{p_1}$ или $\frac{n-1}{\rho_2} - \frac{n-1}{\rho_1} = \frac{1}{l_2} + \frac{1}{p_2}$ одавле имамо: $(n-1)\left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2}\right) = \frac{1}{l_2} + \frac{1}{p_1}$

Према томе образац за однос слике и предмета при преламању светлости кроз једно сочиво јесте овај: $(n-1)\left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2}\right) = \frac{1}{l} + \frac{1}{p}$.

Дужи l и p немају знака (индекса) за то, што вреде у опште за сваки предмет и његову слику, постављајући прва увек даљину слике иза сочива, а друга даљину предмета испред њега.

Дискусија овога обрасца.- Ако је $p = \infty$ тј. ако је предмет у бесконачности, зраци долазе паралелно и слика је у ж и ж п. Ако је $l = \infty$ онда добијамо д р у г у, ж и ж у. – Остале случајеве поменућемо доцније

В р с т е с о ч и в а.- Према односу који постоји између полупречника кривине ρ_1 и ρ_2 имамо и разних врста сочива. Тако, ако је $\rho_1 \sim \rho_2$ сл.

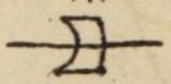


(кад се + рачуна лево од сочива а - десно).- $\rho_2 \sim \rho_1$

1/.- Ако је $+ \sim +$ имаћемо (сл.)

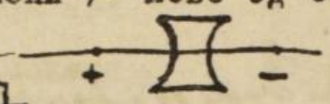
Може се десити случај, да је дуж $\rho_2 > \rho_1$

У другом случају имамо сочиво облика:

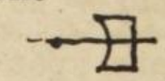


Ако је $\rho_2 \sim \rho_1$ рачунећи + лево од сочива а - десно

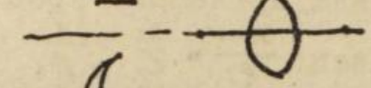
2." + и "- имаћемо -



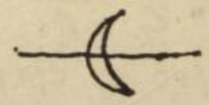
3." + " ∞ "



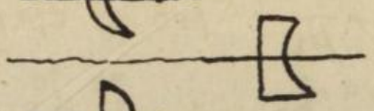
4." − " + "



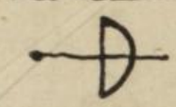
5." - " - "



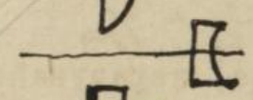
6." - " ∞ "



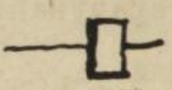
7." ∞ " + "



8." ∞ " − "



9." ∞ " ∞ "



(Ово последње и није сочиво већ равна плоча).

Свега имамо дакле, у главноме, **ш е с т** врста сочива; сва се она могу поделити у две групе од по три сочива;- Прва група даје нам сочива, која су у средини дебља, пуниja но на ободима.

Она се зову општим именом **п у п ч а с т а** **или** **с а б и р н а с о ч и в а**. Међу њима је;

1/.- Двогубо пупчасто (биконвексно)

2/.- Равно пупчасто (план-конвексно)

3/.- Издубљено пупчасто (конкав-конвексно).

У другу групу долазе три сочива, сва **т а њ а у с р е д и н и** но на ободима, то су издубљена или расипна сочива. Међу њима је:

1/.- Двогубо издубљено (биконкавно).

2/.- Равно издубљено (планконкавно).

3/.- Испупчено издубљено (конвекс конкавно).

Да бисмо у опште могли видети, како ће се преламати светлост

кроз једну и другу врсту сочива,ми ћемо их одредити са призмама,са којима она имају сличности.Свако сочиво од побројаних може се сматрати,као да је постало од мањег и већег броја призама.Тако двогубо испупчено може се сматрати,као да је постало у главном из две призме слепљене својим основицама,тако исто и двогубо издубљено сочиво може се сматрати да је постало из две танке призме,састављене врховима итд.

Према томе,кад можемо сочива упоредити са призмама,онда одмах знамо како ће се светлост понашати у њима.Као и код призама тако и код сочива преломљени зрак иће д о б љ е м к р а ј у с о ч и в а.То значи да ће се светлосни зраци код испупчених сочива после преламања приближавати њиховој средини,скупљаће се,због чега се та сочива и зову с а б и р н а.

На против код издубљених сочива зраци ће се приближавати њиховим ободима (јер су они дебљи од средине),те ће се тако разилазити све више,због чега се та сочива називају р а с и п н а.Сочива се сем тога много подударају и са својим огледалима.Једно сабирно сочиво дејствује као шупље огледало јер скупља зраке,даје као и оно,час стварне,час уображене,час увећане,час смањене ликове,према положају предмета према њему. На против,расипна сочива подударају се у своме дејству са пупчастим огледалом,јер растурају или расипају зраке и дају уображене слике.

2/.- Да видимо сада,како се светлост у тим сочивима прелама и како постају слике.Узећемо на расматрање прво двогубо и с п у п ч е н с о ч и в о као преставника сабирних сочива.

Општа једначина за однос при преламању светлости кроз сочива јесте,као што смо нашли: $(n-1)\left(\frac{1}{\rho_1}-\frac{1}{\rho_2}\right)=\frac{1}{\ell}+\frac{1}{p}$

Та једначина и сво сочиво (пошто је ρ_2 негативно)постаје $(n-1)\left(\frac{1}{\rho_1}+\frac{1}{\rho_2}\right)=\frac{1}{\ell}+\frac{1}{p}$.

Ако се узме још да је $\rho_1=\rho_2$ (као што ћешће и бива) имаћемо $(n-1)\frac{2}{\rho}=\frac{1}{p}+\frac{1}{\ell}$.

Сем тога ако је $p=\infty$ тј.светао предмет је у бесконачности а зраци светлосни долазе и падају паралелно на сочиво.Они ће се као што смо видели прошавши кроз сочиво,скупити сви у једну тачку,која се као и код огледала назива ж и ж а тога сочива и ова је слика предмета у бесконачности.Ако ту слику означимо са $\mathcal{L}$ добићемо једначину: $(n-1)=\frac{2}{\rho}=\frac{1}{\mathcal{L}}$

Слика ће тј. $\mathcal{L}$ у овоме случају бити у средини полупречника кривине. Али како на ово сочиво сунчани зраци могу доћи и с леве стране (ако је то пре било с десне стране) то значи да можемо имати још једну такву жижу исту са супротне десне стране сочива. Због тога се и каже да свако такво сочиво има две жиже, које се ако је $\rho_1 = \rho_2$ ни у чему међу собом не разликују. Положај жиже као што рекосмо, како с једне тако и с друге стране, јесте на половини даљине од средишта кривине, до средишта сочива.

Што се пак тиче места слике њега ћемо добити из једначине

$\frac{1}{\mathcal{L}} = \frac{1}{l} + \frac{1}{p}$ одакле имамо, решавајући је по l

$$lp = \mathcal{L}p + \mathcal{L}l \text{ или } l(p-\mathcal{L}) = \mathcal{L}p \text{ и } l = \frac{\mathcal{L}p}{p-\mathcal{L}} = \frac{\mathcal{L}}{1-\frac{\mathcal{L}}{p}}$$

Ово је образац израчунавања места и даљине слике од сочива.

Д и с к у с и ј а.- Ако је у њему $p = \infty$ тј. зраци долазе из бесконачности и преламају се, онда је као што смо видели: $l = \frac{\mathcal{L}}{1-\frac{\mathcal{L}}{p}} = \mathcal{L}$ што значи да се зраци који овако долазе, кад прођу кроз сочиво и дају мању или стварну слику, секу у жижи.

Ако је $p = 2\mathcal{L}$ тј. предмет је на двогубој жижиној даљини од сочива, дакле у центру кривине, онда је заменом $l = \frac{\mathcal{L}}{1-\frac{\mathcal{L}}{2\mathcal{L}}} = \frac{\mathcal{L}}{1/2} = 2\mathcal{L}$ што значи да ако је предмет у центру кривине ($\mathcal{L} = \frac{\rho}{2}$ а. $2\mathcal{L} = \rho$) и слика ће бити на истом одстојању с друге стране сочива, такође у средишту кривине, једнака по величини с предметом, само извртнута.

Ако је $p = \mathcal{L}$ тј. ако је предмет у самој жижи, онда је $l = \frac{\mathcal{L}}{1-\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}}} = \infty$ слика је тада стварна у бесконачности тј. ње и нема, јер се зраци, преломивши се паралелно, не секу нигде међу собом.

Ако је $p = \frac{\mathcal{L}}{2}$ дакле ако је предмет између жиже и сочива, онда је $l = \frac{\mathcal{L}}{1-\frac{\mathcal{L}}{\frac{1}{2}\mathcal{L}}} = \frac{\mathcal{L}}{1-\frac{2\mathcal{L}}{\mathcal{L}}} = \frac{\mathcal{L}}{-1} = -\mathcal{L}$ овај негативан резултат означава да ће слика бити негативна, то у томе случају, стварне слике и нема.

Према свему овоме можемо укратко поновити ствар на овај начин. Кад је предмет у бесконачности, сабирна сочива дају с т в а р н у с л и к у у ж и ж и, која је поред тога извртнута и веома смањена. Док се предмет креће из бесконачности ка средишту, слика се креће од жиже такође средишту, постаје стварна и извртнута али све више и више расте. Предмет у једном средишту, даје слику у другом средишту исте величине. Док предмет

пређе простор између средишта до жиже, дотле слика иде од средишта ка бесконачности остаје стварна, али изврнута и непрестано расте. Предмет у жижи даје слику у бесконачности тј. зраци иду паралелно, најзад кад предмет дође између жиже и сочива, слика је уображена, увећана и неизврнута.

Кад запамтимо место на коме је предмет а тако исто и место, на коме постаје његова слика па на место слике метнемо предмет, његова ће слика, пасти тамо, где је био мало час предмет. С тога тачка на којој је предмет и тачка, на којој од тога предмета постаје слика, називају се као и код огледала **спрегнуте или коњуговане тачке.**

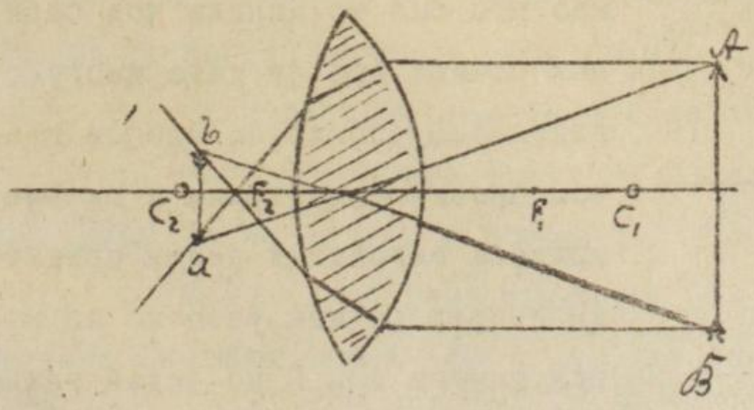
Сем тога величина слика зависи и од величине полупречника кривине. У колико је ρ веће у толико ће и слика бити већа, у колико је ρ мање у толико ће и слика бити мања. Ну у том узајамном односу полупречника и слике има извесне мере, границе преко које ρ несме бити веће, и границе испод које оно несме бити мање.

Све ово што смо извели и што вреди за предмет, кад је он само једна светла тачка, вреди и за читав систем тачака и за читав предмет.

Конструктивна метода за одређивање слика.

Нека је опет дато двогубо испупчено сочиво са својим средиштима C_1 и C_2 и полупречницима кривина, као и са жижама њиховим F_1 и F_2.

сл.



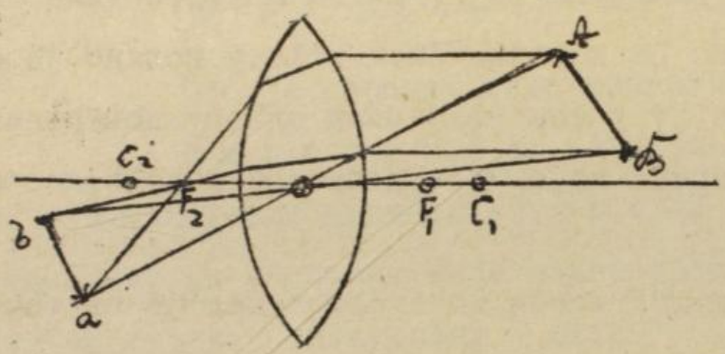
Ако је предмет АВ, коме имамо да нађемо слику, ван средишта кривине а на самој главној осовини, узећемо најпре као што смо учинили, и код сферних огледала из крајних њихових тачака А и В по један главни оси паралелан зрак, ти зраци преломивши се, морају као што смо видели, проћи кроз жижу. Ако сад узмемо и по један главни зрак или по једну споредну осу, тј. зраке који пролазе кроз средиште сочива, ови се неће никако преломити, већ ће се продужити сећи с првим и дати пресечне тачке а и в, које кад вежемо, добијемо слику предмета АВ, изврнуту и смањену. Однос између величине предмета

и овде је као и код огледала $\frac{P}{L} = \frac{p}{l}$

На тај начин помоћу, главној осовини паралелних, главних зракова (споредних оса) можемо увек наћи слику ма кога или ма каквога предмета, ма где он био на коначној даљини од сочива. Тако ако предмет АВ није на главној осовини, опет двогубк испупчена сочива, већ ван не и кос, слику ћемо помоћу паралелних зракова наћи испод осовине, ако је предмет био изнад ње, опет изврнуту, стварну и смањену.

Све што смо нашли за сабирна сочива вреди и за р а с и п н а с о ч и в а,

сл.

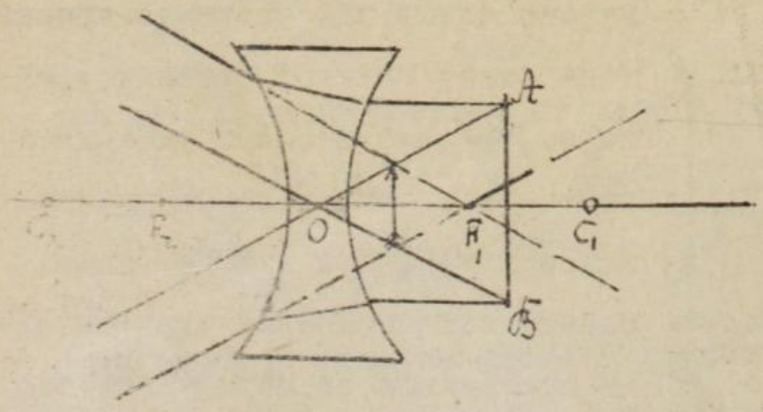


Код њих као и код испупчених огледала нема стварне слике, в ећ с а м о у о б р а ж е н а и с м а њ е н а.

Због те њихове особине она се никада не употребљавају сама за себе, већ у разним комбинацијама са сабирним сочивима, што ћемо у своје време видети.

Нађени образац за место слике: $l = \frac{L}{1 - \frac{L}{P}}$ вреди и овде само са знаком испред (јер је слика увек уображена) дакле: $l = -\frac{L}{1 - \frac{L}{P}}$

сл.



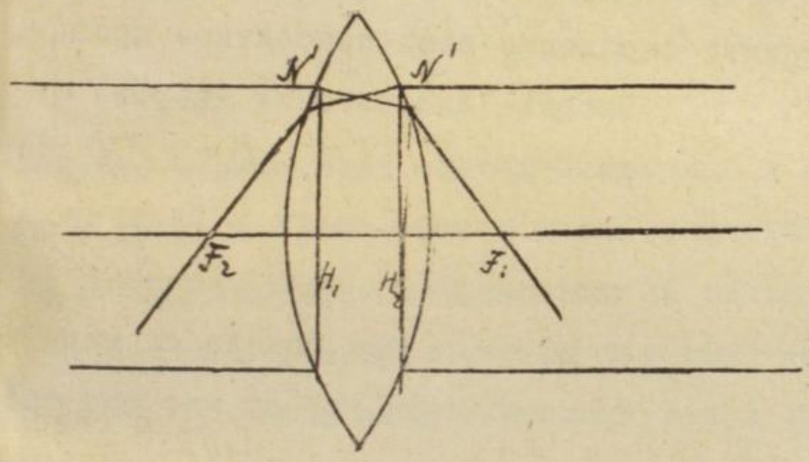
Саму пак слику некога предмета конструисаћемо на сличан начин, као што смо то чинили код сабирних сочива. Ако је дато двогубо и падубљено сочиво, са својом главном осовином, центрима и кривинама његових и један предмет АВ испред сочива, узећемо из крајних тачака А и В по један главно, осовински паралелан зрак и по један главни зрак - споредну осу. Сви ће преломивши се дивергирати не секући се нигде иза сочива. Ну ако их продужимо на супротну страну, сећи ће се међу собом испред сочива и дати слику, као што смо већ напоменули

уображену смањену и неизврнуту.

Ако је предмет ближе сочиву и слика ће се све више приближавати њему, почевши од жиже па на даље.

Све ово до сада говорено је с том претпоставком, да је дебљина сочива d врло мала те се без велике грешке може занемарити - што смо ми и учинили. Али ако је d велико, тј. ако имамо посла са дебелим сочивима, онда се та дебљина не сме занемарити и већ се и о њој мора водити рачуна.

Имајући то на уму Г а у с је поступио овако: Дато нам је једно сочиво са главном осом и жижама, на које пада један главној оси паралелан зрак, овај долази с једне стране, прелама се и иде кроз саму жижу с друге стране, долазећи пак с друге стране, опет се прелама и пролази кроз жижу с прве стране. Ако сад ове преломљене зраке продужимо до пресека њихова са паралелним правцем још не преломљена зрака у сочиву, добићемо опет две тачке N_1 и N_2 кроз које повлачећи две управне на главну осу добићемо на тој тачки H_1 и H_2 које се зову Г а у с о в е или к а р д и н а л н е т а ч к е. Оне су важне због тога, што имају то својство, да предмет у једној од тих тачака, даје лик у другој тачки и обратно, што су нам веома потребне и од велике користи при конструисању ликова код дебелих сочива.

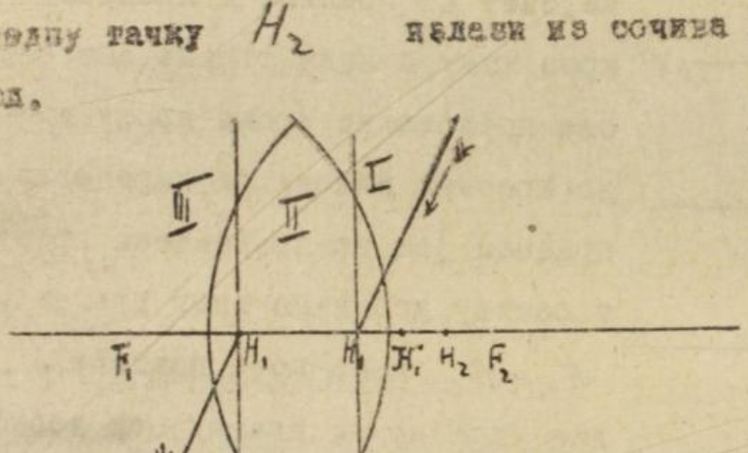


С тога треба пре свега да знамо како се оне конструктивно налазе. - Како је за ваздух и стакло $n' = 1{,}5$ и ако је $\rho_1 = \rho_2 = \rho$ и $d = 0{,}18$ то ћемо имати да је $n' = \frac{1}{n} = 0{,}66$ само одстојање Гаусове тачке H_1 од сочива нађено је, да је $h_1 = +\frac{d}{2{,}95}$ а одстојање друге тачке H_2 од је $h_2 = -\frac{d}{2{,}95}$ Пошто се 2,95 мало разликује од броја 3, онда ће прва Гаусова тачка H_1 лежати на првој трећини, а друга H_2 на другој трећини дебљине сочива d. Треба само поделити d на три дела, па на првом делу почев с десне стране биће H_1 а на трећем или првом с лева, биће H_2 (зато је на негативан)

Овакав је случај, кад су средине I и III једне и исте (ваздух). Ако то нису, већ је прва средина ваздух, II стакло, а III вода, онда је за ваздух и стакло и воду $n = 1,5 = \frac{3}{2}$ за ваздух и воду $n_1 = 4/3$ а за стакло и воду $n_2 = \frac{n}{n_1} = \frac{3}{2} : \frac{4}{3} = \frac{9}{8}$ у овоме је случају $h_1 = \frac{d}{6}$ а $h_3 = \frac{4}{3}d = \frac{4}{6}d$. Према томе ваља просто поделити дебљину сочива d на 6 једнаких делова, па ће H_1 опти на првој а H_2 на четвртој шестини с десна.

Ако сочиво није испупчено двогубо, већ испупчено издубено, онда ћемо имати: $h_1 = \frac{d}{1,5} = \frac{2}{3}d$ а $h_2 = -\frac{2d}{1,5} = -\frac{4}{3}d$

Тачка H_2 ће дакле у том случају лежати ван сочива с леве стране. - Ако средине испред и иза сочива нису исте употребљавају се тзв. Листингови чворови. Зрак који иде правцем, да прође кроз једну тачку H_2 излази из сочива паралелно свом првобитном правцу. сл.

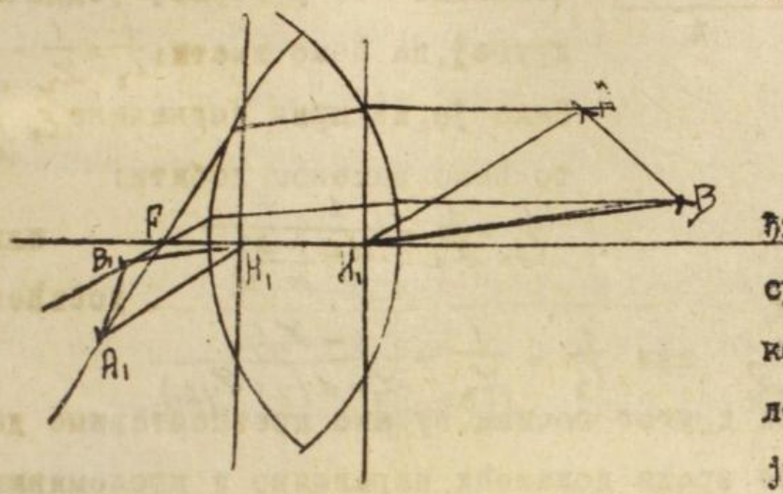


Особина Листингових чворова је да буде: $F_1H_1 = F_2H_2$ и $F_2H_2 = F_1H_1$ Жижа, Гаусове тачке и Листингови чворови то су нете елемената, који прате сва сочива са мало ве ћом дебљином. Ако су, као што смо видели, средине I и III једне и исте, Листингови чворови поклапају се са Гаусовим тачкама, те имамо после само са 4 тачке: 2 жиже и 2 Гаусове тачке. Примена Гаусових тачака као што рекосмо врло је велика. Ако напр. имамо кроз сочива са вели ком дебљином да нађемо слику AB наћићемо, као што смо до сада радили, ли нове крајних тачака A и B које ће после образовати и слику целог предме та.

Ну пре свега у том случају ваља одредити Гаусове тачке.

Кад смо то учинили онда је зрак кроз A, који је паралелан глав ној осовини, преломиће се по познатом правилу, а главни зрак - споредна осовина - неће сад (код сочива с великом дебљином) пролазити кроз оптич ке средиште сочива, већ ће доћи прво у кардиналну Гаусову тачку H_2 а изићиле из тачке H_1 али тако да овај други правац споредне осе бу де паралелан првом правцу. Где се сече споредна осовина са паралелним

већ преломљеним зраком, добијамо лик тачке А.- На исти начин налазимо и лик тачке В, а тиме и слику целога предмета АВ. Према томе даље за изналажење слике код тих сочива потребно нам је, да знамо само кардиналне тачке сочива, јер помоћу њих а на показани начин, слику је врло лако одредити.



Одређивање жижа код сочива.

Најпростији је начин одређивање жижа код сочива, помоћу сунчаних зракова (као што смо и карактерисали), који долазе паралелном сноп-ку се у једној тачки, дајући у њој смањену слику сунчеву. Међутим можемо врло лако да одредимо и на други начин, ако удесимо да слика и предмет буду једне и исте величине тј. ако предмет наместимо у један од центара кривине сочива, онда ће слика опти исте величине и у другом центру (само изврнута). Треба сад само то растојање поделити на 4. једнака дела, па је једна жижа у првом, а друга у трећем делу, почев с десна на лево. Иначе жижу можемо наћи по обрасцу: $\frac{1}{\mathcal{L}} = \frac{1}{p} + \frac{1}{\ell}$ где је p, ℓ врло лако одредити.

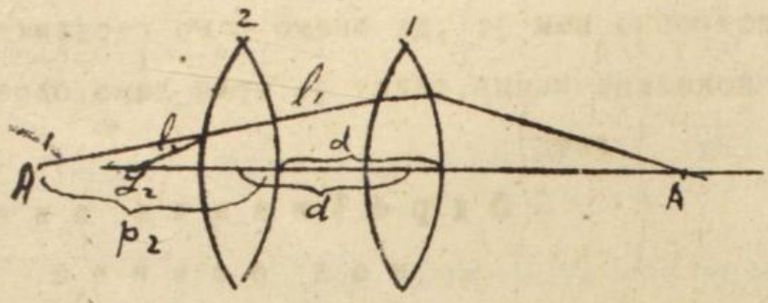
Сложена сочива. Сва до сада, поменута сочива проста и посебице употребљена, никада не дају јасну и оштру слику некога предмета, већ она је увек више или мање **развучена и нејасна.**

Да би се то избегло, те слика испала што боља у оптици се врло често употребљавају тзв. **сложена сочива**, у која се слажу по 2, 3, 4 па често пута и више разних сочива. Ну ми ћемо се за сада ограничити, на слагање два неједнака или једнака сочива, а што вреди за два, вредиће и за више сочива.

Узмемо напр. једно двогубо испупчено сочиво, код кога је однос: $\frac{1}{\mathcal{L}_1} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{\ell_1}$ а друго, код кога је односе $\frac{1}{\mathcal{L}_2} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{\ell_2}$ или: $\frac{1}{\ell_2} = \frac{1}{\mathcal{L}_2} - \frac{1}{p_2}$ па ћемо их сложити.

Остојање 1 од 2 сочива нека је d Зрак, који би пао на 1. сочиво, дао би слику у тачки A, . Из слике се види (ако је угао прелом

сл.



ћени - централни врло мали), да је

$l_1 = d + p_2$ или одавде

$p_2 = l_1 - d$ или пошто је l_1 негативно (јер је иза сочива): $p_2 = d - l_1$

заменимо ово у горњој једначини другој, па ћемо имати: $\frac{1}{l_2} = \frac{1}{\mathcal{L}_2} - \frac{1}{d - l_1}$

Како је из прве једначине $l_1 = \frac{p_1 \mathcal{L}_1}{p_1 - \mathcal{L}_1}$

то ћемо заменом добити:

$$\frac{1}{l_2} = \frac{1}{\mathcal{L}_2} = \frac{1}{d - \frac{p_1 \mathcal{L}_1}{p_1 - \mathcal{L}_1}}$$ или

$$\frac{1}{l_2} = \frac{1}{\mathcal{L}_2} - \frac{p_1 - \mathcal{L}_1}{d p_1 - d\mathcal{L}_1 - p_1 \mathcal{L}_1}$$ добићемо

деобом са p_1 : $\frac{1}{l_2} = \frac{1}{\mathcal{L}_2} - \frac{1 - \mathcal{L}_1/p_1}{d p_1 - d\mathcal{L}_1 - p\mathcal{L}_1}$ или $\frac{1}{l_2} = \frac{1}{\mathcal{L}_2} + \frac{1 - \mathcal{L}_1/p_1}{\mathcal{L}_1 - d(1 + \mathcal{L}_1/p_1)}$

Овде ће онти слика од другог сочива. Ну ако претпоставимо да је предмет у бесконачности, и да се зраци долазећи паралелно и преломивши се кроз оодва сочива, секу се у једној тачки, те дају слику сложеног сочива $\mathcal{L}$ (који ћемо знак узети у место l_2) онда ћемо имати: за $p = \infty$

$$\frac{1}{\mathcal{L}} = \frac{1}{\mathcal{L}_2} + \frac{1}{\mathcal{L}_1 + d}$$

Ако сочиво приближујемо једно уз друго тако да слободно можемо узети да је $d = 0$ добићемо заменом $\frac{1}{\mathcal{L}} = \frac{1}{\mathcal{L}_2} + \frac{1}{\mathcal{L}_1}$; овако бива ако комбинујемо два неједнака двогубо испупчена сочива. Али ако то учинимо са таква два једнака сочива, тј. са сочивима чије су жиже $\mathcal{L}_1 = \mathcal{L}_2$ имаћемо $\frac{1}{\mathcal{L}} = \frac{2}{\mathcal{L}_1}$ или $\mathcal{L} = \frac{\mathcal{L}_1}{2}$

Ако комбинујемо једно испупчено и једно издубено сочиво, добићемо, радећи све овако, или само замењујући $+ \mathcal{L}_1$ са $- \mathcal{L}_1$ да је:

$$1/\mathcal{L} = 1/\mathcal{L}_2 - \frac{1}{\mathcal{L}_1}$$

Али кад комбинујемо ма које сабирно и једно расипно сочиво, там сложено сочиво има увек тенденцију, да што је могуће више **ж и ж у п р о д у ж и**. Како пак сочиво више увеличава, и много јаснију слику даје, кад му је слика све блиска, то је и много боље и много лакше комбиновати само два сабирна сочива, која сложена, у многоме скраћују жижну даљину њихову.

С в е р н а а б е р а ц и ј а. Де сада смо при посматрању сочива претпостављали, да светли зраци падају веома близу оке осе, и на основу те претпоставке могли смо себи допустити оно упрошћење при извођењу главне диоптричне једначине. Ну теорија и искуство уче нас да ће слике код

сабирних сочива бити тачне само онда, кад сочива нису сувише велика, ни су више дебела, нити зраци падају на њих под великим углом. не буде ли то, зраци се, што пролазе ободом сочива, не састају савршено тачно са онима који пролазе средином, те зато слика таквих сочива није добра, нити јасна, већ развучена и нејасна.

Ако напр. добијемо у њима некога мало пупчастога сочива сунчеву слику, опазићемо кад боље завледамо, да се око праве сунчеве слике за коју смо казали да је једна тачка, види као један оквир свуда унаококло.

Тај оквир и та развученост слике, постаје услед неједнаког преламања средишњих и ободних сунчевих зракова кроз сочиво. Ова појава назива се код сочива с в е р н о с к р е т а њ е или с в е р н а а б е р ц и ј а; јер долази од сверног облика површина, којима је сочиво о г р а н и ч е н о.

Испитивањем се пронашло да хиперболичан облик сочива не проузводи никакву сферну аберацију, али с тога што се ови облици веома тешко праве, зато они и нису употребљени у практици.

Ну та се мана код сочива може уклонити у неколико, што ће се пропустити зраци само кроз средину сочива (централни) а заклонити му обод, то ова, кад се испред сочива намести плочица, у среди просушена - дијафрагма - те се зраци пролазећи кроз отвор дијафрагме, преламају само кроз средину сочива.

Опћено се узима, да је средина непокривеног дела мања од ~~~ ~~~ ~~~

зраци преламају и што је најглавније, одбијају са више површина, те је та слика много слабије осветљена но сам предмет.

За све научне справе у којима има сочива, употребљавају се само таква слагањем поправљена, тј. а п л а н а т и ч к а с о ч и в а. Каква је пак и колика је та примена видећемо мало доцније.

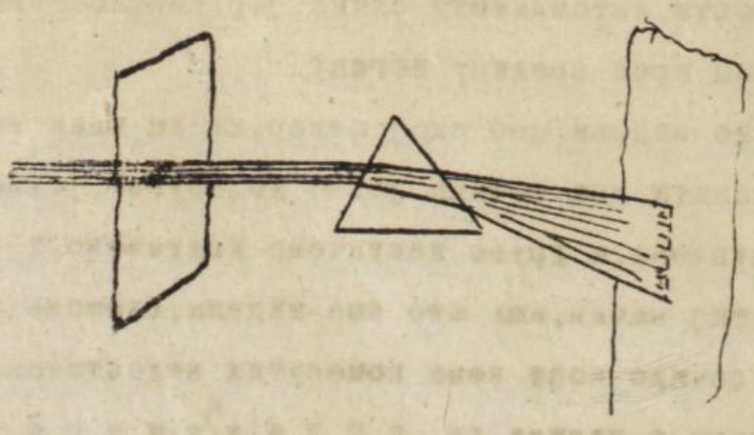
Р а с и п а њ е с в е т л о с т и.

Појам расипања светлих зракова није тако прост као што смо ми то до сада узимали, него ћемо видети још једна модификација.

Кад бела светлост тј. она коју добијамо непосредно од сунца, пр лази из једне средине у другу, она се не само, што при том скреће, но се и разложити на више врста светлости.

Овај је појав први опазио и проучио Њ у т н назвао га р а с и п а њ е м с в е т л о с т и. Ако на пр. у једној соби направимо што ј могуће јачи мрак, а само на једном месту прозора оставимо мали округао отвор, и пустимо кроз њ, један сноп сунчаних зракова, да упадну у собу хор зонтално, овај ће дати најближем зиду или ма каквом другом заклону малу округлу слику сунчеву.

Али ако те зраке на путу пресретнемо каквом површином, какве пр стране стаклене призме, и то тако да прамен светлости прође управо кроз призму, и сликом његовом, онда ћемо опазити, да се светао зрак, осим то га што се предиктира, прелама, у исто време цепа на лепезаст пламен бојени зракова. Тај бојени лик је са једне стране обојен љ у б и ч а с т о, а с друге стране ц р в е н и м з р а к о м. Он се као што је поз нато, зове Њ у т н о в с у н ч а н и с п е к т а р. Између те пак црвене и љубичасте боје има безброј других боја и прелаза (нијанса) из једне у другу; ну наше око може лако да разликује са мо седам главних боја, које иду овим редом, ц р в е н а, н е -



р а н џ а с т а, ж у т а, з е л е н а, о т в о р е н о - и н д и г о
п л а в а, п л а в е т н а - з а т в о р е н о п л а в а и љ у б и ч а с т а.

Свака од њих у спектру заузима простор разне дужине; љубичаста се највише протеже, а наранџаста најмање.

Према овоме бела сунчева светлост није проста, већ сложена из више простих. За доказ да су свих седам боја саставни део те беле светлости, служи нам пропуштање спектра тј. расипних зракова кроз једно сабирно сочиво, које ће све те зраке опет више или мање, уједно скупити и дати прашњој, не баш тако јаку и чисту белу светлост. То можемо учинити и помоћу седам огледала, која тако наместимо, да се са сваког одбија по једна боја и пада са осталима у једну тачку, онда ће се јавити, као и пре бела светлост.

Ну ово расипање светлости са светлог извора у боје, не може се назвати увек и у свакој прилици, већ само на извесној температури. Ако испитујемо спектар неког тела на црвеном у сијању (око 500) видећемо у њем само црвену боју.

Ако ли пак загрејемо то тело до белог усијања, даће спектар од седам боја (напр. усијани угаљ).

Према томе свака температура даје своју к а р а к т е р н у б о ј у. Отуд и сполике р а з н о л и к о с т и б о ј а, које долазе од разноликости температуре појединих молекила тела.

Сви и поједини молекили у једном телу никада нису на истој температури, већ неки на већој, а други на мањој. Најмања температура, на којој може тело да светли, даје у спектру црвену, а највећа љубичасту боју

У размаку те две минималне и максималне температуре настају остале боје са својим врло многим нијансама.

Сем тога расипање светлости зависи још и од преламања п р и з м е. За призме од једне и исте материје расипање расте са углом преламања И обрнуто, при једнаким угловима преламања дужина спектра, дакле расутост његова, мења се према материји од које је призма начињена. Расипање дакле зависи и од експонента преламања тела, које светлост расипа.

Вода напр. не расипа светлост, колико стакло; па и разне врсте

стакла дају разне расутости спектра, јер им као што смо видели, експонента преламања нису иста. Расипање код флинт - стакла готово је два пута веће од расипања крон - стакла, а три пута веће од расипања воде.

Казали смо већ, а то и опет велимо, да се бела светлост цепа преламањем на бојену светлост, и да љубичаста скреће највише, а црвена најмање од свога првобитног правца.

Сада ћемо додати, потпуности ради, још и то да се то растојање, или боље, тај угао, који заклапају љубичаста и црвена боја међу собом, зове се **тотална дисперсија**. Угао, који граде две и две узастопце узете боје, назива се за разлику од прве **парцијалном дисперсијом**. Важно је знати, да тотална дисперзија не стоји у истој размери, повећана или смањена, са парцијалном.

Ако је напр. прва три пута већа - шира (као што је то случај са флинт стаклом и водом) не значи да и парцијална дисперсија мора бити толико исто пута већа - шира.

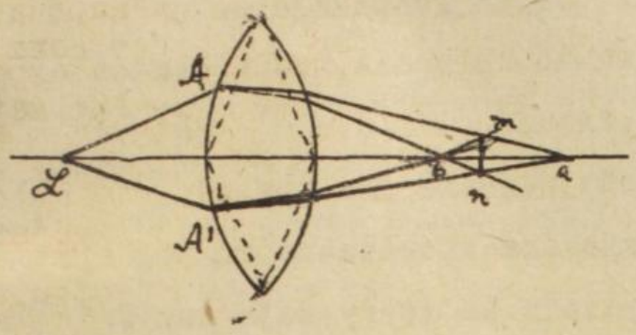
Она дисперсија па према томе и спектар, којега боје иду показаним редом, тј. прва је најмање скренута - црвена, а последња највише љубичаста, назива се нормална дисперсија или нормални спектар. Ну има тела (индиго, крв, хематит, хлорофил итд.) које на супрот томе дају аномалну дисперсију или спектар, тј. спектар у кога боје иду сасвим изврнутим и испреметаним редом, но што је то било код стакла. Код њих су чак неке боје асорбоване, те на место њих долазе тамне празнине. Ова се појава тумачи тиме, што та тела дају за себе извесне своје нове боје, које се мешају и слажу са оних седам боја тако, да дају поменути **аномални спектар**.

Растопљени фухзин, даје спектар са овако поређаним бојама: плава љубичаста, црвена, наранџаста и жута.

Између љубичасте и црвене боје је једна тамна празнина, која долази не место тотално рефлектоване и асорбоване зелене боје.

Хроматичка аберација. Све ово што бива кад светлост пролази кроз стаклену призму, бива и код стакленог сочива, јер и ово, као што смо у своје време напоменули, можемо сматрати, као да је постало од више призама, или нека сочива само, у главној, од две призме.

сл.



Ако [illegible] и LA' зраци, који падају на сочиво, онда се по прелому светао зрак LA цепа на читав сноп обојених зракова, од којих су Аа и Аb крајни обојени зраци. Црвени зраци Аа слабије се, као и код просте призме, преламају од љубичастих зракова Аb. Исто се тако цепа и зрак LA' и $A'a$ и $A'b$ крајни су обојени зраци од светлога зрака LA'. Љубичасти зраци скупљају се сви у тачки, која је сочиву ближа, дакле в, а црвени се зраци опет укрштају од сочива даље у тачки а. Остали зраци; плаветни, индигоплави, зелени, жути и наранџасти секу се у тачкама, које леже између в и а. Сви се обојени зраци укрштају, пре или после његова преламања са осом у кружној површини mn и производе лик другим бојама окружен, што је познато под називом Х р о м а т и ч к е А б е р а ц и ј е, за разлику од сферне аберације, о којој је било унапред речи.

А х р о м а т и ч к о с о ч и в о.- Хроматичка аберација прави лик још много нејаснији но што је случај код сферне аберације.- Због тога, што је у равно обојених зракова и преломљивост различна, постаје у кажином простору сочива читав низ обојених ликова, међу којима, са своје јаче интензивности жути лик најјаче пада у очи. Оптичари су од најкада научили да отклоне нејасност, која долази услед овога цепања светлости, трудиће се непрестано, да ове обојене зраке, опет на какав год начин сједине, те тако и хроматичност униште. Та их је тежња не само довела до уништења хроматичне аберације, већ је помогла уништењу напред поменуте сферне аберације.

За све време тога дугог испитивања дошло се прво до тога, да се једним само сочивом па ма каквог облика било, не може никако поништити хроматична аберација. За уништење његово потребна су најмање два сочива, од којих једно мора да је свагда испупчено, а друго издубљено. Сем тога, морају и стакла, од којих је и једно и друго сочиво направљено, имати разну моћ расипања.

Такво једно сочиво, сложено од два или више других сочива, које

ом давало више или мање необојене ликове, назива се а х р о м а т и ч н и м с о ч и в о м. За разлику од а п л а н а т и ч к о г, које служи само за то, да уклони сферну аберацију. Ну како се уништењем хроматичне аберације може у исто време уништити и сферна аберација, то је ахроматичк сочиво, може се рећи, исто што и апланатично. Исто пак, што вреди за ахроматичко сочиво, вреди и за ахроматизам призама.

И код њих се то постиже помоћу најмање две призме.

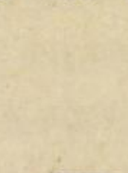
То је и најпростији начин уклањања хроматичности код призама Ако се спектар с једне стране призме ухвати на другу, која има исти угао преламања, као и прва, али је окренута основици на супротну страну од прве онда ће она те разне боје спектра саставити и од себе испустити безобојан сноп зракова. Према томе од сада ћемо и имати посла само са ахроматичним сочивима, која се у оптици врло често и врло много употребљавају, служећи као један од најглавнијих делова већине оптичких и у опште физичких справа. Све што за њих вреди, вреди у опште и за ахроматичке призме. Управо сочива су један специјалан случај призама.

У с л о в и з а а х р о м а т и з а м с о ч и в а.-

Ако комбинујемо једно равно испупчено сочиво и равно издубљено имаћемо, као што смо видели и нашли, да је жижа таквога комбинованога сочива:

$$\frac{1}{\mathcal{L}} = \frac{1}{\mathcal{L}_1} - \frac{1}{\mathcal{L}_2} \quad \text{или} \quad \mathcal{L}_1\mathcal{L}_2 = \mathcal{L}\mathcal{L}_2 - \mathcal{L}\mathcal{L}_1$$

сл.



а одавде решењем по $\mathcal{L}$:

$$\mathcal{L} = \frac{\mathcal{L}_1\mathcal{L}_2}{\mathcal{L}_2 - \mathcal{L}_1}$$

Ово ће бити дефиниција слике каквога предмета.

Ну осим осталог, овде морано водити рачуна и о експоненту преламања комбинованих сочива.

Ако је он за прво сочиво n_1 а за друго n_2 имаћемо по једном од претходних образаца, да је $\frac{n_1-1}{\rho_1} = \frac{1}{\mathcal{L}_1}$ и $\frac{n_2-1}{\rho_2} = \frac{1}{\mathcal{L}_2}$

одакле је из прве једначине: $\mathcal{L}_1 = \frac{\rho_1}{n_1-1}$

а из друге: $\mathcal{L}_2 = \frac{\rho_2}{n_2-1}$

Ово би биле слике, које би дала сочива, кад би посебице дејствовала. Заменом њиховом у претходњем обрасцу за слику комбинованог сочива

добићемо: $$\mathcal{L}=\frac{\frac{\varrho_1}{n_1-1}\frac{\varrho_2}{n_2-1}}{\frac{\varrho_2}{n_2-1}-\frac{\varrho_1}{n_1-1}}=\frac{\varrho_1\varrho_2}{\varrho_2(n_1-1)-\varrho_1(n_2-1)}$$

одавде имамо: $$\mathcal{L}=\frac{\varrho_1\varrho_2}{\varrho_2(n_1-1)-\varrho_1(n_2-1)}$$

Али ово сочиво,као и свако друго,даће слику обојену,од којих су бојених зракова за нас најважнији,као крајњи,црвени и љубичасти.Према томе слика за црвене зраке биће:

$$\mathcal{L}_{цр}=\frac{\varrho_1\varrho_2}{\varrho_2(n_{1цр}-1)-\varrho_1(n_{2цр}-1)}$$ а за љубичасте зраке:

$$\mathcal{L}_{љуб}=\frac{\varrho_1\varrho_2}{\varrho_2(n_{1љуб}-1)-\varrho_1(n_{2љуб}-1)}$$

Ако сад хоћемо да сочиво буде ахроматичко,што нам је циљ,ове две слике треба да се поклопе,тј.треба да буде:

$$\frac{\varrho_1\varrho_2}{\varrho_2(n_{1цр}-1)-\varrho_1(n_{2цр}-1)}=\frac{\varrho_1\varrho_2}{\varrho_2(n_{1љуб}-1)-\varrho_1(n_{2љуб}-1)}$$ или само:

$$\varrho_2(n_{1цр}-1)-\varrho_1(n_{2цр}-1)=\varrho_2(n_{1л}-1)-\varrho_1(n_{2л}-1)$$

$$\varrho_2 n_{1ц}-\varrho_2-\varrho_2 n_{2ц}+\varrho_1=\varrho_2 n_{1л}-\varrho_2-\varrho_1 n_{1л}+\varrho_1$$

$$\varrho_2(n_{1ц}-n_{1л})=\varrho_1(n_{2ц}-n_{2л})$$ или најзад $$\frac{\varrho_1}{\varrho_2}=\frac{n_{2ц}-n_{2л}}{n_{1ц}-n_{1л}}$$

Ово је услов за ахроматичност двају сочива,као правило може се изказати:Полупречници комбинованих сочива сразмерни су са тоталним дисперсијама њиховим.

Као што смо већ напред поменули за ахроматична сочива мора се увек узети разно стакло,да би им експоненти n_1 и n_2 били различни.

Према томе излази да се ахроматичност комбинованих сочива врло лако постизава.Но то није тако проста ствар,како се на први поглед чини сва је тешкоћа ахроматисања у томе,што парцијална дисперсија не зависи и не иде упоредо са тоталном.О томе је било говора и напред.кад смо говорили о дисперсијама.Ако применимо ахроматично сочиво за црвену и љубичасту боју тј.удесимо да се оне сасвим поклопе,не значи да ће се и остале боје поклопити и дати с првима белу светлост.Из тога се јасно види,да се сочиво никада не може ахроматисати за све зраке и боје,већ

само за извесне од њих, за које пак зависи од употребе дотичног сочива.

Како жути део спектра утиче најинтензивније на наше око, а сам много мање од њега, то се у оптици највише ахроматишу сочива за жуту боју. Ну та се сочива не могу употребити и напр. у фотографији, већ се она у том случају ахроматишу за љубичасте зракове, који као што ћемо доцније видети имају, највеће дејство хемијско.

С а с т а в с п е к т р а.- Жутну је био познат само обојени и в и д љ и в и д е о с п е к т р а. У самој ствари сваки спектар у већој или мањој расутости својој, има т р и д е л а, који имају различне особине и који су;

1/.- Светли зраци, који дејствују на мрежицу ока и чине спектар видљивим, дајући седам простих боја.

2/.- Ултра - црвени зраци, који су испред црвеног дела и који не могу да дејствују на око, али имају топлоту много већу негели остали делови спектра, због чега се још и зову т о п л и м з р а ц и м а.

3/.- Ултра љубичасти зраци, који се иза љубичасте боје дуго простирају, такође су оком невидљиви; топлотна им је моћ врло слаба, али опет хемиска моћ и дејство врло јака, због чега се зову и х е м и с к и м з р а ц и м а. Они се само хемиским путем констатују и ничим више. Отуда код спектра тројаке особине: светлосне, топлотне и хемиске.

Б о ј е т е л а.- Видели смо да се свака светлост може да сматра да је састављена из више боја у главном из седам.

Питање је сада зашто разна тела сада имају разну боју, као и од куда долази та обојеност тела.-

Пре свега има да разликујемо боју у п р о п у ш т е н о ј и б о ј у у о д б и ј е н о ј с в е т л о с т и. Та разлика често пута је врло велика, јер није сасвим све једно гледати неко тело у одбијеној а неко тело у пропуштеној светлости.

Танак лист од злата у одбијеној светлости је жут, а у пропуштеној преливa се зеленкасто. Исто тако и вино, гледано у одбијеној светлости, црно је; а гледано у пропуштеној оно је црвено. Кафа је у одбијеној светлости црна, а у пропуштеној је мрка итд.

Како на сва тела пада иста бела течност од свих боја (обично сунчева) то онда нимта друго не значи, него да је та бела разно зобијена.

упити у себе све остале боје,а одбити само једну,и то ону коју ми видимо на њему.Ово исто вреди и за пропуштене светлости кроз неко тело,које ће упити све могуће боје,сем оне,коју ми видимо на њему,јер ју пропушта.

Према томе дакле какву боју суде одбило или пропустило неко тело у такој боји ће се и нама показати или у таквој боји ћемо га видети. Тако напр.плаво стакло упија мање или више све боје сем плаве,коју одбија од себе.А такав је случај и са свима разнобојеним телима - предметима.

Поједине боје можемо непосредно добити из спектра.Да ли ће се неко тело показати у боји у којој га видимо,зависи од природе светлости, која га осветљава.

Тако ако осветлимо плавом.светлошћу,само ће се она тела осветлити плаво,која се иначе на обичној белој светлости покажују као плаво обојена тела;сва пак друга обојиће се црно,јер упијају ту боју па се у њој не могу да покажу.

Тако исто ако на црвену хартију пустимо зраке у којима нема црвене боје,ова ће изгледати сасвим црна.Према томе дакле стварање појединих боја,и показивање тела у појединима од њих,ствар је релативна.Као што се из горњих примера види то стварање зависи и од природе тела на које падају светли зраци.По природи зелено тело показаће се само онда зеленим,ако међу светлим зрацима који на њега падају има и зелене боје.

У сваком другом случају оно се јавља као црно.Ако ли је пак боја којег тела компликованија,оно ће мање или више одбити од себе све оне боје,које чине ту компликованост.

С м е ш а н е б о ј е.- Све боје спектра сматрају се као просте боје.Бела пак боја,као што смо пак више пута напомињали,није само за себе боја,већ је сложена из више боја,на које се бела светлост при преламању расипа.

На против ц р н а б о ј а ј е о с у с т в о с в а к е с в е т л о с т и и сваке боје;она постаје,кад тело не одбије од себе ни једну од боја,које су на њ пале,већ их на супрот досадашњем,све у себе упија.

Средину између беле и црне боје држи с и в а б о ј а.Она је

мешавина беле и црне боје.Управо,то је бела боја само недовољно осветљ

Мешањем појединих само простих боја,добићемо разне компликов боје са разним нијансама.Ваља најпре разликовати мешање боја у прашку (фарбама) са мешањем спектарских боја.Сасвим друге боје добићемо у прв случају,него у другом.То је за то,што ће боје,из прашка направљене уве биле просте или сложене,одбити (толико рефлектовати) од себе неки извес тан већи или мањи део,на њих пале светлости,те дати при овакој или онак светлости њу или ону,овакву или онакву,али увек блеђу боју.Зелена боја напр.из прашка направљена није проста већ сложена из жуте и плаве јер с из них може најлакше добити.За једног молера и сликара основне су боје: црвена,жута и плава,а црну он сматра за праву боју.

Као што рекосмо,бела се боја добија мешањем свих седам основн спектарних боја.Али њу можемо добити и мешањем само по две и две од њих такве две боје,које се до беле допуњавају,називају се к о м п л е м е н т а р н е б о ј е.

Ако напр.мешамо само цевену и зеленкасто плаву боју,добићемо чисто белу боју.Према томе те две боје су комплементарне.Сем њих компле ментарне су и ове боје;наранџаста и цијано плава,жута и индиго плава,љу бичаста и зелено жута итд.Свака боја као и свака нијанса,има своју наро читу и потпуно одређену комплементарну боју.

Ако помешамо крајеве спектра,црвену дангле и љубичасту боју,до бићемо тзв. п у р п у р н у б о ј у,која је комплементарна чисто зеле боје,јер помешамо ли с њом даје белу боју.

Према томе,дакле,чисто зелена боја нема просту комплементарну боју,већ је ова сложена из две.Бела боја на тај начин постаје и мешањем трију боја.

Сем тога има да разликујемо з а с и ћ е н е и н е з а с и ћ е н е боје.У колико се која боја више приближује белој боји,у толико је незасићенија,а у колико се више удаљује од ње у толико је засићенија.

У ове последње спадају,посебивце узевши све спектарне боје,а прве,у опште речи, н е ч и с т е боје.

Ако напр.помешамо нечисту зелену боју са нечисто плавом добић мо рђичасту боју,која је незасићена,јер у њима има помешане и беле боје

Незасићене су боје све бледе боје;као бледо жуте,бледо зелене, бледо плаве итд.

Ово мешање боја треба разумети само у одбијеној светлости,а ни како у пропуштеној.Према томе њих можемо мешати само поклапањем једне с другом;то поклапање бива на разне начине;Једна је од њих брзо покретање више поређаних боја као и слика,чиме се постиже један општи утисак,једна боја.

То можемо констатовати и на самоме спектру,кад га окрећемо.

Да ли је која боја чиста или нечиста,у колико је она чистија од друге,као из чега се она састоји - испитује се спектром,тј.пропуштањем спектра кроз ту боју.Ако напр.имамо разне врсте црвених стакала,која су за обично око исто обојена,као и исто интензивна,пропуштајући кроз њих посебице спектар,видећемо,да је у једном од њих поред црвене промешана ова или она боја,у другом више боја итд.

Ово разликовање чистоте боја - што ћемо,како бива,доцније видити - корисно служи за фотографију,у којој се све само на чистим бојама ради.

Ево напр.неколико од боја,које се могу добити мешавином спектарних боја у одбијеној светлости и поклапањем.

Црвена и љубичаста дају п у р п у р н у б о ј у.

" и затворено плава дају з а т в о р е н у р у ж и ч а с т у.

" и плава дају о т в о р е н о р у ж и ч а с т у.

" " зелена - плава дају б е л у б о ј у.

" " зелена дају б л е д о ж у т у.

" " жута дају н а р а н ц а с т у.

Наранџаста и љубичаста дају з а т в о р е н о р у ж и ч а с т у.

" и затворено плава дају о т в о р е н о р у ж и ч а с т у.

" " плава дају б е д у.

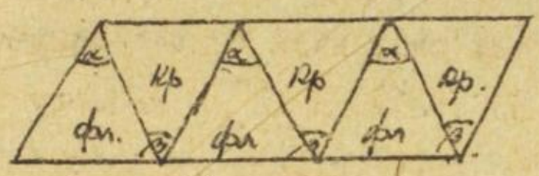
" " зелено-плава дају б л е д о ж у т у.

" " зелена дају з л а т н о ж у т у.

жута и љубичаста дају о т в о р е н о р у б и н ч а с т у,
" и затворено плава дају б е л у;
" и плаве дају о л е д о з е л е н у,
" и зелено плава дају з е л е н у,
" и зелена дају ж у т о - з е л е н у.

До сада смо имали случај, да светлост преломна се само кроз једну призму и расувши се у седам боја, скреће се за известан угао од првобитног правца зракова. Али ако хоћемо, што је често пута и потребно, да имамо спектар у истом правцу, у ком (су) зраци са светлог извора иду и падају на призму, онда се то не може постићи само простом призмом, већ сложеном, тзв. призмом à vision directe. то слагање бива овако:

сл.



Узме се једна призма од флинт стакла, па се уз њу искренута прелепи друга (од крон стакла), уз ову такође искренута (од флинт стакла) трећа, четврта итд. читав низ од њих. Ну да неби било ахроматичности - а када ће је бити видели смо напред, када је о томе било речи - друга се призма не прави, а такође и остале редом наизменце од истог стакла од кога је и прва - овде флинт стакло - већ од крон стакла, нити са истим углом преламања већ опет наизменце са различним.

На тај начин постиже се оно што се је желело, тј. спектар је виноруби преламањем зракова, ма да је због тога много слабијег интензитета, но у нашем случају.

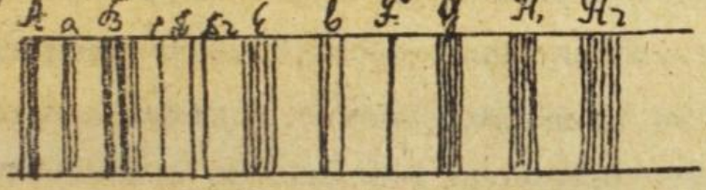
Спектарна анализа.

До сада смо сунчев спектар, хватајући га на заклону, више слободним оком посматрали и поздаље, држећи да је он к о н т и н у а л а н једноставан, непрекидан, тј. састављен из оних седам боја са равним прелазом или благим прелазом и нијансама из једне у другу.

Али ако га помоћу нарочито зато удешених справа, испитамо а-

детаљније, у свима појединостима, видећемо јасно да спектар сунчев није континуалан, већ испрекидан извесним тамним слабијим и јачим линијама. Те тамне слабе линије први је опазио В о л а с т о н (1802); али је ф р а у е н х о ф е р, чувени оптичар у Минхену, био први, који их је (1815 год.) пажљиво проучио и потанко испитао и описао приложивши и цртеж у коме је главније линије обележио извесним писменима, одредивши на тај начин за свагда свакој од њих извесно и стално место.

Тих је линија на хиљаду и зову се, у част њиховог проналазача ф р а у е н х о ф е р о в е л и н и ј е. Главније и карактеристичније су од њих ове: Сасвим на крају у црвеном пољу налази се на једну подебелу црну линију, коју је фрауенхофер обележио са A. Затим са малом разликом, а у отворено црвеном делу виђа се један сноп двогубих црних линија обележен са B, а између тих линија, одеље боје означава са a. Сем њих у црвеном делу спектра, више на граници између црвеног и нарандастог, налази се још и једна танка линија C. У жутом делу виде се две подебеле линије D_1 и D_2 које су нарочито карактеристичне како ћемо доцније видети, за спектар натријумов. У зеленој боји има читав сноп линија E, а у главном само једна дебља F између којих се налазе три линије b, две прљубљене једна уз другу, а трећа је мало даље од њих.

сл. 

У затвореном плавом делу налази се такође један сноп линија G а напослетку при крају у љубичастом делу читава серија линија H_1 и H_2.

На овим је линијама основана тзв. с п е к т а р н а а н а л и з а помоћу којих можемо да испитујемо спектре свих васионских и земаљских тела, изводећи и закључујући при том о њиховим разним састојцима - свака од тих линија одговара извесном телу, елементу и обратно. Осим тога свака појединa линија може се сматрати и као један засебан талас, коме се таласна дужина може врло лако одредити.

Те таласне дужине одређене су у десет милионитим деловима и за линију:

D таласна је дужина ..... 760.1 (0.0007601 мм.).

B	таласна је дужина	.....	686.9
C	" " "	.....	671.1
$Д_1$	" " "	.....	589.9
$Д_2$	" " "	.....	589,5
E	" " "	.....	526.9
F	" " "	.....	486.1
Г	" " "	.....	430.7
$Ж_1$	" " "	.....	396.8
$Ж_2$	" " "	.....	393.3

Као што се види из овога, таласне су дужине у црвеном најдуже, а што се иде одиме љубичастом оне су све краће и краће, јер су вибрације чешће. Према томе и ова чињеница тврди оно, што смо пређе казали о узроку расипања светлости, тј. да долази од нарочите брзине треперења појединих зракова, и да црвени зраци претпе, вибрицу, најспорије, а љубичасти најбрже, те се први најслабије у призми преламају, а други најјаче.

Ово су резултати испитивања видљивог спектра, међутим ми смо казали, да има и невидљиви део спектра, тј. ултра - црвени и ултра - љубичасти Испитивање је и код њих вршено само справама у којима је призма за испитивање топлотног дела, направљена од камене соли (јер она ултра црвене зраке не упија, као што то чини стакло) а испитивањем хемиј. дела спектра направљена је од кварца. На тај начин нађено је, да код њих има оних сталних фрауенхоферових линија, као и код видљивог спектра. И ултра црвени пак и ултра љубичасти зраци не виде се голим оком зато, што им је таласна дужина тако мала, да се никако не може видети, а и што их наше око, као и стакло, у унутрашњости својој (очна материја) јако упија. За изазивање првих употребљује се термомултипликатор, а за друге фотографија и флуоресценција. Последња и највећа таласна дужина код топлотних зракова нађена је да износи - у десетомилионитим деловима 0.030 мм. према томе појамно, било и јесте зашто се ти зраци не могу да виде голим оком.-

Да ли ће се све ове фрауенхоферове линије показати у једном спектру или не, зависи на првом месту од температуре тела, чији спектар хоћемо да посматрамо. Као што се свака боја може представити извесном таласном дужином или извесним бројем трептаја у секунди, тако се исто,

обрнуто,и сваки талас може узети да преставља једну извесну боју.-Према томе,колико год има таласа и таласних дужина,толико има и разних боја и нијанса њихових.

С тога ћемо у опште узети и рећи да има бесконачно много боја и да нема ни једне светлости,која би у спектру дала само једну боју. Таква светлост би се иначе звала м о н о х р о м а т и ч н а.Најпрости ји овакав случај је код натријума,који у своме спектру даје две жуте обојене линије D_1 и D_2 које су врло близу да им се једва може одвојеност распознати,те се у неколико његова светлост може сматрати,да је монохроматична.-Као што рекосмо разнообојеност спектара,долази од разног броја трептаја у секунди и ово до кога се броја појединa боја простире:

Црвена боја(почиње од линије A)	од	400-470	милиона	у секунду.
Наранџаста	"	470-520	"	" "
жута	"	520-590	"	" "
зелена	"	590-680	"	" "
отворено-плава	"	650-700	"	" "
затворено-плава	"	700-760	"	" "
љубичаста	"	760-800	"	" "

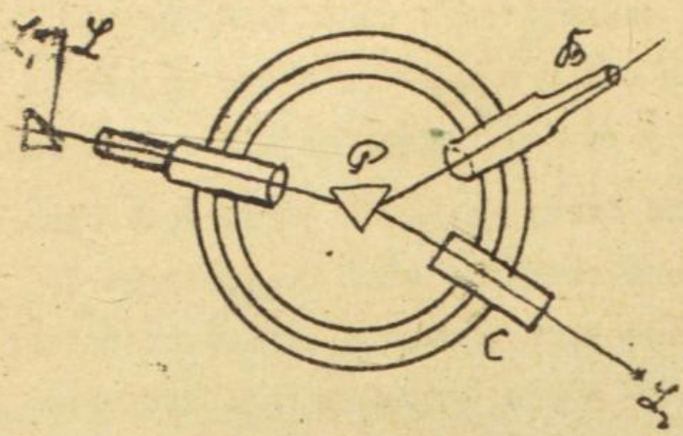
Покушавало се,да се према свему овоме обрађује као и у акустици (музици) једна скала,али се није могло успети у томе,јер овде број трептаја опада и расте у аритметичкој размери,а у акустици он је опадао и растао у геометријској размери.

С п р а в е з а п о с м а т р а њ е с п е к т а р а р а з н и х т е л а.

То посматрање врши се справама,тзв. с п е к т р о с к о п и м а и с п е к т р о м е т р и м а.Први су само за то,да се њима спектар гледа,а други да се он мери.У К и р х о в љ е в у и Б у з е н о в у (проналазачи спектарне анализе) спектроскопу на једном стубу стоји призма од флинт стакла P,у којој гледају три цеви A,B и C.Цев A колиматор има за задатак да примљену светлост тако подеси,да зраке паралелно дуваровима његовом.Она има на предњем њеном крају један округао прозор, који се по жељи може повећати или смањити,према томе да ли је потребно

пропустити мање или више светлости од светлог извора L . На другом к
ју цеви A налази се једно испупчено сабирно сочиво, које паралелише све
зраке и пале кроз прорез пре него што они на призму P падну. дужина це
је толика, колика је жижина да
сочива, па зато и излазе из не
ти паралелно, као да долазе из
коначности.

сл.



Друга цев B јесте један о
чан дурбин за хватање и посмат
ње разних њим увећаних делова
спектра, који настају од извора
дошлих и у призми преломљених
зракова. Да би се могла у исто време два спектра посматрати и непосредн
међу собом упоредити, засторка је једна половина прореза једном
малом призмом, са које се светлост од извора L тотално одбија. Према то
кроз прорез можемо упустити у цев A две светлости: Обојену L и белу L_1
Услед тога на дурбину B види се један над другим два спектра: један од
обојене, а други од беле светлости те их тако можемо међу собом упоређи
ти. Трећа цев C садржи једну микрометарску скалу. Кад отвору те цеви пре
семо неки пламен извора L_2 пашће сенка ове мере на призму P, и виде
мо је дурбином између она два спектра. На тај начин можемо врло лако и
тачно одређивати положај појединих светлих и тамних линија. Да неби ка
страна свјетлост имала удела при том раду, те да неби посматране наше
увлачило у погрешку, призма се, заједно са отворима свих трију цеви прем
ној, покрива изнутра црно обојеним сандучићем или само повећим црним, гу
тим чаршавом.

Према томе помоћу спектроскопа можемо доста лако посматрати и
испитивати спектре свију тела, за која знамо да постоје. Питање је само
како ћемо добити те спектре појединих тела. Лако је, разуме се добити
спектре запаљивих тела (кисеоника, водоника итд.) јер их ваља само запал
ти, на њихову светлост пустити на место оне из L_1 ; Кроз прорез на цеви
A, да падне на призму P, да се у њој преломи и да да спектар. Али је т
тако много теже учинити са телима, која не горе, нити су запаљива (као

гвожђе, злато, сребро итд.) Ну и њихов спектар лако ћемо добити и опазити помоћу електричних варница, кад само пустимо, да преко них иде електрична струја и скачу варнице, које их усијају те онда она у неколико испаравају и запале се.

Овај други метод за добијање спектра појединих чврстих и незапаљивих тела употребљује се и код гасова, особито оних, који не горе, као што су азот, угљена киселина итд. Такви гасови напуне се у тзв. Г а ј с л е р о в е ц е в и, па се кроз њих, празнећи их донде, док једна варница не прође, пусти да пролећу варнице.

На тај начин лако ћемо видети спектар дотичног гаса и посматрати га у свима његовим појединостима.

Е к с п о н е н а т п р е л а м а њ а к о д с п е к т р а.

Говорећи напред о тоталној дисперсији спектра, казали смо да она захтева све боје, почев од црвене па на даље до љубичасте.

Сад ћемо узети, што је све једно, да нам тоталну дисперсију представља простор између линија A и H, као прве и последње линије спектра, дакле; $n_A - n_H$ Парцијална пак дисперсија биће сада пак између две и две сваке линије, као између A и F, B и H итд. дакле као и у првом случају $n_A - n_F$, $n_F - n_H$ итд.

Према томе свака линија у спектру има свој експоненат. Тако нађено је, да је експоненат за линију B = 1.628, за C = 1,630, за D = 1,635, за E = 1642 итд.

Сви ови експоненти преламања поред тога што зависе од стаклета призмина, зависе још и од температуре, и то у већој мери, на којој се посматрање спектра врши.

У колико температура више расте, у толико експоненти фрауенхоферових линија све више опадају. Према томе кад знамо експоненте преламања код појединих линија, лако можемо охроматисати призму и сочиво, ако само те вредности заменимо у нађеном обрасцу за ахроматисање:

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{n_{,\mu} - n_{,\lambda}}{n_{,\mu} - n_{,\lambda}} = \frac{n_{,A} - n_{,F}}{n_{,A} - n_{,H}}$$

В р с т а с п е к т р а.

И спектар сам по себи, тј. његова развијеност као и његов експоненат преламања, зависи на првом месту од температуре, - само овде у правој

сразмери - у колико је температура већа у толико је спектар већи и развијенији,и обратно.Кад нађемо да неки спектар није цео развијен,тј.нема потпуно свих седам боја,онда нам је то поуздан знак,да температура тела које тај спектар даје,није висока:Ако ли је исти цео!тј.има свих седам боја,значи;да је температура тога тела врло висока - она је у потпуно белом усијању.Тако кад је тело на температури од 525°,дакле кад постане мрко црвено,његов спектар јавља се развијен до линије B.Кад је на температури од 654°,кад је оно дакле потпуно у црвеном усијању,тек до линије F ;кад је на температури од 718° - у отворено црвеном усијању,до линије F и G (тј.између њих);на температури од 782° - у жутом усијању - до иза линије G ;од 1160° - у белом усијању - до линије H итд.На тај начин можемо увек знати на којој се температури налази тело,чији спектар посматрамо

Тако је се и сазнала температура свих небеских тела,за које се дотле само нагађало.

Ну сем тога што величина спектра зависи од температуре,каквоћа његова зависи и од агрегатног стања тела чији спектар хватамо.

Према томе имамо да разликујемо три врсте спектра; с п е к т а р ч в р с т и х, т е ч н и х и г а с о в и т и х т е л а.

Спектар усијаних чврстих тела је континујиван,н е п р е к и д а н.

Такав спектар даје на напр.пламен лампе,свеће итд.Да се пламен у опште може видети,треба да у њему има безброј комадића угљенових чађи. То су та чврста тела,која светле у пламену и дају спектар његов континуиван и акс на први поглед пламен изгледа гасовит.Према томе,кад је говорћ о чврстим телима,морамо увек имати на уму ту чињеницу,да она свакад при потребној температури,дају спектар континуван.Ну опет зато тешко их је по спектру разликовати и издвојити од течних тела,јер и ова дају континуиван спектар.

Зато кад год видимо који континуиван спектар,ми онда домишљамо, да ли је тело,чији је тај спектар,чврсто или течно.

Напротив спектар гасова сасвим се разликује од спектра прва два агрегатна стања тела,јер је он дисконтинуиван - испрекидан.Да ли ће у њему линије,које га чине испрекидати,бити одвојене једна од друге или по-

поклопити се и срести поједине међу собом,зависи једино од температуре, а особито притиска на ком је дотични гас.

Ако је гас на високој температури и при малом и слабом притиску те су линије одвојене,разређеније једна од друге;ако ли је тај притисак већи,линије ће се све више и више поклапати међу собом,тако да ће под врло великим притиском дати приближно континуиван спектар.

На тај начин можемо према горе изложеном,судити и одређивати поред аггрегатног стања и температуру и агрегатно стање,као и притисак тек којима спектар хватамо и посматрамо.

Ну сем тога имамо да разликујемо још две врсте спектра,тзв. *емисионе* и *апсорпционе*. Први се у опште може рећи,са светлим линијама,други са тамним.Они се добијају од светлости, која би са светлог тела,напр.од сунца непосредно пала на призму не претрпив на путу своме,што се тиче састава, никакву промену.

Други напротив постају пропуштањем беле сунчеве светлости кроз извесна тела,чврста течна или гасовита,нарочито обојена,која пропуштају кроза се само неке зраке те беле светлости,а нека у себе упијају - апсорбују.

На тај начин у таквом апсорпционом спектру добијамо извесне тамне пруге,о којима смо већ нешто поменули у сунчеву спектру.

Само као што смо рекли,усијана чврста и течна тела дају континуиван спектар,а усијани гасови дају испрекидан,задржавајући само неке светле обојене линије усијаног гаса.

Усијан гас упија дакле из беле светлости све оне зраке које издаје сам,стога су та места беле светлости у спектру правна тј тамна.

Тако усијана пара натријумова даје емисиони спектар са жутим линијама D_1 и D_2 али ако кроз ту пару пропустимо белу светлост,то ће у континуивном спектру ове,на место жутих линија натријумових стајати тамне.Или ако кроз пламен,који је натријумом обојен жуто,пропустимо Дрим мову светлост,то ће ова дати спектар са тамним линијама натријумовим.

Ми ћемо на тај начин спектре усијаних гасова потамнити,те да се у континуивном спектру јаве као апсорбовани спектри. Све ово познато

је као К и р х о в љ е в з а к о н, јер је он први успео, да произведе вештачки неке од тамних линија сунчева спектра, показавши и доказавши тиме, да су то линије апсорпционог спектра неких усијаних гасова.

Ако са J означимо интензитет беле светлости, која има да прође кроз неки пламен интензитета i, овај ће од ње апсорбовати један део у себе $\frac{1}{n} J$. Према томе интензитет светлости, која ће пасти на призму спектроскопну и дати апсорпциони спектар биће:

$$J_1 = (J - \frac{1}{n} J) + i = J + (i - \frac{1}{n} J).$$

Дали ће према овоме спектар бити континуиван, емисиони или апсорпциони, зависи једино од разлике $i - \frac{1}{n} J$

Ако је најпре: $i - \frac{1}{n} J = 0$ тј. ако је $i = \frac{1}{n} J$

спектар ће бити к о н т и н у и в а н, јер је $J_1 = J$ дакле у њему нити има апсорпције, нити икакве друге светлосне промене.

У томе случају емисија је равна апсорцији ($i = \frac{1}{n} J$)

Ако је $i - \frac{1}{n} J > 0$ или $i > \frac{1}{n} J$ у спектру ћемо добити више светлости, но што је J тј. у њему ћемо добити неке светле линије, те ће тај спектар бити е м и с и о н и.

Овде је емисија већа од апсорције ($i > \frac{1}{n} J$)

Ако је најзад разлика $i - \frac{1}{n} J < 0$ или $i < \frac{1}{n} J$ тј. ако је емисија мања од апсорције, у спектру ће бити мање светлости но што је J, тј. добићемо неке тамне линије - апсорпциони спектар.

Према томе дакле сви се испрекидани спектри могу у главном поделити у две врсте, на емисионе и апсорпционе. Какви су и како се добијају једни, а како други видели смо већ. Главна је разлика између њих, што су е м и с и о н и, испрекидани светлим, а а п с о р п ц и о н и т а м н и д р ж а в и м л и н и ј а м а.-

О тога и једни и други могу бити линијски и пантљикасти. Први ако су линије: с в е т л е, у емисионом, или т а м н е, апсорпционом, раздвојене једна од друге, да се свака од њих види за себе одвојено.

У том случају имамо л и н и ј с к и е м и с и о н и (напр. н а т р и ј у м о в) и линијски апсорпциони спектар (сунчев).

Други, што се често дешава, кад те линије нису потпуно одвојене једна од друге, већ наиме, као да су више њих сраслe у једну пантљикасто

облика. На тај начин добијамо пантликасти апсорпциони спектар. Они постају кад на пут зрацима, који би дали линијске спектре, метемо какав обојен комад стаклета, или ма какво друго прозрачно обојено тело.

Поред тога линијски спектар може прећи у одговарајући пантликасти кад гас, чији је тај спектар, изложимо већем притиску.

Ако ми тај притисак, повећавајући га, доведемо дотле, да гас пређе у течно стање, пантликаст спектар поступно ће прећи у континуиран.

Испитивање спектра појединих тела.

На већ напред показани начин изазваћемо спектар појединих тела и испитиваћемо спектар појединих тела и испитиваћемо, тј. упоређиваћемо их помоћу спектроскопа са спектрима других познатих тела. То упоређивање бива обично понајчешће са сунчевим спектром.

Тако, ако изазовемо напр. спектар водоника и упоредимо га са сунчевим, видећемо јасно, да су четири за водоник карактеристичне црте-линије, потпуно поклапају са четири одговарајуће линије сунчевог спектра.

Тако линија C у црвеном делу сунчева спектра одговара водоничкој H_α линија F у плавом делу одговара светлој линији H_β линија G одговара H_γ и линија H одговара линији H_δ

Ово су те четири светле линије, које карактеришу водоник, и по којима га можемо познати ма у ком телу и ма где он био.

Никакве друге линије нема нити можемо видети у његовом спектру, кад је он чист.

Ако сада узмемо натријумов спектар, видећемо у њему две светле жуто обојене линије D_1 и D_2 које га карактеришу и по којима га, као и водоник, познајемо свуда у свакој ма у најмањој количини.

Сад ћемо узети азот, кисеоник, угљену киселину итд. и њихове спектре тако исто испитивати, па од свега тога саставили бисмо прегледа ради, један списак, по коме, а помоћу спектра, можемо увек констатовати, да ли неког тела има или нема на том и том месту, у тој и тој светлости итд.

На тај начин уверили бисмо се, да свако тело има свој нарочити

спектар,који се по броју,боји,положају,интензитету и ширини својих свет лих пруга разликује од спектра свих осталих тела.

Ну ове светле линије нису увек по дужини исте величине,већ су неке краће,неке дуже (Лаке - ове линије),а неких чак и нема.И томе је узрок неједанкост температуре гаса,у Гајслеровој цеви,чији спектар посм трамо.

То можемо најбоље видети,кад Гајслерову цев,у место да спојим управно на спектру,метемо хоризонтално према њему.

Ако је температура у ком делу цеви већа,и део спектра,који њ му одговара биће развијенији,па и светла линија,која је у том делу,већа дуља.

Ако је та температура мања биће сасвим обрнуто.

Сем тога та неједнакост загревања цеви долази од неједнакости ширине и дебљине њене.

Кад је водоник на ниској температури,па му ова постепено рас даје у своме спектру најпре линију H_α (C) на H_β (F) затим H_γ (G и најзад H_δ (H).

За ове две последње треба врло високе температуре,зато њих ретко кад и видимо,радећи обично осредњом температуром.

Ну довољно нам је видети и једну само карактерну линију тога тела,па да се одмах зна да тога тела има у посматраној светлости.

Примена спектарне анализе.

Како свако тело има свој нарочити спектар,то се по истима могу врло лако распознати поједина тела,на чему је и основана аналитична мето да,тзв.спектарна анализа или просто спектрали- за,коју су прво увели у науку Кирхов и Бунзен 1859 год.

Важност и примена те аналитичне методе лежи на првоме месту у томе,што је веома осетљива,те се и врло мале количине по своме спектру могу опазити и констатовати.

Тако минимална количина ($\frac{1}{3.000.000}$ mgr)натријума,ли- тијума или другог каквог једињења,која је неосетна за и најосетљивије хемијске реакције,показује у пламену јасан свој спектар.

Тај великој и понадмашној осетљивости спектралне анализе ~~[illegible]~~ има се једино и захвалити и приписати што су у последње доба многи нови елементи пронађени, а за многе елементе показано је том методом да је распростирање њихово много чешће, но што се пре држало и знало. Тако помоћу спектроскопа у испареном остатку неке слане воде пронашли су Кирхов и Бунзен 1800. год. дотле непознате елементе рубидијум и цезијум, које су у врло малој количини еспростри на земли. То име дато им је по карактеристичним линијама њиховог спектра. (Rubidus -црвен) нарочито падају у очи две црвене линије; у спектру цезијумову пак истичу се нарочито две плаве линије (caesius -небеско плаво).

Као трећа важна примена спектралне анализе, с обзиром на њену осетљивост, јесте употреба њена за распознавање минималне количине у каквом једињењу, као и за констатоваже, да ли је које тело једињење или елеменат. На тај начин доказано је да су многа тела једињења, за која се дуго мислило да су елементи. Због те невероватне осетљивости своје она је од велике користи у судским истрагама при разпознавању крви од просте црвене боје, која се разлика слободним оком нити другим каквим средством не може опазити. И крв има свој нарочити апсорпционе спектор, који је карактеристике и по коме је можемо познати ма у најмањој количини. За какву мрљу на опраном рубљу или платну може се констатовати апсорационим спектром, да је крв, ако је у њој заостало ма и једно крвно зрно. Тако исто спектролизом служимо се у медицини при тражењу и констатовању врло мале количине жучи у крви, шећера у мокраћи, њоме се служи и при распознавању и испитивању, да ли су извесне боје чисте или нечисте и помешане. Тако исто корисна је њена употреба и у индустрији. На њој је управо и основано прављење најбољег ч е л и к а Б е з е м е р о в о г. Пламен, који лебди над растопљеним гвожђем посматра се спектроскопом и кад наступа известан моменат, кад је у гвожђу остао потребан процената у г љ е н и к а. То се онда одмах конотатује на спектроскопу. У том истом моменту треба прекинути са ватром. Закаснили се у том и за једну секунду, челик неће бити добар.

Ну поред овога тога најважнија је, а може се рећи и главна при-

мена спектралне анализе, што се помоћу ње може врло лако да испитује светлост, па према томе и састав свију појединих небеских тела. Кад светлост долази са неког небеског тела, има најпре да продре кроз нашу атмосверу, па тек онда да да свој спектар. Појамно је дакле, да она при том свом путу мора да претрпи неке извесне промене, које ће изазвати и промене у спектру. Какве су те промене и због чега бивају треба сада констатовати. Узрок њихов тумачићемо на основу већ до сад познатог, а саме те промене познаћемо и одвојићемо упоређењем таквог једног спектра са неким већ познатим спектром. Такав покушај испитивања учињен је први Jansain (Жансен) директор опсерваторије у Паризу. Он је издвојио телурички-земаљски спектар од спектра онога небеског тела, чији је састав хтео да испитује. По тој његовој методи тачног испитивања, ваља најпре испитати спектре свију тела на земљи а нарочито оне у њеној атмосвери (као ведене паре, водоника, кисеоника, азота и т.д.) па такав један сложен телурички спектор довести упоређењем у везу са спектром испитиваног небеског тела. Линија β на пр. карактеристична је за кисеоник у нашој атмосвери. Она ће се при поменутом испитивању јавити у телуричком спектру и у спектру посматраног небеског тела. Према томе сад изгледа, да ли кисеоника има на том небеском телу, јер она линија може доћи у његов спектор само због тога, што светлост његова пролази кроз нашу атмосверу.

Али поменутим издвајањем и упоређењем та два спектра видеће се, да та линија или је моте дебљине и интензитета у оба спектра или у телуричком тања и слабија а у небеском дебља и јача. У првом случај кисеоник или ма кога другог елемента, нема на посматраном небеском телу, у другом га има. Према већој пак и мањој дебљини и јачини интензитета тих линија суди се о већој или мањој количини дотичног елемента на небесном телу. На тај начин анализани су и испитани спектри свију небеских тела, које ћемо ми, преписујући их међу собом посебице, разгледати и проучити.

С у н ч е в с п е к т а р. Пошто сунце, као што видимо, даје апсорпционх спектор испрекидан поменутим Фрауенхоферовим линијама, то према досадањем можемо закључити, да оно има ужарену чврсту, или од чврстих честица (као у пламену свеће) састављену језгру, која би сама с

себе слопила континуиван испрекидан спектар емисиони.

Ну како та светлост на путу свом к земљи мора проћи кроз сунчеву атмосферу, ф о т о с ф е р у, која се састоји од гасова на врло великој температури и притиску, који јој апсорбује све оне боје, које би саме у свом спектру дале, то она ствара, на већ показан начин, а п с о р п ц и о н и с у н ч е в с п е к т а р.

Сунчева атмосфера дала би дакле сама за себе линиски спектар, у ком би светле линије биле управљене на оно место, где су фрауенхоферове линије тамне.

Ако се сад те фрауенхоферове линије упореде са линијама, што их поједини хемиски елементи у својим спектрима дају, можемо поуздано дознати, који се елементи на сунцу налазе и у његовој атмосфери, а којих на њему нема.

При том се показало, да су тамо с малим изузетком, само такве материје, које и на земљи налазимо.

Тако нађено је, да се у атмосфери сунца, као најглавнији састојци, простиру у великој количини; водоник, гвожђе (са преко 1000 линија) калцијум (са 75 линија), натријум, манган (са 57 линија) никл (са 33 линије) калијум, магнезијум, рубидијум, кобалт (са 19. линија) итд.- свега 23 елемента; а да на њему нема, за сада се пак држи; злата, сребра, живе, арсена, платине калија итд. преко 40 елемената, којих на земљи има.

Неке тамне линије спектра не подударају се ни са једним спектром наших елемената на земљи, стога се држи да атмосфера сунчева садржи један елеменат назван Х е л и ј у м, кога на нашој земљи нема.

Сем тога на сунцу се виђају и неке појаве, које се на основу досадањег, а помоћу спектра, могу у неколико објаснити. Тако на његовој површини јављају се периодично, сваке једанајесте или тринајесте године, извесне м р љ е - п е г е, које на спектру показују, да су гасови у њима на много нижој температури од околине, због чега и слабије светле од ње.

Таква једна сунчева мрља виђена је месеца јуна 1885 год., била је 20 пута већа од земљине површине.

Осим мрља на сунцу има и тзв. п р о т у б е р а н ц и ј а, тј. извесних пламенова, који се свакада с његове површине дижу у висину на 10,100,1000 и више километара.

Те протуберанције показују праволинијски спектар са три линије као што га даје електрично жарени,-водоник.

Из овога закључујемо,да оне постају од водоника.У њима се нала. зе поред тога и онај горе поменути нов елеменат х е л и ј у м,коме одго. вара једна од оних трију линија.

Ваља поменути и сунчеву к о р о н у,која се лепо види при пом нутом помрачењу сунчеву.Она показује да сунце није сасвим онако,како га ми обично видимо,већ је са свију страна обавијено великим светлим просто. ром,који се од сунчеве светлости у обичним приликама и не види.У корони се дижу поменуте већ протуберанције;а спектар њен показује јасне линије баш на оном месту,где су у фрауенфоферровом спектру најјаче тамне линије.

Ну у њему има и једне линије,којој не одговара ни један елеме- нат на земљи,та је линија карактеристична за нов један елеменат тзв. к о р о н и ј у м.

Према свему овоме може се закључити да је и сунце састављено из истих оних елемената,из којих је и наша земља,изузимајући за сада сар два којих на земљи нема.

Али један је од њих х е л и ј у м већ предпрошле године у Енглеској констатован,да га има и на земљи,и одређена је и таласна дужина његовој карактеристичној линији D_2 ,која износи 587.6.

На тај начин остаје да се коронијум са таласном дужином одго- варајуће му линије 147.4 не налази на земљи.

С п е к т а р п л а н е т а.-

Рекли смо напред на једном месту да планете немају своју свет- лост.Спектарна анализа згодно је средство и начин,да то своје тврђење до- кажемо.Спектри свију планета пети су са спектром сунчевим.

Све линије које видимо у спектру сунчеву,налазимо посебице и у спектру појединих планета.

Да она имају своју светлост,добили смо,разуме се,нарочито за њих карактарне спектре.Како то није случај значи,да оне не светле својом светлошћу Сем тога тиме се доказује да планете немају ни своје атмосфере.

Јер,да је имају,светао зрак,који би са сунца пао на њих,имао

ои да прође кроз ту атмосферу два пута,упадајући и одбијајући се,због чега ои морало,да претрпи врло многе промене.Пошто се та промена на спектру њихову не виде,значи да њих и нема,тј.да атмосфере нема.Тако исто и сунчева атмосфера пропушта светлост сунчеву крозa се непромењену.Због тога морамо претпоставити,да атмосфера ни око сунца нема или ако је има да је она најмање 2000 пута ређа од атмосфере земљине (са атмосферским притиском 0.5 гр.).

Само око Марса констатована је извесна атмосфера,која у неколико мења сунчеве зраке,а у спектру појачава телурични спектар,што је знак да је потпуно истога састава,којега је и наша земља.

Доказано је,да има атмосфере мало око Венере,Јупитера итд.са приличном количином водене паре у себи.

За Јупитер се чак држи,да има мало и своје засебне светлости, али је она тако слаба да се не може одвојити од сунчеве.Толико о спектру планета.

3/.- С п е к т а р К о м е т а.-

Спектар је њихов двојак,један континуиван,а други испрекидан. Први долази од п л а в и х к о м е т а,тј. од одбијене сунчеве светлости и једнак је са спектром сунчевим;други испрекидан долази од р е п а, тј.од њихове сопствене,а не сунчеве светлости.Он се одликује трима пантљикастим линијама у црвеном,зеленом и затворено плавом делу.

Такав спектар даје и део пламена свеће,који је најнижи од остала три дела и у коме су угљоводоници тек почели да горе.

Према томе к о м е т е имају око себе у г љ о в о д о н и ч н и х ј е д и њ е њ а,која постају испаравањем услед велике топлоте сунчеве.Како те пантлике нису потпуно развијене,може се према досадањем,поуздано закључити,да су угљоводоници на доста ниској температури.

У колико су те планете ближе сунцу,у толико су и светлије,и у толико су им у спектру оне пантљикасте линије развијеније,јер је тиме и испаравање и грејање угљоводоника све веће и веће.

4/.- С п е к т а р з в е з д а.-

И звезде су,као и сва остала небеска тела,потпуно испитана.Само за њихово испитивање нису потребни они велики спектроскопи,јер са

них долази до нас врло мало светлости,коју зато,да бисмо спектар добили што јаснији,не смемо много расипати.Неке звезде светле чак као једна,може се узети,математичка тачка.Разумљиво је дакле,да ћемо,ако такву једну тачку непосредно развијемо,добити као спектар само једну танку линију,на којој нећемо моћи констатовати ни једну од спектарских линија.

Због тога је довољно употребити спектроскоп са дурбином

Сем тога зато су удешене и нарочита тзв. ц и л и н д р и ч к а с о ч и в а,која имају ту добру страну да једну тачку на линији звезданог спектра развију у читаву линију.На тај начин добијамо потпуно развијен и доста дугачак спектар.Ну то је само код неких звезда.

Код других је и он и поред цилиндричног сочива опет не развијен према тој већој или мањој развијености спектра и поделио их је о г е л у три класе а Lockyer у четири:

У прву класу долазе б е л е з в е з д е,чији је спектар јако развијен и са мало фрауенхоферових линија.На врло су високој температури имају истих састојака,које и земља,само као да на њима преовлађује водоник.Белих је звезда половина свих звезда на небеском своду.По старости су најмлађе,а тек су у зачетку хлађења.

другу класу долазе ж у т е з в е з д е,међу које спада и наше сунце са још 1/6 свих познатих звезда.

У њихову је спектру најмања апсорбција у жутом делу,а остали су делови пуни фрауенхоферових линија.И оне су на врло високој температури,те да хлађење и кондензација непрестано напредују.По доба старости долазе у средње,али одмах иза првих.

У трећу класу долазе ц р в е н е з в е з д е (свега око стоти део).Код њих је спектар доста неразвијен,јер нема ни љубичастог ни плавог дела.По том спектру судећи који је развијен само до зеленог дела,може се рећи,да су на доста ниској температури и већ су у зачетку поступног гашења.

На послетку у четврту класу долазе к р в а в е з в е з д е, само неколико њих,назвате по боји,која личи на крв.

Спектар им је врло неразвијен и кратак,на врло су ниској температури и постепено се већ гасе,нестајући једне по једне.По доба старости су најстарије.

Фогел је ове последње две класе уврстио у једну,трећу своју класу поделио је само у две категорије.-

Ово је кратак прегледо састава целе готово васионе,коју смо мог ли докучити помоћу тако по науку корисне спектарне анализе.У целој тој васиони нисмо готово ничега новог нашли.Цела је она у материјалном погледу иста,само што неке материје има негде више негде мање.

Раније смо констатовали једнакост кретања,сад пак констатујемо једнакост материје.Осим коронијума,свих осталих елемената,који се налазе на васионским телима,има и на земљи.

Ну и за њега се не може поуздано рећи,да га никако нема на земљи,као што се није могло рећи пре године дана ни за хелијум.

Наука непрестано напредује,пружајући нам непрестано све новије и новије чињенице и доказе о јединству и једноставности целе васионе.

О д р е ђ и в а њ е б р з и н е к р е т а њ а н е б е с к и х т е л а п о м о ћ у с п е к т р а л н е а н а л и з е.-

Као што смо спектарном анализом могли да одредимо машински састав и температуру посебице свију небеских тела,тако исто помоћу ње можемо да одредимо и брзину кретања појединих од њих у правцу светлог зрака к н а м а и о д н а с,што се дуљином не може ни да констатује (јер њим можемо да констатујемо само кретање управно на правцу којим гледамо).

Испитивање и одређивање овога кретања као и брзине његове осно вано је на Д о п л е р о в у п р и н ц и п у о простирању з в у к а.

Према том принципу,у колико се који звучни извор од нас удаљује,у толико ће нам и тон звука изгледати нижи,јер ће и број таласа у толико бити мањи;и обратно.Слично овоме имамо и посматрајући спектар којега небеског тела.

Ако видимо напр.у спектру какве звезде натријумову линију, па положај те линије упоредимо са положајем одговарајуће јој фрауенхоферове линије у спектру једне шпиритусне лампе,видећемо,да се оне потпуно не слажу нити поклапају,већ да је звездана линија D отишла мало лево или десно од линије D' у спектру шпиритусне лампе.

То ништа друго не значи,но да су таласне дужине њихове неје-

неједнаке и да је таласна дужина линије D у звездану спектру већа, ако је она окренута десно ка љубичастом делу спектра, или мања, ако је скренут лево ка црвеном делу спектра.

У првом случају звезда се креће од нас, дакле удаљује се, а у другом случају она се креће ка нама, приближује се дакле.

У којој се мери и којом брзином врши скретање те линије D лев или десно, мери се брзина кретања посматране звезде, а према брзини тога кретања израчунава се и пређен пут њен за време, за које хоћемо. Сем тога према томе скретању лево или десно, можемо закључити и којим се правцем то кретање звезде простире. Нађено је напр. да се звезда Сулијус удаљује од нас, у правцу дакле нашега гледања, са 32 км. у једној секунди; звезда Капела са 43 км. у секунду; Артур са 53 км. у секунди итд.

Ово су у главноме примене спектарне анализе. О њима би се могло и имало још много што шта говорити опширније, али ми ћемо за сада задовољити се само са овим.

Само то стоји, да је она за ово кратко време, од постанка свога врло много користила многим наукама и научним испитивањима, а користиће, као што то изгледа, још и више.

Луминисценција.

Говорећи о звуку, видели смо, да се овај може пренети кроз или неку резонанцу само онда, ако је та резонанца удешена, или, како се то каже расположена, да прими тај приповедни јој тон звука.

У противном резонанца неће примити ни један део примљеног јој звука, већ је према њему сасвим индиферентна, неосетљива. То исто бива и са светлошћу, која је особина врло честа.

Светли зраци могу на своме путу да нађу на неко извесно тело и постаћи га да оно засветли, ма да је и на ниској температури, у томе случају се ти зраци не губе, већ само пренашају.

То пренашање или та особина светлости назива се луминисценција.

Њу можемо изазвати на разне начине, па према томе она добија и разна имена, од којих свако представља особиту врсту луминисценције.

Тако ако је постакнемо светлошћу, тј. светлим зрацима, добија се

фотолуминисценција.

Ако је изазвана електричним зрацима, добија се е л е к т р о - м у н и с ц е н ц и ј а; ако ли слабијим загревањем; т е р м о л у м и н и с ц е н ц и ј а, (дијамант, флус - штап итд.) или лаганим хемиским процесом, х е м и ч к у л у м и н и с ц е н ц и ј у (при трулењу органских у неколико и анорганских материја).

Ми ћемо се за који часак задржати на фотолуминисценцији, која се још дели на двоје ф л у о р е с ц е н ц и ј у. - *и фосфоресценцију*.

1/.- Ф л у о р е с ц е н ц и ј а.-

Нека тела (флуорит од чега и ime појам - петролеј, канинов сулфат) имају ту особину, да осветљена, упијањем светлих зракова, и сама светла док те светлости, која је то изазвала, траје.

Код звука смо видели, да тело које резонира, трепери истом брзином и истим таласним дужинама, какве их смо и прима. Али то није случај код флуоресценције, код ње су таласне дужине и мој проламана сасвим друкчије, много мање од оних, које је дотично тело апсорбовало. Сем тога код ње је и боја друкчија од оне, која је флуоресценцију изазвала. Што се тиче броја трептања, он је највише, али не увек, флуоерсценцијом промењен.

Флуорисана тела су једина, која дају анормалну дисперсију, јер се код ње боје мешају и мењају.

Ну, флуоресценцију не могу изазвати сви светлосни зраци. Због тога, што она продужује таласне дужине и смањује број трептања; ну не могу изазвати црвени, наранџасти па ни жути зраци, тек зелени је могу у неколико подстаћи, а ултра љубичасти највише је изазивају.

Где њих има, та светлост их најбоље флуорише (електрична светлост.)

ХЕМИЈСКО ДЕЈСТВО СВЕТЛОСТИ

- ФОТОХЕМИЈА -

Поред осталих особина јесте једна и та, да се утицајем светлости мења састав појединих тела, вршећи при том разне хемијске реакције.

Водоник се напр, са х л о р о м у тами не једини, али утицајем светлости то сједињавање ова бурно, са великим праском.

Светлост раставара, једињење сребра са хлором и јодом, њеним се утицајем молекиларна и атомска својства многих тела мењају итд.

Ну како имамо разних извора светлости, па према томе и разних светлости, са разним светлосним јачинама, то има и светлости са разноликом моћи изазивања хемиских реакција, дакле у опште са разноликим а к т и в и з м о м. Ту различну моћ осветљења и хемијских дејстава светлости, тај значи активизам појединих светлости, упоређујемо и одређујемо основном јединицом за интензитет светлости, познатом нам већ децималном лампом (свећом).

Ако њену светлост узмемо за јединицу, онда је и оптички активизам њен = јединици на и хемијски активизам = 1, а однос њихов $\frac{хем}{опт} = \frac{1}{1} = 1$.

Према њој имамо ово упоређење:

Светлост светлећег гаса	опт.акт.	хем.акт.	хем.опт.
Дримондова светлост	16	28	1.8
Магнезијумова светлост.....	17	260	8.7
Магнезијумова светлост.....	80	1628	20.7
Електрична светлост 8000		200000	25
Сијалица електрич.светлости	10	86	8.6
Сунчева светлост.....	70000	450000	6.5

и тако даље.

На овом великом хемијском активизму сунчеве светлости основано је оно њено велико дејство на боје многих материја, које се утицајем њеним мењају, непрестано губећи од своје интензивности, т.ј. б л е д е ћ и.

Ну најважнија је примена овог хемијског дејства светлости, наравно сунчеве, у ф о т о г р а ф и ј и, која опет има велике примене у науци и иначе у обичном животу.

Свака се фотографска слика може добити, ако је предмет довољно осветљен. Справа, која то фотографисање врши, ништа друго није до покретна м р а ч н а к о м о р а. На предњем њеном делу налази се једно сочиво- о б ј е к т и в, коме је задатак да концентрише на плочи добивену светлост и да производи на њој слику.

Оно мора бити ахроматисано за хемијске зраке; те није од једне

врсте стаклета већ од разних.

На тај начин уклоњена је и сферна аберација и дисперзија, које би много сметале, добром и тачном фотографисању.

Ну у почетку постанка саме фотографијске справе, тај објектив био је склопљен само од једног ахроматичног двогубо испупченог сочива.

Доцније су почели градити те објективе од два ахроматична сочива, која заједно чине тзв. ф о т о г р а ф с к и о б ј е к т и в, од којих је једно предње покретно, а друго задње непокретно.

Оба пак дејствују брже него само једно од њих, имајући при том малу даљину ниже и чинећи да се слика брже доводи у њиму.

Сложеније фотографске справе имају у своме објективу и по три четири и више пари сочива; али по већем или мањем њиховом броју не суди се и већој или мањој доброти самих справа.

Зид, што је спрам објектива начињен је од мутног стакла, да светлост кроза њ, не пролази.

При снимању ликова, фотограф ставља свога моделара (предмет) пред објектив на даљину од три до четири метра, па затим пошто се покрије сукном, покреће напред или назад покретни део коморе све дотле, док изврнути и смањени лик, који се начинио на мутном стаклу, не постане савршено чистија сон, - што бива кад мутно стакло буде у жижи објектива.

Треба само ту слику фиксирати - запазити. То ћемо учинити, ако на место оне мутне стаклене плоче метнемо једну опет стаклену, али хемијски п р е п а р и р а н у - о с е т љ и в у плочу, која опет може бити м о к р а или с у в а.

Прво се препарирање врши к о л о д и ј у м о м (раствором пироксилине у смеси етра и алкохола), а друго ж е л а т и н о м, сребра бромидом, сребра хлоридом итд.

Све то мора се радити у мраку или при црвеној светлости, јер као што смо већ казали, цео спектар не дејствује хемиски, већ само његов љубичасти и ултра љубичасти део.

Ну како м о к р е стаклене плоче, тј. препариране колодијумом имају ту невољу, што се морају употребити одмах, чим се спреме, то се оне данас ретко и употребљавају, већ их у свему замениле с у в е п л о ч е које могу лежати више дана, пре но што се изложе дејству светлости.

Кад се дакле место оне мутне плоче метне оваква једна препарира на плоча,сунчани ће зраци чинити своје хемијско дејство и нацртати на њој слику тако исто оштру,као што је и пре била.

Ова плоча,после прекинутог дејства светлости,вади се из коморе савршено (затворене)заклоњене од светлости,као што је то тако исто потребно учинити и пре уношења у њу.

Кад се сад погледа на ту плочу,неће се на њој опазити никаквих трагова од лика.

Кратак утицај светлости не изводи у бромову или хлорову сребру још видљивога растварања;али ако се плоча полије раствором г в о з д е н е г а л и ц е или п и р о г а л у с о в е к и с е л и н е са додатком оксалне киселине,онда се на оним местима,до којих је светлост допрла бромово сребро растворит ,налучиће се као ц р н - п р а х.Што је светлост дуже дејствовала,то је и јачи процес растварања.

Кад је слика већ изазвата,онда се она мора стално одржавати поваљањем плоче х и п е р с у л ф а т о м н а т р и ј у м а,да се са ње муцира - уклони оно још нерастворено бромово сребро,које ће утицајем светлости почрнело и слику сасвим искварило.

То накнадно редуцирање може бити и помоћу ц и ј а н а к а л и ј у м а,али се он обично запоставља натријум хиперсулфату,јер је врло отрован.

Фотографија ова на стаклету и као што ћемо сад видети на хартији,има две савршено одвојене операције.

Првом се добија слика,којој су одблесци извернути,у контрасту са предметом,тј.светла места на њему излазе ц р н а, а црна осенчена б е л а.

Зато се таква слика зове н е г а т и в н о м;у другој операцији узима се прва,негативна слика,да се начини друга нова,код које су боје опет извернуте са бојама на негативу,тј.сад су оне у своме природном реду.

Ова слика за разлику од прве зове се п о з и т и в н о м.

Кад се једном добије негативан отисак,онда се њиме може врло лако да произведе бесконачно много позитивних слика.

Тога ради подлоге се само испод њега о с е т љ и в а хартија

прегазана х л о р и д о м с р е б р а,добро се прелепи уза њ да свет-
лост не продре с друге које стране,па се излози сунчевој или само дневној
светлости;кад су негативи слаби боље је радити у хладу.

Утицај сунчеве светлости гради сад по овој хартији копију нега-
тивне слике,код које су светла места замењена тамним,црним а црна светлим

То бива због тога,што кроз прва може светлост проћи и дејствова
ти на хартију,а кроз друга то не може учинити,па ни дејствовати на њу.На
тај начин добија се дефинитивно позитивна слика,која се назива још и ф о
т о г р а м о м.

Ни ова слика не сме се одмах изнети на светлост,већ се мора нај
пре препарирати.

Сем тога мора јој се дати још и нов тон,јер је сада он врло не-
пријатан за око.

То се постиже потапањем прекопиране хартије у извесна једињења
з л а т а и л и п л а т и н е.Због тога су фотографске слике и скупе.
На тај се начин добија сасвим други тон слике,много лепши за око и посто-
јанији од правога.

Тек када је ово свршено и кад је хартија испрана у раствору на-
тријум хипосулфата,тек се онда сме слика изнети на светлост,иначе ће
она сва поцрвенети или пожутети и сасвим се искварити.

Ну сем тога позитивне се слике врло лепо могу добити и на сте-
лету у ком се случају оне зову д и ј а п о з и т и в н и м с л и к а м
- платну,дрвету,камену и у опште на сваком телу.

Код је при том исти,који је био и при копирању на хартији.

При фотографисању највећег утицаја и хемијског дејства на плоч
има део спктра између л и н и ј а g и H ,као и за последње - у л
т р а љ у о ч а с т и.

Црвена светлост и друге за њом до линије g ако је чиста,
неће,као што смо и напред поменули,имало утицати на плочу.Али у противно
ако није потпуно чиста,неће бити ни слика,која се при њој ради,сасвим
чиста,већ више или мање замрљана и нејсана.Зато треба на то велику пажњу
обратити,јер од тога зависи вредност свега фотографског рада.

Питање је сад како се фотографишу поједине боје.Кад хоћемо и

напр.да сликамо једно јасно обојено тело у исти мах,видећемо да ће плава боја,према мало пређашњем дати на негативну црну, а на слици белу,црвена на негативу белу,а на слици црну,зелена и на једном и на другом беличаста црна на првом белу,а на другом црну,жута сиву итд.Према томе дакле,ми не можемо на досадањој плочи дати прави отпечатак боја,које фотографишемо већ ћемо на ној добити само белу или црну боју,као и неке прелазе и комбинације између них.

Због тога се више пута при фотографисању обојених предмета употребљавају нарочите плоче,тзв. о р т о х р о м а т и ч н е,које апсорбују више црвене зраке,дајући и слику под извесним јачим или слабијим тоном црвене боје.

Те се плоче премазују раствором с о з и н а и других неких једињења,ну ове се после сврше ног фотографисања не смеју држати ни на каквој светлости,па ни на црвеној,те је рад с њима много тежи и заметнији.

Фотографија у свима природним бојама приближно се постиже фотографисањем у три разне боје,од којих се после граде јасне нијансе.

Права х р о м о г р а ф и ј а,тј.непосредно фотографисање са свима бојама,које има једно тело,које се фотографише (као спектар и др.) опша на основу интерференције светлости,где ће о томе бити речи.-

Да ли ће нека слика бити добра,чиста или јасна не зависи од много које чега.Пре свега затиси од,времена е к с п о н и р а њ а,тј.од времена за које сунчеви зраци дејствују на плочу.- Може се пустити да они више дејствују но што би требало,и обрнуто.

За по секунде разлике у времену експоноране слике неће бити добро.Према томе као што се види,врло је тешка ствар тачно погодити и то време.Зато треба дуге праксе и искуства за то.Истина да се та слика може направити;али опет није добра ни за око пријатна (као ни укус јела сољеног пре и после кувања).

То време експонирања зависи од природе и јачине светлости,као и од разних метеролошких прилика.Другачија је напр.светлост у 8 сати изјутра,а другачија је ½ сата по подне.Друкчији њен активизам за време ведрине,а друкчији за време кише и после ње.

Ваља нам овде поменути узгред и још неке важне особине фотографске плоче,утврђене са особинама ока.

Као што ћемо мало доцније видети, утисци се за наше око гомилају само за 1/10 секунде, тј. око може да види само оне светлости, које у њему изазивају у првој десетини секунде.

Ако за то време ничега не видимо, нећемо, при истим, разуме се, приликама, видети ничега, гледали ми читав сахат, дан па и више, зато око види само тела извесног интензитета светлости.

Сасвим је то обрнуто код фотографске плоче, што оне не види за 1", видеће за 2", 5", 20" итд.

Што није видела за 1 , 10 , 30 , видеће за 1,2 итд. сата, дана, месеца па и година. Код ње се утисци непрестано гомилају.

Треба знати само време експонирања, које зависи од интензитета светлости. За јаку светлост потребно је и довољно време само од 1/10 секунде. То је тзв. м о м е н т а л н о ф о т о г р а ф и с а њ е.

За сунце експоширање не сме ипак трајати ни од $\frac{1}{100.000}$ дела секунде, јер ће иначе плоча сагорети. Чак и то време треба, што је могуће више скратити. За сликање пак комета време експонирања траје по читаве сахате, дане и месеце.

На тај начин фотографска плоча може примити и оне утиске, тј. може видети и оно, што око никако није у стању докучити.

Граница фотографисања може се кретати готово до у бесконачност. Сем тога фотографска плоча има још и ту добру страну, што нема р а с п о л о ж е њ а, као што је то случај код чула човекових.

Док човек напр. друкчије чује и осећа у овој, а друкчије у оној прилици расположења свога, дотле у томе код фотографских плоча нема ни помена. Стога она због свих њених важнијих особина, после дурбина и спектроскопа игра најважнију улогу у испитивању небеских тела, (астрономија) као и земаљских појава у атмосфери.

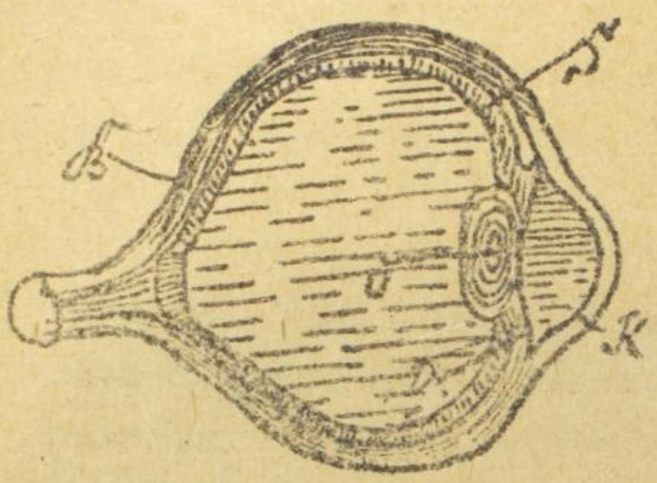
Многи од њих напр. маглине и др. пронађени су помоћу фотографисања, а ако их дотле није ни знало, нити могло видети. Према томе је око врло непоуздан орган вида.

На њ се само у обичним приликама може ослонити, и за обичне дневне, као и за наше најобичније потребе. Какав је његов склоп, како бива виђење боје и каквих још има особина, видећемо у идућем одељку.-

НАЈВАЖНИЈЕ ДИОПТРИЧНЕ СПРАВЕ.

1. Око и гледање (виђење)њиме-

Само око може се посматрати и проучавати са три разна гледишта: чисто физичког, [illegible], физиолошког и психолочког. Нас се овде тичу само његове физичке и у неколико физиолошке особине, дотичу се мало његовог анатомског склопа.



У пресеку ока најпређа ова делове: Задњи део његов, чврстом и непроврачном опном, која се зове б е о њ а ч а (Б) и која се с предње стране продужава и свршава у тану пупчастију, проврачну, опну, звану р о ж њ а ч а (Д); испод беоњаче налази се с у д о в њ а ч а (Б)-покожица од самих крвних судова, чија је унутрашња страна обложена црном мрљу, која од ока прави врачну комору. Судовњача се завршује на предњем крају беоњаче једном вертикалном опном, која је на очној оси управна, и која раздваја унутрашност очне дупље у две по величини неједнаке коморе. Та је опна у разних људи разно боје а зове се д у ж и ц а - ирис (Г), која има у средини један округао отвор-зеницу. У ткању дужице има и минђушних конаца, од којих једни одузе од зенице ка беоњачи а други теку у округ упоредо са зеницом. Они први шире зеницу а ови други је скупљају, кад год је то потребно. Иза дужице налази се о п т и ч к о или кристално с о ч и в о (Ђ), које није на обе стране подједнако испупчено; а испод судовњаче налази се м р ж њ а ч а, која је постала од огранака (видног) оптичког нерва, на њој изводе таласи етра осећање светлости-сенку. Део простор између рожњаче и сочива испуњен је неком в о д њ и к а в о м т е ч н о ш ћ у, док је стражњи део очни испуњен с т а к л а с т о м м а т е р и ј о м, која као и прва, има готово исти експонент преламања, као и обична вода.

Да човечије око види предмет, мора се од њега слика сворити на м р ж њ а ч и, стога је она најважнији део његов. Анатомски даље испитана састоји се на 10 разних слојева, од којих је најважнији последњи слој

зв. с л о ј к л и н о в а-ч е п о в а који први примају утиске-слику. Њих има највише, позади ока, које се исто зове ж у т а м р љ а, која је најосетљивији део очни. Она у пречнику износи 1 мм. а пада у средину ока, у оптичку осу сочива; Место пак где у око улази оптички нерв, најосетљивији је део ока; кад слика падне на њу не види се ништа и зато се она зове с л е п а м р љ а. Кад на то место (слепу мрљу, падне и жута мрља, онда се не може ништа апсолутно видети и онда наступа слепило. Да заиста има слепе мрље уверићемо се на овај начин. Ако узмемо две округле црне тачке на белој картији, удаљене једна од друге за 8 см. па једну од њих на пр. леву гледамо на одстојању од 20 см. само десним оком, пошто лево затворимо, удесиће се да слика десне тачке падне управо на слепу мрљу, те је нећемо моћи видети а слику леве тачке видећемо јасно, јер је њена слика пала потпуно на жуту мрљу мрежњачину.

То је у главном што се тиче састава ока и у неколико мрежњаче Ну сем тога ваља овде узгред поменути и то да полупречник кривине рожњачине за овако нормалнооко износи 8 мм. -За кристално сочиво већ смо рекли да му испупченост на обе стране није једнака, а овде ћемо још додати, да је оно са задње стране пупчастије но с предње, и да се састоји од готово концентричних слојева, који у густини, па према томе и у екскложенту преламања, опадају идући од центра ка периферији. Полупречник предње спљоштеније његове кривине износи 10 м.м. а задњи пупчастији само 6 м.м. Дебљина његова је 4 м.м. Њима прве кривине на остојању је 12.8 а друге 16.6 м.м. Прва главна тачка Гаусова има за h_1 =2.17 м.м. а за h_2 =2.57 м.м. и т.д.

Акамодирање (прилагођивање) ока.

Кратковидост и далековидост. -Наочари. -Светлост долазећи у око, прелама се по законима преламања и даје извртнуту и смањену слику на мрежњачи. На то преламање утиче очна вода и стакласта материја, као и кристално сочиво. Ако слика падне на жуту мрљу, најјасније ћемо је видети; ће падне ли на њу, видећемо је нејасно или ако падне на слепу мрљу онда никако.

Кад је говора било о сликама простих сабирних од стакла направљених сочива, казали смо у своје време, да место слика на првом месту зависи од даљине предмета. Ако је он у бесконачности, слика ће бити у жижи; што је пак сочиву ближи, слика ће бити све даље и даље од њега. Према томе

ако је систем нашег кристалстог сочива, увек сталан, ми нећемо моћи видети сваки предмет, јер свака слика неће пасти на мрежњачу, нити на њену жуту мрљу. Али пошто ми видимо на свима разним даљинама: на даљини од 20 м. као и од 100 таб. и т.д. Значи да се систем кривине нашега сочива непрестано мења, прилагођавајући се свакој удаљености. И заиста ако гледамо на предмет удаљен од нас на двадесет метара, па одмах бацимо поглед на предмет удаљен за 200 метара, ми га у тај исти мах нећемо моћи јасно видети, но после извесног (истина врло кратког) времена, док се око не прилагоди, или, како се то у физици каже не акомодира за ту даљину. Отуда долази и то, што ми у исти мах не можемо да видимо два предмета на разним даљинама а у истом правцу, док док гледамо један, други ће нам изгледати нејасан и обрнуто, док гледамо други, први ће нам бити нејасан.

Око дакле, кад је удешено да види на једној даљини не може у исто доба видети и на другој даљини, већ се мора предходно акомодирати за њу; То акомодирање врше нарочити мишићи, који држе сочиво; они се растежу и скупљају да сочиво постане сплоштеније и испученије према томе како је кад потребно. ако је предмет блиски, сочиво треба да је испученије; ако је даљи, треба да је сплоштанији У старости, а може се и назиком створити, ти мишићи обично попуштају; сочиво се због тога сплошти, и онда наступа д а л ь н о в и д о с т. Нормално је оно око, које види јасно на даљини од 25 см. (даљина јасног виђења). На против, ако човек гледа нешто, на пр. чита при недовољној светлости, ти су му мишићи, да сочиво што више испупчено постане, у напрегнутом стању, због чега, ако се то напрезање, свако дневно по неколико сати обавља, а услед замореностимишића, наступа моменат перманентног стања сочива. У том случају сочиво остаје стално испупчено, и онда у оку настпа к р а т к о в и д н о с т. С тога треба око добро чувати и пазити, не напрегнути га никад сувише. Нарочито то важи за оне које свакога дана имају посла и раде са дурбинима, јер и њима око може исто тако постати кратковидним. Окулар треба увек тако удесити, да предмет тј. слику његову, гледамо на нормалној даљини виђења (25 см.). То ћемо најлакше постићи и познати, да ли је слика на нормалној даљини или не, ако неки предмет врло далеко од нас погледамо моментално, па однах у истом тренутку скренемо свој поглед с дурбина или микроскопа, ако слику у њему видимо потпуно јасну и оштру -значи да је онда предмет на нормалној

даљини к можемо га гледати колико год хоћемо не превајући ни мало да ће мо око покварити;ако то није случај,већ нам се слика укаже врло нејасна и забрљана,не треба ни часа почасити већ окулар дотле премештати,док не постигнемо први случај.

Напомена:Да би лик био јасан,потребно је,сем што смо до сада ка зали,да је око слободно и од сверне па и од хроматичке аберације,јер ће не само тако од сваке светле тачке постати на мрежици јасан лик.С в е р н у а б е р а ц и ј у п р и л и ч н о п о н и ш т а в а д у ж и ц а,која дејствује као напред поменути колут (дијафрагма), јер она кроз зеницу своју пушта да продазе и падају на сочива самоцентрални зра ци Ну сверна аберација у неколико се отклања и самим обликом кристалног сочива,па и сведеношћу саме мрежице.Што се тиче хроматичке аберације, она се смањује у неколико р а з н о м о ћ и ц е п а њ а б е л е с в е т л о с т и,од стране п р о з р а ч н и х с р е д и н а,које око састављају,и кроз које светао зрак мора проћи.Али опет наше око није са свим без оне хроматичке аберације,јер ако посматрамо какав угасит пред мет,који се пред здравим окомирилично близу налази,а у исто време гледа мо и какав много удаљенији предмет,онда опажамо да је лик од оног првог предмета по крајевима окружен,т.ј.обојен ивицом.

Очи дакле могу да буду нормалне,кратковиде и далековиде.Све по следње помажу се у и изједначују нарочитим додацима-сочивима,које се у овом случају зову н а о ч а р и ма.Сочиво очно и наочари дају као што смо напред видели једно конбиновано сочиво.Наочари могу бити у главном од с а б и р н и х и р а с и п н и х сочива.Прва узимају д а л е к о в и д и,т.ј.они код којих је у оку жижа од сочива далека,да се зраци од оближних предмета тако примакну,као да долазе из веће даљине.Кратковиди пак,чије је сочива очна више напуњено,него што би требало узимају и з д у б е н а р а с и п н а с о ч и в а,да се дивергенција зракова,ко ји долазе са удаљених предмета,још више увећа,те се чини као да долазе из близине.-За наочаре вала узимати чиста и добра стакла,којима треба жижину даљину увек подешавати према жижиној даљини ока,за које се оне употребљују.Тако ако је жижа онога сочива у општо: $\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p} + \frac{1}{c}$ па тре ба конбиноватисе сочивом,да жижа конбинованијих сочива буде: $\frac{1}{f} = \frac{1}{25} + \frac{1}{c}$ имаћемо одузимањем првог сбрасца од другог

$$\frac{1}{\mathcal{L}} - \frac{1}{\mathcal{L}_1} = \frac{1}{25} - \frac{1}{\rho}.$$

Како је пак по напред наређеном обрасцу, ми за комбинованог сабирног сочива:

$$\frac{1}{\mathcal{L}} = \frac{1}{\mathcal{L}_1} + \frac{1}{\mathcal{L}_2}$$ Заменом добићемо: $$\frac{1}{\mathcal{L}} + \frac{1}{\mathcal{L}_2} - \frac{1}{\mathcal{L}_1} = \frac{1}{25} - \frac{1}{\rho}$$ или пак

$\frac{1}{\mathcal{L}_2} = \frac{1}{25} - \frac{1}{\rho}$ где је $\mathcal{L}_2$ жижна даљина наочара, која је одавде равна:

Вредност ρ у овом случају пре-

$$\mathcal{L}_2 = \frac{25\rho}{\rho - 25}.$$

ставља даљину, на којој око може да види јасно неки предмет. Како њу можемо лако да одредимо мерећи је само, можемо лако наћи и каква треба да буде кривина наочара за то око. Ну ради лакшег одређивања даљине јасног вида (ρ) за појединна ока служимо се справом т. зв. о п т о м е т р о м. Незгодним избором наочара лако се око брзо квари. Ако кроз њих гледамо мало напрегнуто, очи ће нам постати сасвим кратковиде. Штетно је осим тога гледати најмање слободним оком и наочарима, као и једним стаклетом на једном само оку.

В е л и ч и н а п р е д м е т а з а ј а с н о в и ђ е њ е г о л и м о к о м. Да један предмет у опште можемо видети, треба његова слика да буде по површини бар толика, да покрије један клин или чеп, чији је полупречник површине 0,004 мм или за предмет, ако је степенима угла виђења изражена, 0,5' (по минута) Ако су тела сувише светла или осветљена могу се видети и под мањим углом. Зраци са појединих звезда на пр. долазе под мањим углом и од 1", или их опет можемо додуше не баш са свим јасно, видети. Ну у обичној светлости и нормалним оком можемо да видимо само тела чији зраци долазе у њ' под углом од 65. Да пак два тела одвојимо једно од другог, треба једна слика да падне на један а друга на други клин или чеп. Величина те даљине између два предмета (као што су двојне звезде и др.) треба дакле, као у обичним приликама од 1'.

К р и д и ј а ц и ј а. - Кридијацијом се зове појав услед ког нам се бели, у опште светли предмети, намештени на црној основи, чине већи но што су у ствари и обрнуто услед кога нам се предмети црне боје на белој основи чине умањени. Дејство кридијације веома је осетно на видљиву величину звезда, које се на тај начин могу учинити неколико пута веће, но што

су у ствари. Срп младог месеца изгледа нам у обиму већи од тамног дела месечева; дакле светли део његов наткриљује тамни. Руке у белим рукавицама чине нам се веће, но у црним због иридијације. Она не само да је различна кад сваког човека, но пута више мења се и код једне исте особе у разно време. Осим тога расте са степеном сјајности предмета и трајашности посматрања.

Т р а ј а њ е у т и с к а н а м р е ж и ц и. - Утисак изазван на мрежици не прекида се одмах чим престане дејство предмета на њих већ остаје на мрежици још неко време и пошто је нестало предмета или и пошто се он заменио другим. Надражени дакле живац на мрежици не престаје одмах са светлошћу, увек мора да пређе неко време, док се тај надражени живац умири. Ова се особина ока мења према осетљивости мрежице и интензитета светлости. За разне врсте светлости, биће и она различита. Тако изазват белом светлошћу, траје после престанка њена још за $\frac{1}{10}$ секунде; изазват изазват жутом трајаће 0. 09, црвеном трајаће 0. 08", зеленом-0.066", и т. д. На основу овог, кад се на пр. парче усијаног угљена, брзо у округ окреће видеће се један светао непрекидан котур: Тако исто и киша падајући у капљама, представља нам се у облику течних млазова. Или ако на пр. окрећемо један картон, на ком је са једне стране повучена једна а с друге друга линија управна првој, видећемо један црн крст; или на коме је с једне стране нацртан кавез а с друге тица, видећемо птицу у кавезу и т. д. Сем тога ако се на пр. обрћу кругови, подељени на неколико сектора обојених разним бојама, те ће се боје онда смешати и дати утисак оне боје, која постаје од њихове смесе (плава са жутом даје зелену, жута и црвена-наранџасту, плава са црвеном-љубичасту, седам боја спектра-белу и т. д.) Има више интересантних справица којима се објашњ/ ово трајање утиска на мрежици: и које се у обичном животу примењују забаве ради. Такве су справе на пр. та у м а т р о п (окретање варнице, свеће и т. д.) С т р о б о с к о п (човек у разним положајима насликан, кад се над једним огледалом обрће, видеће се, да се он креће) з о т р о п (окретање читаве серије слика, тачака, линија и т. д.) На овај је особини основана и тзв. к и н е м а т о г р а ф и ј а или (кинематографија) - ротографија кретања. У место да се за стробоскоп, слике цртају, па да се на показани начин брзо окрећу, овде се она фотографишу. То фотографисање мора бити врло брзо; једну особу на пр. која

се креће вала фотографисати најмање 10-15 пута у једној секунди. У таквим ће се сликама показати и они моменти кретања које наше око није у стању запазити за тако кратко време. Ако се сад таквих 100- 150 фотографија слика на једној пантлици (величине 2,3 -5 см.) окреће у једној справи, која је осветљена изнутра једном лампом, истом брзином којом је и фотографисање вршено, видећемо човека или целу групу људи која се крећу, смеју, љубе, свађају и т.д.

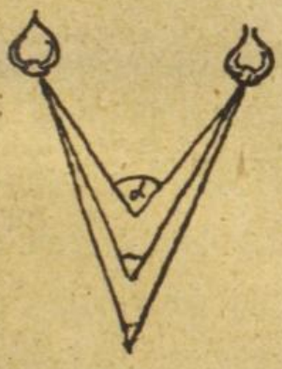
ПОЈАВА КОНТРАСТА БОЈА.

Ако на наше око падне и дејствује неко време извесна боја, она ће нерве његове толико заморити, да кад престане њен утисак на њ, неће престати и сваки други, већ ће се одмах, утицајем беле светлости, јавити утисак њој комплементарне боје, дакле њеног контраста. Та појава је врло честа; с њом се сусрећемо тако рећи на сваком кораку. Кад гледамо на пр. неко време зелену боју, па се она уклони испред наших очију, јавиће се на месту ње на белом застору, у истој готово интензивности-црвена боја, која дакле зелену боју допуње до беле; то бива и обрнуто. Или кад дуго гледамо у прозорја на једанпут окренемо поглед на неку чистину, на пр. бео зид, одмах ће се јавити у нашим очима утисак прозора са црним оквиром а белим перваз и т.д. На тај начин помоћу контраста боја можемо увек да нађемо коју боју наћи њену комплементарну боју, тј. боју која с њом даје белу боју.

О п т и ч к а в а р а њ а. - Многе слике ми не видимо онако, како су оне нацртане у ствари, већ сасвим друкчије. То долази услед нагомилавања разних утисака, које око прими с једне слике. Тако на пр. ако серију паралелних линија испресецамо низом кратких разно положених црта, оне нам се неће показати паралелне, већ косо нагнуте једна према другој. Мењањем положаја тих црта, мењаће се и положај нагнутости тих линија. То су дакле извесна оптичка варања, јер не видимо онако, како је у ствари, тако исто, али преко једне црне подебље линије позуђемо једну танку и праву линију, она нам се неће показати као права, како смо је ми повукли, већ мање или више пресољена, према томе, да ли је она прва мање или веће дебљине.

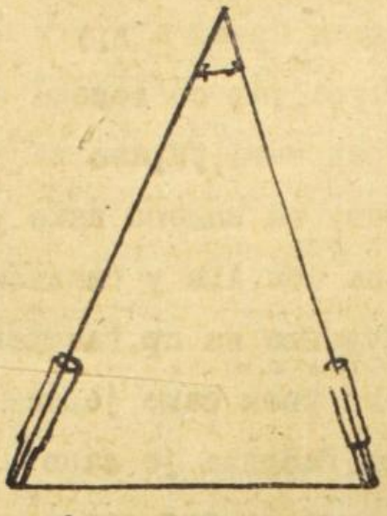
Г л е д а њ е с а д в а о к а. - Кад су оба ока управљена на један предмет, онда се на мрежњацима њиховим начини на свакој по један лик али за то опет видимо само један предмет. То се тумачи, што се једновреме-

ни утисци, добијени сваким оком посебице, спадају, укрштају у једно опште осећање. Тако на пр. ако имамо два мала котура, један црвен а други зелен па их са оба ока гледамо видећемо један без котура, јер се зелена и црвена боја као комплементарне допуњују до беле. Поред тога, управо због тога са два се ока види много јасније но једним, о чему се можемо лако уверити гледајући на предмет прво једним оком па онда са оба. Али у главном узевши, што једним оком видимо, видимо и са два. На дурбине на пр. (астрономске а не позоришне) микроскопе, телескопе, и т. д. гледамо увек само једним оком а никако са два, јер небисмо могли ништа видети. Разлика је само између гледања једним оком и гледања са два даље и то, што са два ока видимо предмет на много већој даљини но једним. Сва тела гледана са оба ока, као што смо то и у почетку науке о светлости казали, видимо под извесним углом, који је у толико већи или мањи, у колико је посматрани предмет на већој или мањој даљини од нас. На тај начин помоћу два ока можемо да видимо, ако не потпуно тачно а оно приближно према даљини појединих предмета. То једним оком не можемо учинити, нарочито кад је човек од рођења ћорав. Ина



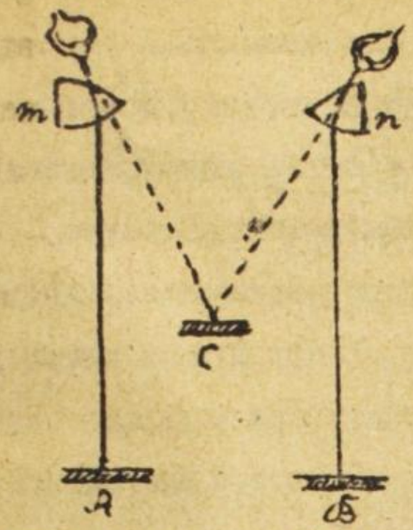
наче људи, који доцније изгубе по једно око могу о тој даљини у неколико судити по на вици, стеченој док су гледали са два ока. Тај угао, под којим неко тело видимо, и по ком судимо о већој или мањој даљини његовој, зове се у опште **паралаксом** или **углом вида**. О паралакси је било у нешколико речи и напред. Услед ње долази и оно премештање слика неког предмета, гледаног час једним оком а час другим. Јер акс неко тело пројекцирамо на неку раван једним оком, видећемо га на једном месту, ако ли другим, на другом месту. Паралакса је врло мала, кад је посматрани предмет на врло великој даљини, јер онда зраци с њега падају и долазе у око готово међусобно паралелно међу собом. Према томе, помоћу паралаксе можемо да разликујемо и судимо приближно о даљини појединих тела само да извесне границе, преко не иначе голим очима. С тога се за тачније мерење даљина, особито веома удаљених (предмета) тела, употребљују многе и нарочито за то удешене справе (дурбине) којима је главни и једини посао

задатци да прошире далину наших очију, т. ј. да повећају основицу троугла



која лежи према паралекси. Угао за који смо нагнули дурбине један према другом (којих је свега два) јесте у исто време угао виђења и или сама паралекса. На том главном принципу основане су све могуће справе, које служе за поменуту сврху. Овај исти метод мерења далина предмета на земљи корисно се употребљује за мерење спих небеских тела. О томе смо поменули нешто говорећи о бројинама светлости небеских тела, нарочито звезда. Паралакса месечава је прилично велика, те јо лако и одредити и његову далину. Али је она за звезде врло мала, због чега се за основицу њиховој паралекси узима целокупна путања, која износи 350.000.000 км.

С т е р е о с к о п. - Чист појам о перспективи и рељефности тела, може се добити само гледањем са два ока. Гледајући пак једним оком, тај ре шеф се не губи само о тога, што су нам посматрани предмети добро познати Слике што их ствара неко тело на одговарајућим местима мрежице у оба ока нису једнаке, перспектива се за тако око мења. То се може лако потврдити, посматрајући неизменце један и исти предмет најпре десним па онда левим оком у првом ће случају лева страна бити краћа и мање рељефнија од десне а у другом дена мање рељефнија од лева. На овом се оснивају справе т. зв. с т е р е о с к о п и, која је реч постала од две грчке речи које значе: видети истинито. Принцип је свима разним комбинацијама стереоскопа у том, да се пред свако око намести различни лик једнога и истога предмета тако да један представља предмет у перспективи и која одговара десном оку, а други са перспективом, која одговара левом оку. Ако се сад справа тако намести, да десно око види слику која њему одговара а леву другу, тако, да се ове две слике поклапају, онда је очевидно да ће се на мрежици створити таква слика, као кад бисмо посматрали непосредно сам предмет. У том случају добијамо рељеф врло јасно и живо представљен. Код неких се стереоскопа то сједињава на обеју слика врши одбијањем а два сабирна сочива. Код ових последњих неопходно је потребно ради потпуне рељефности да оба сочива m и n дају зрацима савршено једнако скретање, што се може постићи само онда, кад су им кривине њихових површина



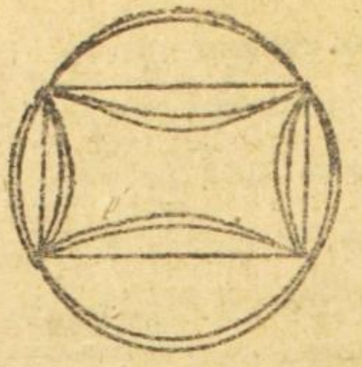
савршено једнаке. Зато се једно и исто обично двогубосиспупчено сочиво пресече на два једнака дела, па се десна његова половина стави пред лево, а лева пред десно око. Из слике A дрнаве сад зраци на сочиво m преламају се у њему и улазе у десно око, ~~а из слике B падају зраци на сочиво n преломе се и упадају у лево око. Те преломљене и упале зраке одражују сада очи, да би добили заједничку слику, до пресека њихова у C где се ствара рељефна тражена слика.~~

А к р о м а т о п с и ј а.-Тако се зове особито стање очију, који нас чине неспособним за разпознававом боја у опште или само неких од њих. Та је болест и махна очију врло честа. У сто особа не може се наћи њих 3-4, који ће моћи тачно разликовати све боје а још мање нијансе њихове. Неке очи могу разликовати извесне боје, али се за поједине од њих може рећи слепе. Најобичнији је случај тога слепила за црвену боју, која таквим очима изгледа црна. При железницама и железничким пругама траже се и примају такве особе, које могу врло добро даразликују и да разпознају црвену боју, која је за њих најглавни знак. Од те болести патио је и Д а л т о н, који ју је први описао те се она сада и зове по његовом име ну Д а л т о н и з а м.

А с т и г м а т и з а м.-Те је особина неких очију да не могу распознавати сву добро и тачно све или неке геометриске ликове-облике већ им се причињавају у сасвим другом облику нарочито не могу да виде праве линије, које им изгледају више или мање искривљене, испупчене или и издубљене. Четвороуго им се може на пр. показати у облицима, каквим су од прилике на слици на идућој страни.-

В и ђ е њ е р а з л и ч и т и х б о ј а.-

До сада смо кратко прегледали како у опште бива виђење предмета и који су главни услови за виђење њихово.-Сад је питање на који начин бива виђење и распознавање чистих боја и нијанса. Поуздано се за сада на то питање не може одговорити али се по Јунговој теорији замишља, само



замишља да у нашем оку има т р и в р с т е поменутих клинова и чепова: једни расположени само за црвену, други само за зелену а трећи само за плаву. Надражењем свих тих клинова и чепова видимо белу боју. Ако их посебице надражимо имаћемо црвену, зелену и плаву боју. Према већем или мањем надражењу прве врсте њихове од друге и треће, њих друге само од прве и треће и т.д. добијамо и видимо разне комбинације боја, као и њихове нијансе.-

Толико је за сада о оку и виђењу (гледању) речено. Што је било важно и главно, управо најглавније, поменули смо, не упуштајући се нигде у појединости. Сад да проследамо.

II: В е ш т а ч к е о п т и ч к е с п р а в е.

Оптичким справама зову различите комбинације од самих сочива, или сочива и огледала. Све се оне могу поделити у неколико група, према томе за коју су сврху употребу које од њих направљене. Неки их деле на три групе и то на: Справе за у в е ћ а в а њ е п р е д м е т а, на пр. справе з а п р и б л и ж а в а њ е п р е д м е т а (примицање) [illegible] и најзад справе з а п р о ј е к т и р а њ е, т.ј. оне које могу да граде на заклону увећане или умањене ликове, који могу после да користе при цртању или да се покажу многим посматрачима у једно и исто време. За нас су сада од важности прве две групе оптичких справа, а о трећој, у коју спада као најглавнија мрачна комора (на којој се заснива фотографија и фотографисање); већ је у неколико било говора напред.

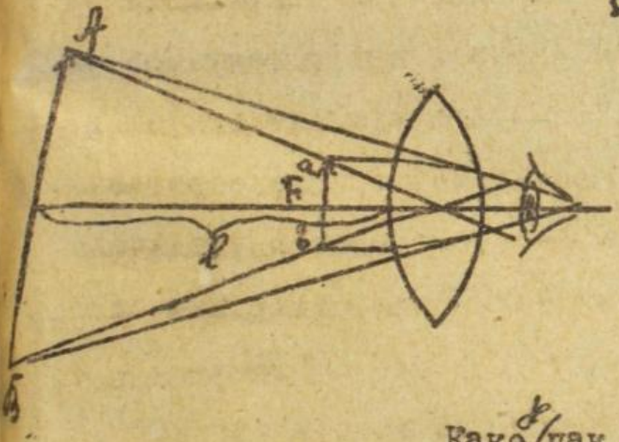
1. С п р а в е з а у в е л и ч а в а њ е п р е д м е т а.

Видели смо у своје време да наше очи могу непосредно на обичној т.зв. задној даљини (25-30 см.) да распознају предмете до извесне мањености. Ако су ти предмети сасвим ситни, око их наше не види. Стога се за поступање свих тих ситних и веома малих па и обичним гледањем невидљивих предмета или појединости на њима - служимо нарочитим справама за увеличавање т.зв. м и к р о с к о п и м а, код којих има прво велику предњу сабирну сочиво.

Микроскопи се деле у најпре главним у две групе: П р о с т е и

с в о ј е н е м и к р о с к о п е. Први се у обичном животу зову л у п е а служе за гледање не сасвим ситних предмета, јер обично не увеличавају много. Сложе ни се пак микроскопи називају м и к р о с к о п и м а, њима се посматрају веома ситни и обичним оком невидљиви предмети.

а.) Прост микроскоп-лупа. -Лупа се назива свако, било двогубе испупчено или равно испупчено сочиво, које је само укривено и удешено да се може држати и њиме ма какав ситан предмет посматрати. Више пута лупе се праве од два састављена или мало раздвојена сочива, било да су оба сабирна или једно сабирно а друго расипно (нарочито ако су састављена и слепљена), али се ипак она сматрају као једно сочиво (ахроматичко и ахроматичко) само им је онда дејство боље и јаче. Увеличавање које даје једно сабирно сочиво (просто или сложено) или лупа, биваће по показаном већ начину, кад смо говорили о поступању слике кад сабирних сочива, кад предмет дође између жиже и сочива. Зраци, који полазе са ситног предмета а в, намештеног између жиже F и сочива, изићиће из сочива растурени. -Значи да иза сочива неће стварне слике. Око пак, које би те зраке примило, видећемо у њеву продужењу од тога предмета уображену слику $АБ$,



праву и увећану. То је слика која се види лупом а увеличање њено наћићемо по обрасцу: $\frac{1}{\mathcal{L}} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l}$ одакле је $pl = dl + \mathcal{L}p$ или $p(l-\mathcal{L}) = \mathcal{L}.l$ а одавде је $p = \frac{\mathcal{L}l}{l-\mathcal{L}}$. Пошто ~~је слика~~ је слика уображена, то је $\mathcal{L}$ негативно и заменивши: $p = \frac{\mathcal{L}.l}{l+\mathcal{L}}$ или $\frac{p}{l} = \frac{\mathcal{L}}{l+\mathcal{L}}$

Како је пак однос, као што смо напред видели, право увеличавање слике некога предмета, то ћемо упоређењем добити: $J = \frac{l}{p} = \frac{l+\mathcal{L}}{\mathcal{L}}$

Да се увеличана слика види, треба да падне на даљину јасног вида: $\mathcal{D} = 25\,cm$ ока, која је из слике $\mathcal{D} = l+d$ (даљина ока од сочива), или $l = \mathcal{D}-d$ или најзад заменом у горњем обрасцу добићемо: $\frac{l}{p} = \frac{\mathcal{L}+\mathcal{D}-d}{\mathcal{L}} = J$ (увеличавање).

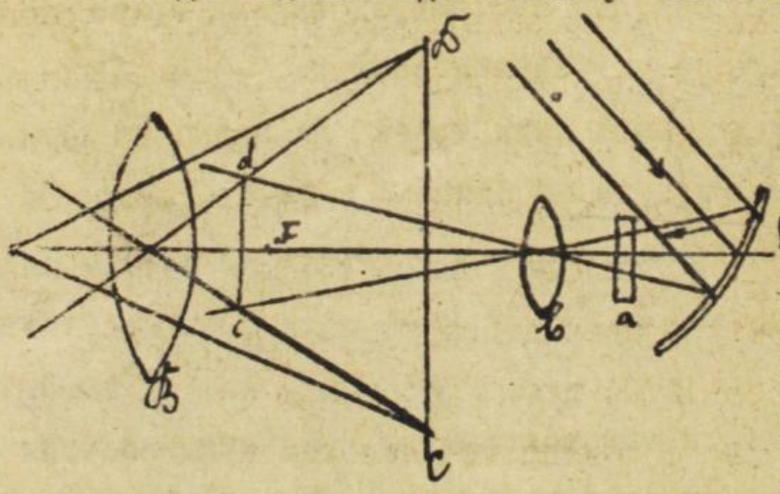
Ова ће једначина имати максималну вредност, кад буде $d = 0$ т. ј. увеличање ће бити онда највеће, кад сочива -лупу ставимо непосредно на сочиво ока. У колико је пак то веће од нуле, у толико ће увеличање

личање слике бити мање.-Ова увеличања лупе могу бити 5,8,10,15, и т.д. највише 40-50 пута већа од самоте по катраног предмета.Ваља нам само увек пред разликовати увеличање линијско (или у пречнику)од просторнога. Ако на пр,нека лупа увелича линију за 10 пута,површину ће иста увеличати 100 пута(10^2) тј.тело ће изгледати у микроскопу 10 пута дуже и 10 шире. Просторно је увеличање равно,дакле квадрату линиског увеличања истом лупом која ће у толико јаче увеличати,у којико јој је жижина даљина краћа

другим речима,у колико је сочиво пупчастије.По себи се већ разуме, да се онда и предмет намешта у толико ближе лупи,у колико јој је жижина даљина краћа.На које ће пак место између жиже и лупе доћи предмет,удешава се оком тако да се посматрани предмет,тј.његова слика најбоље и најјасније види.-

б)С л о ж е н м и к р о с к о п.-Док је прост микроскоп или лупа била састављена само од једнога сочива(било оно просто или сложено), дотле кед сложеног микроскопа имамо два раздвојена сочива,која су оба у дејству сасвим различна међу собом.Свако од та два сочива готово увек је сложено из два или више сочива,али се свака таква сложена група сочива сматра као једно сочиво.Обично су та два сочива сложеног микроскопа утврђена у једној цеви,једно на једном,друго на другом крају њену.Цев је за тим утврђена за једне ногаре,које носе,а сем тога удешени су још и други оптички делови,као на пр.шупље или равно огледало за боље осветљење онога што се гледа(јер сто пута увећана слика је због толиког увеличања нејасна и слабо осветљена,да се једва може видети)и микрометар или справа за тачно мереље тих ситних предмета и т.д.

Да видимо сада какав је оптички састав сложеног микроскопа.



Као што се из саме слике види, она два сочива која сачињавају сложен микроскоп,јесу сочиво в и в.Предмет,који се гледа,налази се на стакленој плочици а ,а осветљен је скупљеним зрацима,који се одбијају са шупљег огледала (које може бити и равно)и падају на њега осветљавајући га.Једно сочиво б налази се испред самог предмета

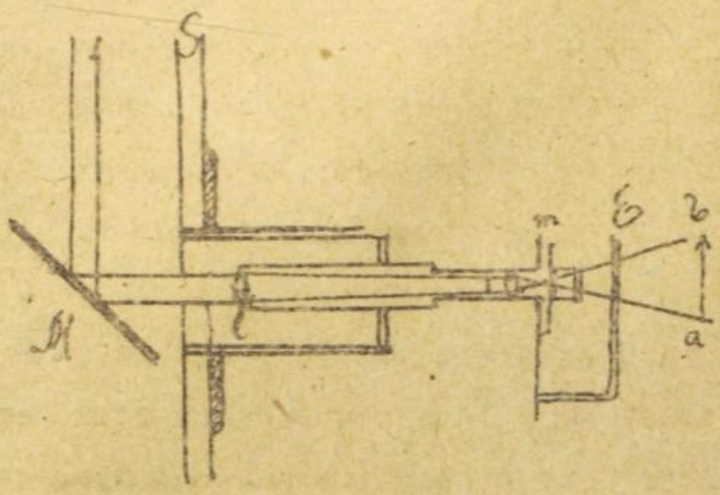
а због чега се и зове предметно сочиво или о б ј к т и в. Оно друго јесте испред самог ока и зове се очно сочиво или о к у л а р. По себи се разуме, као што смо и раније наменули да објектив и окулар могу бити састављени из два или више само тих сочива, у ком случају микроскоп јаче увеличава.

Предмет а не сме да се а, као код лупа метнути између и х и е и с о ч и в а, већ се мора тачно одредити између и х и е и о б ј к т и в а дакле да приликом његове светлости објектив да, према досадањој стварну слику увећану cb. То је слике, као што знамо, још и наврнута, али то ништа не смета микроскопском посматрању На другом је крају цеви окулар b који се сада мора тако наместити, да она отвара слика коју је дао објектив, падне између окулара и њихове жиже (F). Другим речима окулар овде игра исту улогу, коју и свака лупа. Он ће дати од стварне слике, cd уображену и увећану слику cb а то је она слика, која се микроскопом посматра. Као што се види, сваком комбинацијом сочива код сложеног микроскопа, предмет се у два маха увеличава: Први пут објектив даје увеличану слику, а други пут опет окулар као лупа увеличава ту већ увеличану слику.

Један исти микроскоп може различито увеличавати предмет; то зависи од објектива и од окулара. Ако узмемо један известан окулар па као објектив (који увек може бити мањи од окулара) узмемо само једно сочиво, добићемо неко извесно увеличавање; ако место објектива са једним сочивом метнемо друго са два или три, добићемо истим окуларом веће увеличање. Исто тако ако задржимо објектив, па узмемо јаче окуларе, добићемо и јаче увеличање и т. д. Према томе сваки микроскоп има два или три објектива, али толико исто и окулара, те се на једном и истом микроскопу могу по потреби правити разне комбинације у увеличању. Целокупно увеличање једне такве комбинације дознаћемо кад будемо знали, колико је увеличање објектива, а колико окулара за се, па та два увеличања помножимо. Ако окулар увећава на пр. 20 пута, а објектив 5 пута, целокупно је увеличање онда 20.5=100 пута. И овде се разуме увеличање линиско а не површинско. Добрим микроскопима може се постићи у средњу руку увеличање од 2000 пута у пречнику или од 4000000 пута по површини. Међутим и ако се с једним микроскопом може постићи толико увеличање, ипак се оно употребљава само у ретким приликама. Најобичнији

чнија се увеличава крећу између 500-1000 пута у пречнику јер што је увеличање веће, у толико је и посматрање теже; слика је врло слабо осветљена странн се утисци врло јако осећају, те се зато тако јаким увеличањем могу служити само врло извежбани микроскописти.

в.) С у н ч а н и м и к р о с к о п. Микроскопи о којима смо до сада говорили, обично су тако направљени, да само један посматрач може посматра, ако више хтели да увеличану слику једнога микроскопа види читав један скуп људи, онда се служимо т.зв. с у н ч а н и м м и к р о с к о п о м. Он је утврђен за какав сунцу окренут прозор, тако да му равно огледало М. стане на поље а све остало унутра, у замраченој соби. Сунчеви зраци S падају једни на равно огледало одбијају се најпре кроз сочиво l па онда кроз сочиво O, те се купе у жижу тога сочива у m где се налази онај предмет, који хоћемо да увеличамо, тим скупљеним зрацима, тај се предмет јако осветни. Светлост прошавши кроз предмет, пада на систем од два или три сабирна сочива која дају врло јако увеличану и извртуту слику предмета на 2, 3, 4 или више метара удаљеном белом заклону или платну. На тај начин, ту слику виде сви они, који се нађу у тој иначе замраченој соби.



г.) Ф о т о е л е к т р и ч к и м и к р о с к о п. Пошто се у свима приликама не може рачунати на сунце, а кад оно не увече, те су направљене справе, код којих се место сунчеве светлости употреби или јака Д р и м о н д о в а или још јача електрична светлост. Саставни део микроскопа остаје готово исти, само је промењен онај део, који има сада ову светлост да пошље у микроскоп. Микроскоп са електричном светлошћу зове се фотоелектрични микроскоп.

Увеличавање појединих предмета сунчаним или фотоелектричним микроскопом врло је занимљиво, јер се читавом једном скупу људи могу показати веома јако увеличани ситни предмети. Једно влакно из косе, увеличано таким микроскопом скоро је као ручка дебело а изгледа као каква овца и

т.д. Најзанимљивији је гледати крвоток пузаваца, који се увећан на платну појави у облику читаве једне осветљене географске карте, по којој врло брзо теку реке и речице. У колико су експерименти са сунчаним или фотоелетричним микроскопом занимљиви за веће скупове, у толико су посматрања обичним микроскопом важнија са научног гледишта, јер се помоћу њега ушло у траг многим животињицама, за које се сада зна, да су извор многим заразним болестима.

2.) С п р а в е з а п р и м и ц а њ е п р е д м е т а.

Микроскопом смо успели да разпознајемо бескрајно ситне предмете; он износи пред наше очи хиљаде разних појединости, за које иначе не бисмо никада знали ни помислити, и ако су ту око нас, у непосредној близини нашој. Што смо микроскопом постигли за предмете нама блиске или веома ситне, то се постиже справама за примицање предмета, у које спадају д у р б и н а и т е л е с к о п и за предмете истина огромне по величини али и бескрајно далеке. Резултат је за наше голе очи један и исти, јер се ни ови предмети, и ако су велики, исто тако не виде, ~~као ни они предмети, и ако су велики~~, исто тако не виде, као ни они први и ако су блиски. И као год што нам је микроскоп нове животе открио, тако нам је дурбин и телескоп показао нове дотле непознате светове.

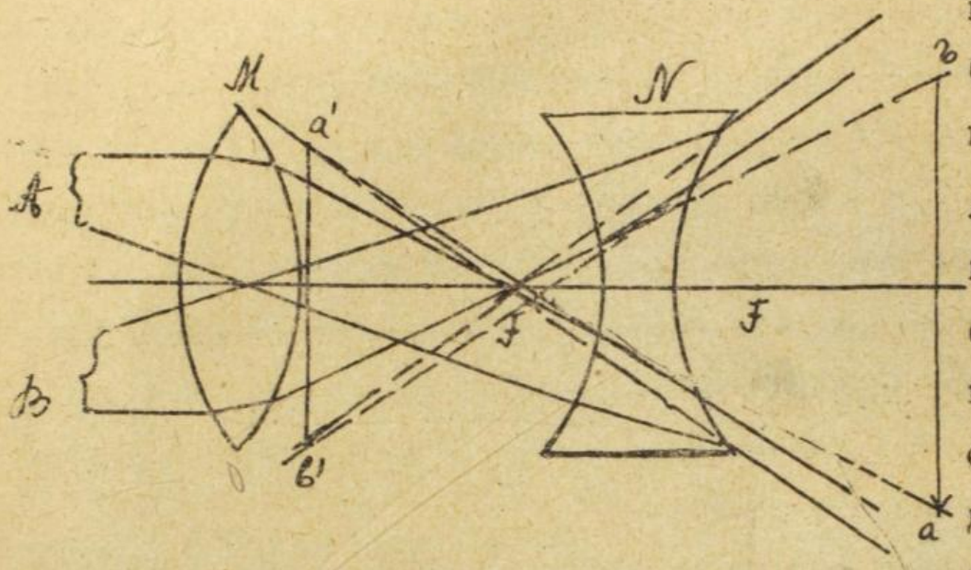
Док микроскоп значи справу за гледање ситних предмета, дотле дурбин и телескоп значи справе за гледање далеких и великих предмета. Према теме по етимологији саме речи, телескоп значи сваку справу, која нам ма на који начин, помаже да видимо удаљене предмете. међутим у практици се држи разлика између дурбина и телескопа, и ако и један и други представљају справе са истим задатком: Да предмет што је могуће више примакну нашем оку. Та разлика долази од њиховог унутрашњег састава. Дурбинима у опште називају се оне справе за далеко гледање, код којих главне слике да ју с о ч и в а, дакле код њих слике постају преламањем светлости; они се због тога тога зову још р е ф р а к т о р и м а. И дурбини а па и телескопи не увеличавају слике онако, као што их доводе ближе к нама, те их видимо под већим углом.-

Д у р б и н и.-

Дурбина има разних врста према томе, за коју се сврху који од њих употребљава: али ми ћемо само поменути неколико, како бисмо се могли

упознати са главним конструкцијама, које владају у свима тим дурбинима

а) Г а л и ј е в (холандски) дурбин или обичан (позоришни) дотлед Још крајем 1608. год направио је сам Галилеј један дурбин, и њиме одмах открио Јупитерове пратиоце, пронашао пеге на сунцу, брегове на месецу и д. Та врста дурбина и данас је позната под именом Галилејова или холанска дурбина. То су нами обични позоришни догледи, само је у оно доба прављена једна цев за посматрање једним оком. У Галеову дурбину има само два сочива Једно двогубо пупчасто, на које падају зраци, који долазе од предмета, то је објектив, а друго је издубено и до њега је око, то је окулар. На прво сочиво O M падају зраци са далеког предмета AB Ти зраци

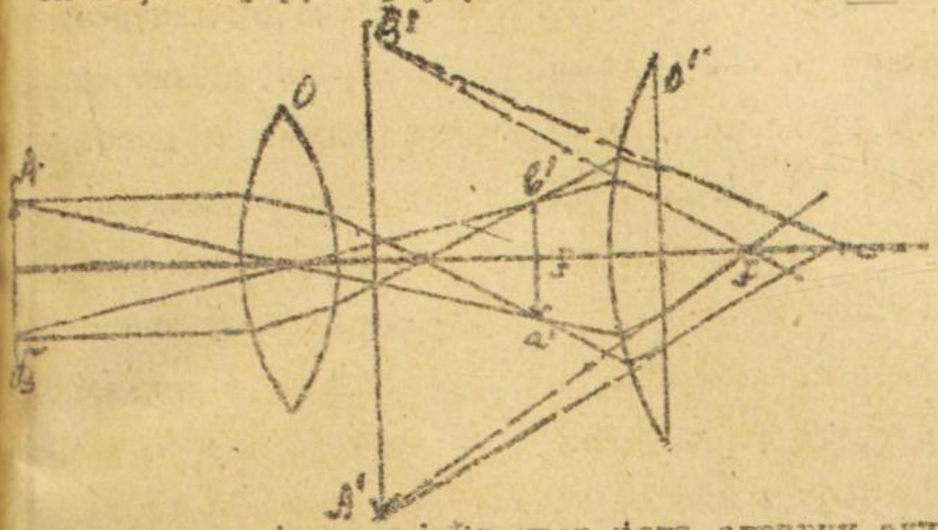


пробијаће кроз сочива тако, да би дали у ab смањену и извртнуту слику тога предмета Али пре него што се ти зраци пресеку да дају стварну слику ab наместе се двогубо издубено сочиво и покваре стварну слику. Око, које сад дође иза њега продужи разтурене зраке истим правцем и види од предмета у о б р а ж е н у у с п р а в н у и у в е ћ а н у с л и к у a'b'. Таква конструкција и тако постају слике код Галилеова дурбина.

Позоришне дурбине праве се сједињењем два Галилеова дурбина, који дају слику у оба ока, што увећава јасност и даје рељеф.

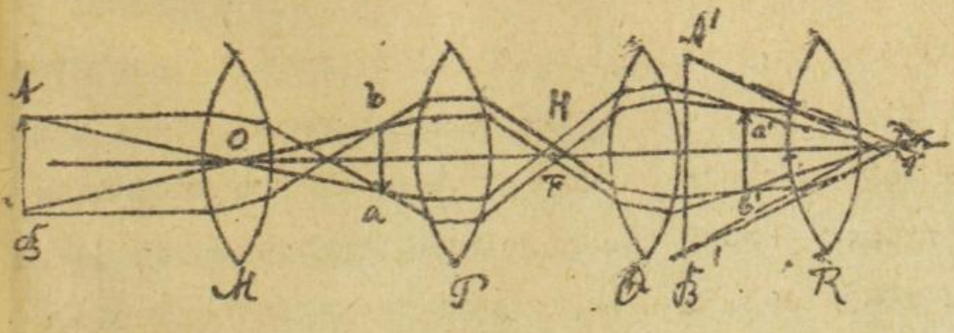
б) А с т р о н о м с к и д у р б и н. - Он је одређен за гледање и посматрање звезда, као и осталих небеских тела и појава. Прави се само са два сабирна сочива, која дају извртнуту слику. Али како та извртнута слика ни у колико не смета астрономским посматрањима, то се она тако извртнута и оставља, јер се тиме конструкција самог дурбина знатно упрошћава. Конструктивни распоред таквог једног астрономског дурбина види се на паралелној слици. На једном крају веће или мање цеви утврди се сабирно сочиво O - објектив. Зраци, који паралелно падају на такво сочиво ма са ко-

га небеског тела, скупљају се у жижи F тога сочива, и ту дају, као што знамо, стварну, изврнуту и смањену лику ab. У другој ужој цеви, која улази у прву ширу цев, утврђено је једно сабирно сочиво O, кроз које се посматра мало час поменута смањена слика, која је у исто време и изврнута, $a'b'$ со је друго сочиво је окулар. Овај окулар игра улогу обичне лупе, т.ј. гледајући кроз њега стварну слику ab добија се од њега увећана слика $A'B'$ то је она слика, која се дурбином види. По себи се разуме, да зато треба окулар тако у цеви наместити, да стварна слика ab дође између окулара и његове жиже. Како објектив тако исто и окулар састављени су обично из два сочива, како ради ахроматизма тако и ради ахроматизма и других важних особина сложених сочива.



Сваки астрономски дурбин, као и сложен микроскоп, може јако увеличати посматране предмете, само та увеличања нису нису код дурбина тако велика као код микроскопа. Дурбин има увек само један објектив а два или три увеличава. Код микроскопа видели смо да има и више објектива и више окулара, те зато су и комбинације при увеличању многобројније.

в.) З е м љ с к и д у р б и н. - То је дурбин, који се употребљава за гледање далеких предмета на земљиној површини. Он даје слику прут. ј. онаку моту, какву је и у природи. У томе се разликују од астрономског дурбина. То се постиже помоћу два сабирна сочива намештена између објектива и окулара. Ако је предмет AB на великој даљини, не у бесконачности, његова ће се слика начинити и з в р н у т а и с м а њ е н а, у ab иза жижина објектива M. Ако је друго сочиво P намештено на таквој даљини од објек



тива, да се његова жижа поклапа са ликом ab онда светли зраци, који пола
ze из b пошто прођу кроз сочиво P узму правац паралелан споредној осо
вини bO Тако исто и зраци што излазе из а преломиће се паралелно осо-
вини а О. Пошто се ова два снопа зракова укрсте у H пролазе кроз треће
сочиво Q чија се жижа поклапа с том тачком H Први сноп после прела
мања сећи ће се у тачки b' а други a'; у $a'b'$ добиће се слика предме-
та AB неизврнута. Ова се слика сматра онако исто као и код астроном
ског дурбина са једним сабирним сочивом-окуларом R који је тако намеш-
тенда се влада као лупа.

Слика $A'B'$ који видимо овим дурбином, биће уображена, изврнута
и већа од $a'b'$.-

Цев, која носи окулар, као код сложеног микроскопа, тако и код
свих дурбина, покретна је и може се кретати непосредно и руком (код прос-
тијих справа) или нарочим завртњима. Сваки посматрач премешта окулар час
на једну час на другу страну, док не угледа слику са свим јасну и оштир-
ну. Где ће се он са окуларом зауставити зависи како од посматрачевих
чију, тако и од дальине посматраних предмета, као и од употребљеног увели-
чања.

Каквоћа једног дурбина, као и моћ његова увеличања зависи у
главном од објектива. Најважнија је ствар, да стакло, од кога се објектив
реже, буде што је могуће чистије, да у њему не заостану мали мехурићи или
као нека влакна. Ревање и глађење окулара је од мање важности, јер од њи-
хове савршености зависи бистрина оне стварне слике, коју објектив даје, и
која се затим посматра окуларом. Све је то врло тешко постићи, нарочито
код великих дурбина, па зато су такве справе, кад се добро израде, врло ску
пе.-Од две пак дурбина једнако добро израђена, онај ће давати већа увели-
чања, код кога је објектив већи. Јасност оне уображене слике, коју гледамо
кроз окулар, зависи на првоме месту од јасности стварне слике, коју даје
објектив; па даклe од боја оних зракова, који кроз објектив пролазе, те ту
слику дају. Лако је ће тим појмити, да ће тих зракова бити у толико више
у колико је објектив већи. Према томе онај ће дурбин допустити веће увели-
чање чији је објектив већи. Али ма како велики био дурбин, опет он има из-
весне границе у увеличању, која се може прећи, и која зависи не само од

ичине, већ и од потпуности израде објектива. Ако се узме да је објектив
ког дурбина сасвим добро израђен, онда се приближно може наћи његова
д увеличања, кад се пречник његова објектива, изражен сантиметрима, пом-
ни са 20(Највеће је увеличање, до сад постигнуто са окуларовим пречни-
ма см. од 1800-2000 пута или у повољним приликама посматрани и до 3000
па).

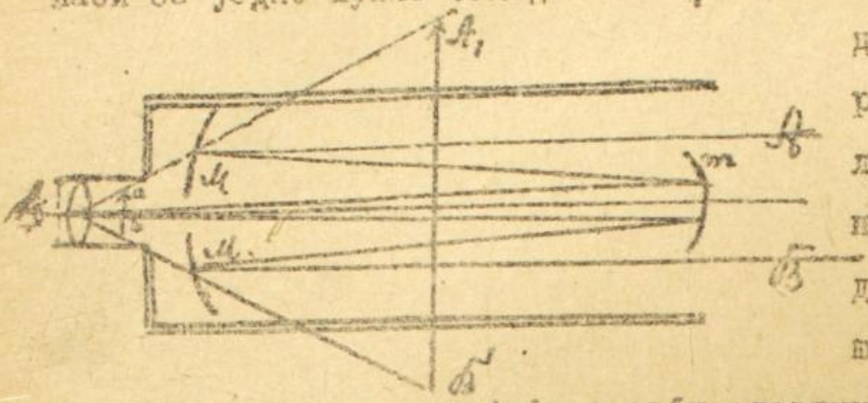
За сва тачна астрономска посматрања, као и за сва мерења, додаје су дурбинима(и то код њихових окулара)нарочите справе. Међу њима је важнији М и к р о м е т а р испремештан танким концима од паучине, т. з. к о н ч а н и ц а м а, на које пада слика звезде и планете, која се посматра, и помоћу којих се мери или даје да две блиске звезде или пак величина саме планете, или величина извесних појединости на њиховим површинама д.д. Ти укрштени конци од паучине служе, да се положај појединих тачака на каквом блиском телу утврди, и да се по промени тих положаја одреди кретање или тих тачака или целих тела, као и брзина њиховог кретања.

Да ли ће се код једног дурбина моћи употребити веће или мање увеличање, зависи поглавито од стања у ком се ваздух налази. Светлост долазећи са небеског тела, пре но што уђе у дурбин, пролази кроз нашу атмосферу. Целе године а поготово ноћу кроз слојеве ваздушни сасвим разно загрејани. Услед тога, као што смо раније раније видели ваздух струји у разним правцима и врло неједнако, тако да се може казати као да трепти. То треперење ваздуха јако утиче на светле зраке, јер и они добију у слично треперење а слика, коју ти зраци у дурбину дају, врло је нејасна и и г р а п р е д о ч и м а. То играње слике је тим веће, што је увеличање веће. С тога се ретко кад могу код дурбина употребити највећа увеличања. Обично се посматра са нешто мањим увеличањем, јер су онда слике опширније и мирније, те се и многе појединости боље виде.

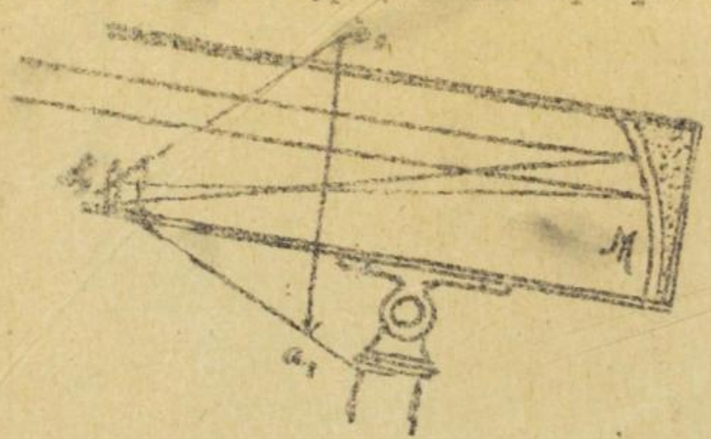
Б.)Т е л е с к о п. -Као што смо раније напоменули, место сочива може се употребити као објектив и шупље огледало, које ће дати слику за посматрање. Тако је постала друга група справа за гледање, тј. примицање далеких предмета, које се зову т е л е с к о п и. Сем тога, док се код дурбина посматра правцем његове дужине, дотле код телескопа може се или тако исто посматрати, или спреда па и са стране, према начину како се он и направи. Према томе имамо и три разне комбинације, три врсте телескопа.

а.-Г р е г о р о в т е л е с к о п. На дну једне широке цеви на-

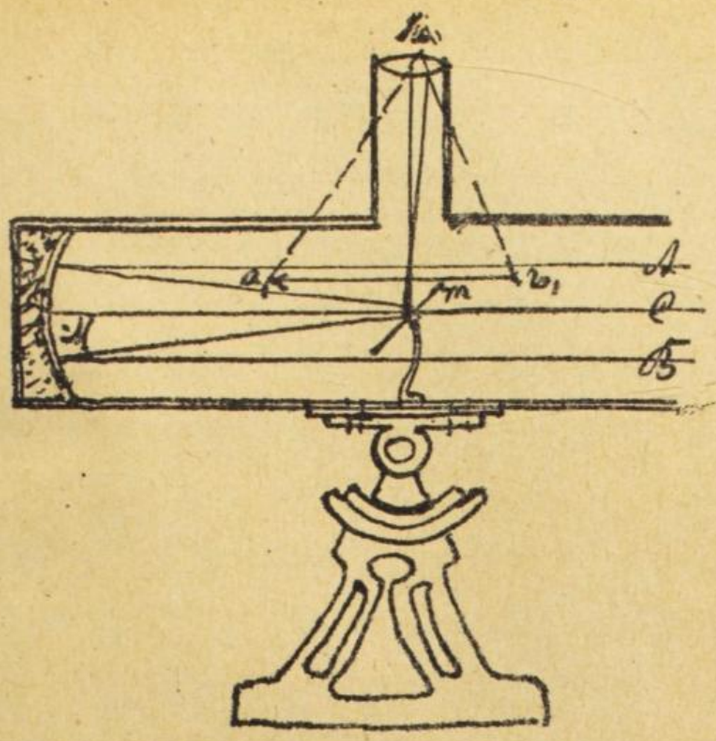
лази се једно шупље огледало M M, које је у средини пробушено. Зраци A, B, долазе са неког небеског тела па паралелно, одбијају се од тога огледала на нама познат начин, те пре него што ће се састати, да да ду стварну слику, падају на друго шупље огледало m у средини цеви од њега се поново одбијају и дају стварну смањену слику a b пролазећи кроз отвор у великом огледалу. Та стварна слика посматра се окуларом, као код дурбина, даје уображену много већу слику A, B. Велика је незгода код Грегоровог телескопа, што морамо на пут светлим зрацима да метнемо огледало m и то баш испред самога центра већега огледала, којем би слика била најјаснија и најоштрија. Стога је посматране слике доста неразговетна и нејасна.



б.-Кер[illegible]ков телескоп.-Он има само једно издубљено огледало M и окулар O. То је огледало нарочито према особини телескопа тако, да се и слика посматране звезде добије у a b са стране телескопа a код окулара O, који је као и код Грегорова телескопа увећава у A, B. Код овога телескопа зраци пошто претрпе једно одбијање, губе много мање светлости но у правом случају, те је слика много јаснија него код Грегорова телескопа. Али и овде има једне незгоде, што се слика мора посматрати спреда а окрећући леђа предмету, због чега се мора главом посматрачевом заклонити један део отвора цеви, и спречити велики део светлости, да улази у њу, и да је са осталим зрацима много јаснију слику.



в.-Ђутнов телескоп.-Код њега се слика посматра са стране. Појединости његове виде се на придатој слици. Зраци A, B, C са огледала M, које није пробушено падају на једно равно огледало m нагнуто под углом од 45° - или што је чешћи случај, на правоугли призму, па се одбију у страну и дају слику a b. Та се слика онда посматра са стране, ближе или



даље од самог краја цеви, обичним окуларом увећање неће бити као у првом и другом случају. И овде се јавља готово иста незгода, која је била и код Грегорова телескопа. До скора су сва огледала за телескопе прављена од метала; али су та иста огледала имала многих незгода у себи: поред те велике тежине, кад су мало већа, она услед шупљине брзо потамне на ваздуху те се морају поново гладити. То поновно глађење је врло деликатан посао, јер се њиме огледало врло лако може покварити. Данас се огледала за телескопе праве од стакла, код којих се само посребри она површина, која треба да одбија светлост. Кад се та сребрна навлака исквари, она се може врло лако заменити новом и да се при том ни у колико не промени кривина огледала.

У п о р е ђ е њ е д у р б и н а и т е л е с к о п а. - Како код дурбина тако и код телескопа окуларни је део један исти; они се разликују само по објективу. Имамо прилика у којима су се телескопи показали бољи од дурбина, као што је и обратно. - Дурбини имају ту добру страну, што се њима лакше рукује, и што се њихови објективи, једном добро израђени, не мењају лако. Поред тога, упоређени са телескопима истога пречника, дурбини дају много бољу слику. С друге стране дурбини се теже израђују, те су зато и знатно скупљи. Прва је тешкоћа што се не могу добити велики комади стакла са свим чисти без мала, а то је био главни узрок што се врло дуго нису правили велики дурбини. Пошто је објектив сваког дурбина састављен из два разна сочива, то ваља за сваки објектив израдити и угладити површине, док на против огледало телескопско има само једну углађену страну-површину.

У овоме је случају предност телескопа. Али огледало телескопско врло много упија светлост, која на њега пада, ~~врло много упија светлост, која на њега пада~~, а поред тога је и врло тешко, те

је руковање целом справом неугодно, особито кад је она велика. Под утицајем ваздуха, нарочито влаге, углађене површине метала брзо потамне и сваким се њиховим глађењем делази у опасност, да се кривина површине поквари. Истина је, да се тој невгоди доскочило стакленим огледалима, као што смо напред видели, али ни једна ствар, која одређује у којима кривинама треба употребити дурбини а ---------- , а у којим телескоп. Због тога, што се велика огледала лакше право но сочива, у телескопу се може добити светлија слика него ли у дурбину, али та слика ма колико светла била, није сасвим оштра и тачно ограничена, као код дурбина. За то се телескоп не може употребити онде, где се тражи велика тачност, било у положају саме слике или у њеним појединостима.

Према томе данас се може рећи одређено поље и телескопа и дурбина. Телескопи су згоднији и бољи за тела, која су слабе светлости-, али која нису оштро ограничена (као комете и небеске магле) Због тога су за таква посматрања телескопи претежнији од дурбина. На против за посматрање звезда и планета, где је потребно да се појединости тачно виде, згоднији су дурбини и ако мање увеличавају (јер телескопи могу да увеличавају до 3000 па чак и до 4000 пута) јер су им слике оштрије, па се и боље виде и распознају.

И н т е р ф е р е н ц и ј а с в е т л о с т и.-

Свако бива са светлошћу, у погледу геометриске природе њене, кад светли зраци полазе са најмање два светла извора, онда услед узајамног дејства њиховог и суперетања под извесним углом, укрштавају се међу собом - интерферишу, као што је то било случај и са таласима, слабећи се при том и узајамно појачавајући, дају наизменце час minimum час maximum осветљења. Исти они резултати посматрања и дискусије, до којих смо дошли приликом говора о интерференцији таласа, вреди поменути и овде. Тамо смо нашли, да су кретање два таласа била представљена обрасцима $y_1 = a_1 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$, $y_2 = a_2 \sin \omega\left(\frac{t}{T} - \frac{x+\delta}{\lambda}\right)$ а њихово резултујуће кретање обрасцем: $y = y_1 + y_2 = A \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x+\delta}{\lambda}\right)$ који казује да је тај резултат опет таласасто кретање. Да ли ће y имати вредности =0, максимум или минимум, дакле, да ли ће бити овако или онако кретање таласа, зависи једино од резултујуће амплитуде тога кретања A за коју смо нашли да је: $A = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda}}$.

Какво ће бити A, позитивно или негативно уображено зависи само од фазне диференције δ која може имати разне вредности. Вредности пак a_1 и a_2 су сталне, непроменљиве (боја светлости), као што су такве и вредности δ и λ. Ако буде на пр. $\delta = \lambda$ (што ће бити, кад светли зраци пођу са два светла извора у исто време и истим таласним дужинама) добићемо заменом:

$A = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2}$ (јер је $2\pi = \cos 360^\circ = 1$ одакле је $A = a_1 + a_2$.

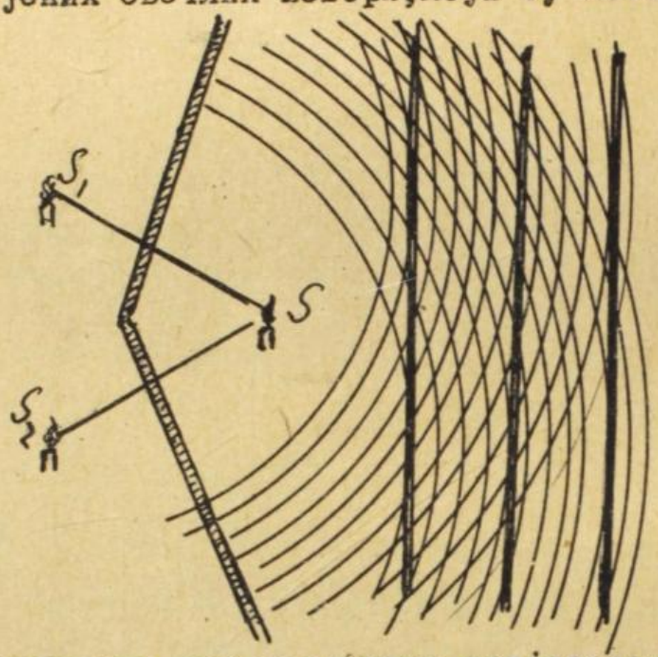
ово ће исто бити и кад је $\delta = 2\lambda \left(\frac{4\lambda}{2}\right), 3\lambda = \left(\frac{6\lambda}{2}\right), 4\lambda \left(\frac{8\lambda}{2}\right)$ у опште δ_2 парпарним броју полуталаса $2n \lambda/2$. Ако узмемо, да је и $a_1 = a_2$ онда је $A = 2a_1$ у овом случају резултујућа амплитуда равна збиру компонујућих, ту она достиже своју максималну вредност.

Ако је $\delta = \frac{1}{2}$ имаћемо заменом: $A = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 - 2a_1 a_2}$ (јер је $\cos \pi = \cos 180^\circ = 1$) или одавде: $A = a_1 - a_2$ Стављајући као и у првом случају да је $a_1 = a_2 = a$ наћићемо да је $A = 0$ ово је наша минимална вредност. Ту се светли зраци укрштавајући се, гасе; то исто ће ступиће и кад буде $\delta = \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}, \frac{7\lambda}{2}$ и т.д. у опште $\delta =$ непарном броју полуталаса

Ово укрштање светлих таласних зракова, са равном фазном диференцијом познато је, као што смо видели и као што рекосмо, под именом и н т е р ф е р е н ц и ј е с в е т л о с т и. Осветљење ће наступити максимално јаче, ако је фазна диференција равна парном броју, таласа $2n \frac{\lambda}{2}$ а сасвим ће се угасити, тј. светлости на месту укрштања нестати, ако δ буде равно непарном броју полуталаса $(2n+1)\frac{\lambda}{2}$. Све ово што вреди за интерферисање два светла зрака или светлосна таласа, вреди и за 4, 6, 8, 10. . . За читав низ њихов; у теме ћемо случају добити и читав низ наизменце поређаних максимума и минимума са благим прелазима једних у друге.

Ну ово је само теориско тумачење интерференције светлости. Питање је сад: Како ћемо експериментом изазвати и досадања своја посматрања доказати? Требало би узети две свеће, или у опште два светла извора, па њима осветлити једно тело, и онда гледати шта ће бити и т.д. Али пошто је овде међу осталима и тај услов, да оба извора простиру од себе светлост са истом таласном дужином, то се не може и не сме тако радити, јер није могуће наћи и створити таква два светла извора. Ну и овде су се научари довили, доскочили тој немогућности тиме, што су од једног извора направили на основу досадањем, два, која, разуме се, дају светлост са једнаким тала-

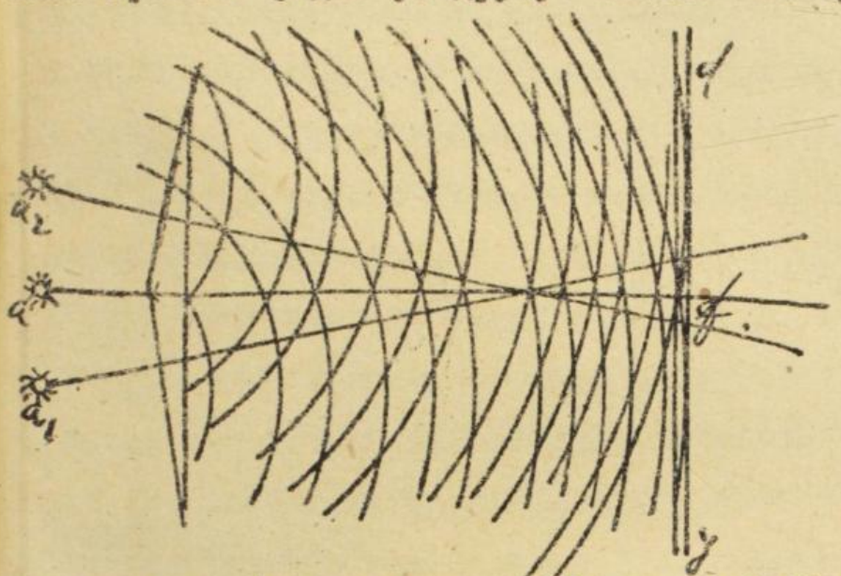
сним дужинама. То је први покушао, а тај свој покушај и у практику увео *Fresnel*. Он је узео два огледала од црнога стакла (или метала)-црна с тога да не би на њих пала светлост улазила у саму материју, већ да би се одмах с прве површине одбила, положио их је, дно према другом под врло великим углом, ставио испред њих на извесном остојању, један светао извор S. Овај ће се сада огледати и у једном и у другом огледалу и дати у њима по познатом правилу своје слике (разуме се уображење) S_1 и S_2 По законима одбијања, та ће се светлост на тај начин одбити тако, као да одбијени светли зраци полазе са слика S_1 и S_2 као и са засебних одвојених светлих извора, који су истог интензитета и са светлошћу истих



таласних дужина. Овим се дакле постигло оно, што је се желело, или што је управо било потребно. Зраци, који су се одбили на показани начин приближују се један другом док се на извесном месту и непомешају-неукрсте-не интерферишу дакле. Ако се сад на то место стави заклон, видећемо јасно, да сва места, на која пада та изукрштена светлост, нису подједнако осветљена, већ да су нека наизменце потпуно мрачна а друга, такође наизменце, јако осветљена са поступним, наизменичним а при том благим прелазима из једне светлости у другу. Прва су места поменути већ *minimum* и неосветљена, а друга *maximum* и осветљена. Мрак или угашена светлост је онде, где је по пређашњим $\delta = \frac{1}{2}, \frac{3\lambda}{2}$, и т.д. а појачања светлост онде, где је $\delta = \frac{2\lambda}{2}, \frac{4\lambda}{2}, \frac{6\lambda}{2}$ и т.д. Они пак поступни прелази између све јачег и све слабијег осветљења показују варирање и превлађивање једнога и другог између $\frac{2\lambda}{2}$ и $\frac{\lambda}{2}$, $\frac{4\lambda}{2}$ и $\frac{3\lambda}{2}$ Ако заклон полако одмичемо или примичемо, и места *minimum*-а и *maximum*-а полако ће се мењати примичући се један другом или удаљујући се један од другог. Везујући при том одговарајућа места *minimum*-а или *maximum*-а добићемо врло много кривих линија, које све припадају роду хипербола са жижама својим у S_1 и S_2 Све се оне могу лако да изразе помоћу чега се лако могу лако наћи и заклони, који карактеришу те хиперболе, као и према то-

ме, закони за *таласно* - *а таласне*.

За изазивање интерференција служи осим овога *Fresnel*-ова огледа и т. зв. бипризма. То је једна призма састављена из двеју. Обично се прави кад се једна веома тупоугла призма пресече на двоје, па се те половине припепе једна уз другу. Светло извор шаље зраке на бипризму, који се



кледани ј правцу тако преламају, као да полазе од два светла извора a_1 и a_2. После тога преламања имаћемо, као и у првом случају два скупа светлих зракова, који се на извесном одстојању, где је наметнут закон, укрштају међу собом, дајући извесне максимуме и минимуме. Из слике се види да ће максимум појачање светлости бити онде, где се укрштају, интерферишу брегови са брегови ма таласа а минимум тј. где светлост изчезава гаси се онде где се укрштају, интерферишу брегови са долинама таласа. Појачање светлости биће у тачкама *f, c, h*, а гашење њено у тачкама *d, g*.

Исти резултат интерференције светлости можемо постићи и бисочивом, тј. једним сочивом, састављеним из две полутине других двају или само једног и истог сочива.

Сви ови случајеви интерференције јасни су и главни докази да светлос није материја, већ извесно таласање тј. таласно трансферзално кретање као што је у почетку дефинисање да је светлос материја, неби било овога гашења, уништавања њена, јер се материја не, да ни никако неможе уништити она се може само претворити из једнога у други облик. За таласање пак видели смо, кад је било говора о таласању уопште, да се могу интерференцијом уништити или појачати међу собом, те помоћу саме те чињенице не само доказујемо да је светлост таласно кретање, већ и тумачимо, објашњујемо саму ту појаву светлос.

И н т е р ф е р е н ц и ј а м о н о х р о м а т и ч н о ј б е л е с в е т л о с т и .- До сада смо говорили о интерференцији светлости у опште, не водећи при том рачуна, с каквом светлошћу имамо посла. Ну ваља и овде, као што смо то и до сада чинили правити разлику између интерференције, која монохроматичне, просте

светлости, а интерференције је беле светлости. Ако посматрамо интерференције на пр. жуте светлости, видећемо као најсјајније прстене пењутих таласних дужина у зеленкасто жуту и црну боју. При томе све поједине просто обојене светлости ће дати појединачне прстене и интервале црвена их има најјаче, љубичаста најдуже а остале боје варирају, по реду којим иду у спектру, између црвених и љубичастих. Та неједнака величина и ширина таласних дужина па и њихових најмањих одстојања и пролаз долази до неједнакости самих таласних дужина. Како су оне најбоље за црвену а најмање за љубичасту светлост, то је и разумљиво зашто су таласне дужине најшире за прву а најуске за другу обојену светлост. - Према томе, ако сада испитујемо и посматрамо интерференције беле светлости сунчеве видећемо исте само са најмањичним светлим, обојеним или таласним црним тачкама или пругама интерферисане светлости, већ пругасто разнобојено обојени, таласни интерференција изгледа у самом центру белом, где се сва готово боја посматрају њу собом; све је и овичен само мало црвеном бојом. У осталим таласним број боја постепено повећава, па ће се при крају готово у једном од њих, после и у свима осећати сва њима још сва спектарне боје-који је случај новије под именом интерференција спектра. На тај начин видимо један читав низ све мање више развијених спектара, који се постепено услед непрестаног слабљења саме светлости сасвим из вида губе.

Појава интерференције светлости. Са интерференцијом светлости сретамо се готово на сваком кораку у обичном животу. Према томе сама та појава није тако ретка као што би се на основу досадашњег на њу погледа мислило. Кад напрсне на пр. кажне поцебело стакло, онда се, кад се добро загледа, у тој пукотини (интерференција) светлости у овом танком слоју ваздуха. Тако исто бива и код нехура од сапунице: где овом преливање дужних боја јави треба да буде дебљине нехура на јмање $\frac{1}{10.000}$ mm. У колико је он тањи у толико ће одбијање и преламање бити јаче и обрнуто. Интерференција, управо преливање боја, виђа се врло често на површини устојаних вода, нарочито у барама што бива услед оне танке скрамице масти, која се обично хвата на површини таквих вода. Ју можемо изазвати и кад капнемо коју кап терпентина или какве масти у воду, који се одмах по њеној површини разлије у врло танак слој и изазива ин-

терференцију светлости.

Све ове боје на овај начин добивене, или сва ова разна прелива-њихова називају се општим именом боја танких листића. Где су сва пр
ирачна тела чврста, течна и гасовита, доведена у плочице, листиће довољно и
врло танке посматране, као што видимо услед интерференције, обојена дост
ивним дугиним бојама. Кристали на пр. који се могу цепати у танке листиће
као слюду, пос и др. производе ове појаве та то исто бива и са стак-
летом, кад се издува у врло малку лопту. Капља уља брзо разастрта по повр
шини велике масе воде, претвараће сва ниjансе скептра у једном исто
следују и дају звати Кутнови пређлагали. Кутн Њут је први извршио
поредку и т.д. У исту групу појава, т). боја танких листића, боје прстенова
и њихове величине, произвољно је ове
појаве, помоћу ваздушнога слоја, за
твореног између стаклених плоча, од ко
јих је једна равна а друга попупчена-сочиво је увек купљено. Ако се



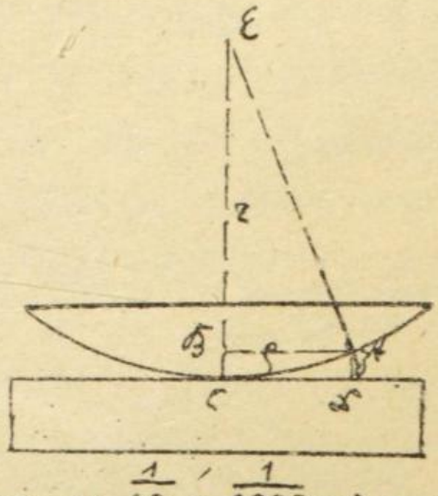
се обе површине добро избрушу и наместе близу каквог извора светлости,
опажиће се у самој тачки додира једна танка мрља, пега, окружена са свих
ју страна, до неке извесне даљине, лепим бојадисаним прстеновима; интензи
тет постепено опада. Од положаја самога сочива зависи и облик ових прсте
нова; мењајући положај његов добићемо разновране облике, узак концентрич
них прстенова. Ако имамо посла са монохроматичном светлошћу на пр. са цр
веном бојом, ти ће се прстенови, као напред maximum и minimum из-
глемати црвени и тамни (црни), чије ће пречник бити у толико мањи, у коли
ко се дотична боја више прелама. Ако их на сочиво пустимо белу светлост,
прстенови ће изгледати бојадисани разним бојама скептра, чему је узрок
тај, што прстенови простих боја имају разне пречнике и што се према томе
да се поклапају, деле, делају више или мање у спектралне боје.

Ова појава Кутнових прстенова долази услед интерференције свет-
дости, о којој смо до сада говорили. Она се јавља при сусрету зракова, од
бијених с прве површине. Израчунавајући дебљину слоја ваздушног, кога
узак заостане између сочива, и оне стаклене плоче, Њутн је нашао, да ако
је полупречник тамне прстен-о, светли прстенови јављаће се и рећаће један
пред другог на одстојању r_1, r_3, r_5, r_7 . . . а тамни на одстојању
r_0, r_2, r_4, r_6 . Прстенови пак и тамни и светли долазиће је

дан за другим на растојању $\sqrt{0}, \sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}$ То је закон простирања ћутнових прстенова. Дебљина ваздушног слоја на појединим местима лако ће израчунати на овај начин. ако са ϱ означимо полупречник једног светлог или тамног прстена, а са δ дебљину ваздушног слоја, који се може сматрати као један листић имаћемо из правоуглог троугла ABC: $AC^2 = \varrho^2 + AB^2$ или $AB = CE - BC = 2 - \delta$ заменом добијамо $r^2 = \varrho^2 + r^2 + r\delta^2 - 2r\delta$

$$2r\delta = \varrho^2 + \delta^2$$

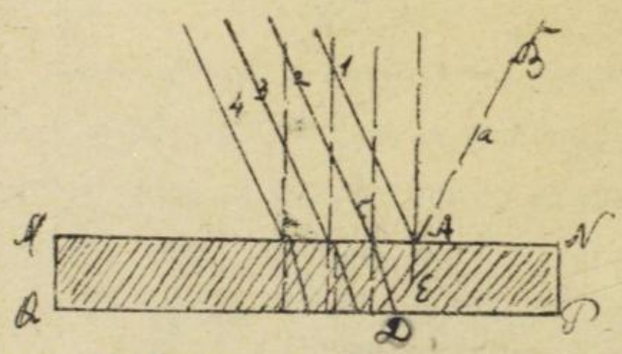
$$\delta = \frac{\varrho^2 + \delta^2}{2r} = \frac{\varrho^2}{2r} + \frac{\delta^2}{2r}$$



пошто је количина δ врло мале вредности (често по $\frac{1}{10}$ и $\frac{1}{1000}$мм) а r према њој доста велико, то се члан $\frac{\delta^2}{2r}$ може, без бог зна какве разлике-грешке сасвим занемарити, у ком би случају имали да је само $\delta = \frac{\varrho^2}{2r}$ Како ϱ и r можемо врло лако да одредимо то ћемо и врло лако изнаћи дебљину ваздушног слоја на појединим местима.

Да бисмо протумачили како се изазива интерференција у ком ваздушном слоју сматраћемо, да је један врло мали део белог ($\frac{1}{100}$ мм), мада је нео слој усамој ствари клинастог изгледа, састављен из једне плоче са паралелним зидовима (као мехур сапуњавице), И све што ће бити на једном таквом: На површину MN пада скоп зракова под извесним углом, који ће се одбити по закону одбијања. Фаза првог зрака код A биће: $y = a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$

а код B пређе дужину x где је наше око: $y_1 = a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x+x_1}{\lambda}\right)$ и зрак 2 пада на MN где се један његов део одбија а други прелама а с доње површине P одбија тако, да се поклапа са првим одбијеним зраком AB а заједно с њим долази у наше око. Образац ће се за њега важити онај исти, само што се овде мора водити рачуна и о губитцима у интензитету, које он на свом путу претрпи. Сем тога док он дође до површине MN пређе за дужи-



ву AB крађи пут од првог зрака а док изађе из средине у ком случају место 1 доћиће 1_1 тј. друга таласна дужина и стигне до нашег ока учиниће $2CE$ дужи пут од њега, што се такође мора узети у рачун. Према томе ако је губитак интензитета при првом преламању δ при одбијању с доње површине $AP - \delta'$ а при повратном изласку из средине (али другом преламању δ'' мањући на ову и ону путну разлику AE и $2CE$ то чемо за зрак добити

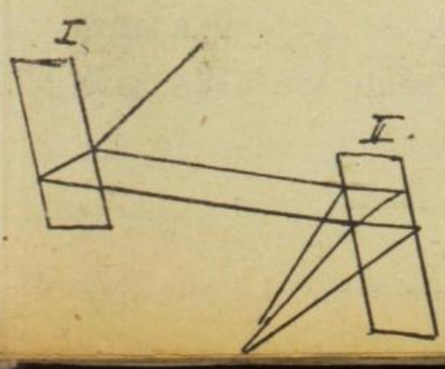
$$y_2 = \delta\delta'\delta'' \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x - AE}{\lambda} + \frac{2CE}{\lambda} + \frac{x}{\lambda}\right)$$

Тако исто бива и са трећим зраком, чији се један део, који се је пресекао тек после неколико одбијања погодио, као и други изашао из средине са првим зраком, те с њим и другим долази у наше око. И за њега морамо водити рачуна о губитцима интензитета, којих овде има више као и путних разлика (где место $2CE$ треба узети $4CE$) и т.д. Напишимо само једначине $y_1, y_2, y_3 \cdots \cdots y_n$ ако их све саберемо, добићемо једну резултујућу једначину облика: $y = y_0 + y_1 + y_2 + y_3 + \cdots + y_n = \Sigma(y)$

$$= A \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x+\delta}{\lambda}\right)$$

Ето како постаје интерференција светлости код танких листића. Њих се тиче међусобних даљина пролазова, а оне тако исто, као и даљине максимума и минимума зависан на првом месту од таласних дужина. Кад је таласна дужина $0k$ јавиће се први мрачни простор; кад је она $\frac{\lambda}{4}$ јавиће се прво светао простор, на таласној дужини $\frac{2\lambda}{4}$ јавиће се други мрачни, а на $\frac{3\lambda}{4}$ друга светао простор итд.

Рефрактометар.- У вези са овом интерференцијом код танких листића јесте и интерференција, коју можемо лако изазвати и код дебелих листова и плоча. Треба само изазвати путну разлику (односно диференцију δ) међу два светла зрака, па је тим изазвата и интерференција њихова, јер дебели листови нису ништа друго до скуп, безброј танких листића. На овом је основан тзв. **рефрактометар од Пфене**, та справица састављена је из две приближно паралене плоче дебеле.



На I пада један светао зрак, где се један његов део с прве површине одбија а други тек пошто се преломи с друге површине. Та два зрака падају на плочу II где се с њима дешава исто оно што и са оним првим

зраком. На тај начин квалитата је она за интерференцију потребна ф а з н а д и ф ф е р е н ц и ј а. Где се ови зраци преломљени и одбијени с друге плоче, састану ту ће [illegible] на познат већ начин, интерферисати, дајући извесне [illegible] и minima-е

Ово је корисно употребљено за одређивање таласних дужина код чврстих, течних и гасовитих тела. Ако на пут горњим, с прве плоче одбијеним зрацима, метемо какво тело, ти ће зраци пасти на плочу II. и укрести ту се после одбијања пак пошто се промене кроз то тело. Тиме ће се, разуме се променути и место интерференције и таласна дужина тих зракова. Према тој већој или мањој промени суди се о већој или мањој телесној дужини претрпана посматраног тела. -На овај начин се испитују и још многе друге молекулярне појаве и њихови међусобни односаји.

С а в ј а њ е и л и д и ф ф р а к ц и ј а с в е т л о с т и

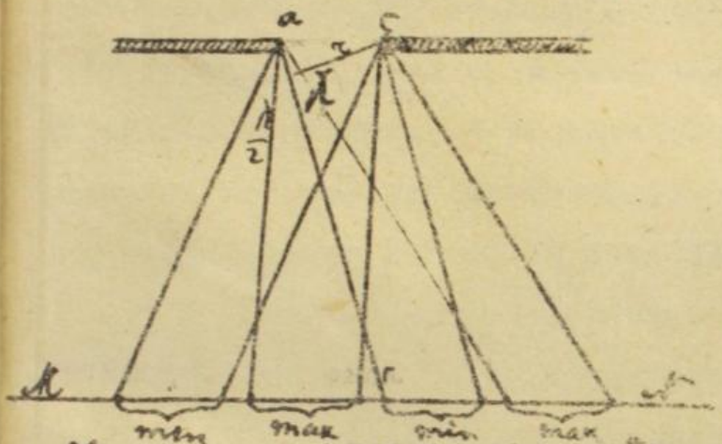
Разноврсни појави савијања могу се на сличан начин објаснити, као и интерференција, а и с помоћу ће саме. Савијање, се појављује, када светлост долази из малеког отвора, па прелази уз ивицу каквог непровидног тела а потпуније и лепше у сенци уске шипке. Појаве савијања налазимо и ако каква светлост пролази уском рупом у непровидном затвору или целим низом таквих рупа. Ако се кроз њих гледа на плавом какве нудаљене свеће, видеће се с обе њене стране читав низ обојених слика једна поред других, само ниже других боја. Ако се уском пукотином посматра бела светлост, онда се појављује више спектра са белим или тамним, налик на оне, што их призме преламања стварају. Овакве спектре и обојене пламенове видимо и кроз трепавице, кроз чије на перју, кроз запрашен или орошене (замагљене) стаклене плоче и т.д. Ако их посматрамо кроз малој рупи или уској пукотини.

Цела ова појава може се објаснити теоријом таласања светлости узимајући при том у помоћ Хајгенс — ов принцип о таласању. Сваку тачку у једној таласастој површини можемо сматрати као средиште е л е м е н т а р н и х т а л а с а, који се одатле на све стране простиру. Сваки такав елементарни талас не изводи за себе неко осетљиво дејство само тамо, где се они интерференцијом -укрштањем јављају, стварају јасно кретање или светлост, било као што смо видели, појачају, било угасе.

На основу тога и дава упадне савијање светлости. Ако интерференцију светлости спречимо остављајући један заклон са малом рупом или пукотином, сваки ће молекул светлога таласа који до пукотине дође дати свој елементарни талас, те ће се део тога светлог таласа који на тај начин прође кроз рупу, расути-савити мање или више.

Разуме се да се и у овако малом делу светлости дешава интерференција, по поменутим законима, те имамо гледајући кроз пукотину, поменуте већ *maximum*-е и *minimum*-е као и поједине спектарске односно дугине боје.

Нека је једна таква пукотина (која је обично $\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}$ и т д. mm), на ком предмету (на пр. на прозору) а кроз њу нек де пада један сноп светлих зракова. По Хајгенсовом принципу свака тачка у пукотини



између а и с јесте извор посебних елементарних кружних таласа, који се крећући се од пукотине даље, простиру на све стране де самога закона $\frac{1}{r^2}$ Интензитет светлости управо пред самом пукотином је, ако узмемо да у целом снопу има 16 зракова предпостављајући да сваки од њих има једну исту амплитуду a, а сваки зрак светли интензивношћу $I = \frac{1}{16}a^2$ Где ће бити појачана, а где гашена светкост, где *maximum* осветљена, а где *minimum* остоја видели смо у неколико напред. Ако је растојање $ar = \frac{\lambda}{2}$ (где смо r добили спуштањем управну из c на зрак Aa), пошто се неки зраци међусобом интерферишу, имаћемо да је интензитет правога *maximuma* осветљена $J_1 = 0,406 J$ до кога смо броја дошли на овај начин: Видели смо да је резултујућа амплитуда таласног кретања: $A = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda}}$ у овом специјалном случају она ће бити: $A = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \frac{2\pi}{32}}$

Ну ако предпоставимо као што смо и учинили да је $a_1 = a_2 = a$ добићемо да је: $A = \sqrt{2a^2 + 2a^2 \cos \frac{2\pi}{32}}$ или $A = a\sqrt{2 + 2\cos \frac{2\pi}{32}}$. Количник $\frac{2\pi}{32}$ кад се извршки делове, износи $11^0 - 25$; тим замењен у последњој једначини и после свих рачуна, који би се имали око тога да раде, налази се да је $J_1 = 0,406 J$. Ако сад узмемо друго нагиб ће веће као што се из слике види на прво али тако да сад растојање

буде сада λ -цео талас, можемо посматрајући своје ефекте на I случај, п
деливши оних 16 зракова на двоје - по 8, чија је таласна удаљеност сада
себици $\frac{\lambda}{2}$. У овом ће случају као што смо напред извели, оба дела по
сматраног снопа зракова, интерферишући појединим одговарајућим зрац
ма међу собом, потрти и дати мрак $J_2 = 0$ — први минимум осветљења
на залому ВЧ . Пођемо ли сад и даље, па узмемо још веће вагауше, тако да
је оно исто растојање $\frac{\lambda}{2}$ сада постало $\frac{3\lambda}{2}$ онда ћемо поделити сноп одн
зракова на три дела- по приближно 5 зракова у сваком, са међусобним оста
јањем $\frac{\lambda}{2}$ имати, пошто се два дела елиминишу интерференцијом потпу, остављање на
M'су интензитетом : $J_3 = \frac{1}{3} 2J = \frac{1}{9} J$. На тај начин добијамо други максимум,
осветљења.

Ако ово резоновање продужимо и даље, видећемо, да ће се
минимуми јавити, кад је оно растојање : $\frac{2\lambda}{2}$, $\frac{4\lambda}{2}$, $\frac{6\lambda}{2}$ итд. а максим-
ми : кад је оно $\frac{3\lambda}{2}$, $\frac{5\lambda}{2}$, $\frac{7\lambda}{2}$ итд. (са интензитетом: $\frac{1}{9}J$, $\frac{1}{25}J$, $\frac{1}{49}J$
итд.) и да на показа,—на начин интензитет осветљења опада са квадратом
броја поменутих растојања подуталасног,(као што ће у обрнутом случају
он растао са квадратом тога растојања).

Одређивање таласних дужина светлости.

Све до сада изложено згодно се употребљује за лако одређивање
таласних дужина појединих светлости. Како то бива видеће се на потоњег.
Сноп зракова оне светлости којој ћемо овим методом да изнађемо тала
сну дужину, пролази кроз отвор, пукотину **ас**, и да је на показан на-
чин читав низ максимума и минимума . Ако узмемо на око само
централне зраке, и то један који је управан на заклону АВ, а други
који је под извесним углом нагнут према њему, где је у С у исто време и
први максимум осветљења, наћићемо из
сличних троуглова АВС $\sim$ авс да се $ab:ac =$
$= Bc:AB$ или пошто је $ab =$ разна диференци-
ја, дакле $= l$, $ac = s$, $BC = d$ - $AB = x$
наћићемо заменом да се $l:s = d:x$
одакле је само $l = \frac{s.d}{x}$. У овом
обрасцу све вредности су познате или се
лако могу наћи осим таласне дужине l , од
ле се она може врло лако израчунати. Кад се нађе само колика је ширина пук

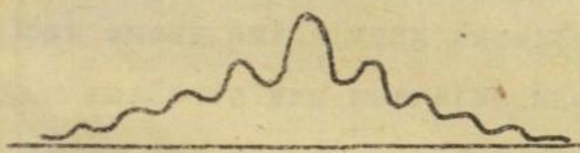
тике ,(b)растојање првог светлог g_0 првог таног пресека (d)и најзад висина (x)или управно растојање заклона од пукотине,налази се лако заменом,и таласна дужина посматрањем светлости.Ако на пр.узмемо да је:

$b=0,5\,mm$, $D=150\,cm$ и за црвену светлост $d=l_{cr}$ наћемо заменом да је таласна дужина црвене светлости: $\lambda_{cr.}=\frac{0,5}{1500}=0,000660\,mm$.

Кад бисмо место црвене узети плаву светлост, d ће бити мање $d=1,1\,mm$ те бисмо као и у првом случају заменом нашли:

$$\lambda_{pl}=\frac{0,5\cdot 1,1}{1500}=0,000466\,mm.$$

Из овај начин покоју интерференције и савијања светлости,можемо израчунати тачно таласну дужину не само свима врстама светлости,него чак и таласној дужину појединих Фрауенхофрових линија.Ну о теме ће бити речи мало доцније,где ћемо показати још много лакши метод за то одређивање.Као што напред рекосмо интензитет поменутих *maximum-a* и *minimum-a* није једнак,већ исти у толико опада,у колико таласна дифференција(почевши од $\frac{\lambda}{2}$)расте.Највећи је интензитет у средини,према самој пукотини,а идући од ње лево или десно он је све слабији и слабији.То опадање графички представљено,изгледало би приблизно,као што нам прилежећа слика показује.Брегови таласни на слици показују узастопне *maximum-e* у колико су брегови узвишенији,испупченији а долине удубљеније ,у толико је интензитет одговарајућих *maximum-a* и *minimum-a* већи и обрнуто.



О п т и ч к е р е ш е т к е.-Сва ова досадања посматрања савијања светлости вреде.за онај случај,кад имамо посла само са једном пукотином или рупом.Међутим можемо појаву савијања светлости расматрати и кроз 2,3,10. . . . безброј пукотина,кроз читаву једну,како се те обично каже о п т и ч к у р е ш е т к у.У теме случају свака пукотина врши савијање пале светлости за себе,без обзира и утицаја на остале оне.При том се пасебичном савијању и извођењу интерференције може десити,да се извесни *maximum-a* и *minimum-a* једне пукотине.на тај ће се начин они више или мање појачати међу собом,било у осветљењу било у тами .Али деси ли се случај,што такође бива врло често,да се при том случају поклопи известан *maximum* или *minimum* једне пукотине,они ће се ме-

међу собом нетрти и дати један *minimum* више. У колико је број пукотина већи, у толико је и међусобно накнадно, појачање и повећање *max.* и *min.* мање. Дакле и овде имамо посла само са појавама *max.* и *min.* биле те монохроматичне-биле беле светлости (само ако ову у другим бојама). Резултат са вијања и интерференције је према томе исти, као и са једном пукотином, изузимајући само његову већу или мању комплексност, што зависи од већег или мањег броја пукотина или уреза.

Оптичке решетке праве се на стаклету или на истањеном огледалу. Узме се једна добро изливена стаклена плоча, те се на њу, у извесној површини нарежу врло ситне танке линије. То резање врши се дијамантом; он провучен преко стаклета, парајући га, остави на њему свој дебљи или тањи траг, који је довољан за светлост, разуме се да се то сматра као једна пукотина. Црте се могу повлачити у равној величини и на разном одстојању једна од друге. Према томе се на једној и истој површини плочице може повући различит број тих црта. Могу на пр. бити на међусобном растојању од $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{500}$, . . . па чак и $\frac{1}{2000}$.

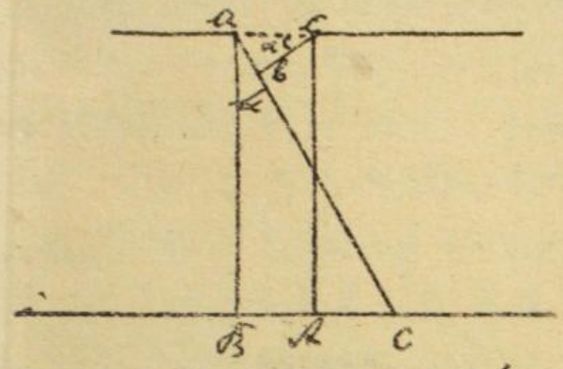
Помоћу оваквих оптичких решетака најлакше се много и много лакше но с једном само пукотином, одређују таласне дужине појединих светлости и како напред наговестисмо, Фраунхоферових линија. Ако имамо посла са монохроматичном светлошћу, јавиће се они појачани или повећани *maksimum* и *minimum*. Ако ли је та светлост бела имаћемо место њих читаву једну серију, низ спектара, у којима боје ће иду истим оним распоредом, којима смо констатовали на сунчевом спектру, призмом добивеним. Сретање тих боја је веће или мање и сразмерне њиховим таласним дужинама, само обрнуто, но што је то било код призме. Овде ће најмање скретање бити љубичастих а највеће црвених зракова. Сем тога и распоред расутости спектра у оном њиховом низу *maksimuma* и *minimuma* биће различне. Први је најмањи други се за њим већ мало показује, тако да се у трећем спектру почињу већ мешати поједине боје са бојама претходног, чврстог спектра и т.д. У колико су зарези гушћи, у толико је дисперзија појединих боја већа. У томе ћемо се уверити, ако једну плочу са извесним бројем и густином зареза према светлости под већим или мањим углом, поменуте расутости спектра биће веће, јер су тиме зарези за ту светлост постали привидно гушћи

---

*) Мање их на растојању од 1 mm биваће

не што би била, да је плоча управна на правцу светлих врпчева.

Као што рекосмо помоћу свих описаних решетака врло се лако одређују таласне дужине светлости. Потребно је и довољно само знати наћи угао, који заклапа *maximum* или која фрауенхоферова линија са управним зраком ове светлости, којој хоћемо као и посматраној фрауенхоферовој линији да израчунамо таласну дужину.



Ако на пр. прва линија F у тачки C и зрак aC заклапа са ab угао α имаћемо из правоуглог троугла abc или abC, $ab = a\sin\alpha$. али пошто је ab тражена таласна дужина λ пута ширина пукотине s то је: $\lambda = s\sin\alpha$. Угао α одређујемо нарочито за то удешеним дурбином, те треба само знати s. Ни у чему је лако наћи. Кад знамо, да на пр. у 1 *centim.* 100 уреза, ширина сваког тог уреза биће: $s = \frac{1}{100}\,cm = 0{,}01\,mm$. На тај начин замишљајући дурбин, можемо свакој линији посебице одредити таласну дужину. Ово је за сва дотле на овај начин и одређена.

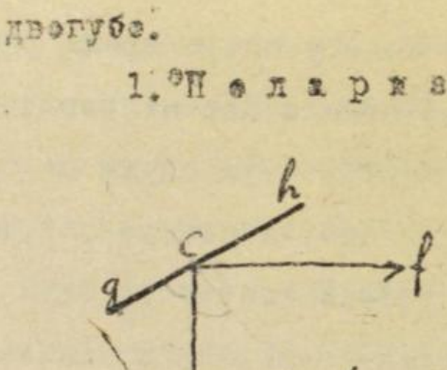
Ф о т о г р а ф и с а њ е у б о ј а м а. - Сем тога на интерференцији светлости основано је и фотографисање у бојама (фотохроматија), које је пронашао **Л и п м а н**. За ову сврху фотографска плоча не треба да се посребрује хлоридом или халидом сребра, као што је било у своје време речи, већ извесном осетљивом смесом провидном као и само стакло. Ова непровидна страна плочина ставља се једна цев, у коју се усне киша, и која служи на то, да светлосне зраке, који продиру кроз овај провидан слој и стакло, савршено одбије појачавајући тиме интерференцију пропуштене светлости. Сама појава интерференције биће свуда какву смо је видели говорећи о танким листићима или неједнаким сапуњавицама. Танки листићи представљени су овде овим провидним слојем. Интерференција ће се десити у самом том слоју; како ће се и где појавити: такву ће и боју у њему показати. Ну као што се и види, ово фотографисање у бојама може бити само на стаклету, а не на којој другој материји (картији, дрвету и т. д.). Овде смо казали само принцип тога фотографисања, а у појединости неће се упуштати.

Из свега овога може се јасно видети, да је светлост извесно таласно кретање, што је досадашњим експериментима довољно констатовано, по-

кавање. Ну јаке таласање може бити трансверзалне тј. управне на правцу светлог зрака или лонгетудиналне, тј. упоредне са правцем самога зрака. На ово питање не можемо на основу досадањег, да сада тачно и одлучно одговорити јер и код једног и код другог кретања имамо одбијање, преламање, па и самму интерференцију (као код звука). Али нам једна нова до сада не споменута појава светлости, која ће нам помоћи, да коначно решимо стављено питање: Да ли је светлост трансверзалне или је лонгетудиналне кретање. Та је појава:

. П о л а р и з а ц и ј а с в е т л о с т и. - Поларизацијом се зове особина извесних светлосних зракова, по којој је једном одбијен или преломљем зрак постаје неспособан, да се на ново одбије или прелази у извесним правцима. П о л а р и з о в а н и или п о л а р и с а н з р а к је онај, који показује разна својства у разним равнима, која бисмо поставили у правац, којим се зрак шири. У обичној не поларисаној светлости изводи стара трепереће веома брзо и у свим могућим попречним правцима док у поларизованој трепери стар само у једном одређеном правцу. Неполаризована светлост има, дакле, само један сталан правац трепереља, а неполаризован има све могуће правце у којима трепери. Светлост се може поларисати или одбијањем или преламањем, које опет може бити различите: просте или двогубе.

1. °П о л а р и з а ц и ј а о д б и ј а њ е м.



Ако светао зрак ab пада на огледало cd (од црнога стакла), да је угао упадања 54° 35, он ће се одбијен с њега одбити јако и с другог таквог истог огледала gh које је паралелно са cd и дати јасну слику, коју можемо лако да ухватимо, ну окреће ли се огледало gh око зрака bc као око осовине, интензитет ће по други пут одбијених зракова све више и више слабити, док за окретање од 90° не постане = 0. Светлост се у томе случају угаси, мање видимо; слике и нема. При даљем окретању, али увек паралелне са cd тај ће интензитет почети све више расти достигнув при 180° тако исти првобитну своју јачину, јер ће се опет зрак bc

* Лонгетудинално, као нам се и некоје ређе каже: Кажу да зрак једна светлост: иде трансверзално

потпуно с њега одбити. На исти начин закрећући, видећемо да ће се светлост угасити. Кад огледало за 270° и зрак достиће ће свој максимум за угао од 360 и т.д.

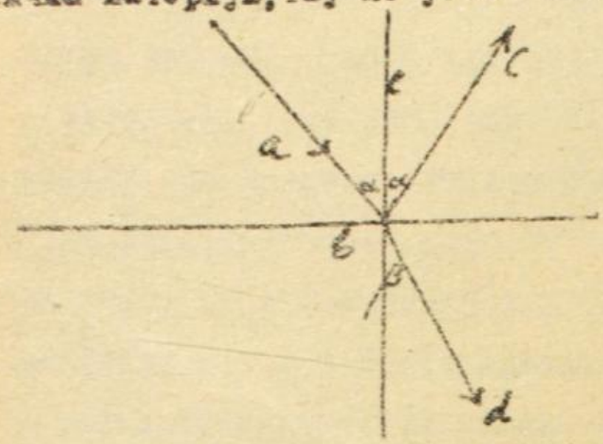
Сад можемо рећи да су зраци одбијени с првог огледала *ab* при правом одбијању са стакљета претрпели неку извесну промену. Да тог случаја није, не би било ни овог гашења у извесним приликама, јер ако место другога закрећемо сада оно зрака *ab* као оно првога огледала *cd* видећемо да ће се "обичан" спотаће зрак *ab* на колико огледало закренули, и на где он на њу пао, увек одбити као и у првом случају. Пакле тај зрак павши на *cd* под углом 54° 35', није претрпео неку промену, већ и после одбијања остао "обичан", разуме се мало слабијег интензитета. Те се може десити и са одбијеним зраком *bc* тј. и он би се у сваком случају и при сваком закретању док се с њега истим интензитетом одбио. Ну као што се јасно види то с њим није случај. Зрак *ab* је, пад упадним углом од 54°35', одбивши се о првог огледала, претрпео такву промену, да је се с другога неће закретала за 90° и 270° потпуно угасити, или да се је како се то каже, потпуно и поларизовао, поларисао. Падне ли зрак на прво огледало под другим којим углом, а не под углом од 54°35', те се он при закретању за углове од 90° и 270° потпуно неће утасити или поларизовати, већ довољно само у мањем.

Угао поларизације.

Онај угао упадања, при ком настаје потпуно поларисање, зове се поларизациони угао. Он се код једне и исте материје, која одбијање врши мења за различите светлосне боје, као што се, обрнуто за једну и исту боју мења код различитих одбијачких материја. (за стакло 54°35', за воду 59°, за дијамант 68° и т.д.) Б р е в с т е р је на поларизациони угао нашао овај закон, који је значајан због своје простоте. Угао поларизације је онај упадни угао, при ком одбијени зрак стоји управно на преломљеном. Ну овај се закон не може применити, за светлост одбијану од кристала, који двогубо преламају. Ма Бога се да лако извести овај закон: Тригонометриска тангента поларизационог угла равна је експонентну преламања материје, која одбијање врши. Знамо ма рањега да је у општо: $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$ али пошто је по Бревстеровом закону

$\alpha+\beta=90^\circ$ то је $\beta=90^\circ-\alpha$ а $\sin\beta=\cos\alpha$ то можемо замислити;
да је $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=tg\alpha=n$.

Када дакле тангента угла α буде равна експоненту преламања дате
тичка материје, тај ће угао бити поларизационог угла. Ну како свако свет
лост боја па и линија у њој има различит експонент преламања, то се не ће
ни никада поларизована светлост уте-
сити, ма она била монохроматична или
бела, већ ће на претин увек остати
један део, који ће и даље вршити неке
извесне време врло мале преламања.



Раван пак одбијања, у којој се светлости поларишу, зове се још
и угао-П о л а р и з а ц и о н а р а в а н. -У овој равни једном одби-
јени зрак не може се више одбити под поларизационим углом у равни на
праву, те смо већ и напред видели а о, тем ће бити речи и доцније.

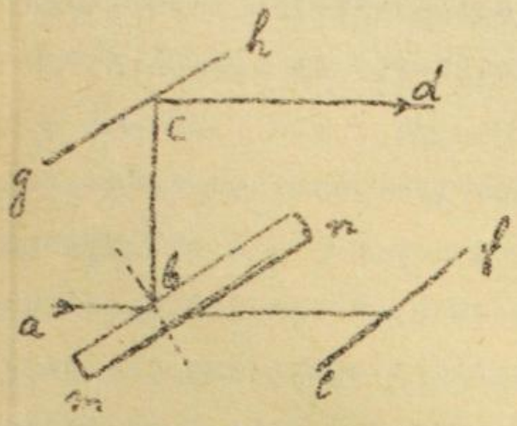
Појава поларисане светлости тумачи се од прилике овако. Код
обичног природног зрака неодбијеног и непеларизованог, сматра се да се
трептаји врши, ма што ћемо видети, трансверзалне на све могуће стране у
свима правцима, управљеним на том зраку-дакле цилиндричан.

Ако сада такав један цилиндричан зрак падне на неко огледало,
онда ће сви ти трептаји, која су управна на огледалу, остати к с једне и с
друге стране падога зрака. На тај начин добија се т.зв. листасти или ли-
нијски зрак. Те је у исто време и поларисани зрак, јер се пруга само у јед-
ној равни, трепераћи само између она два огледала и паралелно првом ог-
ледалу. Ако је према томе ово друго огледало паралелно првом, листасти
зрак продужиће трепереће своје и после овога другог одбијања, не про-
мењ ни мало правац свога трепереља. Али ако то друго огледало удеси
ће тако, да буде управно управно на првом, и то ће се трептаји, будући
управни на огледалу, сломити и светлост ће више сад одмах у почетку зи-
дели, сасвим угасити. Те би била потпуно поларисања. Према томе дакле, по-
ларисана се светлост разликује од обичне, што не трепери у свима прав-
цима, већ само у једном паралелном првој одбијачкој површини. Ако ли се
сасвим не угаси, већ опет ухватимо слику нешто свеплуца, нешто непотпу-

не поларисане.

2.П о л а р и з а ц и ј а п р о с т и м п р е л а м а њ е м.

Ако досадање прво огледало cd замислимо извесним бројем, 10-12, провидних, једну иза друге наслаганих стаклених плоча mn те ће светао зрак ab при одбијању с његове прве горње површине претрпети исте онаке промене какве смо напред при огледу видели. Ну поче један део тог зрака улазак у сам тај скуп плоча, прима се даље, те ће он претрпети исте промене, које су сличне са променама одбијеног зрака bc јер ће га прво огледало cf ако је паралелно са mn сасвим угасити, или ако се окрене за угао од 90^0 прима јаке одбити. Из свега изведене овај закључак: Светао зрак ab пао на једну стаклену плочу (или као што смо их досад звали) под углом од $54^0 35'$, подваја се (расцепиће се) у два зрака, у један одбијени а други преломљени зрак који се при одбијању с неког огледала сасвим противи понашају. Окрене ли се преломљени поларизовани зрак, за 90^0, тај ће се онда његово понашање потпуно подударати са њим, одбијеним поларизованим зраком.



П о л а р и з а ц и о н е с п р а в е. Све оне справе, просто или на ма какав начин сложене, којима је сврха да обичну светлост претворе у поларну, зову се у опште п о л а р и з а т о р и м а. Де сада нам је као поларизатор служило огледало cd и онај скуп стаклених плоча mn А справе које служе да се поларна светлост посматра, испитује-анализује, као што је огледало gh и cf (у 2 случају) зову се за разлику од првих а по самој употреби њиховој, а н а л и з а т о р и м а. За сада спомињемо само две справице, којима се служимо при поларисању светлости, без којих не бисмо могли докучити ништа о самој тој појави; а остале, колико их буде, помињаћемо, и у колико те буде потребе, описаћемо доцније у тек излагања појединости поларизационих.

Да видимо сад како сам досадањег бива :

3.П о л а р и з а ц и ј а д в о ј н и м п р е л а м а њ е м. Раније када смо говорили о преламању светлости у опште, предпоставили смо, да је средина, која ломљење врши, изотропна, тј. у свима пра-

ција исто једнака. Ако ово није случај, већ имамо падања са анизотропним срединама, или у специјалном случају, са кристалима, који не припадају правном систему, те место простога преламања наступи д в о ј н о или кристал упадне, цепа се у два зрака. Један од њих управља, тј. он лежи у упадној равни и показује неки сталан однос (константност) преламања. Он је према томе о б и ч а н з р а к. Други се разликују од претег, н е о б и ч а н з р а к.

Међу кристалима, који имају својства двогубог преламања, потиче се на првом месту кашпат или и с л а н д с к и ш п а т (кречњак) Ако на њега падне који светли зрак, добићемо на показани начин обичне и необичне преломљени зрак, од којих је како погледа, први јачи светлији од другог. Ако оба та зрака испитамо једним анализатором уверићемо се да су они потпуно поларизовани. Поларизационе равни обојих стоје управне једна на другу. О томе се лако уверити, посматрајући две слике, добивене двогубим преламањем кроз исландски шпат. Слободном оку обадва лика изгледају потпуно подједнаке светле, али ако се испред њих стави какав анализатор, опазиће он да се сваки лик за време једног целог обрта анализаторова губи и јавља два пута, од куд излази, да су оба излазна зрака поларисана у равнима, које стоје управне једна на другој. Необичне поларизовани зрак разликује се од обичног по томе што се његова *необична* слика при кретању анализатора и сама окреће око слике обичног зрака. Поступајући при том, као и сва последња, слабијег или јачег интензитета.

Ова различно понашање обичне и необичне поларизованог зрака бива по М а л у с о в у з а к о н у. Ако је J интензитет целокупне светлости, која пада на поларизатор а са J_n – означимо интензитет необичног зрака и са J_o интензитет обичног зрака, нашло се да је: $J_n^2 = J^2 \cdot \cos^2\alpha$, $J_o^2 = J^2 \sin^2\alpha$ Ако ове две једначине саберемо, добијемо: $J_o^2 + J_n^2 = J^2\sin^2\alpha + J^2\cos^2\alpha$; $J^2\sin^2\alpha + J^2\cos^2\alpha = J^2(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) = J^2 \cdot 1 = J^2$. дакле ако од чега сад и пошли, или другим само речима: Збир интензитета необичног и обичног поларизованог зрака равни је првобитном интензитету њиховом. Сем тога нађено је да се трептање, такође по Малусову закону, необичног зрака врши по закону-обрасцу: $y = a\cos\alpha\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ а кретање обичног по обрасцу: $y = a\sin\alpha\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ где је α онај

[illegible] : [illegible] трансверзална

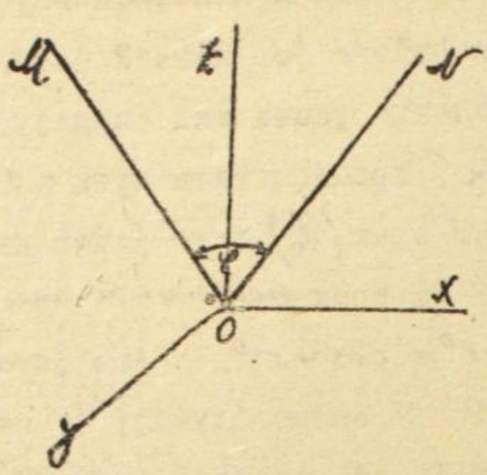
угао, који поларизациона раван заклапа са главницом пресеком калцита. Дискутујући горње, прво две, једначине о интензитету, наћићемо још нешто: У колико се у општем углу α мења у толико J_2 и J_0 неизменце расти или опадају. У колико је α ближе 90^0 у толико ће се $\cos^2\alpha$ приближавати нули а $\sin^2\alpha$ јединици. У том случају ће обични поларисани зрак (J_0) бити јачег интензитета од необичног. Кад буде $\alpha = 45^0$, онда ће зрак необични и обични светлити једнаком интензитетношћу, јер је $\sin 45^0 = \cos 45^0$. Ако је $\alpha = 0$ онда је и $\cos^2\alpha = \cos 0^2 = 1$, а $\sin^2\alpha = \sin 0^2 = 0$ У овоме случају је пак необичан зрак јачега интензитета од обичног, који се кад буде тачно $\alpha = 0^2$ са свим губи, нестаје га. У колико сад α више расте, у толико и интензитет обичног зрака јача, док, као што смо видели за $\alpha = 90^0$ не достигне свој максимум у ком случају обичног зрака сасвим нестаје. Резултати замене биће исти, ако α расте или опада и почевши од 90^0 па до 360^0 Из овога излази оно исто, што смо и мало час казали, тј. трептање необичног и обичног поларизованог зрака врши се управо једне на друге. Прво трепереље врши се у правцу осе x а друго у правцу осе y.

Питање је сад, како светлост, не само дрогубо поларизована, већ у опште, трепери или т р а н с в е р з а л н е или л е н г и т у д и н а л н е.

Напред смо већ рекли, да ћемо на ово питање одговорити и решити га помоћу поларизације светлости. Хе ћемо те сада у неколике и учинити. Узећемо на пр. један зрак "обичне" светлости. Ако га пропустимо да пређе кроз исландски шпат, видели смо шта ће од њега бити: Он ће се разложити у два обична и необична поларизована зрака. Тај зрак нека долази у правцу осе x а она два поларизована нека трепере један у правцу M, а други у правцу N заклапајући међу собом угао φ. Кретање светлога зрака је као што знамо: $y = a\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ Кретање различних зракова M и N биће: $M = A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)a$

$$N = B\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x-\delta}{\lambda}\right)$$

где δ означава извесну промену, разлику другога зрака N од првога M. Сад ћемо оба ова зрака, тј. њихова оба правца, разложити на по три компонента и то у: $M_x\ M_y\ M_z$



$$M_x = A\cos\alpha \cdot \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$
$$M_y = A\cos\beta \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right),$$
$$M_z = A\cos\gamma \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

а врак N такође у:

$$N_x = B\cos\alpha' \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x+\delta}{\lambda}\right)$$
$$N_y = B\cos\beta' \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x+\delta}{\lambda}\right),$$
$$N_z = B\cos\gamma' \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x+\delta}{\lambda}\right)$$

где су α β и γ углови, које гради гравац OM са осама x y и z.

На тај начин добијамо шест компонената правца, од којих по два и два иду правцем осе x y и z. Ако, према томе, сад саберемо сва кој оси одговарајуће компоненте, добићемо по једну заједничку компоненту дакле свега три компоненте с којикма ћемо имати посла.

Те заједничке компоненте осе биће:

$$X = M_x + N_x$$
$$Y = M_y + N_y, \quad Z = M_z + N_z.$$

Као што се из овога види, ми овде имамо да сложимо два правц два таласа, који међу собом интерферишу. Њихово ће резултате, као што смо у интерференцији светлости видели са резултујућим амплитудама Δ_x, Δ_y Δ_z бити опет таласи, тј. $x = \Delta_x \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x+\delta}{\lambda}\right)$

$$y = \Delta_y \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x+\delta}{\lambda}\right),$$
$$z = \Delta_z \cdot \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x+\delta}{\lambda}\right).$$

Ну како је резултујућа амплитуда у опште:

$$A = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda}} \quad \text{или} \quad A^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda}$$

то ћемо по њој заменом a_1 и a_2 својмовредностима добити: $\Delta_x^2 = A^2\cos^2\alpha + B^2\cos^2\alpha' + 2A\cos\alpha \cdot B\cos\alpha' \cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda}$

$$\Delta_y^2 = A^2\cos^2\beta + B^2\cos^2\beta' + 2A\cos\beta \cdot B\cos\beta' \cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda},$$
$$\Delta_z^2 = A^2\cos^2\gamma + B^2\cos^2\gamma' + 2A\cos\gamma B\cos\gamma' \cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda}$$

Резултати свију оних резултујућих амплитуда биће:

[illegible] , тих трансверзалних

$R^2 = \Delta_x^2 + \Delta_y^2 + \Delta_z^2$ или пошто је $збир \cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$

$R = A^2 + B^2 + 2AB\cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda}(\cos\alpha\cos\alpha_1 + \cos\beta\cos\beta_1 + \cos\gamma\cos\gamma_1)$

Светлост, као што видимо, која прође кроз исландски шпат, никако се не гаси, већ даје или једну или две слике што зависи од угла α (по пређашњој дискусији). Интензитет је њен после преламања увек сталан; збир интензитета тих двеју слика мора бити раван интензитету само оне једне слике. Према томе, да би нам горња једначина представљала ту компоненту вредност интензитета као и да не буде интерференције, потребно је да у њој трећи члан буде $=0$, тј, да буде $\cos\alpha\cos\alpha_1 + \cos\beta\cos\beta_1 + \cos\gamma\cos\gamma_1 = 0$

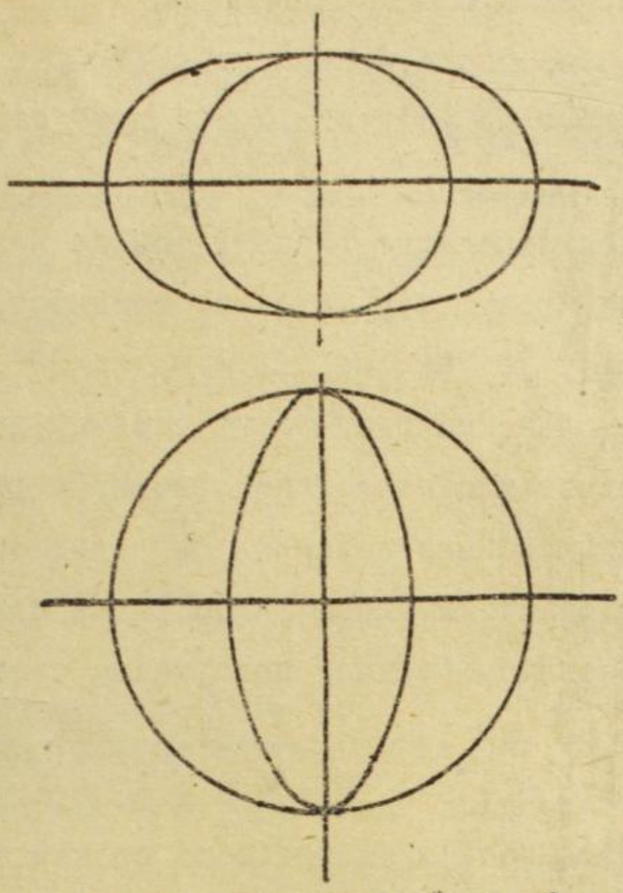
Да пак ове вредност буде $=0$, потребно је и довољно да праве, које се осама заклапају углове $\alpha, \beta, \gamma, \alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ стоје једна на другој управно-што значи да мора бити $\angle MON = \varphi = 90^\circ$ Из свога се јасно види, да светлост трепери транверзално а не лонгитудиално. Да је пак светлост лонгитудиално таласање, она два од једнога првобитнога постала, расцепљена зрака $M N$ не би ни пошто могли стајати један на другом управно. Сем тога непојамно би у опште било откуд долази и то, да се светли зраци при паралисању увек цепају у два зрака, две компоненте, које су са свим противно положају у двема једне на другој управним равнима. Јер у једном потпуно хоризонталном светлосном зраку, у ком његови најмањи делићи трепте лонгитудиално, тј, у правцу самога зрака не може бити никакве разликости у овом или оном правцу, у правцу овго доле или с лева на десно па дакле ни каквог раздвајања, цепања у два дела, који су у ова два правца различитог понашања. То се цепање као и различито понашање поларизованих зракова може објаснити само тиме, ако светао зрак, т. ј. његови најмањи делићи не трепере лонгитудиално већ трасверзално, и ако су поларисани зраци такви, у којима трептање делића бива само у једној кроз зрак управно постављеној равни, док је то трептање у обично светлим зрацима у свима могућим правцима, равнима, које се око зрака могу поставити. Осим исландског шпата, још много других кристала имају особину двогубог преламања, па се према томе и објашњава поларисање светлости. Ваља нам поменути још и Т у р м а л и н, који има врло честу употребу у поларизационим справама. И он као и исландски шпат кристалише по хексагоналној системи, понајвише у призматичним (док шпат у ромбоедарским) облицима. Има то својство да обично преломљене зраке више абсорбује од необичних.

Због тога подебља плоча од турмалина пропушта крозњ се готове само необичне зраке дајући на тај начин просто поларисану. Као исландски шпат поларизују обично и сви кристали, који имају јасну осу симетрије ка и сви кристали хексагналне системе, чија је четврта оса дуга или кра ћа, управна на осталим косе неју собом нагнутим према осовинама. Ну ва ља овде нагласити и то, да се светлост у свима овим кристалима неће увек у сваком правцу, двојно преломити. Има праваца у таквим кристалима, којим ма кад светлост у њих упадне, она се просто прелама. Ти правци зову се о п т и ч к и м о с а м а; према њима се кристали деле на оптичке је д н о о с н е и д в о о с н е кристале, према томе да ли се то просто пре ламање врши у једном само правцу или у два правца. Те се оптичке осе или поклапају са главним осама кристала или су њима паралелне. У сваком дру ом случају преламање је двогубо.

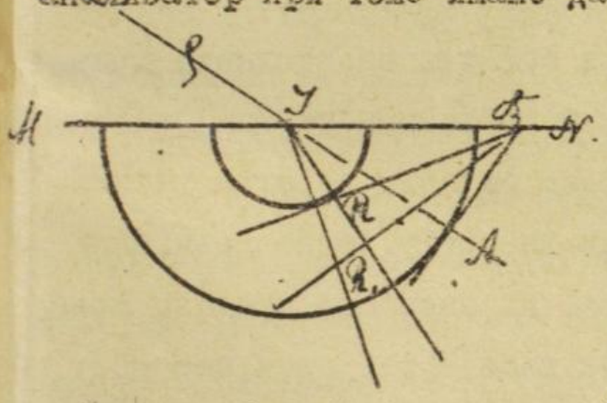
П р о с т и р а њ е о б и ч н о г и н е о б и ч н о г з р а к а кроз један и исти кристал није једнако. То долази од различите еластичности молекилске у разним правцима кристала, јер смо у своје вре ме видели, да је брзина простирања, $c=\sqrt{e/d}$ где с преставља еластичност, а d густину оне материје кроз коју се кретање простире, дакле од ње и брзине његове (с) зависи. Обичан зрак прелази кроз кристал у свима прав цима истом брзином а брзина необичног зрака мења се са правцем простирања његова. Тај правац је највише управан на главној оси, а кад је он јој паралелан, онда се брзина његова изједначују са брзином простирања обичног зрака у ком случају наступа оно просто преламање. Према томе у кристалима, који двогубо преламају имамо два система таласних простира ња: Један систем за обичан преломљени зрак, који је кугластог облика, а други да необично преломљени зрак, који је елиптичког облика.

Уз то се може десити, да круг који на слици представља пресек кугле и који је представљен једначином: $x^2+y^2=a^2$ или лежи у елипсу представљеној једначином: $a^2x^2+b^2y^2=a^2b^2$. Као пресеку елипсоида или око ње обухватајући је. Према томе разликујемо две врсте кристала: Код прве врсте кретање необичног зрака је брже од кретања обичног; елипсоид у то ме случају обухвата лопту. Код друге врсте, обрнуто простирање обичног зрака брже је од простирања необичнога, због чега лопта обухвата елепсо ид.

пд

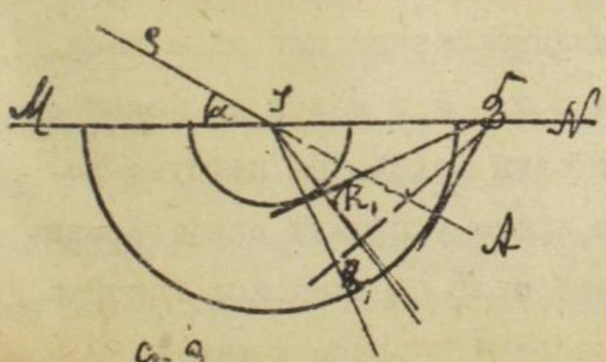


Први су кристали негативни или репулзивни, међу које спада исландски шпат, рубин, смарагд и т.д. Други су позитивни или атрактивни као рубин, циркон, дионтас и др. Из свега овога да се лако извести, да поларисање појединих зракова зависи једино од тога, какав ће положај заузети упадни зрак према главној оси. Другим Другим речима, зависи од правца у ком се према главној оси рачунајући сече плоча од кога кристала хексагоналне системе, која ће послужити после као поларизатор или анализатор при томе имамо да разликујемо три случаја:



а.)Ако какву плочу исечемо паралелно главној оси тако да раван упадања светлости буде управна на самој поларизационој равни. У том ће се случају зрак преломити двогубо на показани већ начин. Један ће зрак изићи на једну, други на другу страну, треперећи обичан кугласто, а необичан у елипсовиду(као што смо то видели на првој слици).

б)Ако плочу сечеме у правцу управном на главној оси, онда ће се преломљени зрак опет разићи, као и у првом и другом случају-само облик њихова трепереља неће бити као и до сада, већ уздужним пресеком пресечена лопта и елипсоид. Све се у неколико види и на слици 3. Све ово тиче једноосних кристала, као што су ови кристали хексагоналне и квадратичне (тетрагоналне)



сл. 3

кристалне системе.

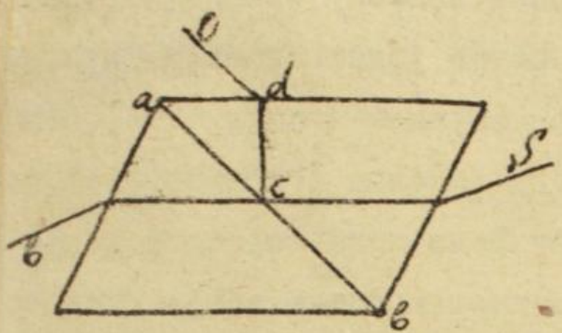
Примена је њихова при поларисању светлости врло велика. Од њих се већином праве поменути већ поларизатори, од којих се најчешће употребљују: црно стакло, танка турмалинска плоча, призма која двогубо преламa, Николова призма и онај стаклени стуб, који смо као и црно стакле напред у неколико описали.

Плоче од турмалина секу се паралелно главној оси на које светли зраци падају управно. Такве плоче пропуштају кроз себе светлост, која долази од првог огледала, а уништавају је, ако их окренемо за 90°. Сем тога, као што смо то пре поменули, турмалин има и ту важну особину, да кроз себе пропушта само природну светлост и светлост поларисану у равнини управној на његовој главној осовини (необично поларисана светлост); на против, он је непрозрачан за поларизовану светлост, чија раван поларизације иде паралелно са његовом осовином (обично поларисана светлост), јер је сву апсорбија-упија.

Призма што двогубо преламa.-гради се обично од исландског калцита (или фелдшпата) и употребљава се као анализатор код многих оптичких инструмената. При том је потребно, да све призме буду ахроматичне, јер кад на њих падне сложена светлост, она се разлаже од преламања. С тога се таквој једној од калцита направљеној призми дода једна стаклена призма са таквим углом преламања, да она, преламајући зраке на противну страну, уништава готово са свим дејство расипања. Кад се призма, што двогубо прелама, утврди на крају једне цеви, онда ће се дознати, да ли је поларисани потпуно светли сноп што пролази кроз ову цев кад се, обрћући цев око своје осовине, добије за један цео обрт, у четири правоугана положаја саме један лик. Обичан лик губи се, кад раван главног пресека (тј. раван, у којој се налази правац упадног зрака и правац оптичке осе) управна поларизационој равни, а необичан свагда, кад се главни пресек поклапа са поларизационом равни. У свима другим положајима двогубе призме, интензитет ликова наизменце се више или мање мења.

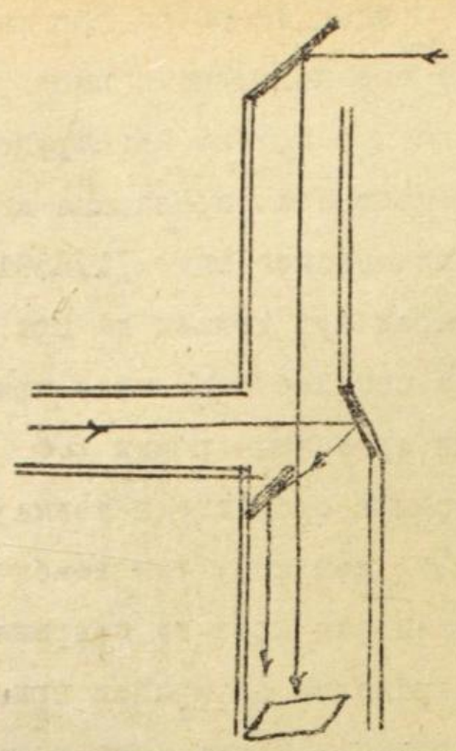
Николова призма или Никол је једна од најтачнијих и ~~најсавршенијих~~ најсавршенијих анализатора, јер са свим безбојна, потпуно поларише светлост, и пропушта саме поларисане зраке у правцу своје осовине. При конструисању ове призме, узме се ромбоедар исландског калцита, са от прилике 20-30 мм. висине, 8 до 9 мм дебљине и угломештрим од 68 д.

де 90° и пресече се на два дела равном управном на разни великих дијаго-
нала (главни пресек Николе). Затим се обе ове половине залепе у истом по-
ретку т.зв. К а н а д с к и м б а л с а м о м. Тако конструисан парале-
лопипед јесте Ников призма или Никол. Експоненат преламања канадског
балсама (1,536) мале је нађи од обичног исландског шпата (1,6581); али је
много већи од његовога обичног експонента, од куд долази да при прелазу



снопа светлости SO кроз призму, обични
зраци трпе најпређним ав потпуно
унутрашње одбијање и узимају правац
cdO док међу тим необичан зрак се
пропада сам кроз ту површину вибрирајући паралелно са краћом призматичном
дијагоналом. Према томе дакле, Николова призма, као и турмалин, пропушта кроз себе само необичан зрак, због
чега може да буде, као и он, анализататор, али се употребљава и као по-
ларизатор, нарочито за добијање белог поларисаног снопа светлости.

Сем тога ваља нам овде споменути и справе које се, применом и
на основу досадањег употребљују за мерење интензитета појединих светло-
сти (као звезда планета и т.д.) Те су справе фотометри, којих има повише
комбинација. Израчунавање интензитета бива код њих упоређивањем двеју све
тлости, од којих је једна познатог нам интензитета (свећа на пр. лампа или
ма која јединица светлости), а друга она, којој интензитет хоћемо да ме-
римо. Ако је интензитет поларисаног зрака познате светлости, по Малусову
закону: $J_1 = J_0 \cos^2\alpha$ (где је J_0 интензитет обичне, природне светлос-
ти) а интензитет поларисаног зрака непознате светлости: $J_2 = J_0 \cos^2\alpha_1$;
имаћемо упоређењем $\frac{J_1}{J_2} = \frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha_1}$. Из овога се односа лако израчуна-
вају интензитети непознате светлости. Као што се види све зависи од уг-
лова α и α_1, α је угао који главни пресек Николева призма за-
клапа са поларизацијом равни, α_1 је угао за који треба праву
скретати. Њих можемо лако измерити и израчунати. Најпростији конструисани фо-
тометар састоји се из једне цеви, облика, какав је од прилике на слици
На врху, горњем отвору те цеви налази се једно косо нагнуто огледало,
на које падају и с кога се одбијају зраци оне светлости, која се же-
ли да испитује. Овај одбивени зрак продужује свој пут даље кроз цев

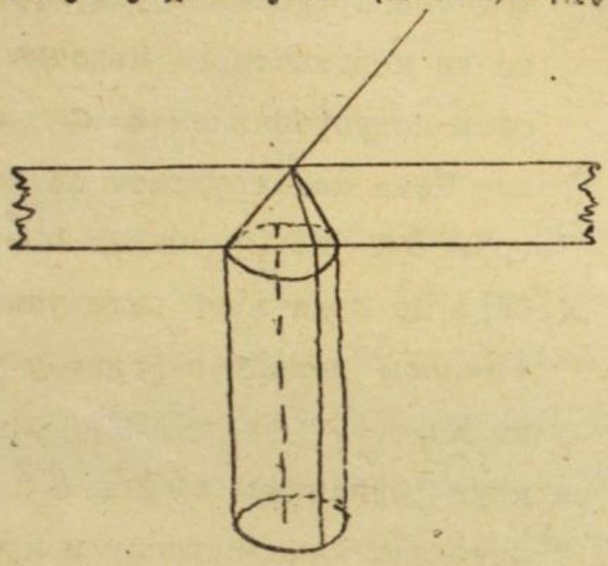


Кроз другу пак цев са стране улази зрак ене светлости, којем хоћемо да упоређујемо прву светлост. Сва се одбијања са два огледала и ове упоред кроз цев са оним првим зраком. На самом отвору цеви и изласку ова два зрака из ње се метне једна Николева призма која сада служи као анализатор, пошто су зраци са оним огледалом већ паралелни. Њу ћемо сада окретати довде док интензитети слика обеју светлости буду једнаки по интензивности. Кад се то постигне ~~се се косинус~~, онда се измери угао кретања призме поступи по горњем обрасцу.-

Као што напред већ рекосмо, сви и овакви појави двогубог преламања и поларисања јављају се на кристалима хексагоналне и тетрагоналне системе. Кристали тесералне системе пропуштају светлост на све стране под једнако: Кад њих се зрак у свим правцима просто прелама и поларише. Сетимо је нам сад да видимо јесу ли како се понашају при том и кристали осталих трију система на ове кристали моноклиничке, триклиничке и ромбичне системе ~~у којима су све системе~~, у којима су све осовине разне величине и у којима нема главне осе, као код поменутих двеју система.

Кристали ромбичне, моноклиничне и триклиничне системе, у погледу физичких, нарочито оптичких особина својих знатно се разликују од првих т.зв. једноосних кристала. И код њи се мета светлост прелама двогубо али много другчије, него што смо напред видели, јер су оба преломљена зрака необична, тј. обичнога зрака никако и нема, као што га је било код првих кристала. Сем тога кристали ових трију система имају две оптичке осе тј. два правца, којим се светлост не прелама и не поларизује два пута двогубо, док су први имали само једну оптичку осу. Положај тих праваца зависи од минералне природе кристала; за њих велимо да су оптички дво—осни кристали. Ну и у том простом преламању ових разних, тј. просто преломљени зрак кроз једноосни кристал другчије је и у многоме се разликује од просто преломљеног зрака кроз двоосни кристал.

У овом случају ,као што смо видели,зрак,који се просто прелама излази из кристала (или плоче исечене од кога од кога једног оног кристала)као један само зрак .У другом случају,ако кроз који две осни кристал пропустимо један светао зрак,овај ће се у правцу оптичке осе просто преломити или изићи из кристалске средине као читав један сноп зракова.Овде се није десила какве вишегубо преламање,већ се је просто преломљени зрак при излазу своме поцепао у више опет зато простих зракова.Овакав случај преламања зове се к о н а ч н о м р е ф р а к ц и ј о м.Да пођемо сада мало даље .Код кристала са једном осом видели смо да се двогубо преломљени зраци крећу,тј.трепере по двема површинама,од којих је једна кугла (лопта)а друга елипсоид са двема осама a и b Код

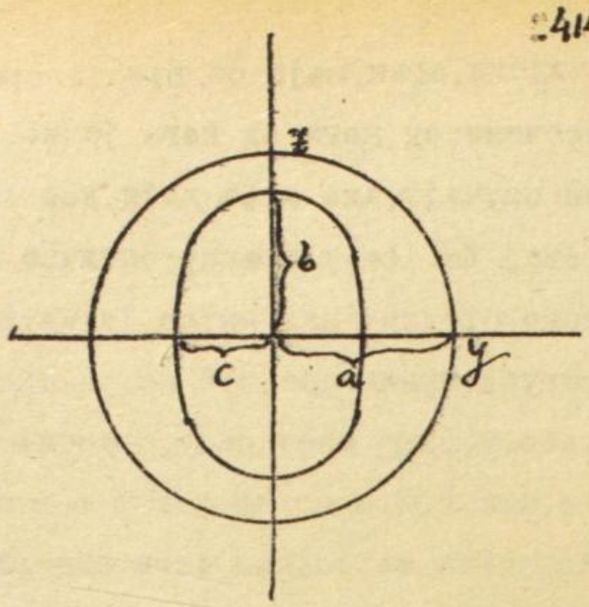


двоосних кристала елипсоида са две осе нема ,већ са три : a b и c јер се код њих трепереће врши у три правца .Ако та три правца закључају са координатама x , y и z углове $\alpha\beta$ и γ имаћемо да је $x=a\cos\alpha, y=b\cos\beta$ и $z=c\cos\gamma$ елипсоид ће бити на све ове три осе.Ствар ћемо мало упростити,ако сматрамо да су ове две осе, на пр. b и c једнаке међу собом$(b=c)$. У том случају имаће два правца ,два зрака простирања.Један ће се од њих простирати по лопти,чија ће једначина бити; $x^2+y^2+z^2=a^2=b^2=c^2$ што значи да за полупречник лопте можемо узети или a,или b или c.Други ће се зрак простирати елипсоидом чија је једначина површине: $a^2x^2+b^2(y^2+z^2)=a^2b^2$

Дискусија ових двеју једначина;-предпоставићемо да је $a>b>c$ и да су дате у бројевима (одређених дужинама):

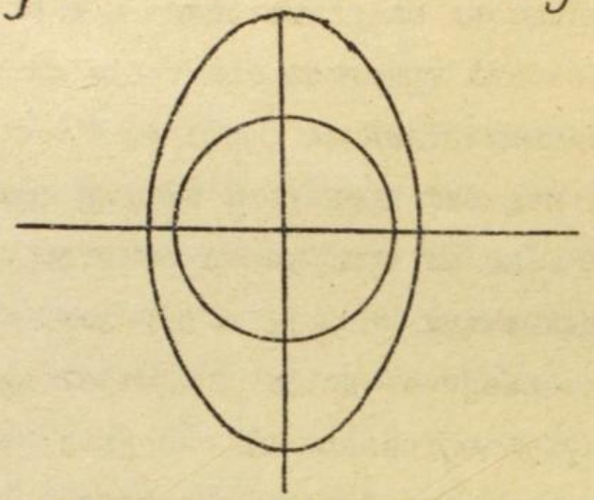
а.)Ако је $x=0$ пресек ће лопте са равни yz бити потпун круг,јер заменом имамо: $y^2+z^2=a^2$ а пресек елипсоида биће потпуна елипса (не узимајући по предпоставци ово да је $b=c$ већ $b>c$) $b^2y^2+c^2z^2=b^2c^2$ или дељењем са b^2c^2 имаћемо: $y^2/c^2+z^2/b^2=1$.

И круг и елипса леже у равни yz. Круг према томе вала описати из координатног почетка полупречником $r=a$ а елипсу вала конструи

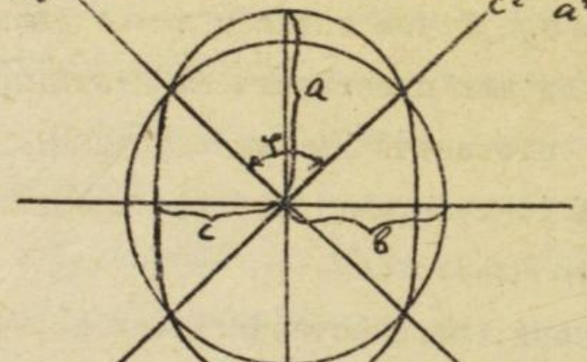


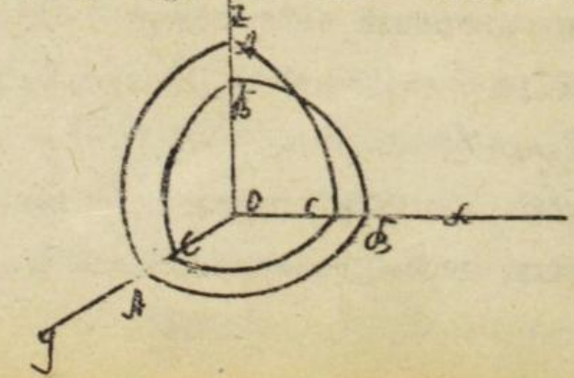
сати са великом осом $2b \sim z$. а малом $2c$ па у-овакав ће бити пресек лопте и елипсоида у равни yz као што се из слике види; круг је у овоме случају описан око елипсе.

б.) Ако је сад $z=0$ наћићемо заједнички пресек са равни xy круг: $x^2+y^2=c^2$ и елипсу: $a^2x^2+b^2y^2=a^2b^2$ или $\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$. Графичким ово представљајући, круг ће ме из кординатнога почетка описати полупречником $2=c$ а елипсу ћеме конструисати са великом осом $2a$ по y, а малом $2b$ по x. Сада ће овде круг бити уписан у елипси лежећи заједно у равни xy.



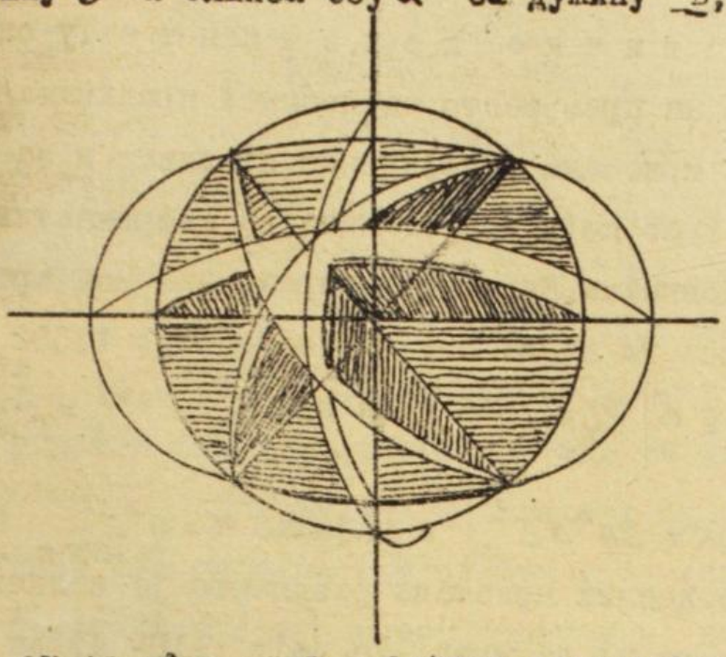
в) На послетку ако је $y=0$, онда имаме за круг једначину: $x^2+z^2=b^2$ а за елипсу: $a^2x^2+c^2z^2=a^2c^2$ или $\frac{x^2}{c^2}+\frac{z^2}{a^2}=1$. Свршивши конструкцију и круга са $2=b$ и елипсе (са великом $2a \sim z$ а малом $2c$ пређеси) добићемо пресек кугле и елипсоида у равни xz као што нам те у неколико приложена слика показује. У овом се случају круг и елипса секу, укрштавајући се међу собом. Сва три ова слике можемо представити и једном просторном сликом.



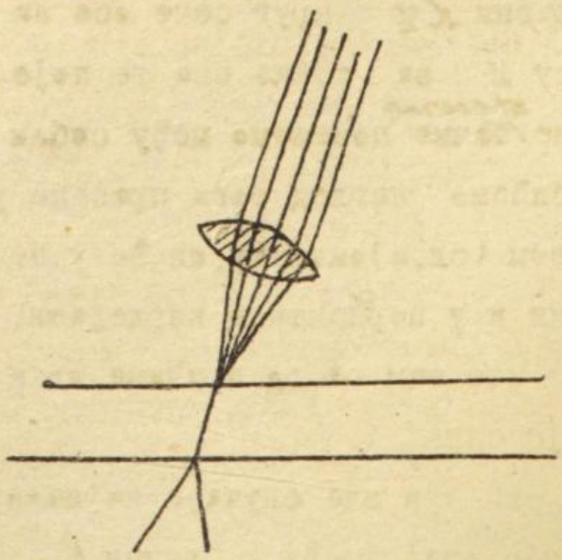


Узећемо три координатне осе у равни yz круг сече осе y и z на одстојању од координатнаг почетка за познату дуж a а, а елипса осу y за c осу z за b дужине.

Тако исто и у равни xy круг сече осе на одстојању c а елипса осу x за b а осу y за a. Најзад у равни xz круг сече осе за дужину b а елипса осу x за дужину b, а осу z за a. Ако све те појединe пресечне тачке повежемо међу собом добијемо изглед тога пресека у првом (сл. а) октанту, он ће у целини и у перспективи изгледати, као што нам га од прилике показује слика а.



Од сва три ова случаја најважнији је овај трећи у слици b. Такве смо пресеке слике видели и код једноосних кристала само, што су се тамо круг и елипса додиривали, а не, као у овом случају, пресецали и укрштавали. Праве, које пролазе кроз две и две наспрамне унакрсне тачке круга са елипсом, јесу о п т и ч к е о с е двоосних кристала. Ако плочу кристалну исечемо паралелно тим осама и светлост зрак падне на њу, он ће се у правцу тих оса преломити просто, а не, као обично, двогубо. У том случају добијамо раније поменуту коничну рефракцију. Ова опште осе могу заклапати међу собом већи или мањи угао од 90°. Према томе и делиме двоосне кристале, исто као и једноосне, на двоје п о з и т и в н е или н е г а т и в н е (односно ако је тај угао већи од 90°). Линије што полове те нагибне углове оса, зову се с р е д њ и м е л и н и ј е. Сем тога на круг и елипсу можемо повући и једну тангенцијалну (додирну) раван, коју ако обрнемо за 180° добијамо један круг, који је основица оне конусне површине, по којој се један зрак или читав сноп зракова цепа, прошавши кроз кристал у правцу оптичких оса. Тиме се као што смо напоменули, образује један коначан прстен зракова, који је само извесне дебљине а у унутрашњости је шупаљ. Вала нам овде разликовати још и унутрашњу коничну рефракцију од спољне. Прва је кад се то конично расипање изврши у самом кристалу, те од једног уводног зрака излази читав сноп зракова (види др.....). Спољна је пак рефракција, кад на пр. једном сабирном сочивом, један сноп зракова скупимо конично (у жижи) тако, да он улази у кристал као само један, разуме се много ма



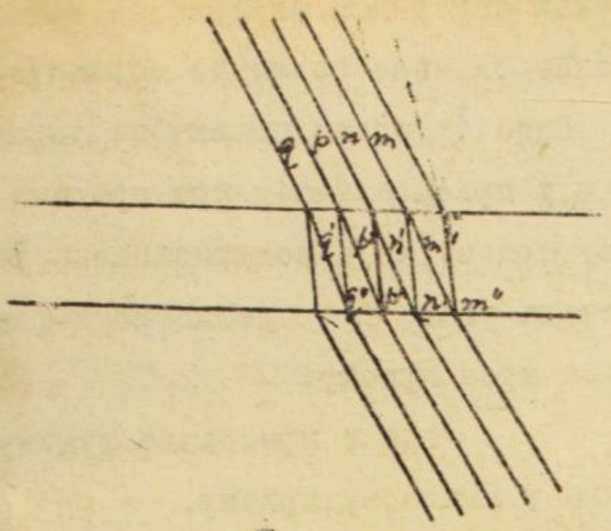
тезентивнији, светао зрак. Код сваког кристала треба на послетку поменути и његове о п т и ч к е к о н с т а н т е. Ту спада на прво место експоненат преламања тога кристала у појединим правцима и за тим и угао, који оса заклапа са координатним осовинама. Експоненат преламања код арагонита на пр. за осу a јесте $n_a = 1.532$, за осу b $n_b = 1.686$ и за осу c $n_c = 1.690$.

Угао највеће еластичности јесте $\alpha = 80^\circ 52'$ а најмање $\alpha = 9^\circ 2'$ Најзад угао између оптичких оса двоосних кристала различите је величине за разно обојене светлости. Тако на пр. за жуту је боју $= 18^\circ 4'$, за црвену $17^\circ 59'$, за љубичасту $18^\circ 27$ и т. д.

Могло би се још о овоме подоста говорити, али се ми за сада нећемо дубље и појединачније у то упуштати, већ ћемо одмах прећи на један пододељак светлости на поларизацији, а тај је као што смо то и код обичне светлости констатована:

И н т р ф е р е н ц и ј а п о л а р н е с в е т л о с т и.

Обадва светла зрака и обичан и необичан на које се као што видесмо, један природан зрак разлаже двојнога преламања, могу се у многим случајевима интерферисати међу собом. Ну док смо код природне светлости за интерференцију неку узимали у помоћ Fresnel-ова огледала, би призме и бисочива и т. д. дотле то овде не морамо чонити, пошто то зраци пропуштени кроз неки кристал, сами бриге, идући један према другом конвергентно, те дају једну од најлепших оптичких појава. Том се приликом јављају многе и разноврсне бојене слике, које су веома карактеристичне за појединне кристале и минерале; зрак на пр. m што пада на неки кристал, разлаже се, преломив се двогубо, у два зрака m_1 и m_2 који из њега излазе приближно паралелни. Иза тога зрака m долази читав сноп зракова, од којих ћемо посматрати само оне, који цепајући се као и онај два зрака: један од њих $n_2 p_2 q_2$ иде и поклапа се са $n_1 p_1 q_1$. Пошто пређашњи путови тих појединих поклопљених зракова нису једни и исти



вој између њих има неке фазне диференције, то они лако међу собом интерферишу стварајући при том оне разне обојене слике. Френел и Арго поставили су ове законе, до којих су дошли чисто експерименталним путем:

1. Два поларисана зрака, чије су поларизационе равни међу собом паралелне, интерферишу међу собом као и обични светли зраци и

2. Два поларисана зрака, чије су на против поларизације раван управни једна на другој никако не интерферишу.

Ова њихова два закона су најважнији, који имају велику вредност, јер се само помоћу њих могу објаснити разни случајеви, при којима поларисани зраци интерферишу или не интерферишу, те чине или не чине појаве обојених слика.-

Да видимо сад, шта ће бити са једним светлим зраком, кад он буде пао на који једноосни кристал. Преламајући се, он се цепа у два зрака (изузимајући само : 1^{ви} случај који из њега излазе готове паралелни ;- такве ћемо зраке пропустити сад кроз Николову праву која у овој прилици служи као анализатор. Пре но што се је посматрани зрак преломио у самој упадној тачки A, врши се треперење по обрасцу: $y_A = a \sin \omega 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ где је алплитуда треперења кроз ваздух $a = 1a$ а X дужина пута од извора светлости до A, зрак сада ушав у сам кристал цепа се, као што рекосмо у два зрака-необичан и обичан зрак. Увимо најпре обичан зрак, зрак AC. Треперење ће његово у самој излазној тачки C бити по Маусову закону: $y_C = a \cos\alpha \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \frac{AC}{\lambda_1}\right)$ у ком је обрасцу угао α онај угао, који заклапа још непреломљени зрак са поларизационом равни кристала, а λ таласна дужина необичног преломљеног зрака кроз кристал. Треперење истог зрака ван кристала, у ваз-

луху даље, и то у тачки $\mathcal{A}$ коју смо добили спустивши из излазне тачке $\mathcal{B}$ обична зрака управну на први зрак, биће слично овоме, по обрасцу:

$y_2 = \cos\alpha \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} - \frac{AC}{\lambda_1} - \frac{C\mathcal{A}}{\lambda}\right)$. Овде λ долази поново за то, што зрак AC опет простире кроз ваздух, као и у првом случају пре преламања. Ако сад метемо пред овај зрак Николову призму, чија поларизациона раван заклапа са поларизационом равни кристала угао α, добићемо дефинитивну једначину за треперење после пролаза кроз призму:

$y = \cos\alpha\cos\alpha, \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x+x_1}{\lambda} - \frac{AC}{\lambda_1} - \frac{C\mathcal{A}}{\lambda}\right)$ где x преставља дужину-пређеног пута од тачке $\mathcal{A}$ до упадне тачке у Николову призму.

Овако биза треперење необичног зрака, треперење пак другога, обичнога зрака, биће тако исто, само по Малусову закону, што ће место $\cos\alpha$, $\cos\alpha$, доћи $\sin\alpha$, $\sin\alpha$, тј. биће: $y_2 = \sin\alpha\sin\alpha, \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x+\alpha}{\lambda} - \frac{A\mathcal{B}}{\lambda}\right)$ Ова два зрака треба да интерферишу дајући једно резултујуће треперење, као што смо у своје време нашли облика: $y = R\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{\Delta}{\lambda}\right)$

Овде Δ садржи све вредности: $x, x', AC, C\mathcal{B}$ и $A\mathcal{B}$ У овом нам је само неповнато R које долази у место резултујуће амплитуде са коју знамо да је: $A^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos 2\pi\frac{\Delta}{\lambda} = R^2$.

Но како је из горње две последедње једначине, упоређењем са пређашњим њима сличним једначинама.

$a_1 = \cos\alpha\cdot\cos\alpha$, и $a_2 = \sin\alpha\cdot\sin\alpha$, те ћемо добити да је:

$R^2 = \cos^2\alpha\cdot\cos^2\alpha + \sin^2\alpha\cdot\sin^2\alpha + 2\sin\alpha\sin\alpha\cos\alpha\cos\alpha\cos 2\pi\frac{\Delta}{\lambda}$. Пошто је по обрасцу за cosinus двогубог угла: $\cos 2\pi\frac{\Delta}{\lambda} = \cos^2\pi\frac{\Delta}{\lambda} - \sin^2\pi\frac{\Delta}{\lambda} = 1 - 2\sin^2\pi\frac{\Delta}{\lambda}$.

(јер је $\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha}$) но, ако у последњој једначини заменимо ту вредност, имаћемо да је:

$R^2 = \cos^2\alpha\cos^2\alpha + \sin^2\alpha\sin^2\alpha + 2\sin\alpha\sin\alpha\cos\alpha\cos\alpha\left(1 - 2\sin^2\pi\frac{\Delta}{\lambda}\right)$ или

$R^2 = \cos^2\alpha\cos^2\alpha + \sin^2\alpha\sin^2\alpha + 2\sin\alpha\sin\alpha\cos\alpha\cos\alpha - 4\sin\alpha\sin\alpha\cos\alpha\cos\alpha \times \sin^2\pi\frac{\Delta}{\lambda}$.

Из тригонометрије знамо да је $\cos(\alpha-\alpha_1) = \cos\alpha\cos\alpha_1 + \sin\alpha\sin\alpha_1$ или квадрирајући $\cos^2(\alpha-\alpha_1) = \cos^2\alpha\cos^2\alpha_1 + \sin^2\alpha\sin^2\alpha_1 + 2\sin\alpha\sin\alpha_1\cos\alpha\cos\alpha_1$, те заменом имамо да је даље: $R^2 = \cos^2(\alpha-\alpha_1) - \sin 2\alpha\sin 2\alpha_1\sin^2\pi\frac{\Delta}{\lambda}$. Ово је образац за резултујућу аплитуду онде, где необичан и обичан зрак интерферишу међу собом. Ну ваља нам правити разлику између аплитуде обичнога и необичнога зрака.

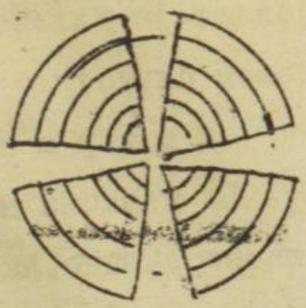
Ако је за необичан зрак $N^2 = \cos^2(\alpha-\alpha_1) - \sin 2\alpha\sin 2\alpha_1\sin^2\pi\frac{\Delta}{\lambda}$ за обични, пошто је управан на необичном, после неких измена биће:

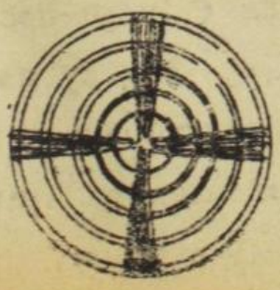
$O^2 = \sin^2(\alpha-\alpha_1) + \sin 2\alpha\sin 2\alpha_1\sin^2\pi\frac{\Delta}{\lambda}$.

Д и с к у с и ј а. Обе се једначине састоје из два израза. Први од њих зависи од углова α и α_1, а други поред њих и од таласне дужине λ. Према томе онај казује да се боја пропуштене светлости неће променити, већ да ћемо имати само *maximum* или *minimum* осветљења, тј. појачање светлости и зрак; а овај други казује да ћемо имати обојене слике у оном случају, ако пропустимо кроз кристал белу светлост, или само *maximum* и само *minimum*, ако имамо посла са монохроматичном светлошћу.

Ну углови α и α_1 могу се непрестано мењати и добијати разне вредности. Према томе мењају се и обрасци за необичан и обичан зрак, добијајући при том такође разне вредности. Ако на пр. учинимо, окрећући анализатор-Николову призму, да буде $\alpha = \alpha_1$, или $\alpha - \alpha_1 = 0$ па те замене у горњим обрасцима наћићемо да је: $N = 1 - \sin^2 2\alpha \sin^2 \pi \frac{\Delta}{\lambda}$; $\theta = 0 + \sin^2 2\alpha \cdot \sin^2 \pi \frac{\Delta}{\lambda}$. Овде као што се види неће наступа разлика између N и θ над један од њих буде имао *maximum* или *minimum* осветљења, друго ће имати минимум или максимум. Ако оставимо и да је $\alpha = 0$ онда ћемо добити заменом да је $N^2 = 1$ а $\theta^2 = 0$.

Исти резултат добијамо и кад угао α буде $= 90°$. Ну како све кристале можемо сећи управне или паралелне или косе према њиховој оси, то нам овде вала као и до сада разликовати све случајеве: [17] **В о ј е ц и п р о т е н о в и у п л о ч и ц а м а ј е д н о с н и х к р и с т а л а м о ј е с у н а ч е н е у п р а в н е н а о с н о в и н и њ и х о в е ј:** - Кад је поларизациона раван поларизатора кристала, паралелна поларизационој равни анализатора-Николове призме (дакле кад је угао $\alpha = 0$) онда се у монохроматичној светлости види сл. 1. - Она је састављена из наизменично светлих и тамних прстенова, пресечених једним белим крстом чији је један зрак паралелан а други управан на поларизационој равни. Ако је сад поларизациона раван анализатора управна на поларизационој равни поларизатора (дакле $\alpha = \pm 90°$) онда се види појава интерференције претстављена сликом 2. Прстенови су сви обојени комплементарним бојама тих боја, које су их прво биле; то према

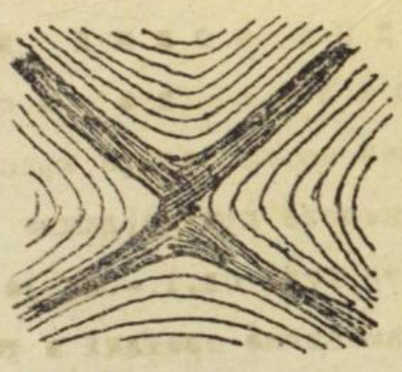




тамно и пресечени црним крстом а не као у првом случају белим. Овај сам крст у оба случаја неће бити састављен из две укрштене праве линије, већ су му зраци широки по 2°,3 и више степења. У средини су они најтањи, а што се више иде крају све се више и више шире. Ако се место монохроматичне светлости употреби бела светлост, протенови неће бити само светли и тамни, но и спектроским бојама обојени као и њутнови протенови. Само што је овде поредак појединих боја двојак. Кад је $\pm\alpha = 0$ тј. кад су поларизационе равни укрштене, боје су у протеновима поређане истим оним редом, какав је био у сунчеву спектру.

Код једног и истог кристала ширина протенова је у толико мања, у колико је плочица, кроз коју се поларише и анализе светлост дебља.

2. **Обојени протенови у плочицама једноосних кристала, исечених паралелно њиховим осама.** - У овоме се случају оба преломљена и један на другом управно поларизована зрака простиру кроз кристал са разним брзинама, те при том одмах стварају за интерференцију потребну фазну диференцију. Тачке једнако осветљене леже и овде на кривим линијама, само што овде нису као код плочица управнене осе, кругови, већ хиперболе. У овом случају постоје два хиперболна система, чије асимптоте заклапају правцем главног пресека плочице углове од 45°. Овде су криве линије најјасније, кад раван у којој леже осовине кристала заклапа са равни Николове призме углове од 45°.

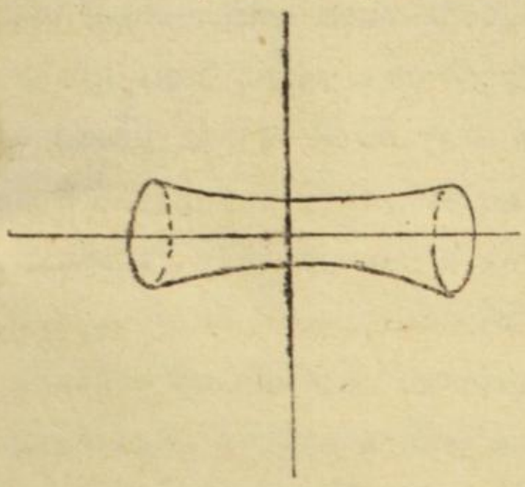


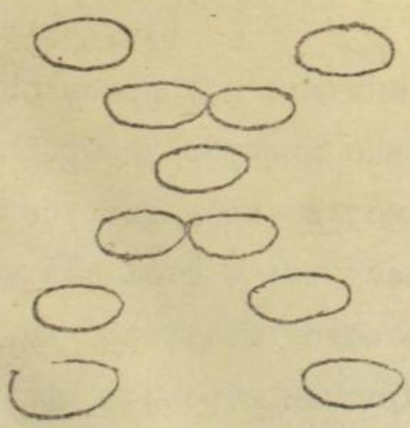
3.) Ако те плочице сечемо косо према осовини кристала, добијемо слику смешану и кружним и хиперболама. Обојеност је њихова иста какву смо видели у првом случају.

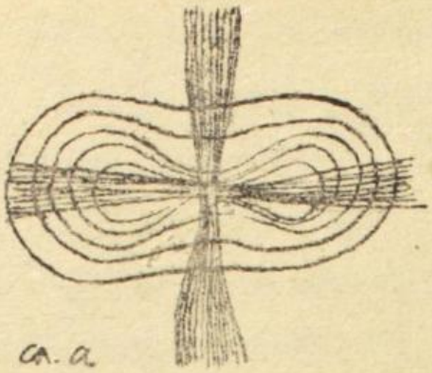
Ваља нам још наћи **изохроматичну површину** код једноосних кристала, тј. ону површину, код које ће извесна места на њу бити обојена истим бојама и имати једнаке таласне дужине. Ако је радијус вектор такве једне површине u а полупречник ϱ мора постојати за свако место на њој овај сталан однос: $u(\frac{1}{\varrho} - u_0) = \delta$. Кад ту површину конструишемо она ће изгледати облика, као што га од прилике слика показује. u_0 претставља експоненат преламања обичног преломљеног зрака.

Све се ово до сада тицало кристала са једном осом. Сада видимо какве бива-ју

И н т е р ф е р е н т с к и п о ј а в и к о д д в о - о с н и х к р и с т а л а. Кад се од једнога двоосног кристала исече је-дна плочица и метне на место пређашње ис-тако чице једноосног кристала, из истих ће раз-лога као и код ових, морати наступити инте-ференција поларисана светлости. Саме су те појаве код двоосовних кристала још сложе-није, јер су и закони преломаћа у њима сло жени ји. И овде кристал можемо сећи у разном правцу према главној осовини па и у сред-њој линији. Ако их сечемо паралелно осовини, добићемо протенове бојадиса на облика, какав смо од прилике видели у другом случају код једноосних кристала. Ако ли кристал сечемо управно на средњој линији (бисектриси) до бићемо слике разнога облика према томе, на којој је даљини тај пресек од саме средње линије. Ако сечемо подалеко од ње, слике су концентричне елип се, ако ли ближе њој те елипсе ће се све више и више приближавати, док се на једном месту не дедирну па онда споје, и на послетку кад пресек по са мој средњој линији, не саставе и не даду једну елипсу. Ако тако продужи-мо сећи и на другој страни средње линије, добићемо укупну слику облика, какав видимо на приложеној слици (а); она се као што се види састоји из црнога кр-ста и при серије ахроматичних овалних пр-нова, од којих су две оне пројекције оптич-ких оса, а трећа их серија, која се зове лемниската обе обухвата. Таква је слика кад су осовине и анализатора и поларизато-ра, обе двојне Николове призме (од турмалин скл чиплоча). Између којих се као и у првом случају кристална плочица меће управно једна на другу. Ако сад лагано недирајући ни мало Николове приз-ме, обрћемо кристал добићемо слику б где се црни крст раставља у два крака хиперболе. Кад кристал при том окренемо за 45° добићемо слику в



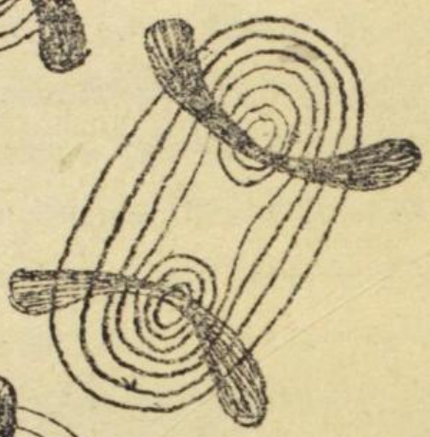




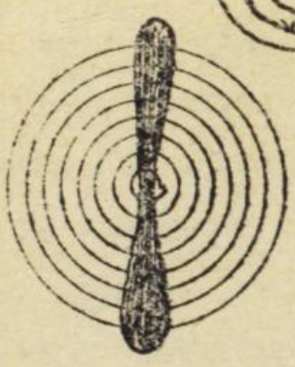
сл. а



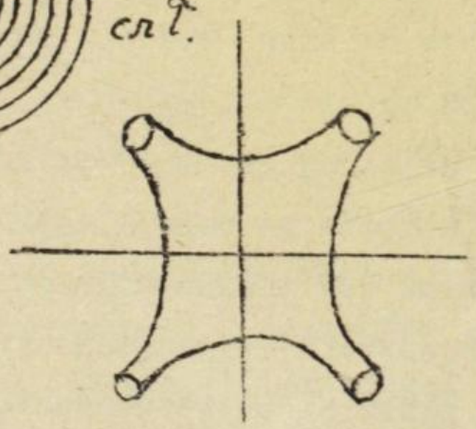
сл. б



сл. в



сл. г.



сл. д

сл. в Ако ли су осовине Николових призама паралелне међу собом, опазићемо исте бојадисане криве линије, али ће њихове боје бити комплементарне оним првим а крстови што их секу прећи из црне у белу боју. Најзад двоосне кристале можемо сећи и управно према главној оси. У том случају добивамо слику са концентричним округластим слабо спљоштеним шареним протеновима пресеченим једном тамном мало савијеном пречагом (в. сл. г)

Они се појави најбоље опажају на дебљим плочицама, али се ни у ком случају не могу да виде цели шарени протенови, већ се обично види црни крст (или бео) или сегменат од хиперболе и протенова, којима се ипак може на основу досадашњег да расподна да ли је кристал једноосан или двоосан.

У овом је случају изохроматична површина: $u\left(\frac{1}{\rho_1}-\frac{1}{\rho_2}\right)=\delta$ (јер имамо 2 осе) конструисана као и у првом случају и има облике двогубе хиперболе (сл. д.) Осим кристала који двогубе преламају светлост има и тела код којих можемо ту особину изазвати неким механичким дејством, нарочито притиском. Обично стакло на пример нема тога двојног преламања, ну оно добија ову особину ако се каквим узроком његова еластичност измени у једном правцу више но у другом. За ово је довољно да се јако компримује у једном правцу савије или прекали т ј јако загрејано брзо охлади. Ако се кроз овако измењено стакло пропусти сноп поларисане светлости добићемо поја-

ве готово сасвим налик на оне, што смо спазили код двоосних кристала, али много измењене, што све зависи од облика који је дат стакленим плочама (кетураст, квадратни, троугаони, четвороугли) и од степена напона његових молекула и т. д.

П о л и а р о и д и а м. - Има кристала и тела у опште, која се за то, што им еластичност није у свима границама иста, различно епсорбују светлост, тј. у једном правцу апсорбују једне у другом друге зраке, а друге опет пропуштају и т. д. С тога, кад се минерали посматрају у њиховим т нким плочицама под микроскопом, онда природне боје њихове толико слабе, до се обично ни познати не могу. Неки који су загасити и готово непровидни изгледају у танким плочицама провидни и са особеним бојама, тако да се онда могу лако разликовати од правих непровидних минерала или тела у опште. Мислило се најпре, да неко тело може на тај начин имати највише 3 боје, због чега се та особина и назвала: д и х р о и з а м. Али су се обрта њем и посматрањем кристала у свима могућим правцима опазиле нијансе сва боја или повише њих та се особина зове сада х о л и х р о и з а м. Зна се у опште да су полихроничне минерали са једном оптичком осом д и х р о ч н и, а са две оптичке осе т р и х р о н и ч н и. Јер су код првих две осе еластичности у исти мах и правци две разне апсорбције светлости, а код других три осе еластичности условљавају и три неједнаке апсорбције. Полихроизам се изучава помоћу поларизације светлости (поларизаци оног микроскопа) али се ми у те појединости нећемо упуштати. Све разне ва ријације у апсорпцији и зракова и полихроизму врло су добри знаци за ра ликовање неких фела минерала, јер су у једној и истој фамилији минерала често врло велике.

К р у ж н а и е л и п т и ч н а п о л а р и з а ц и ј а

Све ово што смо до сада казали, тиче се како смо и у почетку напоменули линијски поларисане светлости, тј. светлости, у којој се кретање најмањих делића, или трперења њиховог вршило по једној само линији и у једном са ме правцу. Ну сем овако поларисане светлости има да поменемо овде још две врсте т. зв. ц и р к у л а р н е или к р у ж н е и е л и п т и ч к у п о л а р и с а н у светлост. Код прве молекили трепере по кругу увек у истим смислу, а код друге по елипси, чија су осовине паралелне и управне према главном пресеку кристалне плочице, и једна и друга посто ју

слагањем, интерференцијом појединих таласа; који ће случај наступити или боље, какве ће бити резултујуће кретање, зависи једино од фазне диференције таласа.

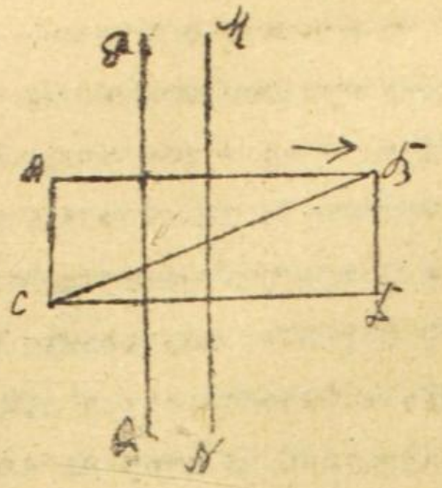
Имамо осу x и y по којима се трептање врши. Ако је фазна диференција равна нули ($\delta = 0$) т. ј. ако је кретање у правцу обеју координатних осовина једне и исте, или другим речима, ако оно почиње једновремено имаће линијски поларисани зрак. При том, ако се то кретање врши и са једнаком амплитудом, добијамо линијски зрак, који са обема осама заклапа угао од 45^0, иначе је он према њима под разним угловима нагнут. На против кад то кретање не почиње једновремено, већ у правцу једне осе почиње пре, но у правцу друге, имаћемо посла са елиптички или са кружно поларисаним зраком. Први ће случај; наступити онда ако је фазна диференција $\delta = \frac{\lambda}{2}$ а други онда, кад удесимо да је $\delta = \frac{\lambda}{4}$. ако је то задоцњење веће, опет ћемо добити елипсу само што ће она у том случају бити спљоштенија. -Особина кружно поларисане светлости је та, што кад прође кроз анализатор који двогуби преламе, да је за свако место на њему д в е п о д ј е д н а к о ј а с н е с л и к е, а осем тога кад прође кроз $\frac{\lambda}{4}$ плочицу, прелази у линијски поларисану светлост. У првој особини се слаже даље са природном светлошћу, а у другој се разликује од ње. Особине пак елиптички поларисане светлости јесу те, што она при преласку кроз анализатор, који такође двогуби преламе, даје две у опште н е ј е д н а к о о с в е т љ е н е, н е ј е д н а к о ј а с н е с л к е, од којих се ни једна, ма при каквом обрнућу анализатора, не може потпуно да угаси. На послетку и она се претвара кад прође кроз $\frac{\lambda}{4}$ плочицу у линиски поларисану светлост, али то само онда, кад је главни пресек плочице паралелан једној од њених осовина.

Горње задоцњење $\delta = \frac{1}{4}$, $\delta = \frac{\lambda}{2}$ и т. д. може се врло лако постићи плочицом од лискуна. Зрак, који прође кроз такву плочицу од лискуна, имаће фазну диференцију $\delta = \frac{\lambda}{4}$, $\delta = \frac{\lambda}{2}$ и т. д. што све зависи од њене дебљине. Плочица која задоцни зрак за $\frac{\lambda}{2}$ зовеће као што смо напред тај назив и употребили $\frac{\lambda}{4}$ плочица, или плочица за $\frac{1}{4}$ таласа.

Већ најглавнија разлика линиски поларисане светлости од кружног и елиптички поларисане јесте та, што се она згодним обртањем анализатора може лако да угаси, а ова никако, ма у који положај ставили анали-

затор ~~Шта више кад се линијски поларисана светлост и угаси тако да~~ ~~ју поларизатора нема више да угаси а све нешто на у који положај се~~ ~~и анализатор.~~ Шта више, кад се линиски поларисана светлост и угаси па се између поларизатора и анализатора стави једна лискунова плочица поларисана, ће се светлост опет појавити, и не може се, док је лискунске плочице ту, никошто угасити. На тај се начин линијски полорисана светлост плочицама $\frac{\lambda}{4}$ може лако да претвори у циркуларне (кружне) полорисану светлост Елиптички пак полорисана светлост, као и кружна изазива се од прилике на овај начин. Узећемо једну плочицу кристала који догубе прелама и пустићемо да на њу падне један светао зрак. Он ће се преломити, као што знамо у два зрака, обичан и необичан. Експоненат преламања обичног зрака је 1 5 а необичнога 1 5563-већи дакле од обичнога. Према томе је таласна дужина обичнога зрака већа од таласне дужине необичнога зрака($\lambda_o > \lambda_n$) т) необичан зрак се брже окреће од обичнога, те ће он за једно исто време прећи већи пут, но што ће то учинити обичан зрак. Тиме смо постигли извесну фазну диференцију. Ну ако сад на њутова два зрака ставимо још једну плочицу кристала двојног преламања, настпиће два случаја. Ако је та плочица исте дебљине са првом, и оса јој је што је главне укрштена, управно према оси прве плочице, обичан ће зрак при пролазу кроз њу изићи као необич, а необич. обрнутъ као обич. При том ће пређашњи обичан зрак прећи сада као необичан већи пут од пређашњег необичног и сада обичног зрака, те ће се на тај начин пређашња фазна диференција сада покварити, јер су се те путне разлике међу собом изравнале (пошто, је дебљина плочице једна иста).

Ако ли је друга плочица мало тања, па се путне разлике не могу изравњати, због чега ће и зраци из ње изићи са извесном већом или мањом фазном диференцијом. На тај начин мењајући дебљину плочице, можемо да добијемо зрак са $\delta, \frac{\lambda}{2}, \frac{\lambda}{4}, \frac{\lambda}{6}, \frac{\lambda}{12}, \frac{\lambda}{24}$ .. и т. д. На овом је принципу основан Бабинетов компензатор. Он се састоји из двеју једнаких правоуглих призама од кварца ABC и BCD које се хипотенузним странама својим наслањају једана на другу, образујући тако једну плочу Оне су пресечене тако да је осовина призме ABC паралелна са AB а осовина призме BCD управна на CD Ако пустимо да који зрак пређе кроз овај компензатор, он ће се поцепати у два зрака -обичан и необичан



Зрак MN који иде кроз средину компензатора и пролази у обеа призмана исти пут цепа се као и онаки други зрак али на ње оба предошлена зрака, и обичан и необичан, излазе без икакве фазне диференције исто онако, као што смо напред видели, кад је друга плочица исте дебљине које и прва. Сасвим је друкчије са зраком, који продазе кроз средину компензатора. Зрак PQ у том случају пресеца привму ABC на једном месту дебљине l а призму BCD на месту дебљине l' која је као што се из слике види мања од l. Због тога пак обичан и необичан зрак, као у другом случају претходнога при излазу из компензатора имају извесну луčну разлику, равну оној, која би се показала кад би зрак прошао кроз једну ~~прошао кроз једну~~ плочицу од кварца $l-l'$ чијиби главни пресек био // главном пресеку оне призме, којој одговара већа дебљина l. На тај начин можемо сад мењајући само место упдања зрака да добијемо поларисане зраке са фазном диференцијом $\delta = \frac{\lambda}{4}, \frac{\lambda}{2}, \frac{\lambda}{6}$ Ну да би се и та тешкоћа -мењање упаднога места појединих зракова-избегла, удешен је нарочити завтањ, којим се једна од призама, доња, креће више или мање, како је кад потребно: већа l' или мања l' Према томе назначајући ову, разне величине, фазну диференцију, ми лако можемо, као пре лискуном, претворити линијски поларисану светлост у елиптично или циркуларно (кружној) поларисану, или једну од оних у другу и т.д.

Ротаторна или хроматичка поларизација.

У вези са овим појавама поларисане светлости кроз кристале, стамо се и са појавама, које се дешавају при пролазу светлости кроз неке кристале, који одступају од правила, да исечени паралелно оптичкој осовини не поларишу светлост у том правцу. Они дакле ма како исечени исту двогубо преламају и поларишу само с том разликом, што та светлост није више бела но добијамо разно обојене слике. Код неке већ поларисани зрак прође кроз плочу на пр. од кварца изрезану управно на осовину кристалисања, излазни зрак остаје опет поларисан али не у истој равни, у

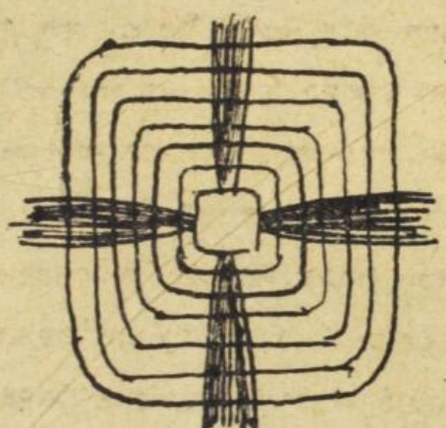
којој је био поларисан пре свога пролаза кроз кварц. За то су овој појави и дали назив р о т а ц и о н а и л и р о т а т о р н а п о л а р и з а ц и ј а. Сем тога та је светлост, што при том излази из анализатора и обојена, па и плочице минералне изгледају од разне руке обојена. Због тога се тај појав зове и х р о м а т и ч н о к п о л а р и з а ц и ј о м а боје плочице: п о л а р и з а ц и ј а. Она се примећава на плочицама чија дебљина не прелази границе: 1,0. 1,001 мм, јер ако су те плочице тање, вибрације зракова одвећ се мало диференцирају, да би то уплиансаро на боју светлости што пламаи. -Ако оставимо на миру плочицу од кварца, а окрећемо само анализатор око његове вертикалне осе, поларизована се светлост не гаси, као и што је био до сада случај, већ се тим обртањем мења само боја слика. Кад се његова крајња дијагонала остави у паралелан положај са истом дијагонала поларизатора, светлоом су појаве свуда тако рећи комплементарне онима при укрштеним Николовим призмама. С тога и она два живо обојена лика, које ћемо опазити кад будемо кроз плочицу од кварца од неколико мм. дебљине изрезане управно према кристалној осовини, пропустили сноп поларисане светлости, -биће обојена комплементарним бојама, јер где се њихови крајеви покривају, изгледа бео. Обрћући анализатор и даље, оба лика мењаће непрестано своје боје и пролазиће постепено у ове боје спектра, остајући при том увек узајамно комплементарне. Ове се боје ређају у истом поредку какав смо видели у дуговом спектру, само за разне минерале који имају ову особину, па и за разне индивидуе једног истог минерала треба анализатор окретати лево или десно (и за исти угао) па да се тај поредак постигне ма да су све те плочице исте дебљине и све управно на оптичкој осовини исечене. Ово показује да су разне плочице кварца имају исту ротаторну моћ, само неке скрећу боје дисперзиону раван на десно а друге на лево. За то се и разликују на д е с н о т р о ј и р н е и л и д е с н е к в а р ц о в е и л е в о л и р н е и л и л е в е к в а р ц о в е.

Ово је случај кад на плочицу кварца пустимо белу поларисану светлост, ако ли место бела употребимо монохроматичну светлост, онда ће се јавити две слике бојом те светлости обојене, на пр. црвене или плаве и т. д. При окретању анализатора једна се од тих слика може потпуно или незнатно угасити, што зависи највећма од тога, да ли је употребљена ко-

нохроматична светлост потпуно или непотпуно чисто обојена.

Ротација поларизационе равни за разне просте боје нису исп
она је у толико већа што је мања таласна дужина употребљене светлости
За једну пак и исту монохроматичну светлост и за плочицу једнога и исто
га кристала, ротациона је моћ сразмерна дебљине те плочица, једнаке деб-
лине граде и приближно једнаку ротацију-Огледима је доказано и нађено
да плочица кварца од 1 мм дебљине скреће поларизациону раван црвенога
зрака(чије је λ=645)за 17°30" а поларизациону раван љубичастога (λ=40
за 44°5". Из ове знатне разлике између ова два угла излази то, да се
при пролазу поларисане светлости кроз плочицу кварца разне просте боје
равнога зрака морају поларисати у разним равнима, због чега и долази, да
се једно од оних двају слика, приликом употребе беле светлости не може
никад да угаси.

Ако кроз кварц пропустимо конвергентно поларисане зраке, тј.
доведемо на да интерферишу, добићемо једну интерферену слику која ће у
центру свом имати једно исто поље опкољено изохроматичним прстеновима,



пресеченим тамним крстом, само што
пречаге овога крста неће полазити са
центра већ од првога прстена. Оно по-
ље у центру осветлено је оном бојом
коју смо употребили ако смо тј. радили
са монохроматичном светлошћу, а
ако смо употребили белу сунчеву свет-
лост, боје се те мењају, окрећући ана-
лизатор десно или лево(према томе, да ли је плоча деснолираога или ле-
волираога кристала). Сем тога прстенови ти неће бити потпуни кругови, већ
ће они бити четвороугластог облика.

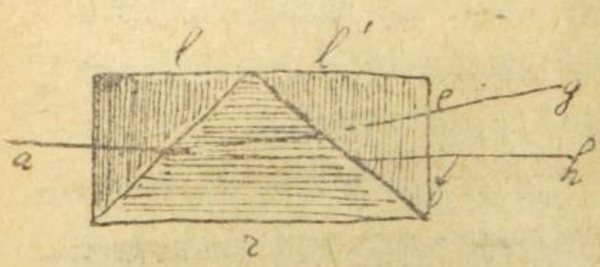
ЕРИЈЕВЕ(*Airy*)СПИРАЛЕ.

Ако поклопимо две кристалне плочице исте дебљине, али да је
један десно а друга лево, па их унесемо у поларизациони апарат између
анализатора који су укрштени, и пустимо на њих конвергентну светлост,
добићемо ову појаву. Средина интерферисане слике биће тамна, паралел-
на, и од ње у место пречага онога црнога крста и место оних концентрич-
них прстенова, полазе четири спирале, развијајући се сваки за себе док се



на једном пресеку све те спирале зову Ејријеве јер их је он први слагао и прочуо. Смисао кривине ових спирала показује, у какву плочицу прво улази светлост, тј. која је плочица окренута према поларизатору. Ако светлост улази прво у десторолирну плочицу, онда је на десно окренута конкавна страна спирале (→) Ово ротаторно поларисање можемо објаснити од прилике овако. Сваки линијски поларисан зрак може се сматрати, или замислити бар, да је постао из два циркуларно поларисана зрака (у ком случају као што смо видели, треба да је $\delta = \frac{\lambda}{2}$) један од њих круни десно а други лево. У механици смо већ видели да кад једну тачку напоримо двема силама, резултујуће кретање њено биће управљено правом линијом. Према томе дакле можемо и линијски поларисан зрак у нормално с разлогом сматрати, да је резултат двају циркуларно поларисаних зракова. Услед тога сад, који ће од та два зрака или брже тј. која је компонента линијског зрака већа на ту ће се страну и сама поларисан раван окретати, јер ће плочица од кварца тога један зрак разложити у две компоненте. Ако су те компоненте једнаке међу собом, тј. разложени се зраци крећу истом брзином, поларизациона раван биће у правцу првобитнога резултујућег линијског зрака Ако ли су неједнаке тј лева је компонента већа од десне, или ова од леве, поларизациона раван скреће за известан угао лево или десно од првобитнога правца линијског трептања зрака. Код левога је на пр. кварца лева компонента већа као што је и кретање на тој страни веће, а код десногога је кварца то обрнуто. Рачунским ћемо путем ово прететавити на овај начин. Видели смо да увек обично поларисани зрак врши своје трептаље по обрасцу $y = a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ који сада можемо написати у облику $y = \frac{a}{2}\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \frac{a}{2}\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x - \frac{\lambda}{4}}{\lambda}\right) + \varphi$ где се други и четврти члан потпуно остаје само горња вредност за y. Први и други израз показује извесне зраке који се разликују у за $\frac{\lambda}{4}$ то ће према досадашњем дати један циркуларно поларисани зрак, на пр. десни. Тако исто и трећи и четврти израз разликују се за $\frac{\lambda}{4}$ због чега ће и они дати један циркуларно поларисани зрак, само што је он са знаком (+)

дакле супремна призм.тј.леву .Према томе је онај обичан линијски поларисани зрак сада растављен на ова два циркуларно поларисана зрака Тако се исто могу и два циркуларно поларисана зрака претворити опет у један линијски,где треба само обрнутие радити.Овај је опит и доказ извео по моју кварца већ више пута споменути *Fresnel*. .Он је направио т .зв. Френелову призму Исекао је од десног кварца призму α чији је угао преламања 152° а стране јој према оси кристала имају исти нагиб.Тако исто ту призму исекао и од левога кварца,па ју је пресеком управним на осевини кристала пратиолошке у два једнака дела у две призме: l и l'



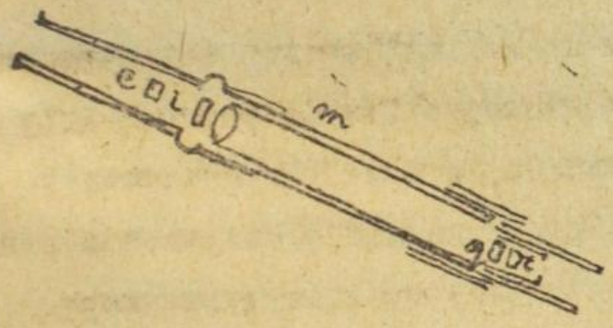
Те две призме саставио је тако што се из слике види,са оном првом и тако добио једну призму,чија је осовина паралелна осевини кристала,а крајње ивице управне на истој.Кад сад пустимо да један зрак светлости прође кроз ову призму,леви ће кварцу појачати леву компоненту,а десни десну,те ће се на крају крајева из саме призме изићи два циркуларно поларисана зрака(појавиће се две слике)-један лево а други десно поларисан.-

Све ово што смо до сада казали за кварцу,вреди и за друге оптички једноосне кристале;који поларишу ротаторне.Сва је разлика међу њима у већој или мањој моћи таквог поларисања.Од свију чвстих тела у кварцу се најлепше опажају појаве ротационе поларизације.Сем кварца и неких једноосних кристала ову моћ имају и многе течности и растворн. Међу кристалима оптички двоосних не познајемо ни један,који би могао ротаторне поларисати светлост.

Опажене је да се по премештају поларизационе равни могу посматрати разлике у саставу тела и у тим случајима када то хемиске анализе не показују.На пр.грожђани шећер скреће поларизациону раван на лево (леву леву),а обични шећер на десно (,,екстроза),док је хемиски састав оба шећера исти.Према томе лако обртање,ротација поларизационе равни зависи само од молекулске конструкције,унутрашњег склопа,посматраног тела ,а никако од агрегатног стања његова.Само је нађено да је ротациона моћ код течности у општо мања но код кварца.У концентрованог сирупа обичнога шећера,који од свију течности има највећу ротациону

мој 35 пута је ова моћ слабија но код кварца. Осем тога ротаторна моћ поларисане светлости зависи и од температуре тела, која се испитује, али она код свију тела не расте или опада са температуром, већ код неких расте, код неких опада. Напред смо већ напоменули, да поларизациона боја зависи поред осталога и од дебљине плочице, као и од тела, како стоји њена раван спрам оптичких елемената кристала.

Најважнија је примена ових особина ротаторног поларисања осим много другога у индустрији, нарочито при фабрикацији шећера, кад се хоће да дозна колика је количина и каквог је шећера у једном раствору. Раствор обичног шећера скреће поларизациону раван на десно; у колико је тај раствор богатији и богатији шећером, у толико ће и ротација расти сразмерно количини раствореног шећера. Према томе се дакле по углу скретања лако може извести квантитативна анализа неког раствора. То исто важи за раствор левулозе (левога шећера), због се анализирају материје, које имају шећера. Ради ове ствари служи нарочито једне справе, која се зове Сахарометар. У њему имамо три главна дела: цев у којој је течности чију концентрацију испитујемо, поларизатор и анализатор. Цев је од бакра, дужине 10, 20-30 см напуњена течношћу; изнутра наваљена и на оба краја затворена двема стакленим паралелним плочама. Она се ставља у другу једну цев, која се на оба краја завршује двема цевима, у којима су кристали, што служе као поларизатори и анализатори. Пред отвор једне од тих цеви намести се обична лампа чија светлост у правцу осовине инструмента суреће најпре најпре поларизатор-призму, која двогуби пређе зрак. Само необичан лик може да дође у око, а обичног не пушта, пошто га је тотално рефлектованог апсорбовао о унутрашњи зид цеви. Та двогуба призма у такоме је положају да поларисана раван стоји управно и пролази кроз осовину саме справе. При свом кретању кроз поларисана светлост сусреће плочицу кварца са двојаком ротацијом, тј. која скреће поларизациону раван исто дебо на десно и на лево. Ради тога је она начињена од два плоча кварца са супротним скретањима, које стоје



једна поред друге и то тако да је линија њихова раздвајања управна и у истој равни у којој и осовина апарата. Све плочице кварца, исв резане управно према својим кристалима осовина, имају дебљину 3,75 мм. на јој одговара ротација од 90°, дајући при том слику рубичасто љубичасте боје, која се зове осетљивом бојом, јер се и најмањим окретањем поларизационе равни (05°) та једнеликост обојених слика квари, а наступају ор-ме мах, као што смо напред видели ове узајамичне комплементарне боје. Обе кварца подједнако скрећу поларизациону раван један на десно, други на лево. Пошто је прошао и кварц q, поларисани сноп зракова пролази сад кроз течност, што је у цеви m а затим пада на другу плочу кварца c која је проста и не мора имати одређену дебљину. Иза ове плоче поред још неких појединости, налази се и једна двогуба призма C која служи као анализатор при посматрању поларисаног снопа, што пролази кроз течност и равне плоче кварца. Ако на пр. пре напунимо цев неутралном течношћу, видећемо да ће се супротна дејства плочица кварцевих с лева стране само спр ве уништити, и како је дејство течности, обе половине плоче q виђене кроз анализатор C даће савршено онакве слике, какве смо већ пре тог видели. Али ако се цев место неутралне течности напуни шећерним рас вором, ротациона моћ ове цеви увећаће ротациону моћ једнога кварца, за двојну ротацију q и у толико ће умањити ротациону моћ другога кварца. Отуда излази да обе половине плоче q неће имати једнаку боју, и ако једн на половина има на пример црвену боју, друга ће имати плаву. Сад се обр тањем призама и плоча кварцевих на левом крају справе удеси тако да обе половине плоче q двојнога кристала добију своју пређашњу рубичасто љу бичасту, осетљиву боју. Кад је то већ постигнуто онда се глода на утврђе ној и нарочито за то удешеној скали, ком податку одговара нонијус, и број који њему одговара, одређује непосредно јачину концентрацију раствора. У остале се детаље - појединости нећемо упуштати Све је само принцип та ких једне методе испитивања која се оснива на досадањим посматрањима ротаторних поларисане светлости

Ну сем ове примене, по поларизационим бојама и сликама могу ни разни минерали врло лако да се разликују, особито кад су у стењама Из танких плочица од стена услед ове поларизације, познаје се да ли је структура кристала проста или сложена и како су који састојци рас поређени. И сваку промену и разлику молекилакога склопа на појединим мес тима разних тела дознајемо врло лако помоћу поларисане светлости, јер

с њим услед најмање промене и неправилности њихове полазу и облици оних концентричних кругова, елипса и хипербола, као и кротови мењају. За један комад стакла не може се ничим другим констатовати, како су у њему молекили распоређени. Али ако га испитаме у поларисаној светлости, тј. с једне стране пустиме поларисану светлост а с друге га посматраме анализатором, одмах ће нам се јавити разне слике различне обојене и разнога облика. Према томе изводимо, да молекуларна конституција стакла није Хомогена, већ је на разним местима различита и неправилна. Сем тога свако се врло лако испитују и неједнакости дебљине на појединим местима једне плоче, било стаклене или ма кога другог тела, јер смо казали, да ротација поларизационе равни зависи у многоме и од дебљине плочица, кроз коју поларисану светлост пропуштамо. Сасвим ће другчији распоред боја и облика слика бити на оним местима чија се дебљина разликује ма и за $\frac{1}{1000}$, $\frac{1}{10000}$, $\frac{1}{1000000}$ и т.д. дебљине.

Но досадањем изгледа да ми треба, управо да мораме сами да правиме поларисану светлост. Међу тим је та појава много чешћа но што бисмо ми на први поглед и мислили. Свака је у опште светлост одбијена са површине ма кога тела више је или мање поларисана. Ако гледамо на пример плочу лискуна у светлости одбијеној с црнога огледала, видећемо слике обојене врло лепо разним бојама. То значи да је та светлост поларисана. Тако исто и кад је небо ведро, светлост је сунчева одбијена са ма које површине и предмета у неколико и поларисана, само што је то поларисање различите на разним висинама. Тако на пример са стола рефлектована светлост такође је поларисана, јер ако ставимо између стола и једнога анализатора неку плочицу, одмах ће се појавити разне обојене слике, разуме се већ много слабијега интензитета, но што до сада експериментима изводимо.

Велика је примена поларисане светлости у т.зв. п о л а р и з а ц и о н о м м и к р о с к о п у. Сваки овакав микроскоп треба да има две Николове призме. Једна се од њих ставља испод предмета а то је поларизатор, јер јој је главни задатак, да поларише светлост, коју прима од једнога огледала испод себе и даје је предмету који се хоће да посматра. Друга се призма меће између ока и објектива или преко окулара и то је анализатор, јер се у њему испитије, анализе светлост, која је већ кроз

стављени минерал или какав други предмет прошла. Светлосни се појави у микроскопу мењају према разном међусобном пољожају Николових призама у њему. Ако се под микроскопом међу укрштаним призмама, у ком би случају било потпуно помрачење (јер необичан брак што излази из поларизатора ва ира у анализатору управно на његов пресек, те ће се и он као и обичан у поларизатору, сасвим утулити), преламају танке минералне плочице, онда ће се они светлосни појави или мењати или не, према оптичким особинама минерала, који се проналаже. И по теме се разликују поједини минерали (међу собом) један од другога. Сем тога у свакој поларисаној светлости, тј. сваким микроскопом можемо да констатујемо и видимо извесне детаље много боље, но што бисмо те могли у обичној светлости. Исто таке кад посматраме и једну длаку (или зрно шкроба и т. д.) показују се извесне боје готово онако исте, као што смо те видели код кристала у поларисаној светлости. На тај начин можемо испитивањем лако доћи и до најмањих појединости у структури једне длаке или ма кога тела, које кроза се пропушта поларисану светлост. Нарочито је то испитивање детала у структури светлости важно код костију, што се врло лако и лепо може постићи у поларисаној светлости.

Све су ово само неке од велеко важних особина и примена поларисане светлости. Њом се много шта доказало, у шта се дотле сумњало, открило или у испитивању олакшало и усавршило. Колико је за науку у опште важна спектарна анализа, толико је исто важна и примена поларизације светлости. И једна и друга нашла је примене и у индустрији. Прва се примењује при грађењу најбољега Бесмеровог челика, а друга при фабрикацији шећера. Питање је сад само ; Како трепери поларисана светлост: Да ли у равни у којој је и поларисана, или у равни управној на поларизациону. Ма да смо појавама у поларисаној светлости одговорили и тај одговор на стављено питање о треперењу обичне природне светлости и доказали -, опак се овде њиме не можемо ни у колико послужити, јер ни једна не решава питање у корист једнога или другога одговора. - Fresnel који је до појединости проучио поларисане светлости, мисли да поларисана светлост трепери у равни управној на поларизациону. Други пак физичари, који су се такође бавили проучавањем особина и појаве поларисане светлости, тврде и доказују сасвим противно, тј. да је њено треперење у истој равни, у којој је она и

поларисва на.- Ма сад се ово питање још неможе коначно решити и на исто дати одлучан одговор, како је то баш у ~~звонске~~ ствари. Доцније кад будемо говорили о електромагнетичној теорији светлости, коју је пре 30 год. развијо Maxwell , видећемо како се замишља да се трепереве врши и у једној и у другој равни само су једни кад трепере у самој поларизационој равни електрични таласи , а други који трепере у равни пареленој на њој магнетски таласи ОТОМЕ ЋЕ РЕЧИ (2) бити (1) у своје време, кад будемо (по) саму ту теорију илагали у науци о електрицитету.

Крај науке о светлости.

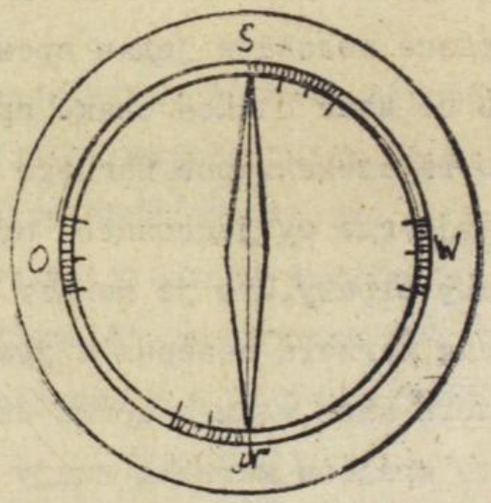
Литографија Косте М. Бојковића Македонска 21.

— Београд —

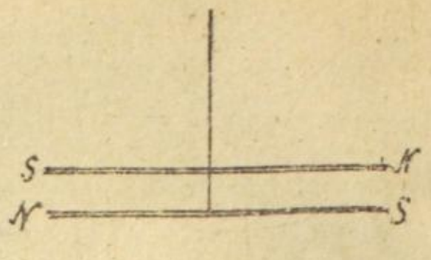
М А Г Н Е Т И З А М.

Природни магнет је минерал хемиског састава Fe_3O_4 коме је главни саставни део гвожђе, и који има, кад је слободан, ту особину да привлачи ситне делове гвоздене и челичне. Овај минерал пронађен је близу вароши Магнезије у Малој Азији, и отуда му је и име. Магнети могу бити природни и вештачки. Природни су они који се као такви налазе у природи (магнетит). Код њих је магнетизам неправилно распоређен т. ј. природни магнет је негде више а негде мање магнетичан. Вештачки су пак они магнети, који се граде вештачким путем. Њима можемо да дамо облик какав ми хоћемо. Сви закони изведени за вештачке магнете важе и за природне.

Магнетски полови. Ако парче природног магнета исечемо у виду шипке и оставимо га да слободно виси хоризонтално или га подупремо, такав магнет има то својство да се једним крајем обрне приближно југу а другим се северу. Крај магнета окренут северу зове се северни пол и онај окренут југу јужни пол. Линија, која везује та два пола зове се магнетна оса. Ако парче магнета изрежемо у виду ромба добија назив магнетска игла, а ако је та магнетска игла подупрта и у кутију затворена, те је згодна за мерење добија назив бусола (компас). Бусола служи за одређивање правца, кад знамо колико северни и јужни пол магнетске игле скреће скреће од правог севера и југа. Магнетске игле, које се употребљују на лађама нису просте, као обичне бусоле, већ су састављене из више мањих иглица повезаних.



Често пута потребно је да удесимо магнетску иглу да не стоји под утицајем земаљског магнетизма као што је то случај код справа за мерење струјине јачине т. зв. галванометара. За ту циљ праве се нарочите игле



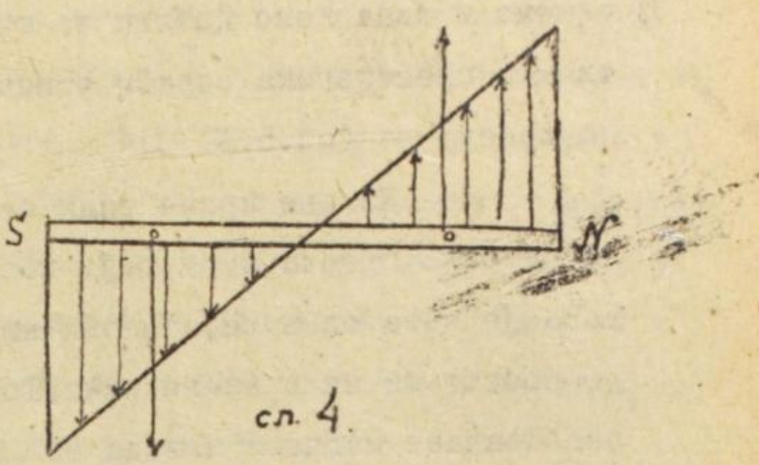
зване астатичке.То су две паралелне игле,којима су полови супротно окренути тј.на којој је страни северни пол једне на истој је страни јужни пол друге.Те две игле спојене су међу собом и висе о концу.

ТЕОРИЈА О МАГНЕТИЗМУ

Ако какав магнет преполовимо видећемо да смо од једнога магнета добили два потпуна магнета јер ова два парчета засебно,имају сваки од њих свој северни и јужни пол.-Док је магнет био цео,он је највише привлачио опилке гвожђа на крајевима а у средини најмање.Ако преполовимо магнет а ове половине добијају већу привлачну моћ на крајевима,што потврђује опит(кад метнемо магнет у опиљке гвоздене).Па и ове половине магнета,ако половимо и даље,свако његово парче биће засебан магнет са своја два пола и привлачним снагама на крајевима Ово се тумачи тим,што се сматра,да је сваки магнет састављен из читаве серије елементарних - молекилских магнета,т.ј.да је сваки молекил за себе магнет.Како су ти молекиларни магнети поређани,док још тело није намагнетисано.тумачи се овако:Код таквог тела молекили као елементарни магнети имају разне положаје један према другом,и тако се код њих не јавља магнетизам.То се може сликом овако представити.Кад ми то тело магнетишемо,ми уређујемо те елементарне магнете и доводимо их у положај,(какав нам ова слика казује)где су једноимени полови свих тих елементарних магнета окренути на једну страну.Што је магнет најјачи на крајевима,тумачи се тим,што се на средн магнета северни и јужни полови елементарних магнета потиру а једни полови оних елементарних магнета,који су на крајевима,остају непотрти, те зато крајеви магнета имају најјаче привлачење.

Ако хоћемо да нађемо геометриско место половима магнета,то ћемо радити овако:Ако јачине привлачења магнета представимо силама,т.ј.дужинама дужија,које су на крајевима најјаче а идући средини магнета све слабије и слабије;за други пол поменуте силе идући супротним смислом јачина им исто тако опада,што су ближе средини.Ако врхове тих сила покупи-

мо, видећемо да оне све леже на правој линији(сл.4.)Знамо из науке о тежи
ту, да је нападна тачка сила код троугла на трећини висине, то и овде пол не
бити на трећини половине магнета, или на шестини целога магнета, и то на ше
стини најближој до краја.



сл. 4

Осим ове досадање хипотезе која се састоји у томе да сваки магнет састављен из елементарних-молекиларних магнета, имамо ми још једну хипотезу-Амперову, која се објашњава струјом. Ако проведемо струју кроз жицу, која има округао облик, видећемо, да ће струја кружити кроз овај спроводник и да ће једна половина тог спроводника имати један пол, а друга половина други пол магнетски; тако исто тумачи се да у сваком магнету кружи струја од једног пола ка другом. Овај хипотезис видећемо доцније и детаљније, кад будемо говорили о електрицитету.

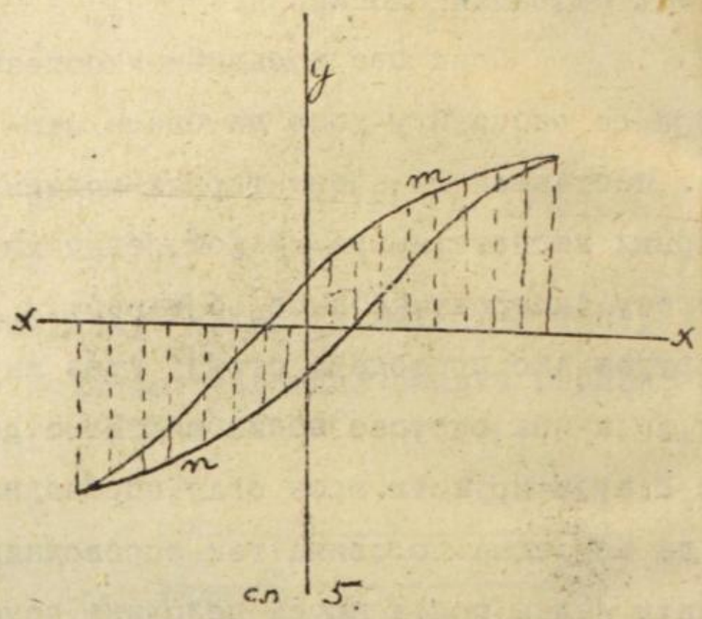
Магнет изложен страним утисцима, као потресу или високој темпера ури, губи од своје јачине. Зато се тело лакше намагнетише, кад се налази у потресу, јер се тиме молекули померају и сила магнета, којим га магнетиземо, лакше доводи у распоред молекиралне магнете. При потресу магнет губи своју јачину, зато га треба чувати од потреса.

Магнети, који се имају преносити и излагати потресу, препарирају се нарочито т.ј. мећу се у нарочите бубње, који се окрећу и тим се тресу по сле чега остану у њима извесна количина магнета, која је стална.

Као што смо напоменули и темпрература утиче на магнет, јер ако неки магнет загрејемо до усијања, пошто се охлади, он је потпуно изгубио сво ју моћ магнетизма. То се тумачи тим, што се молекил. при грејању размичу и излазе из оног потенцијалног стања.

Често има потребе да се магнет поквари размагнетише и поново намагнетише: то кварење и поновно магнетисивање, представљамо графички у јед ној равни, помоћу координатног система, при чем по x оси преносимо силу, ко ју употребљујемо за размагнетисававе и поновно магнетисање а по y оси јачицу магнетизма, који тој сили одговара. Кад сила којом размагнетишемо бу

де равна нули т.ј. кад.прекинемо струју,то би требала и јачина магнета буде равна нули,али то неће бити,већ ће јачина његова имати опет неку вр ност већу од нуле.Ако све те тачке,које одговарају појединим посматрани повежемо добићемо криву обика m (сл.5.)Ако хоћемо то тело опет да намагн тишемо и онда ћемо добити за графичког преставника оваког утицаја криву n (сл.5.).



сл 5.

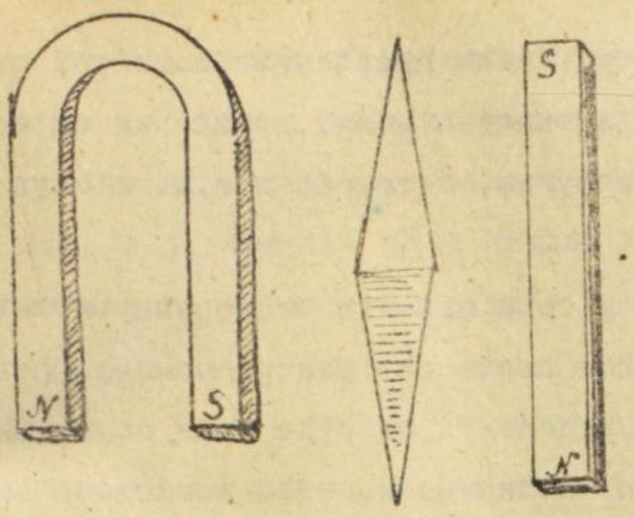
Из ове криве види се, да је сила прешла нулу,т.ј. постала је већа од нуле,а челик није постао ни мало магнетичан.То задоцњавање магнета назива се хистеезија магнета.Тај отпор да се тела дају лако и тешко магнетисати и размагнетисати назива се коерцитивна сила,тако код челика је већа коерцитивна сила него код гво ђа,па зато се челик теже намагнетише него гвожђе али и теже испушта магне тизам,такав магнет назива се сталан или перманентан.Гвожђе одмах прима ма гнетизам,али га одмах и испушта и.зато се зове привремени магнет.

Сваки од ових магнета има своју примену.Тако привремени магнет употребљује се при електричиним потребама,стални пак,као обични магнети у виду потковице,шипке и др.Кад дејствујемо магнетом на опиљке од гвожђа,он ће привући те опиљке и сваки опиљак постаће за себе магнет,док је у ве зи с овим.

Код правилних магнета као што смо видели разликујемо два пола, који су на крајевима,могу се полови направити и на средини магнета,и такви магнети,код којих има полова и на средини,називају се

Облик магнета може бити различан,што зависи од нас;обично се магнети граде у виду потковице,шипке и магнетске игле(сл.6.)

Да би се са мањом масом добило више магнета граде се т.зв.ламе лирни-лиснати магнети,који су у виду потковице или троструке т.ј.три потковичаста магнета везана у једно.Магнети се никад не држе отворено т.ј. без наоружања или арматуре,јер им тада слаби магнетизам,већ су увек наоружани.



сл 6.

Кад међу полове од два јака магнета унесемо неко тело примећујемо да ће оно заузети известан положај Према томе какав ће положај заузети тела делимо тела на двоје; на парамагнетична, која заузимају исти правац, који имају сами магнети тј. правац магнетске осовине и дијамагнетична, која заузимају положај управни на осу магнета . Нема тела па ма кога агрегатног стања била а да су неосетљива према магнету отуда правило: Сва су тела осетљива према магнетизму.

ВЕШТАЧКО МАГНЕТИСЊЕ.

Вештачко прављење магнета бива у главноме на два начина: Упливом - индукцијом и у новије време електричном струјом.

Магнетисање упливом врши се на више начина.

1. Узме се нпр. магнетична игла, која је направљена од челика а још није магнетна, па се онда један крај превлачи северним полом каквога магнета, а други крај јужним полом истог магнета. Крај магнетске игле, којим смо превлачењем северним полом магнетисали, магнетисан је јужно а јужни северно. При том треба пазити да једним полом исти број пута превучемо колико и другим.

2. Метода двојног превлачења, која се састоји у томе, што челик, који хоћемо да магнетишемо, превлачи се место једног са два магнета.- Узму се два магнета саставе се њихови разноимени полови и ставе се на средину челика, који хоћемо да магнетишемо, за тим се вуче један ка једном а други у исто време ка другом крају. То се понавља и даље и тако ћемо од челика добити магнет. Можемо и друкчије магнетисати челик помоћу двојног превлачења. И овде се као и мало пре, магнети саставе у средини па се оба нераздвојно превлаче од средине ка једном па затим од средине ка другом крају. При овоме треба пазити, да обадве стране добију једнак број превлачења.

Најзад магнетисање упливом може бити кружно, како се обично и ради код потковичастих магнета. Узмемо два парчета челика потко-

ковичастог облика и састављамо им краке, затим превлачимо магнетом свуда наоколо. Овако можемо магнетисати и шипчави челик, само кад од њега начинимо геометриску слику као: четвороугао, петоугао и.т.д. и свуд унаоколо превлачимо.

Извесни магнети не могу у себи примити бесконачну количину магнета, већ до неке извесне границе после те границе можемо превлачити и најјачим магнетом, колико год хоћемо ов. се неће моћи појачати. За такав магнет каже се да је засићен. Количина магнета зависи од величине масе.

МАГНЕТСКА ПОЉА.

Ако смо рекли, да можемо изоловати један магнетски пол од утицаја другог, т.ј. ако замислимо да је магнет врло дугачак, па да дејство једног пола тога магнета не квари дејство другог пола, већ да сам тај пол утиче на своју околину. Ако се сад у близини тога пола налази ма каква магнетска маса m или може их бити више, нпр. m_1, m_2, m_3 ..... њих ће пол утицати на те масе било привлачећи или одбијајући. Простор коме се налазе те масе, на које тај пол дејствује, назива се магнетско поље. Оно се пружа од пола па на све стране. Што је пол магнета јачи тим је поље тога пола веће и обратно. Ми можемо узети да се то поље простире у бесконачност наравно слабо.

Ако тражимо интензитет привлачења и одбијања тога магнета, наћићемо да све тачке у пољу магнетском, који имају једнак интензитет леже на површини лопте, чији је центар сам тај пол.

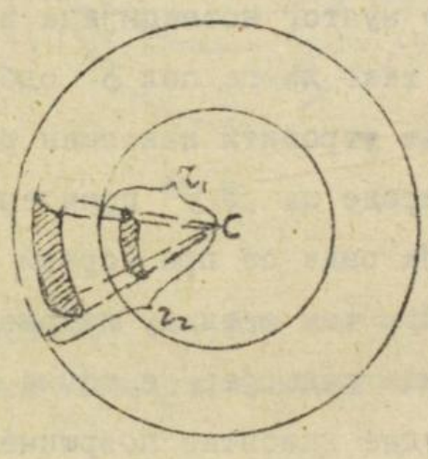
Сад можемо сваки представити да свака интензивност има своју одговарајућу лопту, све те лопте концентричне су. То видимо и код наше планете - земље, јер је њено привлачење концентрисано у средишту, и оно је једнако за све тачке, које се налазе на површини лопте, чији је центар у центру наше земље. То што је привлачење земљино на половима јаче него на екватору, тумачи се тиме што наша земља није потпуна лопта, већ је на половима спљоштена, т.ј. полови се њени ближе средишту.

Када се нека маса налази у пољу неког магнета, то ће овај привући, по најкраћем остојању, т.ј. по правој = полупречнику лопте, на којој се тачка налази. Знамо да путеви - полупречници морају бити у-

правни на тој лопти, Тако исто бива и кад пол одбија ту масу, дакле одби
а је опет по правој линији. Такви примери срећу нас врло често у обичном
ивоту. Тако нпр. кад неко тело слободно пада то ће оно ићи право к центру
емљиштом, т.ј. кретаће се у правцу полупречника земљиног. Те линије по ко
јима пол некога магнета дејствује привлачиће или одбијајући на тела, која
се налазе у његовом пољу, називају се линије магнетског привлачења.

Снага, којом једна магнетска величина привлачи другу магнет -
ску величину, назива се интензитет магнетизма прве за место, на коме се на
лази друга. Снага,којом неки магнет у јединици масе привлачи такође једини
цу масе на јединици остојања, зове се јединица интензитета,т.ј.ако се са К
означи интензитет,па ако б (јединица магнетске масе) остоји од јединице ма
се на јединицу дужине, онда је К= 1. Но ако њихово остојање није равно
јединици, већ неком броју г онда ће бити К= $\frac{1}{2^2}$ Ако ни масе нису равне је-
дници већ m_1 и m_2 онда ће интензитет бити К= $\frac{m_1 m_2}{2^2}$, дакле ин-
тензитет је управно сразмеран масама и обрнуто сразмеран даљинама.

Магнетске линије привлачења по броју свом дају нам могућност
да одредимо интензитет извесног пола.
Узмимо куглу неке извесне јачине прив-
лачења, чији је полупречник г= 2 и
у чијем се центру налази пол а тој
кугли осецимо комад површине, на пример
четвороугаоног облика и крајње тачке
те површине вежимо са центром - пола.
тада добијамо пирамиду. Сад ако зами-
слимо на остојању г=1 од пола описану кут-
лу, ивице поменуте пирамиде продору ову



сл 7.

куглу и ако те продоре вежемо добијамо слику сличну оној првој само која
је четири пута мања од оне прве. Поделимо ту слику на четири дела,и узми-
мо да кроз сваки тај подељак пролази по једна магнетска сила - линија т.ј.
на остојању 1, интензитет је за ту површину= 4 дакле на ту површину пада
ју четири линије, али те исте 4 линије падају и на прву површину,која је
4 пута већа од ове, те је интензитет ове површине 4 пута мањи него интенз
тет оне прве. Дакле на два пута већем остојању интензитет је четири пута
мањи. на три пута већем остојању интензитет је 9 пута мањи и.т.д.дакле ин

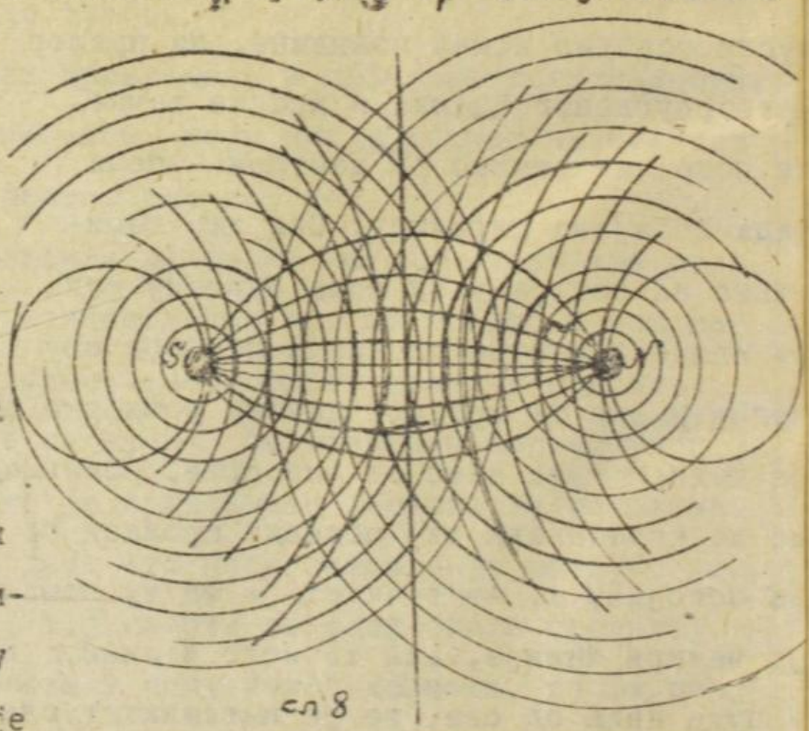
тензитет опада квадратом, остојања.

Ако узмемо горњу површину за јединицу, а површина исте лопте је $4r^2\pi$ онда је интензитет за $m=1$, $K=\frac{1}{4r^2\pi}$ а ако је маса привлачева тела m онда је за другу неку куглу интензитет K_2 чији је полупречник R а маса иста m $K_2=\frac{m}{4R^2\pi}$ или $\frac{m}{R^2}=4\pi K_2$ па како $\frac{m}{R^2}$ није ништа друго до сила, којом се они привлаче (то се види из обрасца $\frac{m_1 m_2}{r^2}$) то значи да се сила добија, кад се интензитет помножи са 4 П.

Посматрајмо сада два пола. Нацртајмо пресеке еквипотенцијалних површина - еквипотенцијалне кругове, и то за сваки пол засебно.

Ако пресеке одговарајућих еквипотенцијалних кругова ставимо, добијамо једну праву линију свака тачка те праве подједнако одстоји од N и S, а како су N и S полови истога магнета, то су они једнаки, то је свака тачка у поменутој линији у неутралном положају, јер је оба пола подједнако привлаче. Док год се неко тело креће по тој линији, оно не врши никакав рад, зато се та линија и зове линија нултог потенцијала, јер је рад који то тело врши, крећући се по правој линији раван нули.

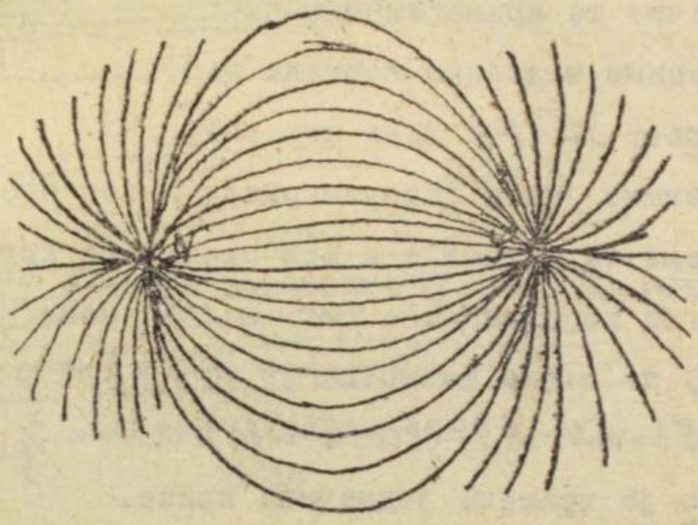
Узмимо за проучавање једно тело у тачки A, коју смо одвојили од линије нултог потенцијала и хоћемо да је доведемо из A у A, онда ако је тело у A тако да га пол S одбија а пол N привлачи, онда ће се на то премештање утрошити извесиан рад, да тело из A пређе у A, ако је тачка A такве природе да је S привлачи а N одбија онда се при горњем врши рад. При том преласку извршена је јединица рада, јер је тачка прешла из једне нивовске површине у другу. Али исти ће се рад извршити односно утрошити, ако се тачка из A креће ка B и од B ка A. Но тело би пало из A у A, само тада, кад би га пол S независно од пола N привлачио или одбијао. Али у овоме случају и N дејствује, наравно слабије од S јер је тело даље од N и



сл 8

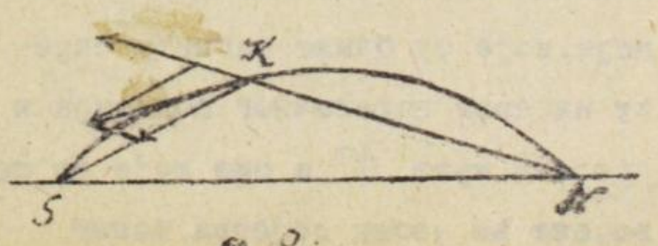
.зато ће се оно кретати дијагоналом AD па и овом приликом извршиће се јединица рада (или произвести или утрошити). Кад се дакле тело креће из A ка D оно је дакле у истим односима према S и N. Ако то поновимо за више тачака, добићемо једну криву линију, која није ништа друго до пресек еквипотенцијалне површине за оба пола, а AB је комад тога пресека. Пресеци ти биће концентрични кругови, који се на једном крају зближавају а на другом разилазе, и то зближују се већма што су ближе нутној линији, а разилазе се све више, што су даље од ње. Посматрајући понашање једног независног пола видели смо да су еквипотенцијалне површине биле концентрични кругови, а линије магнетских сила биле су полупречници.

До свих линија ~~линија~~ можемо доћи посматрајући оба пола засебно. Повучимо из тачака N и S магнетске линије за оба пола, и то тако да 1 од пола N буде паралелно 1' од пола S даље да $2 \parallel 2'$, $3 \parallel 3'$, $4 \parallel 4'$ и.т.д. Сад вежимо пресеке свију линија које имају једнаку диференцију (пример за 3' - 1= 2 4 -2= 2 5-3=2) па ћемо добити криву линију за диференцију пр. 2. Тако исто можемо добити криву и за диференцију 3,4..... Ако ове фигуре обрнемо за 360 добићемо изглед целог магнетског поља, а еквипотенцијални кругови биће на ове линије управни.



сл. 9.

Узмимо два пола S и N и једну магнетску количину било северну или јужну. Рецимо да је северна, онда ће је јужни пол привлачити више но што ће северни пол одбијати. Зато ће једна компонентна бити већа но северна по паралелограму сила, та магнетска количина креће се дијагоналом паралелограма образованом по тим двема компонентама и у овом случају биће

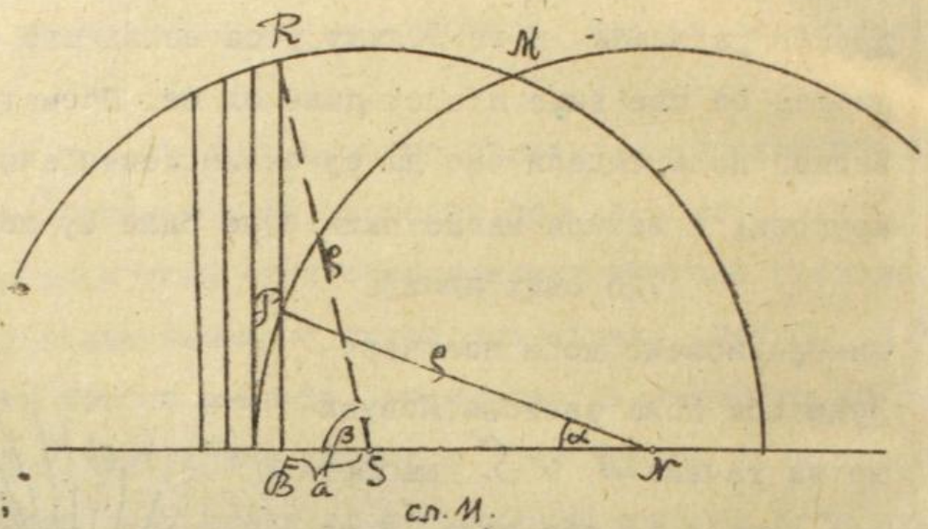


сл. 10.

привлачење обрнуто сразмерно квадрату растојања (Њутнов закон).

Али та магнетска количина неће се кретати целом дијагоналом јер чим се из K помакне она је у другом положају према N и S с тим се мењају и компоненте, па и резултанта и услед тога кретања тачке К врши се по кривој линији облика, који видимо на горњој слици.

Да одредимо једначину такве криве линије узмимо два магнетска пола N и S и ван њих тачку М, која је од њих подједнако удаљена: опишимо круг из N отвором NM па тако исто и из S отвором SM Да би конструисали тачке те криве линије повуцимо неколико нормала на праву SN (са леве стране),



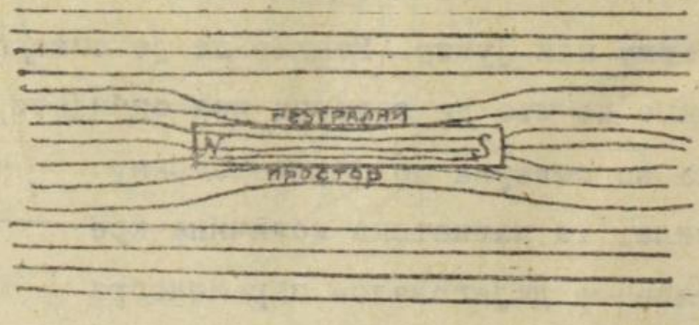
сл. 11.

узмимо једну такву нормалу и њен пресек са кругом, описаним из S саставићемо са тачком S а њен пресек са кругом описаним из N саставимо са N.
Угао који заклапа PN и NS нека је α а угао који заклапа RS и NS нека је β из слике имамо да је $BS = \rho\cos\beta$ и $BN = \rho\cos\alpha$ Из овог је:

$$BS = BN - NS = \rho(\cos\alpha - \cos\beta) = a \text{ или } \frac{a}{\rho} = \cos\alpha - \cos\beta$$

То је тражена једначина криве.

Кад код неког магнета теку магнетске линије паралелно, онда се такво поље зове хомогена у противном поље је хетерогено. Да видимо шта ће бити, кад узмемо неки перманентан магнет у пољу земљиног магнета, поље земљиног магнета хомогено је зато линије земног магнетизма теку паралелно Замислтмо да су две линије земног магнета, и кад у њих унесемо магнет чији је пол N на истој страни где је и N пол земљин, а тако исто и пол S Овде ће магнет покварити паралелни правац линија земљиног магнетизма, а и то тако, да оне линије, које су ближе магнету скрећу из свог паралелног положаја и пролазе кроз N а оне које су даље, оне ће услед дејства њеног



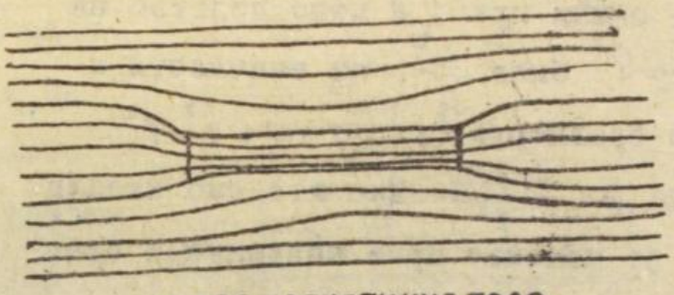
сл. 12

угнути се према њему, и то угнуће биће све слабије, што је линија даље од магнета, док најзад линије не пођу опет паралелно, јер на њих не утиче магнет због даљине. Ми видимо да ће остати извесно место, кроз које неће проласити линије земљиног магнета. То констатујемо, кад у то место метемо магнетску иглу, она ће постати индиферентна према земљином магнету.

Ако у поље земног магнета унесемо опет магнетску иглу, само тако да је окренемо да буде S магнетске шипке, где је N земног магнета, и овај ће магнет променити правац магнетских линија земљиних а то се види из слике 13. И овде има као у првом случају простор у коме се магнетска игла понаша индиферентно према земљином магнетизму. Парамагнетична тела унесена у поље земљиног магнетизма упијају у се ове магнетске линије (види сл.14) Дијамагнетична тела раде обратно т.ј. удаљују те линије од себе (види сл. 15)



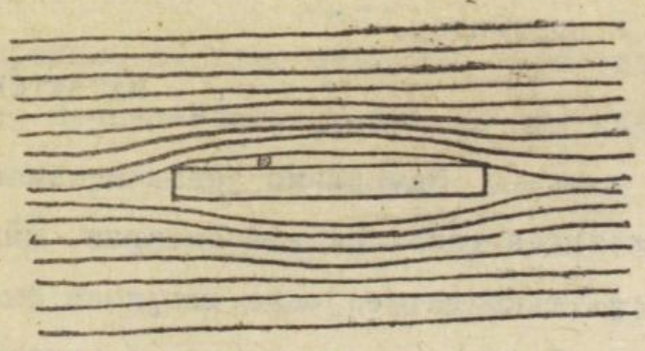
сл. 13.



ПАРАМАГНЕТИЧНА ТЕЛА

сл 14.

Узимимо један мали елементаран магнет, чију ћемо дужину означити са l а масу са m и тражимо дејство тога магнета у односу на једну тачку P. Дејство тога магнета на тачку P на јединици одстојања биће $2ml$ и то је за угао $\alpha = 90°$ кад права, која везује средину магнета са тачком P стоји управно на магнету. Али ако то није случај, онда се узима у рачун и угао α, образац за дејство постаје: $2ml\cos\alpha$ То је било, кад је се тачка налазила на јединици одстојања од магнета; али узимимо да се налази на одстојању r

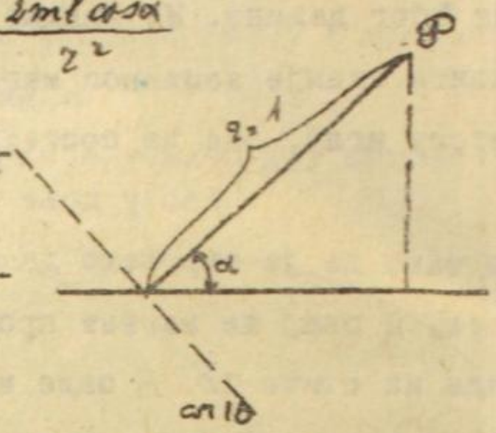


ДИЈАМАГНЕТИЧНА ТЕЛА

сл. 15.

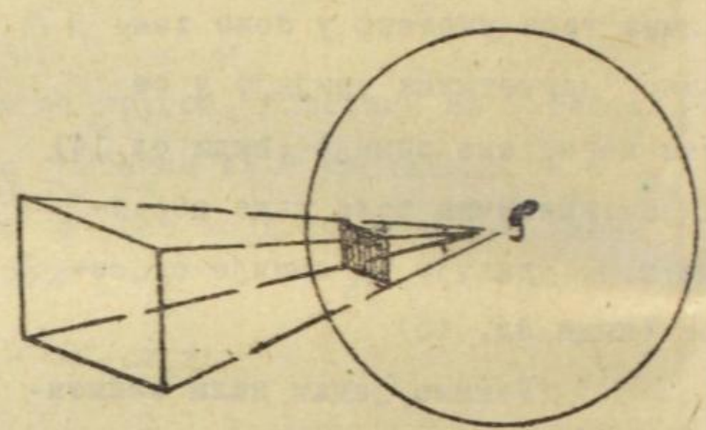
од магнета, онда пошто знамо да дејство магнета или у опште привлачења опада са квадратом даљине, то се отуда и образац за дејство - потенцијал претвара у образац $p = \frac{2ml\cos\alpha}{r^2}$

Количина $2ml$ назива се магнетски моменат и бележи се M отуда се образац претвара у $p = \frac{M\cos\alpha}{r^2}$



сл 16

Ако узмемо читаву површину, која дејствује на тачку и ако са S означимо магнетски моменат за ту површину, онда дејство површине у односу на ту тачку биће $\frac{S\cos\alpha}{r^2}$. Ако сад карактерне тачке те површине вежемо са тачком P добићемо тело пирамидиног облика. Опишимо из тачке P лопту са полупречником $r=1$ и нађимо површину коју ивице поменуте пирамиде граде на тој лопти. Та површина биће слична првој и исто дејство на тачку P биће $\frac{w}{r^2}$ из сличности имамо сразмеру: $S\cos\alpha : w = r^2 : 1^2$ отуда $w = \frac{S\cos\alpha}{r^2}$ Као што смо казали S је моменат прве површине и означимо га са M па ћемо добити $w = \frac{M\cos\alpha}{r^2}$ отуда правилом Потенцијал неке површине у односу на тачку P раван је оном потенцијалу, који је на остојању = 1 а обухваћен је истим рогљем - пирамидом.



сл 17

МАГНЕТСКИ ЛИСТ

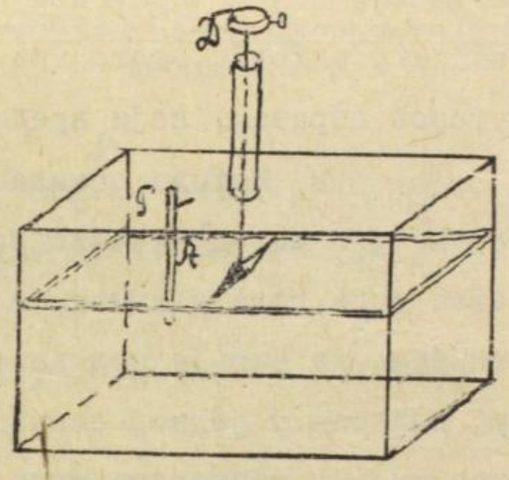
Замислимо један металан лист, гвоздени или челичан. који је магнетисан тако, да елементарни магнети стоје управно на површину тога листа, тако да је једна површина листа намагнетисана северно а друга пак јужно. Такав магнет назива се магнетски лист. Да би смо знали дејство таквог магнетског листа треба знати густину магнета (количину магнета на јединици површине) и дебљину његову. Ако је густина δ а дебљина d. онда је јачина магнета $\phi = \delta d$. Кад нека тачка пређе с једне стране тога листатога магнета на другу, пита се како ће се променути дејство. Дејство, које чини целокупна површина за ту тачку $= 2\pi\delta d$ (2π је пун угао под

којим ми видимо ту плочу свуд унаоколо) Пређе ли тачка на другу страну, дејство ће бити: -25δ. Разлика између првога и овога дејства је 4δ и каже се: Да кад једна магнетска тачка пређе с једне стране листастог магнета на другу, дејство јој се промени за 4δ

ЗАКОНИ МАГНЕТСКОГ ПРИВЛАЧЕЊА И ОДБИЈАЊА.

А. Кад су полови изоловани. Дејство двају изолованих полова одређујемо на два начина, и то: Куломовом вагом или осцилацијоном методом.

1) Куломовом вагом.- Куломова вага састоји се из једне стаклене кутије, на горњој површини на средини налази се отвор, кроз који пролази једна стаклена цев, на врху које се налази направа δ, о њој виси врло танак сребрн конац, о који се веша магнетска игла; та направа удешена је тако, да се може и хоризонталном положају кретати по њој на једну или другу страну (као завртањ). Сад се игла доведе у раван магнетског меридијана, али тако да при том сребрни конац не буде ни мало упреден. То се постизава тим, што се на место магнетске игле стави бакарна игла и доведе се у правац магнетског меридијана, при чем се конац неће усукати, јер земни магнетизам не утиче на бакар. Сад се скине бакарна игла на њено место стави се опет магнетска игла, која сад заузима тачно правац магнетског меридијана.



сл. 12

Но треба најпре да одредимо дејство земљиног магнетизма на магнетску иглу. То постизавамо на овај начин: Узмемо руком за врх стубића о ком виси конац и покренемо на десно направу δ за толико, да игла скрене са магнетског меридијана за угао од 1° Направа δ удешена је тако, да се на њој може прочитати угао, за који смо је променили а иглина скретања у овом случају $= 1^\circ$ читамо на подети, која се налази на кутији, и у хоризонталној равни са иглом, те нам тако сам врх игле показује степен, за који је игла скренула. Ако смо направу δ скренули за угао α зависи од дужине и дебљине жице, о којој виси игла, а он је сталан за једну Куломову вагу. То упредање жице по Кулому је 35 за 1° скретања магнетске игле.

Пошто смо тако одредили дејство земљино на магнетску иглу која се за једну вагу одреди само једном за свагда, и на свој се прибегнем. Ако треба да одредимо дејство какве магнетске шипке на иглу, то радимо овако: Кроз отвор P који се налази такође на горњој страни кутије, спусти се магнет A при том се пази, као што смо казали, да игла мора стајати у правцу магнетског меридијана, а да при том комад не буде ни мало усукан. При спуштању магнета A кроз отвор P мора се пазити на то, да се спушта исти пол магнета, којим је и игла на ту страну окренута.

Магнетска игла под утицајем магнета A скренута је од магнетског меридијана за угао α тај угао зависи од даљине магнета A према магнетској игли и од јачине магнета. При једном опиту на некој извесној даљини добије се угао α_1 при трећем угао α_2 ..... и.т.д. Дакле сваком одстојању магнета од игле одговара нарочито угао. Из тога кретања и кад се при том узме у рачун дејство земљиног магнета на иглу и торзију конца нашао је Кулон закон, који гласи: Два приближно независна пола привлаче се сразмерно својим масама и обрнуто сразмерно квадрату њихова одстојања. Магнетички образац пише са $\frac{m_1 m_2}{r^2}$ То је општи Њутонов образац, који вреди и овде.

2. Метода осцилације састоји се у овоме: Ако имамо једну магнетску иглу и њој принесемо пол каквог магнета, видећемо, да ће она услед дејства тога пола клатити, и што је пол магнета ближе игли, то ће клаћење бити брже, а ако је пол даље то ће клаћење бити спорије. Сад ако одредимо број клаћења у једној секунди на два различна одстојања, т.ј. да су у једном испитивању магнетска игла и пол магнета ближе а у другом даље, из разлике тога испитивања констатоваћемо опет исти закон $\frac{m_1 m_2}{r^2}$ као и код Куломове ваге.

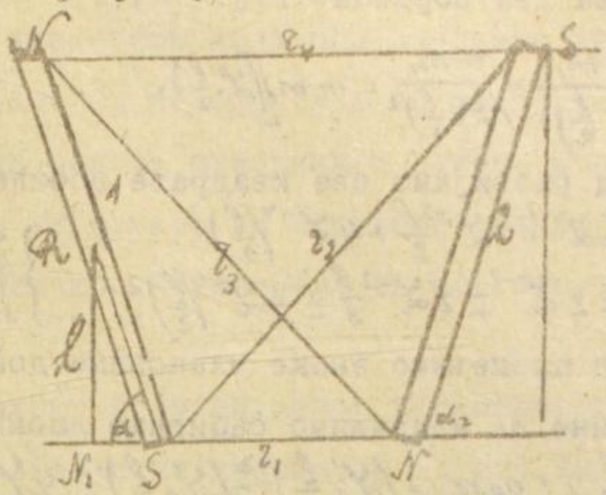
То је било дејство бар приближно изолованих полова. Али ако хоћемо да водимо рачуна о тоталном дејству долазимо до другог резултата.

B. ТОТАЛНО ДЕЈСТВО ДВАЈУ МАГНЕТА.

Узмимо два магнета, положаја, какав њим слика 19 показује Дејство између S пола првога и између N пола другога, дато је обрасцем $+\frac{m \cdot m_1}{r_1^2}$ Дејство је између S пола првога и S пола другога дато је обрасцем: $-\frac{m m_1}{r_2^2}$ (негативан знак је услед одбијања истоимених полова. Дејство пак између N пола првога и N пола другога дато је обрасцем $-\frac{m m_1}{r_3^2}$ И најзад дејство између N пола првога и S пола другога

дато је обрасцем + $\frac{mm_1}{r_4^2}$ //

Средиште магнета првога је у R Вежимо R и S_4 из R спустимо управну на r_1 та управна је крак силе r_1 и ако је $RS=b$ половина дужине магнета и $RSN_1=\alpha$ т.j. угао која гради r_1 са магнетом 1 онда је као што знамо, статички момената производ силе и крака, т.j. $\frac{mm_1}{r_1^2} \times l\sin\alpha$. За дејство између S пола првог и S пола другог магнета имамо моменат: $\frac{m \cdot m_1}{r_2^2} l \sin\alpha_2$ За дејство између N пола првог и N пола другог магнета имамо моменат $-\frac{m \cdot m_1}{r_3^2} l\sin\alpha_3$ И најзад за дејство између N пола првог и S пола другог магнета имамо моменат $+\frac{mm_1}{r_4^2} l\sin\alpha_4$ Кад саберемо ове моменте добићемо:



сл 19

$$0=\frac{mm_1}{r_1^2} l\sin\alpha_1 - \frac{mm_1}{r_2^2} l\sin\alpha_2 - \frac{mm_1}{r_3^2} l\sin\alpha_3 + \frac{mm_1}{r_4^2} l\sin\alpha_4$$

Али ако скратимо са $mm_1 l$ добићемо:

$$\frac{\sin\alpha_1}{r_1^2} - \frac{\sin\alpha_2}{r_2^2} - \frac{\sin\alpha_3}{r_3^2} + \frac{\sin\alpha_4}{r_4^2} = 0 //$$

За равнотежу сила, т.j. за сталан положај магнета, један према другоме, треба да је овај израз раван нули, као што је у оба образц назначено.

Дејство целокупног магнета у специјалном положају - Гаусови положаји.-

Положај двају магнета одредио је Гаусс. Он је узео два специјална положаја и једа од њих зове се први Гаусов положај; а други зове се други Гаусов положај

Први Гаусов положај је такав, да је горњи магнет хоризонталан, а доњи пак управан на њега. Да видимо сада законе привлачења: N пол горњег и S пола доњег привлаче се снагом: $\frac{mm_1}{r_1^2}$, а N пол горњег и N пол доњег одбијају се снагом: $-\frac{mm_1}{r_2^2}$. Ако сад означимо са l целокупну доњег магнета дужину, а са Z одстојање тачке ослонца доњег магнета с N пола горњег имамо да је: $r_1=\alpha-\frac{l}{2}$ и $r_2=Z+\frac{l}{2}$; ако сад ове вредности заменимо у горњим обрасцима добићемо за привлачење $\frac{mm_1}{(\alpha-\frac{l}{2})^2}$ за одбијање $\frac{mm_1}{(Z+\frac{l}{2})^2}$

Totalno dejstvo biće raz-

lika ova dva obrasca, t.j. biće:

$$f = \frac{mm_1}{(L-\frac{l}{2})^2} - \frac{mm_1}{(L+\frac{l}{2})^2} = mm_1\left[(L-\frac{l}{2})\right.$$

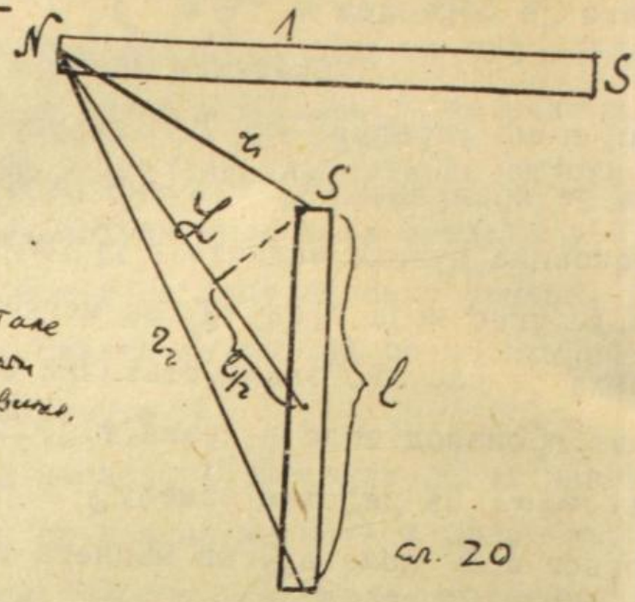
Ako sad razvijamo ove kvadrate dobićemo

$(L-\frac{l}{2})^2 = L^{-2} + 2L^{-3}\frac{l}{2} + 4L^{-4}(\frac{l}{2})^2 \ldots\ldots$ } ako ostale vrednosti zanemarimo.

$(L+\frac{l}{2})^2 = \pm L^{-2} \mp 2L^{-3}\frac{l}{3} \pm 4L^{-4}(\frac{l}{2})^2 \ldots\ldots$ }

Ako sad promenimo znake članovima dole jednačine pa izvršimo sabiranje dobićemo:

$4L^{-3}\frac{l}{2}$ // ; dakle $(L-\frac{l}{2})^{-2} - (L+\frac{l}{2})^{-2} = 4L^{-3}\frac{l}{2}$



sl. 20

Kad sad u gornjoj jednačini zamenimo ove vrednosti dobićemo:

$$f = \frac{mm_1 4\cdot\frac{l}{2}}{L^3} = \frac{2lmm_1}{L^3} \text{ //}$$

Iz ovoga čita se pravilo:

Magneti privlače se upravo srazmerno masama, a obrnuto srazmerno kubovima svojih daljina. To je bio prvi Gausov položaj, sad da vidimo

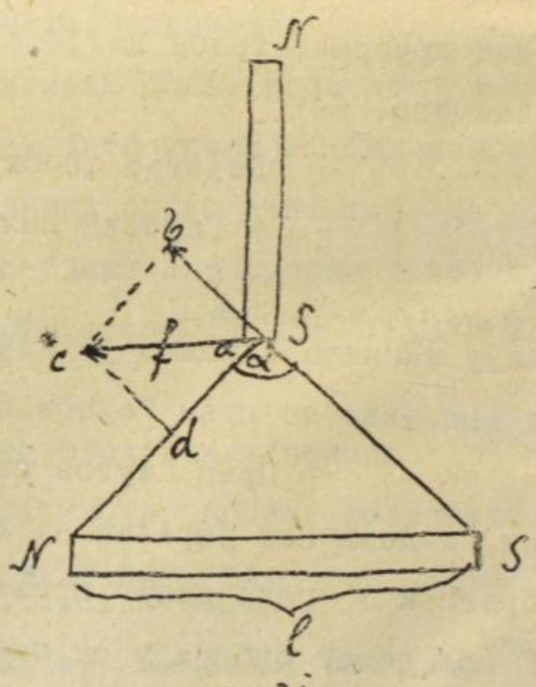
DRUGI GAUSOV POLOŽAJ.

Drugi Gausov položaj razlikuje se od prvoga u tome, što je ovde donji magnet horizontalan, a gornji upravan na njega. N pol donjega i S pol gornjega privlače se komponentom ad; a S pol donjeg i S pol gornjeg odbijaju se komponentom ab. Kad iz ove dve komponente načinimo paralelogram kretanja, to ćemo iz sličnosti trouglova dobiti $abc \sim aNS$ ovu srazmeru:

$f : ab = NS : z$ gde je $z = L$ ili

kad zamenimo $ab = \frac{mm_1}{L^3}$ i još ako je $NS = l$ dobićemo u gornjoj srazmeri $f : \frac{mm_1}{L^2} = l : L$;

odatle je $f = \frac{mm_1 l}{L^3}$. Dakle važi i ovde isti obrazac kao i za prvi Gausov položaj, samo je ovde vrednost dva puta manja nego kod prvog Gausovog položaja.



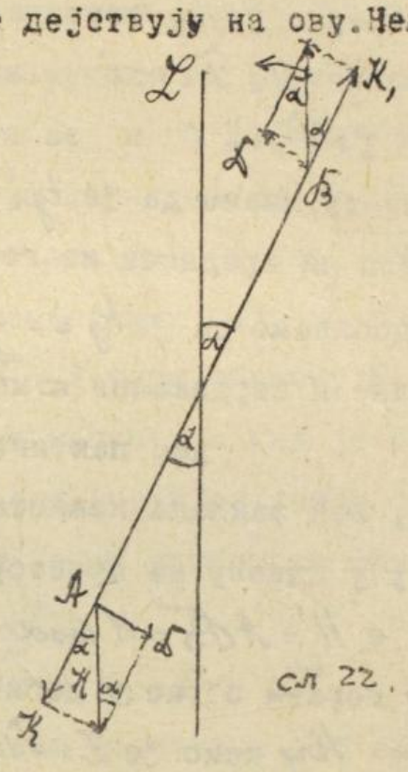
sl. 21

MERIDIJAN. DEKLINACIJA. INKLINACIJA I INTENZITET ZEMLJINOG MAGNETA.

Što magnetska igla zauzme stalan - određen položaj prema zemlji, dolazi od magnetizma zemljinog jer je i zemlja potpun magnet, i tim

вака игла, кад је положена на земљиној површини, узима се као да је поло-
жена на неки магнет и која услед дејства земљиног магнетизма заузима правац
север - југ. Тај правац, који заузима магнетска игла под дејством земљиног
магнетизма, назива се магнетски меридијан. Он се одређује по правцу магнет-
ске осе. Али астрономски северни и јужни пол са северним и јужним полом маг
нетским не поклапа се већ постоји неко скретање, то скретање назива се маг
нетска деклинација. Дакле скретање магнетског меридијана од астрономског
зове се зове се деклинација.

Ако оставимо једну магнетску иглу из њеног равнотежног поло
жаја према земљином магнету да видимо какве силе дејствују на ову. Чека нам
је игла скренута AB из меридијана за угао α, а L правац магнетског меридијана
На овако скренуту иглу дејствује један спрег сила, који долазе од земног магнетизма. Он
тежи да скрене магнетску иглу ка правцу маг-
нетског меридијана L, разложимо сваку од тих
сила на две компоненте, једну која иде у прав-
цу игле, а друга која стоји нормално на самој
игли. Компонента K_1 дејствују истим правцем а
супротним смислом, за то се потиру, а само у-
правна компонента S дејствује на иглу. Из
слике видимо да је $S = K \sin\alpha$ Вредност K



сл 22.

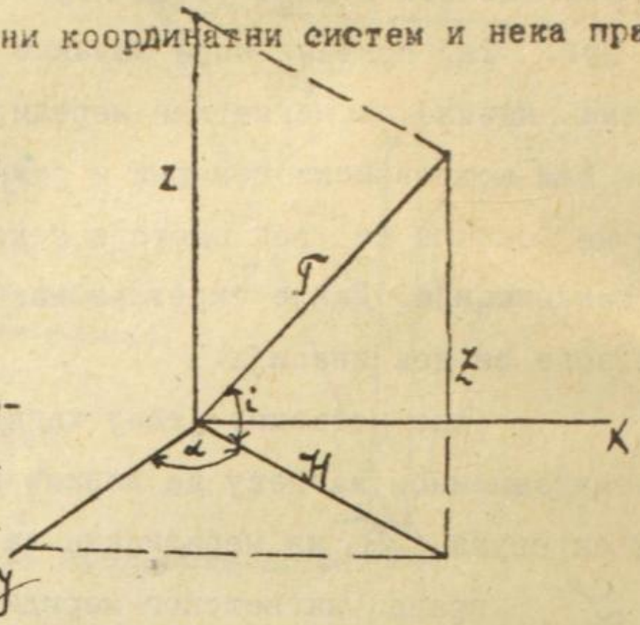
у овоме обрасцу стална је за једно место, дакле сила S зависи од угла α
Ако је $\alpha = 90^0$ т.ј. сила стоји управно на магнетском меридијану, сила S
има тада највећу вредност. Вредност за силу S у овом случају зове се:
Директиона снага земљиног магнета.

Инклинација.- До сада смо посматрали положај игле, која се
кретала око вертикалне осе, а у хоризонталној је равни, сада видимо обратно
т.ј. положај игле, која се креће око хоризонталне осе у вертикалној равни.

Ако пустимо иглу, да се креће око хоризонталне осе а у вер
тикалној равни, и да заузме сталан равнотежни положај (престављајући при то
да игла лежи у равни магнетског меридијана). Онда се угао, који игла на та
начин гради са хоризонтом, назива се инклинација. И инклинација као и дек
нација имају на разним местима земље и разне вредности.

Закон за инклинацију у односу на просторни координатни систем.

Узмимо један просторни координатни систем и нека права представља положај магнетске игле за неко место. Кад је она стављена тако да нам покаже инклинацију Нека је угао i инклинација т.ј. угао који игла заклапа са хоризонтом. Ако T разложимо на две компоненте једну хоризонталну а другу вертикалну добићемо слике: $H = T\cos i$ за хоризонталну и $Z = T\sin i$ за вертикалну компоненту, имамо да је $tgi = \frac{T\sin i}{T\cos i}$



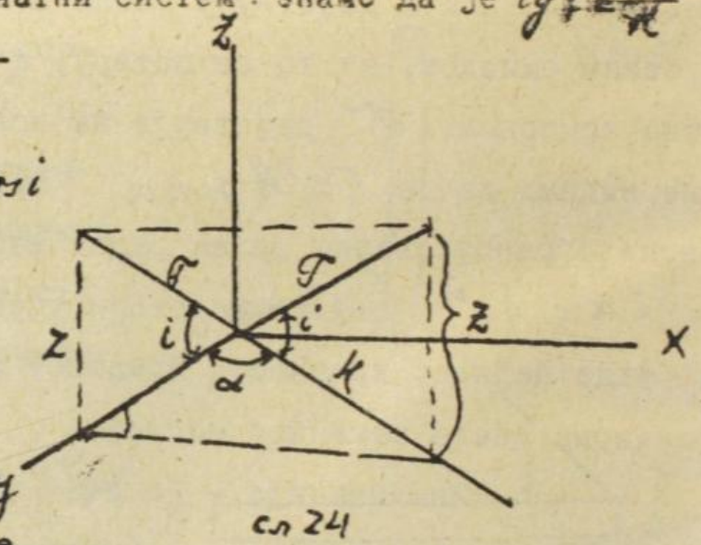
сл. 23

Заменимо ли вредност из горњих једначина добићемо да је $tg\, i = \frac{Z}{H}$. Дакле инклинација зависи од хоризонталне и вертикалне компоненте.

Ако пак игла не лежи у једној равни са магнетском меридијаном, већ заклапа известаг угао нпр. α онда ћемо имати вредност за инклинацију у односу на просторни координатни систем: знамо да је $tg\, i' = \frac{Z}{H'}$ како је $H' = AB = H\cos\alpha$ то заменом у горњем обрасцу добићемо $tg\, i' = \frac{Z}{H\cos\alpha}$ Ну како је $Z = T\sin i$, $H = T\cos i$ то ћемо заменом добити:

$tg\, i' = \frac{T\sin i}{T\cos i\cos\alpha}$; или $tg\, i = \frac{\sin i}{\cos i}$

$tg\, i = \frac{tg\, i}{\cos\alpha}$



сл 24

То значи да инклинација зависи од угла α т.ј. од угла који раван игле гради са равни земаљског меридијана. Што је угао α већи то ће и инклинација бити већа. Најзад кад је угао $\alpha = 90^\circ$ онда игла стоји управно. И инклинацију и деклинацију одређујемо справама непосредно.

ИНТЕНЗИТЕТ ЗЕМАЉИНОГ МАГНЕТИЗМА.

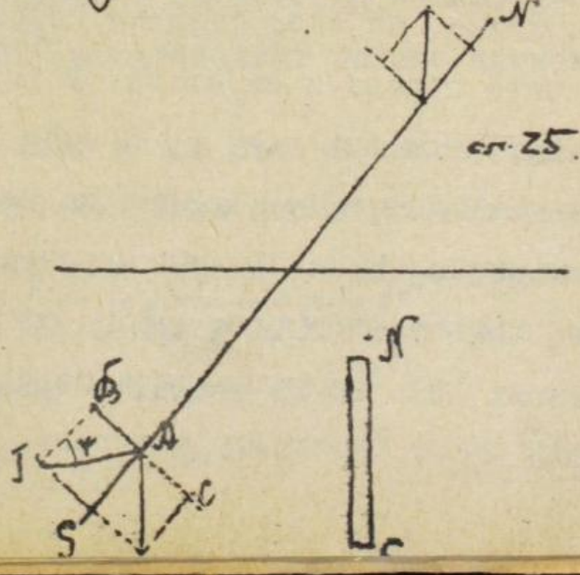
Хоризонтална пројекција тоталног земаљиног магнетизма јесте Константа земног магнета, која се назива хоризонтални интензитет земног маг

магнетизма. Видели смо да прве две (компоненте) т.ј. деклинацију и инклинацију, можемо мерити непосредно: али интензитет можемо мерити тек посредним путем и то: из времена клаћења слободне магнетске игле и њеног скретања. Ако пустимо једну магнетску иглу да се клати на месту на који тражимо интензитет земљиног магнета исто клаћење биће истоветно клаћењу а вршиће се по обрасцу клаћења клатка $t=\pi\sqrt{l/g}$ где је l дужина магнетског клатна а g привлачна снага земљина. Али пошто нам је немогуће начинити апсолутно математичко клатно то нам ваља у горњем обрасцу у место l увести количину X - дужину физичког клатна. Тада ћемо добити да је $t=\pi\sqrt{\frac{X}{g}}$ где је $X=\frac{i}{ms}$ Овде је i моменат љењивости клатна, m маса а s остојање (најкраћа клаћка од тачке ослонца). Али је $ms=M$, статички моменат, па заменом у ранијем обрасцу добијамо: $t=\pi\sqrt{\frac{i}{msg}}=\pi\sqrt{\frac{i}{Mg}}$. и то је образац за клаћење физичког клатна. Тај образац применићемо за магнетску иглу. Пошто на клаћење магнетске игле не утиче привлачна снага земљина - тежа, већ хоризонтални интензитет магнетски, т.ј. количина магнетизма коју ми тражимо, то ставимо у горњем обрасцу место g количину T. У овом обрасцу m је магнетна маса а s није остојање тежишта но дужина магнета и ако је означимо са l то ће образац за клаћење магнетске игле под утицајем земље бити $t=\pi\sqrt{\frac{s}{mlT}}$ или ако ставимо да је $m.l=M$ где је M магнетски моменат онда је $t=\pi\sqrt{\frac{s}{MT}}$ или $MT=\frac{\pi^2 s}{t^2}$ . . . . . 1).

У једначини првој непознато нам је M и T т.ј. имамо једну једначину са две непознате. Треба нам да нађемо још једну једначину са исте две непознате те да би из њих могли наћи непознате M и T Да би добили ту једначину посматрамо један од Гаусових положаја. Нека игла SN која се поставила у известан положај утицајем земље промени тај положај утицајем магнета SN тако да нови положај заклапа са сагласна угао φ. Сопрегнута

којих се утицајем земљиним јавља тежи да поврати ту иглу у равнотежни положај док сопрегнута магнета дејствује супротно.

Нађимо резултат оба та дејства. Разложимо обе те силе на по две компоненте од којих једна иде правцем



игле а друга управно на иглу. Оне силе које иду правцем игле, потиру се на оним на другој страни игле, а дејствују само управне компоненте. Ако хоћемо равнотежу онда мора бити $AB = AC$ но $AB = MT\sin\varphi$ где је M моменат магнетске игле), а $AC = \frac{2MM'}{L^3}\cos\varphi$ Образац за први Гаусов положај, где је L растојање од игла, то је: $MT\sin\varphi = \frac{2MM'}{L^3}\cos\varphi$

$$\text{или } T\operatorname{tg}\varphi = \frac{2M}{L^3} \text{ или } \frac{M}{T} = \frac{L^3\operatorname{tg}\varphi}{2} \quad \ldots\ldots 2.$$

ово је друга тражена једначина, у којој су непознате количине M и T Решимо по M па ћемо добити: $M = \frac{TL^3\operatorname{tg}\varphi}{2}$ и кад заменимо у 1) обрасцу добијамо:

$$\frac{T^2L^3\operatorname{tg}\varphi}{2} = \frac{\pi^2 s}{t^2}; \quad T^2 = \frac{2\pi^2 s}{t^2L^3\operatorname{tg}\varphi} \text{ или } T = \frac{\pi}{t}\sqrt{\frac{2s}{L^3\operatorname{tg}\varphi}} \quad \text{што је}$$

образац за одредбу хоризонталне компоненте земљиног магнетизма.

Да би се све ове количине, које се налазе с десне стране одредиле, треба пустити иглу да клати под утицајем земљиног магнетизма, те да нађемо време клаћења. Моменат дебивости налазимо по обрасцу $T = \frac{L^2+R^2}{12}Q$ где је L дужина игле, R дебљина а Q тежина. Даље треба одредити угао φ помоћу магнетског теодолита, који ћемо сад описати. L^3 лако је непосредно измерити јер је то одстојање игле од магнета у Гајусовом положају. Дакле све је познато за одредбу T које и сами видимо.

СПРАВА ЗА ОДРЕЂИВАЊЕ ТРИЈУ КОНСТАЧАТА ЗЕМНОГ МАГНЕТИЗМА.

Справа, којом се одређују све ове три константе, назива се магнетски теодолит. Овај теодолит састоји се из једне призматичне магнетске шипке, чије су базисне површине углачане и служе као огледало у ком се чита подела и скретање. У тој огледаластој површини магнетској гледа се дурбином лик поделе. Помоћу дурбина одреди се сад астрономски меридијан затим се пусти магнет да слободно виси, он ће заузети правац магнетског меридијана. Ми сад окренемо дурбин и читамо поделу у огледалу, и угао за који смо скренули дурбин из астрономског меридијана.

Инклинација се одређује справом, код које се тражи нагиб игле према хоризонту кад раван игле пада у раван магнетског меридијана.

Магнетски меридијан одређује се овако: Узме се инклинацио на бусола и окреће се тако, док се не доведе да магнетска игла заузме вертикалан положај према хоризонту. Раван магнетске игле у оваком положају нормална је на равни магнетског меридијана, зато треба раван игле пасти у раван магнетског меридијана.

Компоненту хоризонталну т.ј.интензивност земљиног магнетизма, треба посматрати клаћењем игле под утицајем земљиног магнета и скретањем. Све те вредности налазимо теодолитом. Одређиване клаћења интензитета посматраћем клаћења и скретања бива: Кад се пусти игла да се клати и помоћу нарочитог сата - хронометра, коме се зна ход, одреди време клаћења игле онда метемо магнетску иглу у први Гаусов положај и по њеноме кретању одредимо вредности $\mathcal{L}$ и $\mathcal{S}$ су за један теодолит сталне и одређене вредности, t имали смо посматраћем, које смо до сада изложили.

Има извесних места на разним ширинама земље, која имају исту деклинацију, инклинацију и интензитет.

Кад сва места која имају исту декланацију вежемо једном линијом, онда ће она бити кривог неправилног облика. Линије, које везују места са истом декланацијом, зову се изогене. Линије које везују места са истом инклинацијом зову се изоклине. И најзад линије које везују места исто интензитета називају се изодинамичке.

Деклинације могу бити источне и западне, према томе да ли игла скреће на исток или запад од астрономског меридијана. Линије. на којима је инклинација равна нули, називају се аклине. Раван, која стоји управо на магнетској оси наше земље, а пролази кроз центар њен, зове се магнетски екватор.

Варијација тих трију компонената. За Београд нађено је да има деклинацију 8° на запад, инклинацију 60° и интензитет земног магнета 622.

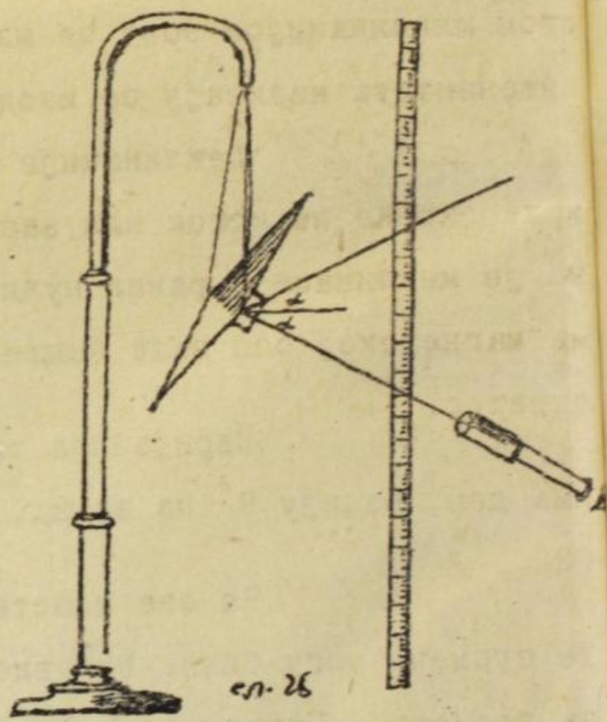
Но ове константе нису за једно место сталне већ се мењају. Те промене могу бити: вековне, годишње и дневне. Тако посматрана је вековна промена у Паризу и то промена деклинације и нађено је да је године 1580 била деклинација 11°30' (осим тога, године 1663 била је деклинација 0°) затим се кретала на запад и 1700 год. била је 8° 10' на запад. Године 1819 достигла је максималну вредност од 22° 29' западно Затим се постепено кретала на исток и године 1874 била је 17° 30', то исто бива и са инклинацијом.

разна доба године различна; тако летње деклинације су јаче но зимне и т.

Дневне измене су такве, да магнетска игла за 24 сата н стална, већ има различну и деклинацију и инклинацију. Све дневне промене иду упоредо са температуром, те тако деклинација има максимум од 2-5 час после подне, а инклинација напротив има минимум.

Постоји нека зависна веза између инклинације и интензит Тако кад инклинација расте, интензитет опада и обратно.

Справа којом се може одредити деклинација зове се декл ционa бусола. Справа за одређиваве инклинације зове се инклинациона бусо А справа којом се одређује интензитет земљиног магнетизма зове се бифилар магнетометар; састоји се из једног магнета обешеног о два конца који леж у једној равни код игла стоји управно на магнетском меридијану. Чим игла скрене мали конци се уврну и не леже више у једној равни, услед чега се т живте игле надигне а Земља тежи својим магнетизмом да га врати у равнотеж На магнету је огледалце, и кад је магнет управан на магнетском меридијану онда кроз дурбин, а на огледалу, које је на магнету, читамо број удаљена летве. Ако се интензитет тога места смањи или повећа, онда ми нећемо више видети у огледалу онај исти број летве, који смо видели овај пут, већ неко ји други. На тај начин по углу скретања меримо интензитет.



сл. 26

Осим ових периодичних можемо имати и пертурбационих - случајних промена Тако магнетска игла мења свој положај, кад је бура земљотрес и.т.д.

Овакве промене на магнетској игли зову се: магнетске буре.

МЕРЕЊЕ МАГНЕТСКИХ ВЕЛИЧИНА.

У Механичком делу видели смо, да све физичке појмове и величине можемо представити трима количинама: Временом T масом M и дужином L. Покушајмо да и магнетске количине изразимо истим количинама.

а) Сила привлачна двеју магнетских маса јесте $P = \frac{m m_1}{r^2}$

ако је $m = m_1 = 1$ а $r = 1$ онда имамо јединицу магнетске силе; ако ли

маса и растојање масу равне 1 онда можемо ставити $m = m$, па је $P = \frac{m^2}{r^2}$
Димензија силе је $P = LMT^{-2}$ магнетизма маса $m = \sqrt{Pr^2} = r\sqrt{P} =$
$rP^{\frac{1}{2}} = LL^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2} = L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T$

b) Потенција је као што знамо сразмерна маси магнета а обрнуто сразмерна даљини т.ј. $v = \frac{m}{r} = \frac{L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}}{L} = \underline{L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T}$

c) Интензитет магнетског поља добијамо из обрасца за силу којом се привлаче две масе у магнетском пољу и интензитета H т.ј. $P = mH$ или $H = P/m$ те је интензитет $H = P/m = \frac{MLT^{-2}}{L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}} = L^{-\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$ димензије интензитета магн. поља.

d) Магнетски моменат изражен је образцем $M = ml = M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{3}{2}}T^{-}$ = димензије магн. момента. Као што се види све величине магнета у стању смо да изразимо трима по знатним количинама.

$= L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$.

К Р А Ј.

Литографија Косте М. Бојковића Македонска улица бр. 21.
Београд.

Физика.-Топлота табак 1.

НАУКА О ТОПЛОТИ.

Кад смо проучавали звук, казали смо да је граница трептања, до ко је још чути звук можемо, 40.000 трептаја у једном секунду. Преко ове границе трептање је за уво неосетљиво, али оно утиче на нашу кожу, и познато је под именом т о п л о т а. Ово је дакле један нов феномен, коме је главни узрок кретање. Да има код сваког тела овога појава, знамо из искуства, јер је доволна наша кожа па да кажемо, да је наше тело топло или хладно-само што је то осећање наше коже релативно. Тако на пр. кожом осећамо, да је подрум зимо топао, а лети хладан, но ово је осећање релативно, јер је температура подрума готово увек стална. Па пошто нашом кожом не можемо да констатујемо тачно степен топлоте, то се за ово служимо нарочитим справама.-

Свако се тело налази у извесном стању топлотном, и то се зове т е м п е р а т у р а. Но између температуре и топлоте треба правити разлику, јер то двоје није једно исто, пошто нека тела од других имају више топлоте, и међутим температура им је ниска. Ју меримо т е р м о м е т р и м а, а да би одредили апсолутну количину топлоте, узима се као мера к а л о р и ј а. У калориметрији ћемо калорију тачније проучити, а овде ћемо поменути само шта је она. Под к а л о р и ј о м разуме се она количина топлоте, која је потребна, да један ($1 cm^3$) грам воде загреје за 1°. Свакоја калорија зове се м а л а, јер има в е л и к и х к а л о р и ј а, т. ј. количина топлоте, која је кадра да 1 кгр. воде загреје за 1°.

К а к о с е ј а в љ а т о п л о т а ?.-Топлота се јавља на два начина или се: 1-преноси с молекила на молекил, или 2-кроз етар тј. невостан медијум у зрацима; дакле топлота је с п р о в о д н а или зрачна. Прва се јавља нпр. кад држимо какав челичан прут на ватри, видећемо после извесног времена, да се исти загрејао и онде, где ми руком држимо, толико, да га више нр можемо држати у руци, а то је стога што се топлота преносила-спроводила -с молекила на молекил. Друга се јавља нпр. кад станемо близу загрејане пећи, осетићемо топлоту. Да је и једна и друга топлота једно и исто увери ћемо се самим посматрањем и једне и друге. Тако нпр. код пећи ћемо видет

да постоји и спроводна и зрачна топлота, што значи, да ће и зрачна топлота загрејати неко тело-као и спроводна-кад до њега доспе. Разлика је између њих једино у томе, што код прве трепери извесна врста молекила, а код друге опет друга врста молекила.

О с о б и н е т о п л о т е.-Топлота је 1.) н е м е р љ и в а тј. нема никакве тежине, јер она није материја, као што се пређе држало, пошто се овде само молекили крећу већом брзином, а маса им је остала иста у ствари не постоји.-2. Топлота се не да у једном телу затворити, већ је мора пуштати у околину, ако ова и није на истом ступњу топлоте, докле она т е ж и д а с е н е п р е с т а н о р а с п р о с т и р е.-Што се тиче појава на телима, које топлота изазива, оне се могу поделити на двоје: или ће топлота остати на самом телу, или ће се и на друга тела пренети. Она топлота, која се задржи, или ће се употребити на то, да повиси температуру телу, или ће му променути агрегатно стање:

И з в о р и т о п л о т е.-Први извор топлоте јесте С у н ц е Оно је главни извор топлоте за нашу земљу. За годину дана пошаље сунце толико топлоте земљи, да је та количина довољна, да ледену куглу ~~једнаку по-~~ ~~лупречнику, равној одстојању од сунца~~ око земље, дебелу 31 м, истопи.-Други извор топлоте јесу х е м и с к е р е а к ц и ј е -п р о ц е с и.-Трећи извор за топлоту јесте м е х а н и ч к и р а д, јер кад је она производ утрошена, то је њим и можемо произвести. У обичном животу има много прилика при којима се топлота производи на овај начин. Тако нар. при бушењу бургија, при трљању металног дугмета о оштру материју, при трљању дрвета једно друго-као што дивљаци производе ватру -при кресању кремена добијамо варнице и т.д. Румфорд је при бушењу тола произвео толику топлоту, да је вода могла прокључати. Четврти извор топлоте јесте г о р е њ е, које није ништа друго до хемиски процес тј. сједињавање кисеоника са телом које гори. Сва тела имају своју нарочиту температуру горења. Некад сва топлота изађе одма[illegible] и некад се изгуби и потроши у самом сједињавању; и у случају да та[illegible] топлота, коју су је произвели, онда ону топлоту која [illegible] у противном бива с а г о р е -

Физика-Топлота.

в а њ е,као што се дешава нап.између угљена и кисеоника.За сагори 1 грам водоника са потребном количином кисеоника,потребна је највећа количина топлоте,која се може вештачким путем произвести,а то 34.000 калорија тј.да се 34.000 гр.(34 кгр.)воде загреје за 1°.Ако је пак чист угљен потребно је 8.000 калорија.За тим за дрва разне сорте треба и различна количина топлоте.На испаравање воде троши се врло много топлоте.У дрвету пак има пепела који треба загрејати па стога се ту,и за ово троши топлота. Све споредне ствари у веће су прилика велике,и стога сва ова тела морају имати другогачију топлоту,и за то нека горива дају више топлоте но друга.Што се тиче горења нека тела горе на обичној температури(фосфор),а нека тек на вишој(дрво,угљен) и међу свима овим горењима заустављемо се код горења чистог угљена са чистим кисеоником.Но у ваздуху није чист кисеоник,већ су 4/5 азота,а само $^1/_6$ кисеоника,долази и већа количина азота.И ако су све ово споредне ствари,опет у појединим приликама од њих много зависи.

Тела горе на разне начине тј.да или развијају гас и дају п л а м е н,или не развијају гас те и не дају пламен,већ н а р.Чист угљен гори без пламена т и њ а,а ако има у њему гасова,онда се јавља п л а м е н. Узећемо на пр.да посматрамо пламен код свеће,дрвета и т.д.где се јавља топлота и светлост.Топлота пламена зависи од утицаја ваздуха т.ј.од количине кисеоника,и што је већа струја,кисеоника то је већа и количина топлота потребна да је загреје.Зато и није оноликa топлота пламена колико треба да је.

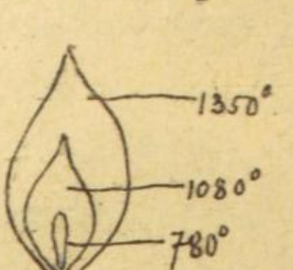
П л а м е н - њ е г о в а к о н с т р у к ц и ј а.

Узмимо да запалимо свећу,тада треба прво да се загреје фитиљ и да се стеарин мало отопи,па се тада услед порозности фитиља растопљени материјал свеће пење и претвара у гас,који се запали и добије се пламен.На пламену имамо да разликујемо:1,)д о њ и м к п л а м е т и н к а с т и о.То су лако испарљити угљоводоници.Овај је део пламена врло хладан.-)У н у т р а ш њ и д е о п л а м е н а ф и т и љ а п л а в о-црн,и ту се скупљају гасови и испарени продукти,што још нису дошли у једињења,те се загревају. Овај је део пламена приметно хладан.Ако у њ унесемо палидрвце неће се

Физика - Топлота

које се одмах запалити. Овај је део пламена материјал за горење. З д е о п л а м е н а топлији и светлији г 4 д е о п л а м е н а где се гасови једине са кисеоником и горе, те је за то овај део најсветлији и најтоплији. На послетку долази један





омој пламена који је у непосредном додиру с ваздухом, он је хладнији јер своју топлоту даје ваздуху. Да је заиста пламен неједнако топао, уверићемо се, ако брзо провучемо кроз пламен танку дрвену шипку (палидрвца), то ће она на неким местима постати црна, а на неким ће остати онаква, каква је и пре била. Температура је пламена у врху 1350°, у средини 1080°, а у хладном делу 780°.

Пламенова има који с в е т л е и који н е с в е т л е. Светлост пламена долази у обичном пламену, или од оксида магнезијума у магнезијумском пламену и т. д. Пламен водоника не светли, јер нема никаквих чврстих делова.

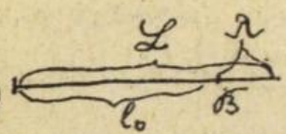
П е т и и з в о р топлоте јесте ж и в о т и њ с к и о р г а н и з а м, јер се животиње могу сматрати као справа, које х е м и ч к о р е а к ц и ј о м прибављају себи топлоту. Та је топлота за исту животињу стална. Топлоту имамо код свих животиња, и ако су неке од њих хладнокрвније. Свакако је температура топлокрвних животиња већа од температуре хладнокрвних и од температуре околине, али главно је, да и хладнокрвне животиње имају већу температуру него околина (за 2°- 5°) у којој као нап. рибе нису могле примити топлоту од воде, пошто је она хладнија, и имају дакле већу температуру него вода. До данас нема животиња, код које би топлота била мања од топлоте околине, те према томе све животиње можемо сматрати као топле изворе. Код човека је средња топлота 37° С. Најнижа је температура примећена код једног Хотентона а она је 35,8° С, а највиша 38.9° С, једнога од 3, а другога од 42 година. Тице имају већу топлоту. Највећа је топлота код кокошака 43° С, и најнижа је код јастреба 27° С, код мачке и пса 38 9° С, код тигра 37 2° С, и т. д. Пошто смо се упознали са неке особинама топлоте, на вишто сада неће дејства на тело. Та дејства

имо на две групе 1 д е ј с т в о г д е с е а г р е г а т н о
т а њ е т е л а н е м е њ а и 2 где се оно м е њ а

1. ДЕЈСТВО ТОПЛОТЕ
БЕЗ ПРОМЕНЕ АГРЕГАТНОГ СТАЊА.

Ш и р е њ е — Први појав који опажамо кад неко тело загрева
је јесте да се његови молекили један од другог удаљују т.ј. тело се
шири издужи заузме већу запремину стога што загревањем повећава ам
плитуду сваког молекила и кад се она повећала то треба молекилу доста
ста да се рашири. Ширење може бити л и н е а р н о т.ј. само у јед
ном правцу п о в р ш и н с к о је у д в а к у б н о је у сва три,
равца

Л и н е а р н о ш и р е њ е — Узмимо једну металну шипку АВ
а дужином l_0 која је једним крајем утврђена при томе има температу
ру 0° и загрејмо је на ϑ°, то ће шипка постати дужа и биће после за-
гревања дужине $\mathcal{L}$. Означимо ли са λ целокупно издужење



шипке услед загревања за ϑ° онда је $\mathcal{L} = l_0 + \lambda$, образац
е од прилике исти као и код е л а с т и ч н о с т и,
само што овде не вучемо теретом већ загревамо — К о е ф и ц и е н а т
т о п л о т е (као и код еластичности јесте издужење, кад се једна
шипка загреје од једнице дужине за 1° и истегне за α, дакле к о е ф и -
ц и е н а т ј е α. Ако ли пак загрејемо шипку не за 1° већ за ϑ° онда
је истезање биће $\alpha.\vartheta$ јако при том још не узмемо јединицу дужине већ ду-
жину l_0 онда је целокупно истезање $\lambda = l_0 \alpha.\vartheta$ Према томе после загрева-
ња цела шипка је дугачка $\mathcal{L} = l_0 + \lambda = l_0 + l_0.\alpha.\vartheta = l_0(1+\alpha\vartheta)$. Ако је $\vartheta = 1^\circ$ и $l_0 = 1$, онда је
$\alpha = \lambda$ а то је тај к о е ф и ц и е н а т и с т е з а њ а, α је за раз
личне температуре различно. Видећемо да он игра врло важну улогу и има
примене (примерену) на разним температурама разним мерама н.пр. метром и мерење
се мора на известан степен топлоте свести, обично на температуру 0°
јер би иначе погрешно мерили, пошто је мера (н.пр. манаџ од метала)
равне дужине, ако је изложена разним температурама (јер је она тада ра
зличка) а да не сводимо на температуру 0° служимо се обрасцем
$\mathcal{L} = l_0(1+\alpha\vartheta)$, из кога, решавајући по l_0 добијамо једначину $l_0 = \frac{\mathcal{L}}{(1+\alpha\vartheta)}$

Нека је мера (н.пр. ланац) прављена на ϑ° а. ми меримо на ϑ_1° -онда имамо $l_0 = \frac{l}{(1+\alpha\vartheta)}$ $l_0 = \frac{l_1}{(1+\alpha\vartheta_1)}$ онавде је $\frac{l}{1+\alpha\vartheta} = \frac{l_1}{1+\alpha\vartheta_1}$, а одатле $l = l_1 \frac{1+\alpha\vartheta}{1+\alpha\vartheta_1}$

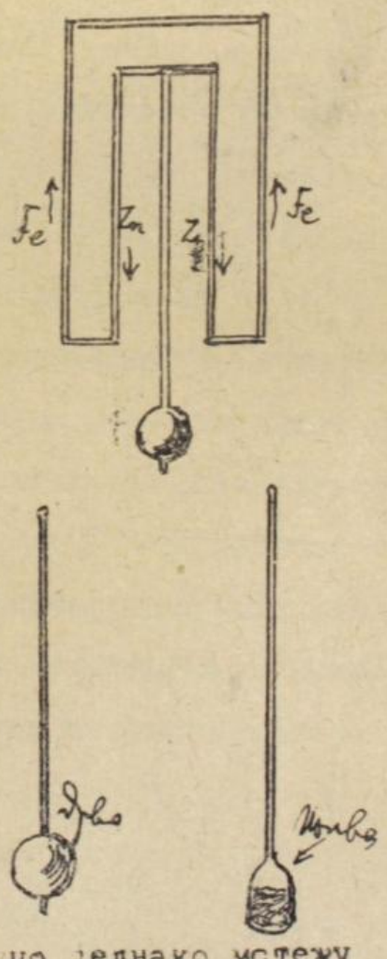
Ово је образац за свођење мере на температуру, на којој меримо, кад нам је позната дужина мерила на температури ϑ и сама та температура, на којој је мерило иправљено. Овако се ради при свима тачним мерењима. Разлика што је нађена овим обрасцеи између дужине на дотичној температури на којој је метар дељен и између дужине на дотичној температури мала је, но иначе за велике дужине износи много. За Pt је α = 0.0000285, за Ag, α = 0.0000191, дакле сребро се мање истеже од олова. За Cu је α = 0.00 00172 за Fe, α = 0.0000118, за Pt α =0.0000108 и т.д. - Код површинског ширења немамо ничега новог него одмах прелазимо на:

Ширење у сва три правца - кубно или телесно.-

Ту морамо водити рачуна о запреминама и $V = V_0(1+\beta\vartheta)$ слично обрасцу $l = l_0(1+\alpha\vartheta)$ за линеарно истезање, само што је коефициенат други. Рачуном је нађено да је ово $\beta = 3\alpha$ и то овако. Ма какво било ширење, можемо га сматрати да ће бити у три димензије. Запремина тела у опште је $v = l^3$ а на температури ϑ имамо $v_\vartheta = l_\vartheta^3$. Заменом вредности за l_ϑ имамо $v_\vartheta = l_0^3(1+\alpha\vartheta)^3 = l_0^3(1+3\alpha\vartheta+3\alpha^2\vartheta^2+\alpha^3\vartheta^3)$. Пошто је α бесконачно то је и његов квадрат и куб још мањи, те се чланови, у којима је α на другом или трећем степену чинитељ, могу изоставити, те ћемо на тај начин имати $v_\vartheta = l_0^3(1+3\alpha\vartheta)$ или $v_\vartheta = v_0(1+3\alpha\vartheta)$ из чега се види да је $\beta = 3\alpha$ т.ј **коефициенат кубног ширења три пут јеће ћи од коефициента линеариог ширења**

Примена ширења.- Прва је примена ширења она, што смо видели код тачног мерења. Друга је примена ширења што се помоћу њега може одредити, колика је молекилска снага каквог тела, кад смо говорили о еластицитету а кад смо гвоздену шипку, пресека 1 см, а дужине један метар оптеретили са 100 кгр. истегла се за 0.000048. као што је то експериментом доказано. Ако ли пак ту шипку загрејемо од 0° до 100° продужиће се много више и то за 0.001235. Ако прежимо однос између ове две вредности, видећемо да је ова друга 26 пута од прима-

ке већа од прве другим речима, кад би смо шипку од 1 метра дужине $см.^2$ у пресеку истегли са 26 x 100 = 2.600 кгр., она би се истегла за 0.001235. Дакле сасвим је све једно, или оптеретили ту шипку са 2 600 кгр. или је загрејали до 100^0 и до овоме можемо да дознамо молекилску снагу код тела, које се услед хлађења купи. Н.пр. шине на точковима набијају се врело, па приликом хлађења стегну точак толико, чуто снагом од 2600 кгр. колико имају □ см. у пресеку. Исто тако за кућу која је слаба, нема бољег средства, но стегнути је с две стране гвозденим крстовима, састављеним једном шипком, што кроз зид иде, и која се прво загреје а после шрафови стегну. Овде ће произведена снага бити много већа, но ма шта друго употребили. Ово што вреди за гвожђе вреди и за остале метале, само што је код неког од њих ова снага много већа, а код неког мања. Ширење је нашло примене и код клатна јер се и ту дужима клатна мења према температури. Казали смо у ком односу стоји кремо клаћења са дужином клатна и нашли оно да је $t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. Ово је дакле и код истог клатна промењиво, јер се оно услед температуре продужава и скраћује. При нижој температури оно спорије клати, но при вишој. За обичан живот ова погрешка није ништа, али за тачно мерење и ово треба узети у рачун, и из овог узрока прави се компензовано клатно, т.ј. клатно се мора направити независно од температуре. Ова се компензација постиже, што се разни делови материје приближно једнако истежу или пак с врло малом разликом. За то се узму две гвоздене шинке које се истежу у извесном смислу - на више, и две цинкане које се супротно утврђене т.ј. истежу се у супротном смислу - на ниже и између њих је



утврђено клатно. Према овоме, пошто се цинк и гвожђе подједнако повећавају према температури то, колико се тежиште клатна услед ширења цинка спусти у толико се услед ширења гвожђа подигне, те на тај начин тежиште остаје увек стално на истом месту, ма како се температура метала те је и дужина клатна стална. У свима другим приликама прави се клатно од дрвета, пошто је оно према температури најнеосетљивије. Но у место оног сочива на клатну узима се суд са живом, и дужина клатна одређена је за извесну температуру пошто у колико се тежиште услед ширења живе повиси, јер дно не може да сиђе, у толико се услед самог клатна, шипка опусти и отвар је иста.

На ова два начина можемо прилично постићи да направимо клатно компановано.

Ова особина метала да се шире употребљена је код џепних сатова и ту компензација бива код спирале са точком. Точак се окреће око перпедикуларне осовине и регулише кретање својим моментом лењивости, а ако се точак услед температуре рашири, то му је и полупречник, а следствено и моменат лењивости већи и кретање није изохроно. Да би се ово избегло, онај део сата који клати гради се овакоог облика као што показује слика. Он се састоји из котура који је у средини утврђен а на крајевима има два лука од два разна метала, који се разно шире на истим температурама и на њима се налазе два терета (куглице) исте тежине. Ако се температура промени онда се опруга искриви или исправи и тиме се терети више приближе или удаље један од другога, те тако моменат лењивости точка остане исти и тим клаћење буде изохроно.



Ширење течних тела. - Код овог ширења није отвар проста, јер ни једну течност не можемо одвојити за се, зато морамо водити рачуна о ширењу суда у коме је течност. Ако имамо стаклени суд, напуњен водом, и ако тај суд нагло замочимо у врелу воду видећемо да ће се вода у суду спустити, а доцније опет попети. Томе је узрок што се суд прво моменталио загрејао, услед тога се

раширио, а топлота још није води у довољној мери саопштена, да се и она рашири; доцније, кад се услед повишене температуре топлота пренесе и на воду, онда се и она шири и пење. Обратно бива кад топао суд са топлом водом у њему, нагло спустимо у хладну воду, тада ће се вода из суда излити напоље, пошто се суд услед хладноће скупио, а вода се још није охладила. Овде имамо дакле два посла, јер се суд сасвим независно шири од течности, и ова два ширења морамо одвојити; наћићемо им прво вредност, а за тим узети њихову разлику. Нека је v_ϑ запремина суда на температури ϑ° (а разуме се на 0° биће v_0), онда је $v_\vartheta = v_0(1+\beta\vartheta)$; међутим запремина течности за исту температуру нека је v_ϑ' (за 0° биће v_0'), и онда је $v_\vartheta' = v_0'(1+\gamma\vartheta)$. γ је други коефициенат и већи је од β , ако смо нпр. посматрали стаклени суд и живу, јер се жива више шири него ли стакло. Да видимо сада промене запремине $v_\vartheta - v_0 = v_0\beta\vartheta$ и за течност $v_\vartheta' - v_0' = v_0'\gamma\vartheta$. Ово су промене и код суда и код течности а нама су потребне промене за јединицу запремине (нпр. за запремину од 1 литра) с тога ћемо поделити са $\begin{cases} v_0 \\ v_0' \end{cases}$ $\frac{v_\vartheta - v_0}{v_0} = \beta\vartheta$; $\frac{v_\vartheta' - v_0'}{v_0'} = \gamma\vartheta$! Ова је пак промена за јединицу запремине али на ϑ°, а нама је потребно да знамо промену за 1°, т.ј. треба два последња израза поделити са ϑ и онда је:

$\frac{v_\vartheta - v_0}{v_0 \cdot \vartheta} = \beta$; $\frac{v_\vartheta' - v_0'}{v_0' \vartheta} = \gamma$ Ово су коефициенти ширења за суд и течност за јединицу запремине и на температури од 1° а нама треба њихова разлика, т.ј. $\gamma - \beta$, јер је $\gamma > \beta$ (с претпоставком да је течност жива а суд стаклен) и биће $\gamma - \beta = \alpha$ а одавде решавајући једначину по γ или β можемо наћи једно или друго ширење. Од свију течности које нас интересују, најважније су две: **в о д а** и **ж и в а**. Вода зато, што у обичном животу без ње не можемо - дакле је од неопходне потребе, а жива зато, што се она као течност металне природе лако пере и чисти и што се п р а в и л н о ш и р и. Ово је ширење код воде сасвим неправилно. Тако, она је на 4°C најгушћа, т.ј. има најмању запремину. Почевши нпр. од 10°C где јој је извесно запремина v, она је на 9° гушћа (своди се на мању запремину него што је v) на 8° још гушћа и т. д. све до 4°C, где је максимум њене густине. По овом правилу требало би

да на 3°C постане још гушћа, но то не стоји већ је сасвим обратно. На 3°C је запремина воде већа но на 4°C. На 0°, на којој се температура мрзне, V_0 је веће него V_4. Вода испод леда има већу температуру и гушћа је но на 0° и зато се лед може да одржи на површини, иначе би морао утонути. Ако узмемо да је густина воде на 4°C равна 1, онда имамо:

Густина воде на 0°C = 0.999871
" " " 4°C = 0 000000
" " " 10°C = 0.999824
" " " 15°C = 0.965870

Сем воде овако се понашају још и гвожђе, антимон и др. Кад се гвожђе и антимон истопе, и на њиховој се површини образује танка кора, која као и код воде плива. Држало се дуго да је вода једини изузетак, но после се тек видело да то није истина. Кад се вода нагло шири онда пуцају судови, јер се они не могу за исто време да шире. Ово што бива са малим судовима бива и са великим гвозденим бомбама, у којима неко затворити воду и изложити је ниској температури. Ма како била бомба дебела, прснуће, само ако буде довољно воде, т. ј. толико, да је ширење за што већом снагом, но што је кохезија између молекила гвожђа. Из истог узрока настају пукотине у стенама. Ако вода уђе у њихове шупљине, затим се смрзне, и услед њеног ширења стена мора да пукне. И земља се овако рони услед воде; а тако исто пуца и кора на дрвећу.

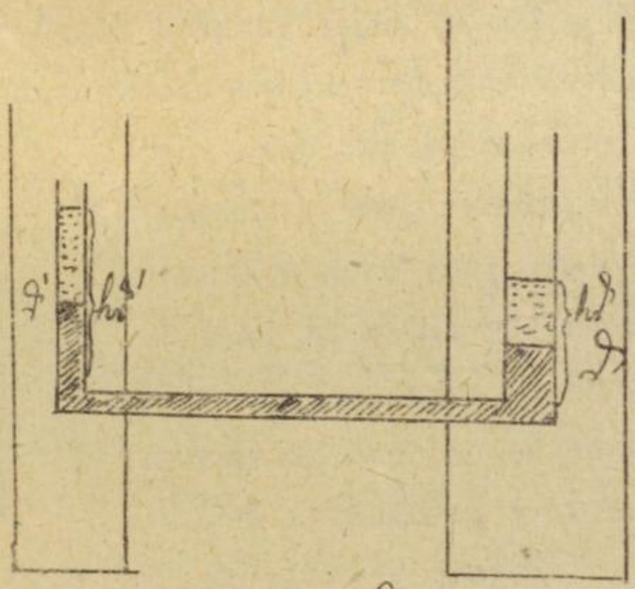


Што се тиче ширења живе, она нема ту тачку као вода, на којој је густина највећа, - већ се сасвим правилно шири и зато је згодно употребљена за справе, којима се мери температура, т. ј. за т е р м о м е т р е. Ма каквог облика били, они су састављени из свога: из ј е д н о г с у д а, који може бити или округао, или пљоснат, или спиралан и ј е д н е ц е в и, у којој се жива лење и која је горе херметички затворена, јер над живом треба да је безваздушан простор, т. ј. да нема ничега, што би сметало њеном ширењу. Да би то могло бити цев



е загрева дотле, док сав ваздух из ње
е изађе, а после се на горњем крају
атопи, те на живи нема никаква притис-
а, и у тако направљеном термометру
ива се правилно шири и помоћу њега мо
о одредити температуру дотичне среди-
е, како се термометар прави то је ствар
ехнике а поменућемо само то, да ово није лака ствар, јер мерење темпера-
уре треба, да је што тачније.

К о е ф и ц и ј е н а т ш и р е њ а ж и в е. - Њега можемо наћи
ако. Узмимо један комуникаци-
суд. Док је иста температура,
обе стране жива стоји на јед-
ој висини. Ако сад један крај уне-
мо у суд који има температуру, ϑ
други у суд који има температу-
ϑ'. Сад у обе цеви остаје иста
жина, јер равнотежа и даље пос-
ји или услед равне температуре,
ован је стуб краћи а други дуги.



о је h_0 то висина оба стуба на 0.° онда имамо: $h_\vartheta = h_0(1+\alpha\vartheta)$; $h_{\vartheta'} = h_0(1+\alpha\vartheta')$
о направимо разлику између ове две висине, пишемо:

$h_{\vartheta'} - h_\vartheta = h_0\alpha(\vartheta' - \vartheta)$ одакле је $\alpha = \frac{h_{\vartheta'} - h_\vartheta}{h_0(\vartheta' - \vartheta)}$

што се види, у овом су нам обрасцу обе количине познате и одатле мо-
мо израчунати α. Оно износи 0.ооо 18153. За практичне рачуне узима се
пет децимала.

Да би термометар био тачан, треба на првом месту, да је цев сува;
уго, да је свуд једнаке ширине тј. да је једнако к о л и б р и с а н а
и је термометар већ пун онда нам је стало до тога, да одредимо извесне
узима се шездесетдруга кључања леда а за другу кардинална тачка
а р д и н а л н е тачке. За нулту тачку температура кључана воде. Према
вном дељењу остојања између кардиналних тачака, имамо три врсте термо-

метра:Целзијев,Реомиров и Фаренхајтов.Код првог имамо поделу на 100 делова,тако да је тачка мрзнења нулта,а тачка кључања воде стота.Код Реомира су истог сто делова подељени на 80.Код Фаренхајта пак имамо 212 делова,али нулта тачка Целзијева и Реомирова поклапа се са 32 тачком Фаренхајтовом.

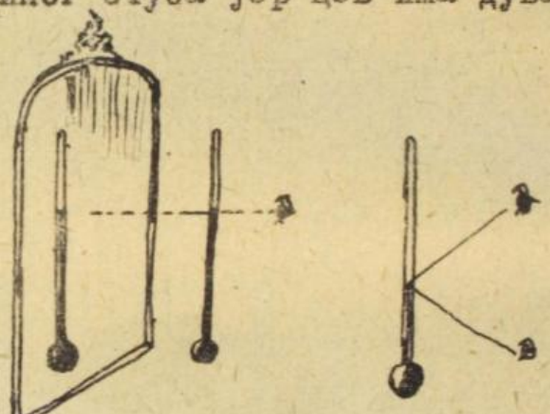
Однос између ових подела имамо на овој таблици:

n° Rug Celsius-a износи 4/5 n° Rug Reaumir-a 9/5 n° + 32 Rug F

n° „ R. „ 4/5 n° „ C 9/4 n° + 32 „ „

n° „ F „ 5/9 (n° - 32) C 4/9 (n° - 32) „ R.

Да видимо како се може температура тачно прочитати и услед чега се јављају погрешке при читању.Прва погрешка долази од тзв.п а р а л^а к с е(која долази услед дебљине цеви) тј.од тога како ћемо наместити око при читању термометра при висини живиног стуба јер цев има дуварове извесне дебљине па ако овдо косо гледамо ,читамо вишу температуру,него што је у ствари.Дакле ако гледајући треба да је у висини живиног стуба,и пошто је ово немогуће,најбоље је читати термометар у огледалу,и ми овдо треба да гледамо у равна сна два



краја,тј.на термометру и огледалу, па где линије које их саставља пресеца живин стуб,то ће бити тражена температура .Друга погрешка долази у тзв.Калибрисања,јер нигде нисмо сигурни да је једна термометарска цев свуда исте ширине,што би требало да буде.Тако исто стојаће стуб живе у неком делу цеви на већој висини но у другом што значи,да је први део ужи од другога.Стога треба пре дебе,или ако је цев већ подељена,узети живин конац и померити га између сваких 2-3° тј.између 6° и 9° и разлику између конца у сваких 2-3° забележити,па је при читању узети у рачун.Од овога доста зависи тачност показивања термометра.Подела пак или је на цеви или обично на једној металној дашчици поред цеви.

Трећа погрешка долази отуда,што стална тачке (0° и 100°)могу бити нетачне,јер може бити,да је лед или снег у који је метут термометар

ради одређивања 0 тачке нечиот,или да је хлађен испод 0° .Тачка 0 може бити виши(изнад 0°)кад у снегу или леду има воде,или кад куглица термометра не долови у непосредан додир с ледом,већ их раставља слој ваздуха који смета да термометар осети праву температуру снега. Тачка 100 исто тако као и нулта може бити погрешно одређена,ако је вода нечиста,нарочито ако има раствор које соли,чиме се тачка кључања воде повишава и за 100° одредићемо вишу температуру.Тачка 100 одређује се у воденој пари ако буде куглица у близини воде која прска може још мењати температуру. Сна тачка 0° и 100° не остају стално,ако смо одредили 0° и хоћемо да одредимо 100°.Стога треба тачке 0° и 100° увек оверити при посматрању јер над термометаркоји је често пута употребљаван на температури 100° жива добија извесну и н е р т н о с т и сталност,правилно се шири(већ на 9° показивања нису тачна.Нови термометри не могу бити никад тачни, као они већ употребљавани,јер је код ових жива претрпела извесне промене.Док су термометри нови треба их на време прегледати и контролисати стално тачке.

Погрешка се јавља још услед а т м о с ф е р с к о г п р и т и с к а,јер је куглица од врло танког стакла и попустљива еластична и ако смо одредили 0° на нормалном притиску,то ако се спаља повећа куглица ће да попусти и жива ће се више од 0° да попне и обратно.

И т р е њ е с а м е ж и в е кров·цев доводи до погрешке тј. од начина читања-да ли се термометар чита кад пада или кад се пење.Као што је познато,жива не квасиц цев и њен је мениск испупчен а то је треће другачије кад се она пење а другојачије кад се спушта.Ако жива у термометру пада нпр. од 20° до 10° ,то има тенденцију да се заустави на више нпр.на $10^1/2$,обратно је кад се жива пење;у том случају она се неће попети до 20° већ до $19^1/2$ и т.д.Кад имамо више температура у исти нах да одредимо то ћемо их све посматрати извесним истим смислом нпр.пењањем и погрешка ће бити мања иначе је услед трења већа.Ово неправилно пењање и падање термометра зове се м р т в и х о д.Погрешка се јавља нпр.још и при одређивању температуре течности.Јер ако саму куглицу потопимо у дотичну течност имаћемо два ширења:ширење куглице и ширење живиног конца

над течношћу, због чега треба цео термометар загњурити у течност. Тада се ~~ће~~ ток та ~~ће~~ погрешка губи а иначе онај део живе у куглици и сам заузме температуру течности а онај у цеви температуру ваздуха.

Погрешка долази још и услед о б л и к а с а м е ц е в и. Она је пресека или округлог или елиптичног. Округао је пресек најбољи. Ову погрешку можемо у неколико избећи, ако оба пресека посматрано истим смислом, но ипак је тачнији округао. Па грешка долази још услед к о н с т и т у ц и ј е с т а к л а због неједнаког његовог ширења. За два термометра потпуно једнака из исте фабрике, није сигурна ствар, - и ако смо један као тачан нашли, да ће оба показивати исту температуру.

Ми одређујемо температуру тела брзо, ма да је жива потребна извесно оно време, да заузме температуру тога тела, па и отуда може произаћи погрешка. Дакле при читању температуре све се ова мера у рачун узети.

Осим ових обичних термометара имамо их и за нарочите циљи, као што су:

1, - Л е к а р с к и т е р м о м е т а р, код кога нема поделе од 0^0 - 100^0 већ само између 35^0 и 40^0. Ти су термометри кратки, сваки степен подељен је на десет делова те се на томе термометру могу читати и десети делови степена.

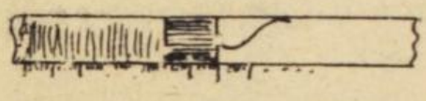
2. - Т е р м о м е т а р п о т е ж и н и, којим се служимо у оном случају кад не можемо да одредимо температуру обичним термометром (нпр. у рупама, буџарима). Он се састоји из једне стаклене извијене кугли це, која је напуњена живом. Такав се термометар спусти онде, где се хоће да одреди температура, и у колико се жива услед топлоте шири, у толико ће она истећи из куглице, те се зато мери т е ж и н а живе пре и после спуштања, дакле имаћемо:

$Q - Q_1 = q$ а $Q_2 = Q_0(1 + \alpha\vartheta)$ Q_2 је тежина пре спуштања а Q_1 после, α је познато, а само је ϑ непознато, и решавајући једначину по њему наћићемо тражену температуру. Кад би смо за овај случај узели обичан термометар он би већ при вађењу из рупе променио температуру и жива би у цеви другојачије стајала него што је била на самоме месту, где је мерење

вршено.

3. Термометар maximum-a и minimuma.

То су термометри, који у једном низу времена могу показивати највишу и најнижу температуру у ваздуху за 24 сахата. Има их разних система, но главни му је облик као обичном





термометру. Пре него што га почнемо градисати, унесе се унутра у цев један цилиндерод челика - платине, који је везан једним малим спиралним пером, но врло малога напона, т.ј. да га најмања сила може поремстити. Ако се жива у цеви почела да пење, т.ј. температура расте, онда се и цилиндер издигао; ако ли лак температура опада, цилиндер остаје на дотичном месту и доњи његов крај показује нам maximum температуре за то време. Ако је цилиндер од гвожђа, то га можемо магнетом кроз стакло привући до живе и оставити за 24 сата, па у том времену наћи највећу температуру.

За минималну температуру узима се термометар са алкохолом и ваљак од порцелана, а онај горњи део је гвоздан (осетљив према магнету). Кад температура расте алкохол се шири и слободно пролази између цеви и цилиндра, а кад опада алкохол иде до цилиндра и услед кохезије између алкохола и порцелана вуче га на ниже, за тим се опет пење и за време, за које смо посматрање вршили,- биће најмања температура онде, где се цилиндер зауставио.

ШИРЕЊЕ ГАСОВА.

Пошто се гасови лако шире, то је код њих лако посматрати ширење само што код њих има великог утицаја п р и т и с а к. Одређено је да се сви гасови подједнако шире, ако су далеко од к о н д е з а ц и о н е т а ч к е.

Нађен је коефициенат ширења $\alpha = 0.003666$ или $\alpha = \frac{1}{273}$. Овај коефициенат има врло велику вредност код гасова. Рад, који молекили код гасова изврше приликом ширења ($R=T.3$) много је већи но код

чврстих и течних тела, и зато га овде не смемо занемарити, јер се гасови врло брзо шире. То ширење може овде бити под врло великим притиском и под сталном запремином. У првом случају у колико се гас разлири, у толико рецимо и суд буде већи, и тако притисак буде сталан. Али може бити да су зидови чврсти, дакле да гас остаје под истом запремином.

У првом случају наћи ћемо коефицијенат за гас под сталним притиском а у другом под сталном запремином. Та два коефицијента разликују се:

Ако је v стално $\alpha_1 = 0.0036706$

" " P " $\alpha_2 = 0.0036689$

средња вредност $\alpha = 0.00366$

Све су вредности нађене за ваздух, а то вреди, као што знамо, и за остале гасове.

На основу овога постоји: Далтонсов или Гелисаков закон по коме сви гасови, када се изложе једнаким температурама, шире подједнако. Ако исту количину гаса изложимо разним температурама, али да запремина сваки пут остане иста, онда се притисци мењају сразмерно температурама. То ће мо представити на овај начин: нека је ϑ' температура загрејаног гаса, а ϑ обична температура гаса, знамо из раније да постоје једначине:

$$v_\vartheta = v_0(1+\alpha\vartheta) \quad \text{и} \quad v_\vartheta = v_0(1+\alpha\vartheta')$$

Ако тражимо однос између ових једначина имаћемо:

$$v_\vartheta : v_\vartheta' = (1+\alpha\vartheta) : (1+\alpha\vartheta')$$

Ово исто важи и за притиске:

$$P_\vartheta : P_\vartheta' = (1+\alpha\vartheta) : (1+\alpha\vartheta')$$

Поделимо десну страну са α па ћемо имати: $P_\vartheta : P_\vartheta' = (\frac{1}{\alpha}+\vartheta) : (\frac{1}{\alpha}+\vartheta')$

Како је пак $\frac{1}{\alpha} = 273$ добићемо заменом те вредности:

$$P_\vartheta : P_\vartheta' = (273+\vartheta) : (273+\vartheta')$$

Овај број 273 узет са знаком "-" (минус) назива се а п с о л у т н а н у л а. А температура $\Theta = (273+\vartheta)$, дакле рачуната од апсолутне нуле, назива се а п с о л у т н а т е м п е р а т у р а.

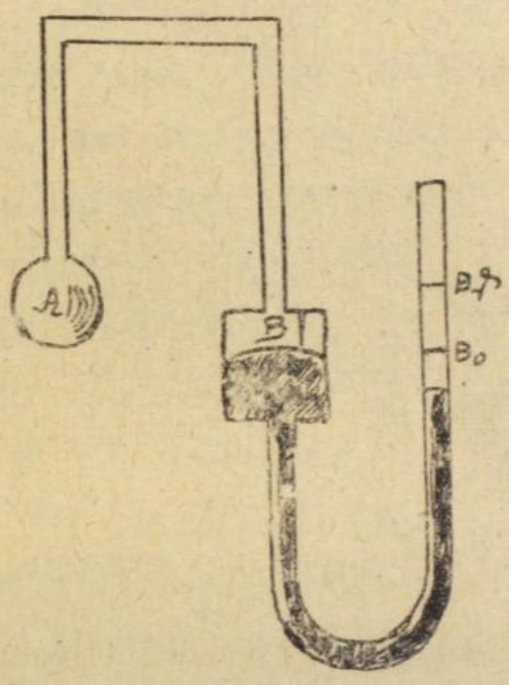
Кад заменимо у горњим једначинама имамо.

$$P_\vartheta : P_{\vartheta'} = \vartheta : \vartheta' = \frac{P_\vartheta}{\vartheta} = \frac{P_{\vartheta'}}{\vartheta'}$$

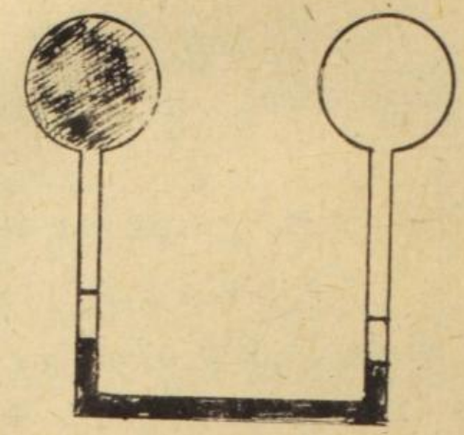
исто тако:

$$\frac{V_\vartheta}{\vartheta} = \frac{V_{\vartheta'}}{\vartheta'}$$

На основу правилног ширења гасова направљен је т.зв. в а з д у ш н и т е р м о м е т а р. Састоји се из једног суда (А) од стаклета, порцулана или др. У овај суд се затвори ваздух. Он је у вези са другим судом (В) у коме се налази жива. У том суду находи се један шиљак до кога ваља увек довести живин мениск. Сем тога имамо једну цев од каучука и другу стаклену. Кад хоћемо да меримо температуру ми ћемо прво куглу метути и довести живин мениск до шиљка. Жива ће у стакленој цеви стајати до висине B_0. Ако загрејемо сад ваздух у кугли он ће се ширити и потискивати живу. Да би смо довели мениск до шиљка, ваља нам стаклену цев издићи што више, да би смо одржали равнотежу притиску, који је сад у кугли наравно већи због веће температуре. Сад ће жива у стакленој цеви имати висину B_ϑ. Из ових посматрања добили бисмо једну компликовану једначину, из које се одређује ϑ. На свом термометру могу се прочитати: с т о т и д е л о в и с т е п е н а; но пошто је ово скопчано са атмосферским притиском са околном температуром, то показивање није тачно, али је ипак тачније но код термометра са живом. Он има још једну добру страну, а то је, што њиме можемо врло високе температуре да читамо, као што су н.пр. температуре топљења појединих метала. Видећемо доцније у калориметрији да се овако високе температуре нарочито за метале, који се топе на високој температури (платина, иридијум и т.д.) може читати или још на један начин или т е р м о е л е к т р и ц и т е т о м. Ако бисмо хтели само да покажемо да је температура код једног тела другчија



жимо се тако званим д и ф е р е н ц и ј а л н и м т е р м о м е р о м или т е р м о с к о п о м.



се састоји из две кугле пуне га- везане помоћу једне цеви, у ко- ј је алкохол или друга каква теч- ст. Једна је кугла нагарављена у, јер сва црна тела боље упи- у топлоту. Кад се једна кугла се у простор топлији или хлад- и, то ће се гас у дотичној кугли раширити или скупити, а тиме и ност у цеви попети или спустити. Дакле само се констатује, да је у. ом простору друга температура. - При одређивању специфичне тежине га- треба пазити на којој је температури одређивање, јер знамо да је: $\gamma = \frac{p}{T}$ пошто се V мења према температури, за то треба на њу и о- атити пажњу. За тачно одређивање специфичне тежина гаса има нарочити ин, који ми нећемо помињати.

Д е ј с т в о т о п л о т е н а т е л а с п р о м е н о м а г р е г а т н о г с т а њ а.

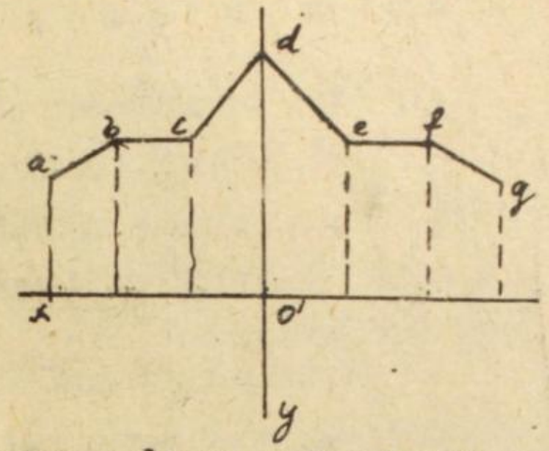
Свако тело загревањем шири се, т.ј. увећавањем температуре, њи молекили теже, да се један од другог одвоје, чиме, опет, запремине тела увећавају. Увећавањем температуре могу се молекили тако један другог удалити, да је снага, која их држи, врло мала, тако, да тело мени агрогатно стање. - Појав, кад чврста тела увећавањем температуре, мењају агрегатно стање, и пређу у течност, зовемо т о п љ е њ е.

Ако се и течност загрева дотле, да се молекили више и не привуче, онда течност мења агрегатно стање и то је појав и с п а р а в а њ а.- Пошто је агрегатно стање функција топљена и притиска, то се ко тело може претварати у сва три агрегатна стања.

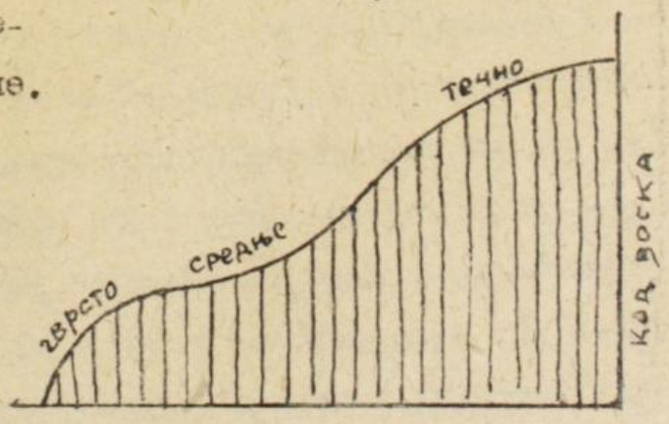
Т о п љ е њ е.

Процес топљења није код свију тела један исти, н.пр. лед при

загревању одмах прелази у воду, док восак прво омекша, па онда тек пре лази у течност. Код разних тела разна је температура топљења. Тако је она за лед 0°, за живу -39°, за гвожђе преко 1.000°. Најтеже се топи иридијум па платина. За платину је температура 2000°. Најбоље се процес топљења може графички и представити и то би било идеално топљење. По оси X преносићемо утрошену топлоту а по оси У температуру коју тело има.-



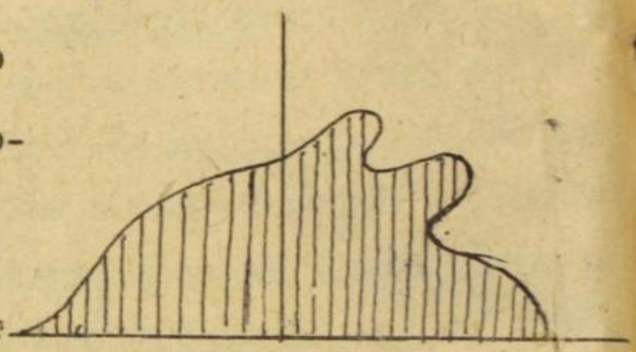
Ако смо имали тело на 0°, па га загревамо, његова ће се температура повећати, и његово ће нам повећање представити линију ab, која се непрестано диже и нагнута је према оси X. На тај начин доћи ћемо до степена на коме се тело топи и од тога тренутка, па док се тело сасвим не истопи, температура ће му остати стална, ма како му увећавали топлоту, јер се овде сва топлота потроши на савлађивање молекилског привлачења тога чврстог тела, т.ј. треба покидати везу између молекила зато опет треба саопштити молекилима већи рад, а то ће мо учинити повећавањем топлоте, услед чега треба да је количина горива већа и зато ће мо добити једну хоризонталну линију bc (која показује сталност температуре). Кад се тело сасвим истопи, тада ће се и температура истопљеног тела (течности) повећати и добијамо опет једну нагнуту праву cd. Ако ли пак радимо обратно добићемо опет једну изломљену линију $defg$. Но као што смо казали, ово би топљење било идеално, т.ј. да се тела тако правилно топе. За лед бисмо можда добили линију - Ход топљења. Међутим сва тела немају правилну линију, т.ј. да се зна тачно где је топљење отпочето а где свршено. По кривој линији ~~~ топе се тела која прво омекшају па се после почну топе (восак). Тачка на којој се тела топе потпуно одговара оној, на којој се и очвршћавају. Има тела која могу више да се охладе па да пређу у чврсто стање. Ако се тело прегреје, онда температурна линија хлађења није симетрична линија температуре топљења.



Температура топљења за исто тело и исти притисак - иста је.

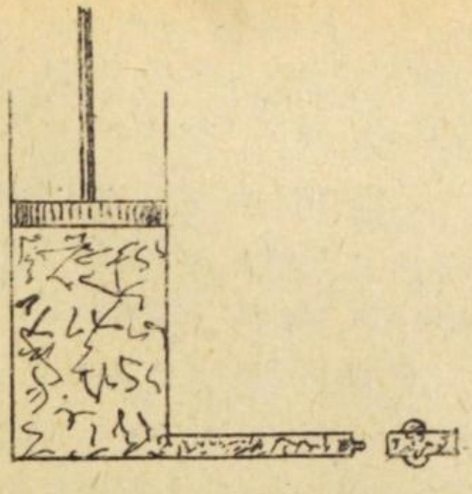
Ево неколико температура топљења:

Pt = 2200° (тело које се најтеже топи) - Pt = 1800°- 2000° што зависи од њене чистоће) - челик = 1600°; Au и Ag =1060°; Pb =325°; S =111°; Hg =-39°; H_2CO_3 = -58° и т.д.



Сумпор се у почетку топи на 111° доцније при повећавању температуре не топи се по правилу, већ је на 180° чврст и мрк са другим физичким и хемијским осталим особинама. На још већој температури опет је течан и жут, и ход топљења је за њега сасвим другојачији. Врло лако утиче на тачку топљења појединих метала и то да ли су они чисти или не, јер врло мала количина неког страног тела мења тачку топљења. Код легуре се увек топлота смањује. Тако н.пр. ако узмемо 15 делова Bi; 4 дела Sn ; 8 дела Pb и 3 дела Cd, добили бисмо тако звану Wood -ову легуру, која се топи на 60°.

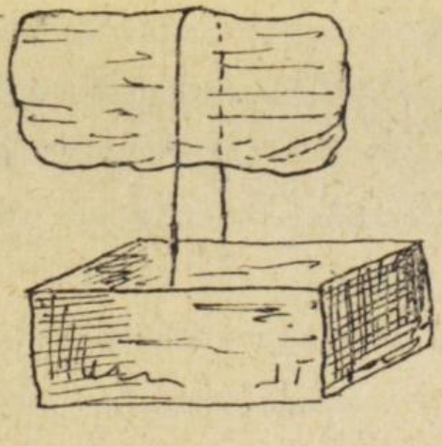
Поред температуре, важна је ствар, колику је запремину заузело растопљено тело. По правилу требало би, да сва тела при топљењу заузимају већу запремину, али и у томе има изузетака. То се исто дешава и код гвожђа, бизмута, антимона и др. Казали смо већ, да температура топљења зависи од притиска, и зато је она и код истог тела променљива. Тако лед се под обичним притиском топи на 0° а иначе не. Под врло јаким притиском лед се одмах топи, а кад ми притисак попустимо а температура остане иста, онда се стврдне. Ово се виђа у обичном животу. Кад кола пређу по поледици, примећује се глатка површина, т.ј. лед се истопио испод точка, а после неког времена опет се следио. На основу овога из леда можемо извлачити чисто еластичне ствари, као из каквог теста. Притиснућемо лед и пустити да истопљен тури као вода кроз неки најразличитији пресека, чији је задатак, да даду леду свој облик, јер, чим притисак смањимо лед се смрзне и тако добијамо најразличитије форме леда.



Исто тако ако напунимо бомбу какву водом, па је затворимо и почнемо да је хладимо, вода се у њој неће смрзнути ни на -10° С, али ће се ширити услед чега ће бомба прснути и у том моменту кад вода изађе на нормалан притисак, смрзнуће се. Ако бисмо узели један комад леда, и преко њега обесили жицу, о којој виси тег. Услед притиска тега, лед ће се отапати на оном месту где жица додирује, али се после врло кратког времена, чим жица мало прође опет смрзнуту, и тако ће жица проћи кроз цео комад, и он ће ипак остати читав и непресечен.

С к р и в е н а и л и л а т е н т н а т о п л о т а.

Кад се тело почне топити, онда ма колико топлоте ми придодавали, ипак се температура неће повисити и остаће стална све дотле, док се не истопи и последњи делић тела. Питање сад, на шта се троши та топлота? Да би тело прешло из чврстог у течно стање, потребно је да се његови молекили тако рећи раскину, одвоје један од другог, а да би то било потребна је извесна количина рада и тај се рад добија топлотом, коју ми придодајемо. Сву топлоту не можемо констовати термометром, већ као што ћемо доцније видети тзв. калориметром. Оваква се топлота-латентна-јавља и при преласку тела из течног стања у гасовит, због чега се зове **т о п л о т а т о п љ е њ а**, а друга **т о п л о т а и с п а р а в а њ а.**



Ако помешамо 1 кгр. воде од 80° С. и један кгр. леда од 0°С добићемо 2 кгр. воде од 0°, што значи, да је потрошено 80 јединица топлоте на савлађивање молекилске снаге, те да се 1 кгр. леда од 0° претворити у воду

од 0°. Важно је споменути, да је за друга тела потребно мање топлотних је диница. Тако за Zn је потребно 28.13, за Pt 5.70, за Fe 5.03 и т.д.

Обратан процес топљену јесте **м р ж њ е њ е** (код воде) или **ч в р с н ч а в а њ е** (код осталих тела). И овде вреди све исто, као и за топљење, само што је радња обратна.

Р а с т в а р а њ е јавља се кад чврста тела доведемо у додир са течностима, и оно може бити са хемиским процесом и без њега те према томе имамо **х е м и ј с к о** и **ф и з и ч к о** растварање. На пр. кад парче шећера растворимо у води, то је физичко растварање, јер ако раствор испаримо добићемо опет шећер. Исто је ово, и кад се метемо у воду. Ако ли пак у сумпорну киселину метемо цинк и раствор испаримо нећемо добити цинк већ $ZnSO_4$ - значи да је било хемиско растварање. О хемиском растварању ми нећемо овде говорити.

Ф И З И Ч К О Р А С Т В А Р А Њ Е.

Свака течност може извесну количину неког чврстог тела на извесној температуру да раствори. Али растварање иде до извесне границе, према томе ни течност не може примити чврста тела у себе. Такво стање зове се **з а с и ћ е н о**, а сам раствор зове се **з а с и ћ е н р а с т в о р**. Свакој температури одговара нарочита засићеност, на пр. врела вода више раствара шећера, но хладна и кад се постигне та засићеност, ма колико шећера додавали он се неће растворити. Из засићеног раствора можемо чврсто тело одвојити **а)** **к р и с т а л и с а њ е м**, **б)** **с н и ж а в а њ е м т е м п е р а т у р е** и **в)** **т а л о ж е њ е м**.

Растварање прати увек снижавање температуре, јер се извесна количина топлоте троши на савлађивање молекилског привлачења, те да се чврсто тело раствори. Ово служи за вештачко производење ниских температура (и то се обично узима лед и со, лед и киселина, вода и со, со и киселина) Тако нпр. раствор од 5 делова стипсе и 5 делова нишадора у 16 делова воде даје температуру 32°C или фактички добија се -27°C због околине. Смеша снега и леда и H_2SO_4 производи температуру од -55°C. Ово је уједно најнижа температура која се овим путем може произвести. Глауберова со и NH_4Cl дају температуру од -27°C. Смеса од 50 делова Sn 103 дела Pb, 83 дела Bi са 808 дело

ва H_2O, даје температуру од -27°C. Ове вредности добијане по теорији, мање су у практици увек за 2°-3°. Ако хоћемо да произведемо нижу температуру и од -53°C, онда ћемо мешати једну од ових мешавина с другом, и тако ћемо добити још нижу температуру. О овоме ћемо говорити доцније и упознати се са свима новим системама на сасвим другом принципу, помоћу којих се постиже, да је ова температура 100°C.

Т а л о ж е њ е, т. ј. добијање чврстог тела из раствора обратан је процес растварању. Кад имамо врло засићен раствор, треба га охладити, и све што је више растворено повећавањем температуре, одвојиће се као чврсто тело (јер знамо да је температура, пре но што се тело почне растварати, већа но после пошто се растварање довршило, и да се троши на савлађивање снаге молекилске, па ако она не буде довољна, троши се за ово и температура околине, зато ће и цео раствор бити на нижој температури). Овај систем је обично употребљен за таложење.

Тачка мрзнења је обично нижа, кад је течност нечиста. Тако чиста вода мрзне се на 0°, а ако има соли растворених онда на -4°C, зато се у хладним предилима за одвајање соли из морске воде служимо са мрзнењем јер се вода мрзне (а у том леду нема ни трага од соли која је била у води) а со остане. На екватору пак обратно бива: испарава се вода јер се она разлије у плитка корита поред обала и услед сунца испари, а со остане на дну.

И С П А Р А В А Њ Е.

Ми смо до сад, загревајући чврста тела претварали их у течност, но ако продужимо загревање све даље и даље, молекили ће се све више и више удаљавати тако да ће течност почети да испарава. Али пре сваког испаравања предходи к љ у ч а њ е. Свака течност кад се загрева, то доњи, ~~што~~ јачи топлоти најближи слојеви загревају се и претворе у гас (мехурића) који се као лакше пењу на површину воде и то се пењање мехурића зове к љ ч а њ е. Ово образовање првога гасног мехурића или водене паре (код во, де) бива дакле кад се савлада спољни притисак напоном произведених гасова у унутрашности течности неке течности, као што су вода и нива могу испаравати и на обичној температури. Али то су случајеви чисто механичке природе јер ту струја ваздуха односи све молекил по молекил.

Л А Ј Д Е Н Ф Р О С Т О В Ф Е Н О М Е Н

Ако прегрејемо дно каквог суда, на пр. ако га усијамо и донесемо на њега неколико кашиица хладне воде, она неће испарити, већ ће остати течна на усијаном бакру, док температура остане иста. Ово долази отуда што се први слој воде, који додирне бакар, одмах претвори у пару, те ће према томе капљица бити наслоњена на слој водене паре, те се неће моћи загрејати до испарења. Кад се пак почиње температура снижавати, онда наступа адхезија између воде и суда, и течност ће за један тренутак експлозивно испарити. Слично томе, ако имамо један суд са хладном водом и ако једну усијану куглицу, која је у вези са електричним звоњцетом спустимо у хладну воду звонце неће звонити, а кад се охлади оно ће отпочети да звони док је кугла усијана звонце не звони зато, што се је око ње образовао слој водене паре, који не спроводи електрицитет.

Течност у загрејаном суду заузима облик кугле зато, што је загревањем суда смањена у многоме адхезија и тиме котезија постала већа од адхезије. Тако исто ако имамо усијану решетку, па кроз њу неће течност протицати, као што би то вода учинила да она није усијана. На основу Лајден-Фростовог феномена дешавају се често експлозије код парних казана, јер вода са којом се казани пуне, нечиста је, те услед тога око казана начини се једна кора од примесака, које вода у себи садржи. Овако обложен казан теже долази у додир са водом, те према томе треба и више топлоте, те да се вода испари. Кад услед разног ширења казана и коре кора пресне и вода дође у додир са усијаним казаном, то вода неће ни квасити казан дотле, док се он на том месту не охлади и тек тада ће вода доћи у додир са казаном и моментално ће сва вода да испари, и казан услед великог напона мора да експлодује због тога треба за казане употребљавати чисту воду и казан често чистити, из овога се види да ли ће течност квасити суд или не, као и то, да ли ће њен меникс бити издубљен или испупчен зависи од температуре самога казана. У обичним приликама, кад немамо посла са прегрејаним судом, тада ће се појединн мехурићи течности одвајати, док на послетку течност не прокључа. Овде игра врло велику улогу и ваздух, јер хлорофена вода-ваздух не кључа на 100° већ на 105° - 103°, а ако би такву воду натерали

да прокључа на 100°,она би се сва претворила у водену пару и том приликом наступила би експлозија.То се може и обратно посматрати,тј.ми можемо водену пару у згодном положају да охладимо толико,да је довољан само какав додир са стране,па да све пређе у воду.То бива често пута у облацима,где је водена пара охлађена,да само ако ветар нанесе прашину на њу,одмах ће се сва претворити у воду и пасти на земљу у том случају ми кажемо да је провала облака.Кад течност почне да кључа,онда то кључање иде дотле док се сва течност не претвори у пару,и за све време кључања **т е м п е р а т у р а ј е т е ч н о с т и с т а л н а .**

Испаравање и кључање зависи од температуре,а нарочито треба водити рачуна о притиску јер он овде игра још важнију улогу,него ли код топљења.Због притиска вода не кључа увек на 100° већ на 80° 70° и т. Торичелијева празнина није никад апсолутна празна већ увек има више или мање живине паре због притиска (киског).Појављивања мехура код кључања може бити пре ако смањимо атмосверски притисак,и да ли ће мехур избити раније или доцније на површину зависи једино од тога,да ли је већи или мањи атмосверски притисак.Казали смо,да се код термометра јавља погрешка због тачке кључања а она даклe зависи од притиска.На високим бреговима вода кључа на 90°,80° и т.д.и самом овом температуром можемо одредити висину,на којој се налазимо.На основу тога што се повећањем притиска повећава и температура кључања,направљен је лонац који служи за раскувавање тешко растворљивих тела.То је један суд јаких зидова који је одозго херметички затворен!Унутра је вода и тело,које хоће да се кува.Пара количина течности испарава на обичном притиску,али већа пара притиску је сад на осталу течност чиме се повишава температура кључања.Што год више испарава,то се све више и притисак повећава,што ми и хоћемо,јер на поклопцу је удешено,докле се може притисак регулисати(вентил),и сувишак паре,да се пусти на поље. Овде на пр.можемо скувати кости,из којих хоћемо да добијемо после тучка

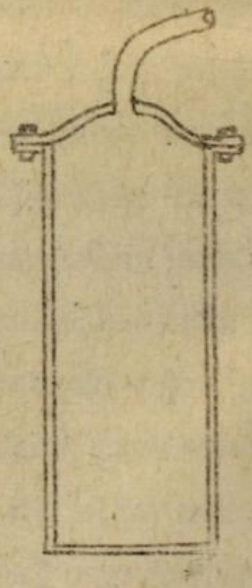


ће а оне се неће кувати на температури од 100°, већ од 120° и т.д. и зато ће се боље скувати обратно пак, кад хоћемо кључање на нижој температури као нпр. при фабрици шећера, све што има температу 100° не би се могло кристалисати, а што хоћемо да кристалишемо, разлијемо у судове (велике казане), у којима се ваздух разреди, те течност прокључа на 60°, 70°.

У колико тачка кључања зависи од притиска види се из ових цифра:

Ако је притисак 5 мм.	вода кључа на	0°.
" " "	9,4"	" " "	10°.
" " "	17,3"	" " "	20°.
" " "	53,7"	" " "	50°.
" " "	760,	" " " "	100°.
" " "	1140.	" " " "	111,2°.
" " "	1520.	" " " "	121°.

Кад је вода у казану већ почела да кључа онда нема никакве опасности, да грејемо колико хоћемо. Да ли ће вода прокључати на 100° или на којој другој температури зависи још и од чистоте њене и количине апсорбованих гасова. Ово су све згодни делови да дају импулса за кључање. Као год што се чврста тела на разним температурама топе, исто тако имају своју тачку (температуру) кључања.



Ево неколико температура кључања:

Вода на 100° жељтин на 300° цинк на 1040°.
Алкохол 79°-80°; жива на 350° и т.д.

КЉУЧАЊЕ ТЕЧНОСТИ КОЈЕ СУ НЕЧИСТЕ

Сви раствори теже кључају но чисте течности. Ако имамо две течности помешане, прво ће испарити она, која кључа на нижој температури, па тек она друга течност. Но при овоме прва течност неће испаравати на оној температури која јој одговара већ је течност сама за се већ на нешто вишој, тако ће и друга течност испаравати на температури нешто нижој, но на којој она сама кључа. Према овоме две помешане течности се снижавају, односно повишавају једна другој температуру кључања.

На мој кључања утиче још и чистоћа суда. Ако је велика лепљивост између суда и течности, она ће тако проключати.

РАЗЛИКА ИЗМЕЂУ ПАРА И ГАСОВА.

Ова се разлика састоји у понашању према закону М а р и ј о т о в о м, и ако се понашају по овом закону или још тачније по закону М а р и ј о т-Г е ј -Л и с а к к о в о м, онда је г а с, а ако се не понашају по овом закону онда је п а р а. И докле се год гас понаша по овом закону, он је гас, чим пак почне да одступа значи, да је близу кондензационе тачке, тј. да ће у скоро прећи у течност, и онда већ није гас него пара. Ваздух и угљена киселина се донекле понашају као гасови (на обичном притиску и обичној температури) а после се владају (кад се притисак повећава или температура снижи) по Мариотовом закону и онда су паре; прегрејана пара на 1000° понаша се као гас. Нема до данас гаса, који се неби могао и који није претворен у течност и питање о пари и гасу јесте питање температуре и притиска; у свези смањивање температуре са повећавањем притиска може се сваки могући гас претворити у течност. Значи да ли ће неки гас (бити здисте гас), или пара зависи од притиска и температуре. За сваки гас има једна к р и т и ч к а т е м п е р а т у р а; то је температура на којој се гас још може кондензовати.

Ако ли се пак макар мало пређе та температура, онда постане енергија (тј. одбијање) молекила толика да се не може савладати ни највећим притиском. За CO_2 критична је ~~критична је~~ температура -31°,3 С; за етар -195°,2 гасови, за које је држано, да су перманентни претворени су такође у течност. Они су изложени у једном суду великом притиску и у исто време хлађени су, затим се отвори славина да крене ту напољу гас, који нагло ширећи се, губи топлоту (јер ширећи се врши рад а тиме троши топлоту за вршење тога рада) и тиме се још више охлади и тече као течност. Има више, могу неки гасови да истичу као чврсто тело у виду снега, као што је угљена киселина, када је хлађена -70° а већ на -53° прелази у течност Азот-моноксид можемо претворити у снег на температури -105°, а кад се мешне још и под звоно ваздушнога шприца добија се температура од -140°С.

Т О П Л О Т А И С П А Р А В А Њ А.

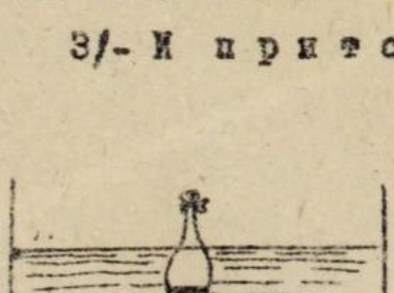
Кад нека течност почне да кључа(тј.да испарава)од тога тренутка па док сва течност не испари,температура је стална(слична ономе код топљења)па ма како ми додавали топлоту -температура се неће повисити, а једино ћемо постићи то,што ће течност брже да испарава.Питање је,где се та топлота троши.Она се троши на унутрашњи рад,тј.на савлађивање силе којом држи молекиле течности,те да би могли испаравати.Та се топлота код течности зове т о п л о т а и с п а р а в а њ а.Кад гас кондензујемо у течност,топлота се испаравањем ослобађа и чини,да је непосредна околина више и мање загрејана.На овоме-што течност испаравањем троше извесну топлоту-оснива се вештачко прављење леда.На пр.довешћемо воду у везу с течношћу која испарава чиме ће води одузети топлоту,док се ова не следи.

Кондензовање гасава може се изазвати на три начина:1/ - п р и т и с к о м, 2/- х л а ђ е њ е м и 3/- п р и т с к о м и х л а ђ е њ е м,

1/-П р и в л а ч е њ е м своди се на мању запремину -молекили су једнови блиски један другом и привлаче се,агрегатно,пак,стање са молекилима,који се привлаче,јесте течно.

2/-Х л а ђ е њ е м се умањава амплитуда кретања гаса(као што се температура повећава)чиме се молекили један другом приближују,а агрегатно се стање мења.

3/- И п р и т с к о м и х л а ђ е њ е м тј.у исто време и доводи се гас на мању запремину те се молекили приближе један другом и смањи се енергија молекила,тј.одбијање њихово.Ово је најсигурнији и најбољи начин.Први гас,што је претворен у течност а такође и у чврсто стање био је угљена киселина.



Паре на разним температурама имају разну густину(спец.тех.).Одређивање те густине бива као и код гасова.Најпростија

метода јесте ДИМЕ-ОВА.За ту цељ на пр.узима се флашица једна,која се запуши њиу унесе мало алкохола или оне течности,чијој пари одређујемо густину.Ова флаша се меће у кључану воду те течност испари и рашири се у суду.Сад ако отворимо цев и суд изврнут замочимо у хладну воду,вода ће појурити унутра и испунити извесну запремину суда.Помоћу односа између ове воде и запремине одређује се густина.

НАПОН ПАРА.

Да би вода могла испарити,потребно је,да њена пара има бар толики напон да може савладати притисак од једне атмосфере.Напон је пара различитих течности различан.Тај напон мери се манометрима.Узмимо неколи ко цеви Торичелијевих и у празнине пустимо по мало од разних течности . Течности ће ове испаравати у безназдушном простору к ми ћемо приметити да ће жива у разним цевима стајати на разним висинама према томе,да ли је напон већи или мањи.

ПРОСТИРАЊЕ ТОПЛОТЕ.

Топлота се у неком телу неда затворити све дотле,док постоји разлика у температури тога тела и околине његове,значи да се топлота мо ра простирати.

У главном има три врсте простирања топлоте: 1/-с п р о в о ђ е њ е м,2/-з р а ч е њ е м,3/-е в е к ц и ј о м или м е х а н и ч к и м п у т е м

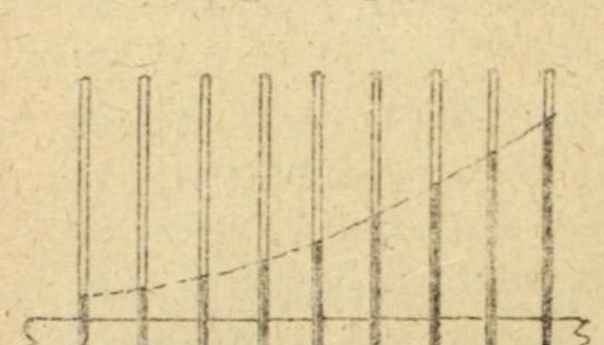
1/-Сп р в о ђ е њ е м топлота се простире од молекила на моле - кил од слоја на слој.На пр.кад гвоздену шипку загрејемо на једном крају осетићемо топлоту и на другом,који није у непосредном додиру са топло - тним извором,тј.топлота се од једнога краја спровела на други.

2/-З р а ч е њ е је кад се топлота у зрацима простире .На пр.та о је простирање кад фуруну загрејемо и кад осећамо јару-као што вели ам народ

3/-М е х а н и ч к и н а ч и н простирана топлоте(евекције)по - тоји код гасова и течности,на пр.при загревању течности у суду доњи атри најближи слој,загрејаће се и раширити,и као лакши тећи,да се пе-

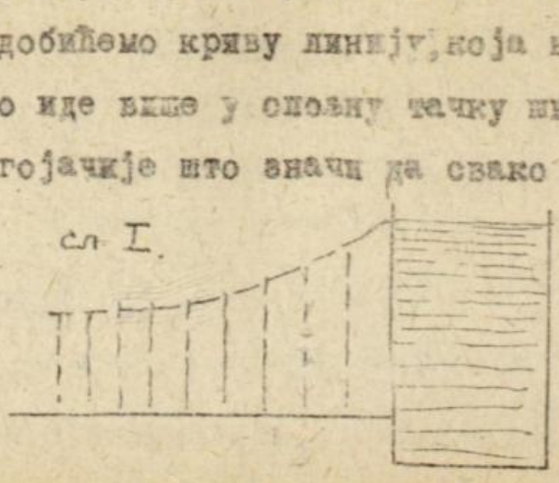
ње ,те на тај начин евекцијом или механичким путем носи топлоту на површину течности.

СПРОВЕЂЕЊЕ ТОПЛОТЕ КОД ЧВРСТИХ ТЕЛА

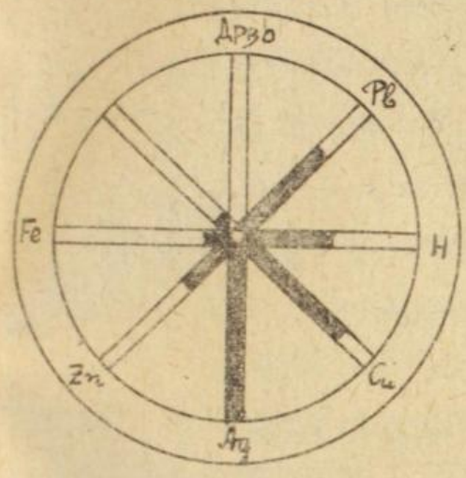


Кад говоримо о овом спровођењу топлоте, треба тело загревати почев с једног краја, па ће се топлота слојевима пренети до другог. Ако је извор топлоте сталан, наступиће један пут извесно равнотеже у топлом стању, и то ће бити онда, кад један слој с друге стране мора исто толико топлоте, колико је с једне примио. Ова равнотежа јесте врста д и н а м и ч к е или п о к р е т н е р а в н о т е ж е. У погледу спровођења топлоте разна се тела врло, разно понашају. Нека преносе врло брзо топлоту и зато кажемо да су добри спроводници топлоте или д о б р е т о п л о н о ш е, као што су у опште сви метали, а нека врло споро и то су р ђ а в е т о п л о н о ш е, као што су сва растресита тела, где нису молекули један другом близу, као што је вуна, перје, дрво, (гасови су такође рђаве топлоноше, они су и з о л а т о р и за топлоту). Најзгоднији експеримената за ово спровођење биће, ако посматрамо једну шипку. Узећемо један слој воска и њему ћемо заглавити једну шипку, напунићемо га за тим водом и запрећати. Топлота ће се пренети на шипку, али ако принесемо термометре на разна места шипке, видећемо да је крај ближи суду загрејанији а даљи пак да је мање загрејан. Ако температуру продостављамо правим линијама које су управне у дотичним тачкама шипке, и њихове горње тачке саставимо добићемо криву линију, која нам показује, како како температура опада што иде више у спољну тачку шипке. Ова крива линија је за свако тело другојачије што значи да свако тело на свој начин спроводи топлоту.

сл I.



сл II



Ми можемо да упоређујемо ступањ спровођења топлоте код разних тела на разне начине. За мерило се обично узима она количина топлоте, која за један минут прође кроз тело од 1 кв.см. у пресеку и да произведе на крају температурску разлику $\vartheta - \vartheta' = 1^\circ$; за гвожђе релативно ова топлота износи 10 тј. за је дан минут прођи кроз коцку од 1 см. толико топлоте, колико је довољно да се за 10 гр. воде загреје од 0° до 1°. Ова метода назива се: К а л о р и м е т р и ј с к а. Сребро је најбољи топлоноша, и због тога обележићемо његову моћ спровођењем са 100 према њему је моћ Cu = 73,6; Au=53,0; месинга 23,1; Fe =12,0. Како разна тела различитб проносе топлоту одређују се овим експериментом. Имамо точак (сл.2) коме су паоци од разног материјала (дрво, Fe, Zn и т.д.) Паоци су обојени црвеном бојом, која има особину да поцрни кад се загреје. Ако загрејемо осовину неко време сребрна ће шипка сва поцрнити, бакарна не сва одатле ће све мање бити црне и рецимо код дрвета ће се још одржати прво на боја.

ОДРЕЂИВАЊЕ КОЕФИЦИЈАНАТА СПРОВОЂЕЊА КОД ТЕЧНОСТИ.

Ово је код течности много теже, јер код ових простирање топлота бива к е в е к ц и ј о м, тј. механичким путем. Зато се на течност сипа одозго зејтин, па се он загреје до 100° те тако одозго саопшти течности топлоту и то првом горњем слоју. Овај први преноси топлоту другоме, други трећем и т д. до последњег слоја, који је на дну суда. Загревањем течности одозго, избегава се простирање топлоте к е в е к ц и ј о м. Назив је начин и одређен онај коефицијенат за воду према сребру 0.009, за живу-0,054.

СПРОВОЂЕЊЕ КОД ГАСОВА.

Код њих се срећемо са највећом тешкоћом при одређивању моћи спровођења. Услед велике покретљивости њихових молекила не можемо избећи евекцију а ни зрачење. Ево како су извођени неки експераменти премда ни они нису тачни. Узме се један суд, у који се уметне други мањи, али тако да

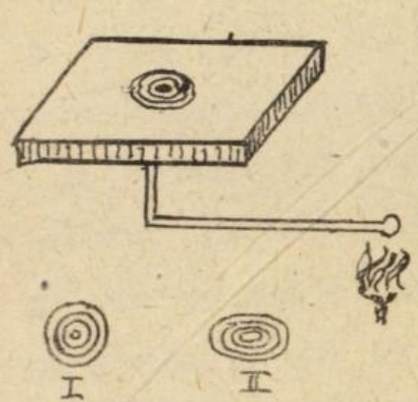
простор између оба суда није великки.У тај простор између оба суда сад



се доведе гас.Услед трења о зидове молекил се неће кретати и топлота,коју доводимо спо љним судом преноша се са слоја на слој до унутрашњег суда где се може мерити.На овај начин нађене су ове цифре и односе према сре бру:за H =0, 029 за ваздух:0,00343;за CO_2 = 0,0019.

СПРОВОЂЕЊЕ КОД КРИСТАЛА И ОРГАНСКИХ МАТЕРИЈАЛА.

Да би испитали спровођење ми средину кристала везујемо металном шипком,која на крају загревамо.Горња површина премаже се танким слојем воска.Према опажању воска меримо и мој спро вођења.При свим опитима приметићемо да ако кристал припада којој правилној системи(ако је кристал с једном оптичком осом)онда се восак отапа у концентричним круговима.Ако је пак кристал са две оптичке осе и отапа- ње бива у концентричним елипсама.



Код органиских тела на пр.дрвета спровођење је различно према правцу.У главном се може спроводити тројако:у п р а в ц у к о н а ц а, р а д и ј а л н о и т а н г е н ц и ј а л н о.У првом случају спровође- ње је најбоље,а у последњем најгоре.

Овим завршујемо ово спровођење топлоте у ужем смислу,а прелазимо на део топлоте,који се јавља услед таласања молекила етра,а то је:

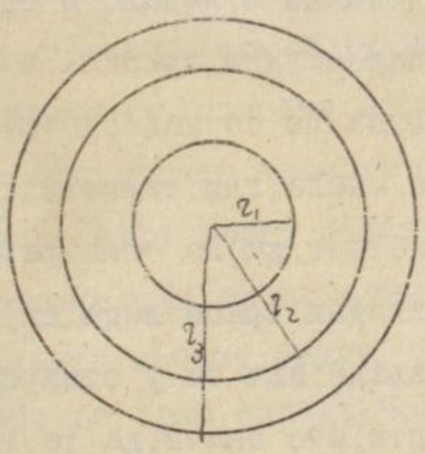
ЗРАЧНА ТОПЛОТА.

Топлота се зрачењем простире исто тако,као и неко таласко кре та ње.Топлота се простире у правим линијама.Да је ово заиста овако уверићемо се,ако испред топлотног извора ставимо какав предмет,то ће се иза овога образовати т о п л о т а с е н к а,која ће бити ниже температуре лошто је пред пред предметом.Ово значи да се топлота зрачи у правим ли- нијама,јер кад би се простирала у кривим линијама,не би било топлотне сенке.Зрачна се топлота потпуно слаже са светлосним зрацима у којима је

увек и извесна количина топлоте и зато ми остављамо да све ово и проучимо у одељку о светлости;поменућемо само да је температура,на којој тела светле од прилике на 525°.Брзина простирања топлотних зракова износи 300.000 км. у секунду као и светлост.Зрачна топлота не може се простим термометром осетити.За ово служи термомултипликатор.Он се оснива на томе,што два разна метала залемљена и на једном крају загревана а на другом хлађена,призводе струје,које ако ухватимо и пренесемо у галванометар је једна коничка цев,на чијем се крају налази сноп залемљених шипака.Једна шипка с једна стране везана је галванском струјом а тако исто и једна шипка с друге стране снопа.Чим падне ма и најмањи топлотни зрак на сноп,образоваће се струја и галометар ће нам према томе показати и констатовати зрачну топлоту.

ИНТЕНЗИТЕТ ТОПЛОТНИХ ЗРАКОВА.

Полазећи од једнога извора топлота се простире у лоптастим површинама. Количина топлоте у свакој оваквој кугли иста је.Ако са r_1, r_2 и r_3 означимо полупречнике ових кугала,биће њихове површине: $4r_1^2\pi$, $4r_2^2\pi$, $4r_3^2\pi$ и т.д.Ако са i означимо количину топлоте,која долази на јединицу површине онда ћемо на првој лопти имати топлоте $i_1 4r_1^2\pi$ на другој лопти $i_2 4r_2^2\pi$ и т.д.Пошто пак све ове количине морају бити једнаке имамо: $i_1 4r_1^2\pi = i_2 4r_2^2\pi = i_3 4r_3^2\pi$ - - - - -.

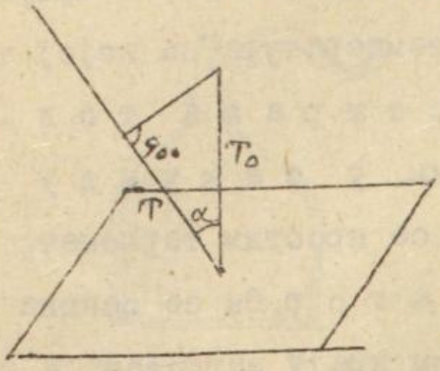


Одатле је

$i_1 r_1^2 = i_2 r_2^2 = i_3 r_3^2 =$ - - - - или $\frac{i_1}{i_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$

тј.интензитети су у обрнутој сразмери с квадратима остојања.За интензитет топлотних зракова имамо још и овај закон.Ако зраци топлотни падају косо на какву површину заклапају с нормалом за ту површину угао α ,онда је интензитет сразмеран са косинусом угла $\frac{\alpha}{T} = T_0 \cos\alpha$. То је интензитет оних зракова који падају управно.

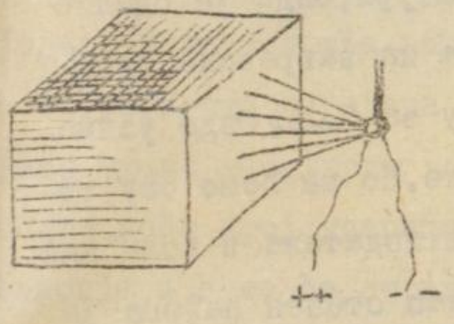
ЕМИСИЈА



Кад једно тело загрејемо на виши ступањ температуроки,на ком је његова околина,оно почиње да издаје своју топлоту околини.Та се појава зове е м и с и ј а.Ако ли се тело налази на нижем ступњу температурском од околине? Ова се појава зове а б с о р б ц и ј а.Тело с којом јачином емитира и абсорбује топлоту. Емисија зависи од температуроке разлике и од природе саме површине,која емитира.Тело,које најјаче емитира а према томе и абсорбује јесте чађ,и ако то емитирање обележимо са 100 онда је за туш 85,за картију 98,за восак 96,за стакло 90,за лед 85,за живу 20,а метал 12 и т.д.Метали у опште врло слабо емитирају топлоту.

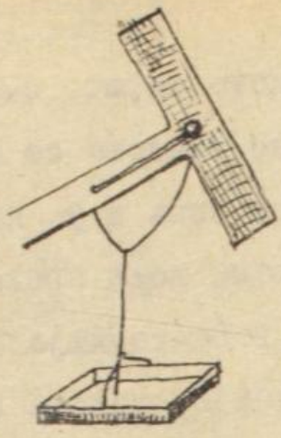
Сад ћемо да видимо да ли постоји хладноћа услед чега и одакле долазе хладни зраци.Да би ово испитали,узећемо два шупља огледала. Метнућемо у жижу једно парче леда,а у жижу другога термомултипликатора.Топлотни зраци леда удариће у дотично огледало и од њега ће се одбити у паралелним зрацима и ударити у друго огледало,па ће се напослетку скупити у жижи,где је свећа или термомултипликатор.Ми ћемо приметити да ће температура термомултипликатора опадати.Ово изгледа да се хладни зраци леда скупљају у жижи другога огледала и термомултипликатор хладе;али то у ствари није, јер ћемо приметити доцније,да ће се лед топити,што значи,да је термомултипликатор шилао топлоту леду и на тај начин трошећи своју топлоту,смањивао је своју сопствену температуру дакле је овде термомултипликатор емитирао,јер иначе нема смисла да се лед топи.Према овоме ми и немамо х л а д н и х з р а к о в а.Помоћу емисије топлоте можемо наћи топлоту сунца,месеца а тако исто може се наћи и температура ваздуха,неба и атмосфере.За ово треба изложити један термомултипликатор слободном зрачењу неба и по брзини зрачења можемо одредити температуру неба.Код ваздуха

сваки се слој његов на свој начин загреје.За земљу је исто то,што смо казали и за онај пример.Кад је ведро зими је врло хладно,топлота се емитира и услед наглога зрачења цела се површина охлади.Ово бива и у најтоплијим пределима-особито ноћу,када се у жарким пустињама вода преко ноћи смрзне.Зими пак чим је замагљено и температура је већа-топлија је -јер зрачење није нагло. Лети такође,ведре су ноћи хладније,топлота са земље што је на њу дошла овако одилази.Увек дакле зрачна топлота иде од топлотнога извора ка хладноме.-А,да ми ће неко тело зрачити више или мање топлоте,зависи од конституције тела и од боје површине .За уверење како које тело емитира топлоту,најбоље је да узмемо једну шупљу коцку,напунимо је врелом водом на све стране њене разно обојимо или од разног метала направимо нпр.прва да је посребрена,друга стаклена,трећа од хартије и четврта нагрејана чађу.Сад ћемо метнути један термомултипликатор или диференцијални термометар,на ону посребљену страну коцке нему окренемо.(Топлотни зраци зраче са те стране коцкине на мултипликатор или диференцијални термометар на ону посребљену страну коцке нему окренемо) Топлотни зраци зраче са те стране коцкине на мултипликатор или електричан термометар и прочитаћемо извесно стање;за тим окренемо галванометру другу страну коцкину и стање ће бити веће него прво,и ако је температура иста.Затим окренути трећу страну па четврту и тако ћемо



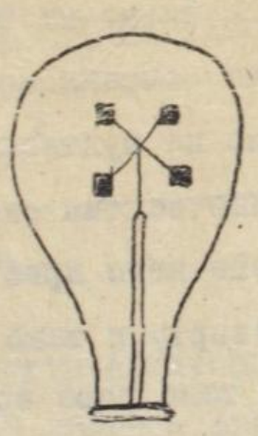
моћи направити читаву скалу.Овим се и дознало да углачана тела горе зраче топлоту но рапава која се брже охладе.Челична углачана тела никад се не могу —— покрити росом или слином,јер не може температура да им се спусти толико да водену пару у околини кондензује.

Као што смо електричним термометром одређивали зрачну топлоту можемо исто тако одредити и количину топлоте,коју сунце шаље земљи за једну годину дана и од које топлоте само један део на нас долази.Ова се топлота израчунава п и р х е л и о м е т р о м.То је једна металне ку-



тија, чији је доњи капак продужен у виду цеви и кутија је напуњена водом. У цеви се налази један термометар. Горњи је капак гладак и нагарављен, да би боље упијао топлоту. Ово се све метне на какве ногаре и може се удесити тако, да сунчани зраци на горњи капак падају управно. Вода се загреје од сунчаних зракова и термометар показује извесно стање које се бележи ϑ_1, затим се охлади за 5 мин и нађе се друга температура ϑ_2, коју ћемо опет забележити. Права је температура $\theta = \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2} = \vartheta$.

Кад знамо количину воде и промену у температури, онда је одатле лако израчунати и количину топлоте која је утрошена на загревање. Овим начином добија се количина топлоте на целу површину за 5 мин. Овде узимамо у рачун и абсорбцију која слаби интензитет топлоте. Но ми ћемо ову топлоту свести на јединицу времена а сад помоћу горњих података и количине топлоте, која је потребна да загреје 1гр. воде за један степен нађена је обрасцима количина топлоте, коју 1 cm^2 површине добија и та је топлота 1.7633 калорија, тј. топлота, којом се може 1гр. воде да загреје за 1.7633. Према томе израчуната је количина топлоте, која падне на 1 кв. смет, земљине површине за годину дана и она износи 231.684 калорија. То је топлота, која може ледену куглу описану полупречником, који је раван одстојању земљином од сунца, а дебљином 33м. истопити. Треба да поменемо још једну врло интересантну справу, која је у почетку много обећавала Основана је на самом зрачењу, и зове се р а д и о м е т а р. То је један крст од алуминијумске жице, на чијим се крајевима налазе плочице од алуминијума с једне стране нагаравњене. Тај је крст на оштром шиљку. Справа је ова покривена звоном испод кога је ваздух извучен, али не сасвим већ до некле. Ако сад ту справу изложимо топлотним зрацима, видећемо да ће поче-



ти крст да се обрће брзином која је сразмерна интензитету топлоте.Код ове вртешке топлота не дејствује као код парних машина већ само зраци њени.Једна је страна сваке плоче нагарављена а друга је чиста,бела.Чисте стране плоче биће напред при окретању крста.Ова справа престаће да се окреће,кад извучемо извесну количину ваздуха,али се никад сав ваздух не сме извући,и ако је он под звоном,извлачи се дотле,докле не буде притисак 0.3 см,при ком је највећа брзина окретања.Брзина окретања управно је сразмерна интензитету топлоте и обрнуто сразмерна квадрату даљине топлотнога извора.Казали смо да емисија зависи од природе тела и ми овде имамо две плоче са две разне површине,од којих је једна чиста а друга нагарена,т.ј.једна страна има максимум емисије а друга минимум.Пошто нагарена површина прима више топлоте (а то може примити једино преко ваздушних молекила,који у плочу ударају)то ће са те стране и много већи број удараца бити;страна чиста као што смо казали-има минимум емисије и с те ће стране бити мањи број удараца ваздушних молекила.Овде имамо дакле две силе,које на плочицу дејству супротним правцима,и зато ће плочица поћети да се креће у правцу веће силе,т.ј.чисте површине плочица ће напред.Кад је притисак испод звона већи,справа се неће окретати зато,што је велико трење,а кад би смо ваздух сасвим извукли,не би било молекила,који ће у плочицу ударати и на тај начин кретање производи.Кад је испод звона кисеоник,онда треба да је притисак 0,22 см.Да само молекили врше ово кретање,(доказује се више него кад ваздух извучемо нема трења) јер нема молекила,који ће,тако рећи бомбардовати плочу са свих страна,и савладати инерцију и зато се крила и не крећу најбрже,кад ваздух сабијемо.То је с тога,што ту сад у рачун долази и трење.Кад је ваздух густ,много већи број молекила бомбардују плочу али већи број молекила се томе и противи.Мора дакле бити једна извесна густина ваздуха,кад је ефект највећи,кад је брзина окретања највећа,и ово је критична тачка.Ако је густина ваздуха већа или мања од ове и брзина је окретања мања.Ова је справа у почетку обећавала врло много и мислило се,да се кретање може просто ни из чега или услед зрачења произвести,но доцније се приметило,да ово вреди само за лака тела,а код тешких отпор је већи,те ово не може ни да постоји.

АБСОРЦИЈА ТОПЛОТЕ.

Од топлоте која пада на тело, један ће се део од њега одбити, дру ги прећи а трећи ће тело задржати и услед њега ће се загрејати. Прва два дела неће тело загрејати. Она топлота, коју тело задржи и у њему остане зове се а б с о р б о в а н а-а појав сам зове се а б с о р/ц и ј а. Пр ва се топлота зове о д б и ј е н а-а појав о д б и ј а њ е. Друга пак д ј а т е р м а н а-а појав д и ј а т е р м а н и ј а!

Да ли ће неко тело више или мање топлоте абсорбовати, зависи од природе тела, т. ј. има тела, која лакше упијају мрачну топлоту (топлоту до 500°), друга пак светлу топлоту (преко 500°). Тело, које највише може абсо бовати топлоте, јесте ч а ђ, која готово сву топлоту упије. у г л а ђ е - н а т е л а м а њ е а б с о р б у ј у т о п л о т у о д р а н а в и х, а в и ш е о д б ј а ј у.

Узимо да неко тело падне количина топлоте Q, и нека оно од т топлоте абсорбује Q_1 -тада однос $\frac{Q_1}{Q} = A$ назива се к о е ф и ц и ј е н а т а б с о р/ц и ј е. Тај је коефицијенат за сва тела мањи од јединиц јер ни једно тело не може абсорбовати онолику количину топлоте, колико на њега падне. Чађ, као што знамо, најбоље абсорбује, с тога се његов коеф цијенат абсорбције највећма приближује јединици. Чађ упија готово све т плотне зраке. Међу тим има тела, која неће упијати сваке зраке. На пр. ако упију зрак од 400° неће упијати зрак од 700°, или који други. Као што се види постоји извесно набирање према талаској дужини зракова. Због овога ваља увек при абсорбцији водити рачуна о природи тела и о природи сам топлотних зракова.

ОДНОС ИЗМЕЂУ ЕМИСИЈЕ И АБСОРБЦИЈЕ.

Ако имамо извесну количину топлоте, која пада на разне тела, он ћемо имати:

Топлота коју ће прво тело упити $Q_1 = QA_1$
" " " друго " " $Q_2 = QA_2$
" " трће " " $Q_3 = QA_3$

- -

где A_1, A_2, A_3, ...значе коефицијенат абсорбције. Моћ емис је пак зависиће од коефицијента емисије ε, од температуре ϑ и од повр

шине, S дакле:

Емисиона моћ за прво тело $= \varepsilon_1 \vartheta S$

" " " друго " $= \varepsilon_2 \vartheta S$

" " " треће " $= \varepsilon_3 \vartheta S$

- - - -

много лакше пропушта високу топлоту но нижу.

Зраке од 1000° пропушта стакло 77%
" " 700° " " 57%
" " 400° " " 37%
" " 120° " " 12%

На основу овога можемо за сунцу да прокључамо воду;зато треба да имамо једну четвртасту кутију,којој је унутрашњост оцрњена,и она се напуни водом,покрије стаклетом и изложи сунчаним зрацима.Топлотни зраци сунца пролазе кров стаклену плочу и воду и загревају црне дуварове суда затим се топлота од црних дуварова враћа,али пошто није високо,то стакло тешко пропушта и натај начин остаје готово сва у суду и воду загрева док не прокључа.

Топлотни зраци могу се одбити,рефлектовати,поцуларисати,интерфе рисати,преламати се,расипати се и т.д. и т.д.Но ово је згодније да пре ђемо код светле топлоте,пошто ових појава и тамо има,и зато ћемо ово проучи ти у науци о светлости.

КАЛОРИМЕТРИЈА.

Тела се према извору топлоте разно понашају,на пр.једном свећом (док ова сасвим изгори)загревамо 1 кгр. воде и нека смо је загрејали за 75° узмимо исту такву другу свећу и загревамо на пр.1 кгр.олова.Видећемо да је температура олова много већа од 75°.Ако трећом свећом загрева мо неко треће тело добићемо неки трећи број степени температуре.Дакле има нечега,што чини разлику у грејању,а то је с п е ц и ф и ч н а т о п л о т а.Свако се тело загрева извесном моћи.Мало час смо истом количином загревали исте тежине разних тела и добијали смо разне температуре ма да сва три тела имају у себи исту количину топлоте.Према овоме термометар не може да показује апсолутну количину топлоте у неком телу.За мерење ове служи к а л о р и м е т а р.

За јединицу апсолутне количине топлоте у неком телу,узима се она к о л и ч и н а т о п л о т е, к о ј а ј е п о т р е б н а да ј е д а н к у б н и см.(1 гр.)в о д е з а г р е ј е за 1° Ова се је диница зове:к а л о р и ј а-.Калорија може бити м а л а и в е л и к а према томе да ли се она количина топлоте,која је потребна да 1 куб.см.

или 1 куб.дм.воде загреје за 1°.

Показано је,да није потребна иста количина топлоте,да загреје воду од 4° на 5° или од 11° до 12°.

Због овога је к а л о р и ј а с т о т и д е о о н е т о п л о т е, к о ј а ј е п о т р е б н а д а 1кгр. или 1 гр. в о д е з а г р е ј е о д 0° н а 100°.Свако тело не може подједнако према тој количини топлоте загрејати се.Количина топлоте,која јединицу некога тела загреје за 1°,зове се к а п а ц и т е т т о п л о т е, а ако ту количину топлоте упоређујемо према топлотном капацитету воде,онда се зове с п е ц и ф и ч н а т о п л о т а.

Ако је неко тело тешко 1кр. и има специфичну топлоту c,онда да би се загрејало за 1°,потребна је количина топлоте C ако је пак тешко m грама,онда треба топлоте $m \cdot c$.сем тога,ако се не греје за 1° већ за ϑ, онда ће целокупна количина топлоте,која ће тело од Q грама загрејати за ϑ° износи $Q \cdot m \cdot c \cdot \vartheta$.

ОДРЕЂИВАЊЕ СПЕЦИФИЧНЕ ТОПЛОТЕ.

Одредити специфичну топлоту значи испитати,како се тела греју,т ј. које лакше а које теже.За одређиваве специфичне топлоте има разних метода,од којих ћемо напоменути најважније.

А-СПЕЦИФИЧНА ТОПЛОТА ЧВРСТИХ ТЕЛА.

1/-МЕТОДА МЕШАЊА.Узећемо један комад тела,коме специфичну топлоту тражимо;нека је његова маса m и загрејмо га до ма кога степена.У исти мах спремићемо један шупаљ конкаст суд,напуњен водом.Тај суд треба да има термометар.Суд са термометром зове се к а л о р и м е т а р.Нека је тело загрејано на ϑ° ,и нека му је специфична топлота c_1 онда је апсолутна количина топлоте у том телу $Q_1 = c_1 m_1 \vartheta_1$ У калориметру истако воде чија је маса m_2 специфична топлота c_2 а температура ϑ_2° ;а онда је апсолутна количина топлоте у води $Q_2 = m_2 c_2 \vartheta_2$

сад ћемо тако загрејано тело (ϑ°)спустити у калориметар,да се охлади и добићемо неку температуру ϑ° која ће бити заједничка и телу и води у калориметру.Пре мешања имали смо свега топлоте Q_1 и Q_2 или $c_1 m_1 \vartheta_1 + c_2 m_2 \vartheta_2$;кад смо пак помешали добићемо: $\vartheta^\circ = (m_1 c_1 + m_2 c_2)$

и онда је, пошто се ништа није изгубило $c_1\vartheta_1 m_1 + c_2\vartheta_2 m_2 = \vartheta(m_1c_1 + m_2c_2)$

одатле можемо израчунати c_1: $c_1(m_1\vartheta_1 - m_1\vartheta^0) = m_2c_2(\vartheta - \vartheta^0)$; $c_1 = \frac{m_2c_2(\vartheta^0 - \vartheta)}{m_1(\vartheta_1 - \vartheta^0)}$

Дакле да бисмо познашли специфичну топлоту некоме телу по методи мешања треба да знамо: масу тела (m_1), масу воде (m_2) специфичну топлоту воде (c_2), температуре, које су имали тело и вода пре мешања (ϑ_1, ϑ_2) и на послетку температуру воде (ϑ), а то је у исто време температура тела после мешања.

Ово је дакле образац за изналажење специфичне топлоте тела, али треба још једну ствар узети у рачун.

При извођењу горњег обрасца, ми смо узели у рачун само количину и температуру воде, али ми имамо у калориметру још и стаклени суд с пола, стакло термометра, а затим и живу у термометру. Према томе, горњи образац не даје сасвим тачан резултат. Због тога ми замишљамо да је све ово од воде, т. ј. сводимо на воду, стакло и живу, а ако бисмо имали скалу на термометру од порцулана и то или, како се каже, одређујемо горе побројаним предметима в о д е н и екв и в а л е н а т. Кад се све ово узме у обзир у рачун, онда имамо овакву једначину:

тело- -вода - - стакло с пола --- стакло терм. --жива--порцулан

$m_1c_1\vartheta_1 + m_2c_2\vartheta_2 + m_3c_3\vartheta_3 + m_4c_4\vartheta_2 + m_5c_5\vartheta_2 + m_6c_6\vartheta_2 =$

$= \vartheta(m_1c_1 + m_2c_2 + \dots m_6c_6)$

Одавде се опет може израчунати

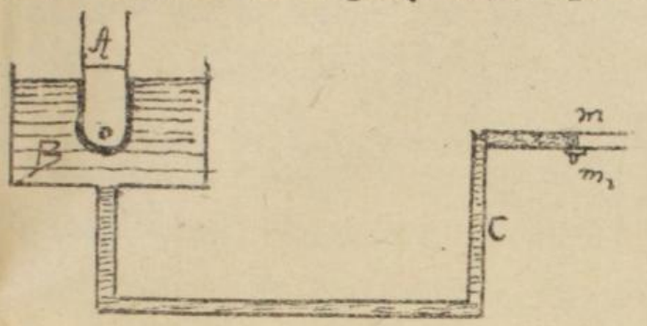
МЕТОДА ТОПЉЕЊА ЛЕДА.

И овде се узима парче тела, кога се специфична топлота тражи и загрева на ϑ_1^0, чиме добијамо $Q_1 = m_1c_1\vartheta_1$. Сад се у једном суду налази лед, који се увек одржава на 0^0, али воде да нема никако, због чега се на дну налази једна славина, кроз коју вода пролази. Кад смо овако тело загрејали на ϑ_1^0 спустићемо га у суд. Лед ће одмах почети да се топи. Воду која ће услед тога загрејаног тела топи, треба сву прикупити, и нека је она $= m_2$. Знамо да 1 кгр. леда треба 80 калорија да се претвори у воду; према томе да се добије количина воде m_2 потребно је да се утроши топлоте $80m_2$

Док је се пак ова вода отопила тело је издало количину топлота $Q_1 = m_1c_1\vartheta_1$. Према томе је $m_1c_1\vartheta_1 = 80m_2$ а одатле: $c_1 = \frac{80m_2}{m_1\vartheta_1}$ Ова метода је мање тачна од прве, јер не можемо сву воду покупити, пошто се нешто задржи на комаћу леда.

БУНЗЕНОВ КАЛОРИМЕТАР.

Он се оснива на ширењу воде при с л е ђ и в а њ у. Он се састоји из



једне цеви(А) у коју се меће тело коме одређујемо специфичну топлоту, и суда В, који се продужује у изјену цев. Прво се вода у суду про кључа да би се ослободила гасова па онда охлади толико док се око цеви (А) не ухвати кора леда Услед ширења воде при слеђивању вода ће бити потискивана у цев (С) што се по зна је по концу m. Сад се у А метне тело чију специфичну топлоту тражимо лед око цеви А почеће се отапати и смањивати своју запремину, према томе концат враћа се назад. Према количини леда, коју тело отопи одређу-је-му се специфична топлота.

3/ МЕТОДА ПРЕМА БРЗИНИ ХЛАЂЕЊА.

У колико се неко тело брже загреје, у толико се брже хлади. Ако се неко тело охлади за t_1 секунда од температуре неке извесне, па до температуре ϑ_0 а друго тело охлади се за t_2 секунда, онда је:

$$\frac{m_1 c_1 \vartheta}{t_1} = \frac{m_2 c_2 \vartheta}{t_2}; \quad c_1 = \frac{m_2 c_2 t_1}{m_1 t_2}$$

Ако је тело вода, онда је $c_2 = 1$, дакле $c_1 = \frac{m_2 t_1}{m_1 t_2}$. При одређи вању специфичне топлоте опажа се та тешкоћа, што ако се тело мало више загреје, тс се онда и судови могу загрејати толико да почну топлоту топ лоту зрачити због чега треба да је $\vartheta_1 - \vartheta_2 = 1^0$ до 2^0. Да би се избегло зрачење треба суд обложити рђавим топлоносом, али и они одузимају извес сну количину топлоте. Због овога и јесте одређивање специфичне топлоте врло сложен посао и ако у први мах изгледа да је прост.

Ако ли се тело, коме специфичну топлоту тражимо, раствара у води одређује се специфична топлота тела према којој другој течности, у ко-јој се не раствара, на пр. у алкоходу, петролеуму и т.д. Само овде треба знати пецифичну топлоту течности, према води, па то узети у рачун.

ОДРЕЂИВАЊЕ СПЕЦИФИЧНЕ ТОПЛОТЕ ТЕЧНОСТИ.

У једној кугли (суду) загрејаћемо течност на ϑ^0 и спустићемо течност с куглом у калориметар. Унесимо $\vartheta(m_1 c_1 + m_2 c_2)$ где је m_1 маса теч-

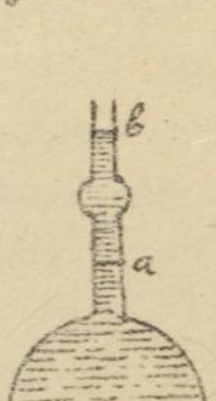
ности , m_2 маса кугле у којој уносимо течност у калориметар:Нека је у калориметру вода са количином топлоте$m_3c_3\vartheta_3$Кад смо унели куглу у калориметар онда је температура ϑ_2 и на тај начин добијемо једначину:

$$m_3(\vartheta_2-\vartheta_3)=(\vartheta_1-\vartheta_2)(m_1c_1+m_2c_2);\ m_1c_1\vartheta_1-m_1c_1\vartheta_2=m_2c_2\vartheta_2-m_3c_3\vartheta_3-$$

$$-m_3c_3\vartheta_1-m_2c_2\vartheta_2;\ c_1[m_1(\vartheta_1-\vartheta_2)]=m_3c_3(\vartheta_2-\vartheta_3)+m_2c_2(\vartheta_2-\vartheta_1)$$

$$c_1=\frac{m_3c_3(\vartheta_2-\vartheta_3)+m_2c_2(\vartheta_2-\vartheta_1)}{m_1(\vartheta_1-\vartheta_2)}$$

Но најзгоднији је начин одређивања помоћу к а л о р и ф е р.То је справа која личи на термометар.Калорифер је донекле налупљен живом а њему се налазе две белеге a и b између којих је испупчење,а испод је кугла.Справа се загрева и жива се попне изнад в,тада се цела справа наднесе над течност и чека се докле се жива не спусти до в,У тим моменту спусти се справа у течност и чека се док жива не дође до а,



Тада се измери температура загрејати у суду,а затим се из суда просипа у место ће успе течност ,чију специфичну топлоту тражимо и познато нам исто што и кад је вода била у суду и сад набрано у суду неку другу температуру.Ми смо дакле и води и течности предали исту количину топлоте,а добили разне температуре.Однос тих двеју температура $\frac{\vartheta_1}{\vartheta_2}$ даје нам специфичну топлоту течности.Ова је метода изналажења специфичке топлоте употребљена готово за све течности.Вода се најтеже греје и од течних и од чврстих тела.За воду је $c=1$,за алкохол је $c=0,6$,Ова стакло земљу и камење $c=0\ 2$ за метале:бакар ,гвожђе и месинг је $c=0.09$ за сребро је $c=0.06$,за платину и злато је $c=0.03$,за ~~лед је $c=0.05$~~,за лед је $c=0.05$

СПЕЦИФИЧНА ТОПЛОТА ГАСОВА.

Одређивање специфичне топлоте гасова спада у најтеже физичке експерименте,јер врло мале количине упијају и немогуће их је сачувати да топлоту суда у коме су не предаду.Код гасова треба разликовати ове сорте топлоте:

1/ Ког се нас запреже у очех који је запремина [illegible]

промина стална ,или се:

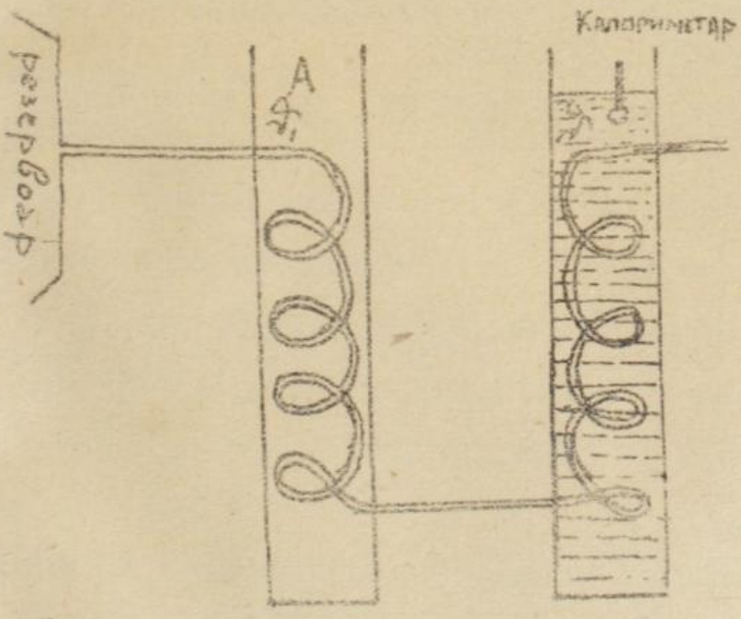
2/-Гас загрева при сталном притиску,а запремина се мења;према овоме имамо специфичну топлоту гасова при сталној запремини и специфичну топлоту гасова при сталном притиску.

Знамо,да кад се извесно тело шири,оно мора вршити известан рад На вршење тога рада троши се топлота о том утрошку до сада нисмо водили рачуна,јер он према целокупној количини о раду при ширењу.Ако је гас у каквој херметично затвореној кугли,неће се моћи ширити и ми ћемо наћи извесну специфичну топлоту C_v, ако је гас пак у еластичној кугли онда гас има да изврши рад P_3 и имаћемо другу специфичну топлоту C_p Појамно је,да мора бити $C_p > C_v$ т.ј.специфична топлота под сталним притиском већа од специфичне топлоте под сталном запремином,јер је у првом случају поред загревања гаса потребно да се видови рашире.Увек дакле треба одредити обадве специфичне топлоте.

а) -СПЕЦИФИЧНА ТОПЛОТА ГАСОВА.

ПРИ СТАЛНОМ ПРИТИСКУ.

У једном великом резервоару(гасометру)налази се гас,који се једном серпентином спроводи у суд у ком се загрева.Из овога суда спроводи се другом серпентином у калориметар и на послетку пусти се на поље.Ако се је гас у суду (А)загрејао на ϑ_1 а затим је дошао серпентинсм и ту се охладио до ϑ температуре.При овом треба тачно одредити количину гаса m_1(који је имао на поље),Нека је у калориметру вода у количини m_2 са температуром ϑ_2 .Тада постоји ова једначина:



$m_1 c_1 \vartheta_1 + m_2 c_2 \vartheta_2 = \vartheta(m_1 c_1 + m_2 c_2)$ одавде је $C_1 = \frac{m_2 c_2 (\vartheta - \vartheta_2)}{m_1 (\vartheta_1 - \vartheta)}$

По овој методи треба се старати да је притисак сталан,што се постиже манометром

в)-СПЕЦИФИЧНА ТОПЛОТА ГАСОВА ПОД СТАЛНОМ ЗАПРЕМИНОМ.

Замислимо, да суд може да се шири, на пр. ако је то каква бешика. Нека је ваздух у бешици има температуру ϑ^0 Загрејмо га за 1^0. Услед тога



ће се запремина повећати а температура гаса биће $\vartheta+1$ Ако сад притиснемо бешику тако, да сведемо на малопређашњу запремину, услед згушњавања гаса повећава се температура још за τ Свега ће температура износити $\vartheta+1^0+\tau$. Ово τ треба одредити помоћу термометра. Оно износи за све гасове $\tau=0,41$ Дакле рачуном може се израчунати c_v

Између c_p и c_v постоји овакав однос: $\frac{c_p}{c_v}=\frac{1+\tau}{1}=1+\tau$. Кад се замени τ онда је $\frac{c_p}{c_v}=1\,41$. Помоћу овога односа, кад знамо c_p, лако је наћи рачуном c_v Овај однос може се извести из брзине звука. Кад се звук простире од једнога места на друго, што бива таласањем у кугластим таласима т. ј. згушњавањем разређивањем ваздуха, а тиме се повећава и снижава температура ваздуха. И ово је дало повода зашто се теоријски нађени обрасци за брзину звука не слажу с оним, која је нађена експерименталним путем, пошто се на рачун брзине образује топлота.

Специфична топлота разних гасова је, кад узмемо да је за H_2O $c=1$, за H, $c=3\,409$; ваздух $c=0\,2.375$, CO_2 $c=0.2738$

ПРИМЕНЕ ОДРЕЂИВАЊА СПЕЦИФИЧНЕ ТОПЛОТЕ.

1/ Помоћу специфичне топлоте можемо одређивати количину топлоте коју има неко тело. На пр. тражи се колику је количину топлоте тело примило у себе, кад смо га загрејали од ϑ_0 до ϑ_2? На температури ϑ_0 тело је имало у себи топлоте $\theta_1=mc\vartheta_0$ а на температури ϑ_2 има $\theta_2=mc\vartheta_2$ Разлика $\theta_2-\theta_1$ даје нам топлоту коју је тело примило:

$$\theta_2-\theta_1=mc(\vartheta_2-\vartheta_0)=\theta_{II}$$

II) Специфична топлота гасова нашла је врло велику примену за одређивање ~~а~~атомске ~~тежине~~ топлоте; на основу тога, кад се специфична топлота с помноки са ~~ат~~атомском тежином даје Д и л о н г-П т и т о в број 6,04, т. ј. ако је А ~~а~~атомска тежина онда је С. А=6 4; А= 6 4/С. На пр. за Fe је $c=0,1138$; $A=56$; $C.A=6,37$; за Cu је $C=0,0939$ $A=63,4$; $C.A=5,99$

6,04-Од овога највише оступа угљен,и код њега је $C.A=3$ Ова неправилност вреди и за боровилијум.

III./ Трећа је примена специфичне топлоте за објашњење многих природних појава.Нађено је за влажну земљу $C=0.5$,а за суву је $C=0,2$ Због овога је у Шведској и Норвешкој средња температура много нижа,но што је код нас,иа да немају никада топло лето,као ми.Но и зиму немају хладну,као ми.Ово је с тога ,што се лети троши врло велика количина топлоте на загревање морске воде и зато лети није топло као код нас. Зими пак вода се охлади и отпусти 80 јединица топлоте,која је топлота довољна,да земљиште загреје и због тога је зими тамо топлије него код нас.Постанак приморских ветрова може се на овај начин објаснити.Сунчани зраци,што падају на земљу,загреју за 5 пута више земљу него воду. Обрнуто бива при хлађењу;земља ће се брже охладити,те ће наступити диференција у температури,а услед ове и диференција у густини ваздуха.На њу је рећи ваздух на копну,с тога ће ветрови дувати с мора на копно. Ноћу пак рећи је ваздух над морем а струја ваздушна кретаће се с копна на море.

4/- је примена за одређивање врло високих температура.Термометром са живом можемо одредити температуру до 300^0 а преко ове не можемо јер је жива близу тачке кључања.За високе температуре скупимо се калориметарским методом.На пр.да одредимо температуру растопљене платине . Нека та платина има количину топлоте $Q_1 = m_1 c_1 \vartheta_1$ где је ϑ_1 непознато, ми хоћемо да га нађемо.У калориметрују имамо количину топлоте $Q_2 = m_2 c_2 \vartheta_2$

Кад изручимо платину у калориметар добићемо неку температуру ϑ.Према познатим законима мора бити: $m_1 c_1 \vartheta_1 + m_2 c_2 \vartheta_2 = \vartheta (m_1 c_1 + m_2 c_2)$

одавде је $\vartheta_1 = \dfrac{\vartheta (m_1 c_1 + m_2 c_2) - m_2 c_2 \vartheta_2}{m_1 c_1}$

5/-Помоћу калориметра можемо одредити л а т е н т н у т о п л о т у т о п љ е њ а и т о п л о т у п р и и с п а р а в а њ у.Сасвим је све једно,да ли ћемо ми тело п р е т в а р а т и из чврстог стања у течно,или обрнуто,доћи ћемо до исте цифре и према томе радићемо како нам је над згодније.Тражићемо на пр.топлоту топљења воска.Изручено извесну количину растопљеног воска у воду.У течном стању у воску је

било топлоте $m_1 c_1 \vartheta_1$ а ако је се, пошто смо га изручили у воду, охладио до температуре ϑ_2 онда је изгубио од своје топлоте: $m_1 c_1 (\vartheta_1 - \vartheta_2)$ ј. толико је топлоте предао калориметру. Сад настаје стврдњавање и при том ће одавати топлоту. Нека оде $m_1 b$, где је b непознато и значи ону топлоту, коју одаје јединица тежине прелазећи из течнога у чврсто. Кад је очврсло тело, оно има још у себи извесан вишак топлоте и тежиће да се изједначи у температури са водом. Због тога ће одати још $m_1 c_2 (\vartheta_2 - \vartheta)$; целокупна количина, коју је восак одао, износи: $m_1 c_1 (\vartheta_1 - \vartheta_2) + m_1 b + m_1 c_2 (\vartheta_2 - \vartheta)$ значи масу воде, ϑ_1 прву температуру а ϑ заједничку температуру очврслога воска и воде. Ако узмемо још у рачун и суд калориметров и нађемо водени еквиленат W онда је:

$$m_1 c_1 (\vartheta_1 - \vartheta_2) + m b + m_1 c_2 (\vartheta_2 - \vartheta) = W (\vartheta - \theta)$$

одакле се лако може решити b.

На сличан начин можемо израчунати топлоту испаравања. Само овде морамо водити рачуна и о великом ширењу при преласку течности у гасовито стање, при чему се известан део топлоте троши на савлађивање притиска. Ако грејемо воду од 0° до 100°, онда ћемо на ту цељ утрошити извесну количину топлоте (рецимо τ). Сад је потребна друга извесна количина топлоте (рецимо T) те да би се ова добивена пара могла раширити на обичан притисак ($+ \varepsilon$. *овалошоока* зове се **т о п л о т а и с п а р а в а њ а**. Она износи код воде 536, 67 калорије, а ако рачунамо од 0°, онда износи више калорија и то 636, 67. Та је топлота врло велика. И кад се сад један килограм водене паре претвори у течно стање-воду, он ослобађа 536, 67 калорија. Ово је нашло употребу у домаћој економији за **ц е н т р а л н о г р е ј а њ е с о б а**, где се пара претвара у воду.

ТЕРМОХЕМИЈА

1/- ТЕРМОХЕМИЈСКИ ПРИНЦИПИ.

Ни сила ни материја не могу се хемијским процесима поништити ни створити, већ се могу на један или други начин изменити. На пр. при једињењу кисеока и водоника, али се сва та материја садржи у води. Исто тако енергија кисеоника и водоника молекила свакако се је смањила при преласку у течно стање, али се тај губитак енергије јавља у облику топлоте. Хемијским процесом можемо дакле променути енергију молекила, ако их пре-

Сад греба воду од 100° претворити у пару од 100°, али да исто пара жићемо, јамо је потребна количина топлоте рецимо (λ).

менимо унутрашњи склоп, те наступе други односи између афинената; у том случају постају нови мелекили и енергија тих молекила може бити већа или мања од енергије првобитних молекила. Ако је већа тада се при хемијском процесу в е з у ј е (абсорбује) топлота, а ако је мања, тада се о с л о б а ђ а топлота. У колико је већа диференција у енергији у толико ће бити јача топлотна промена. Т е р м о х е м и ј а има з а д а т а к да и з м е р и ту т о п л о т у што се о с л о б а ђ а или в е з у ј е при х е м и с к и м п р о ц е с и м а. Топлотна промена, која се јавља при постанку неког једињења зове се у т в о р н а топлота, а топлотна промена што се јавља при растављању неког једињења, зове се р а с т а в н а т о п л о т а.

2/.-ТЕРМОХЕМИЈСКИ ОСНОВНИ ЗАКОНИ.

1/-Т о п л о т а ј е м е р а з а в е л и ч и н у о н е х е м и с к е р а д њ е, к о ј а се в р ш и при р е а к ц и ј и.

2/-К о л и ч н а т о п л о т е з а в и с и с а м о од п о ч е т н о г и к р а ј њ е г с т а њ а б е з о б з и р а, к а к в и м ће п у т е м д о ћ и и к р о з к а к в е ће ф а з е п р о ћ и.

3/-К а д се и з в р ш и м а к а к в а х е м и с к а р а д њ а, о н а д а ј е т а к о к р а ј њ е с т а њ е, при к о м се д о б и ј а м а к с и м у м т о п л о т е.

3/-ДИФЕРЕНЦИЈА ТОПЛОТЕ.

Казали смо да је топлота један облик молекилске енергије. Топлотна енергија некога тела јесте апсолутна количина топлоте, која се рачуна од апосултне нуле, т.ј. од -273°.

Узмимо извесну количину леда на апосолутној нули т.ј. оној температури кад се сматра, да је енергија молекила равна нули, па потражимо количину топлоте, коју лед има на 0°. Специфична топлота леда је 0.5 Дакле имамо 272,6 x 0.5=136, 3 калорија. Оволику количину топлоте има лед на 0°. Кад узмемо у рачун, да је потребно 80 калорија, да се лед од 0° претвори у воду од 0°, онда вода од 0° има у себи 216, 3 калорија.

Вода на 100° има 100 калорија више, дакле 316, 3. Да би се пак вода од 100° претворила у пару исте температуре потребно је још 536 калорија. Из овога излази, да пара од 100° има 536 калорија више него вода на 100. Према томе пара од 100° има у себи 852 калорије. Ово би била а п с о л у т н а к о л и ч и н а т о п л о т е, која се још зове с а д р ж и н а е н е р г и ј е. Од ње ваља разликовати о с е т љ и в у к о л и ч и н у т о п л о т е која се мери термометром и зове се с а д р ж и н а т о п л о т е.

Али ми не можемо одредити тачно апосулутну количину топлоте због тога, што нисмо сигурни да лед на 273° има исту специфичну топлоту (0.05), као и лед на 0° дакле не знамо да ли специфична топлота леда остаје стална. Услед тога ми можемо само говорити о д и ф е р е н ц и ј и т о п л о т н е е н е р г и ј е. На пр. лед на 0° има 80 калорија мање него вода на 0°; вода на 100° има 536 калорија мање него пара на 100° и т.д.

4/- ТОПЛОТА ХЕМИСКИХ ЈЕДИЊЕЊА И РАСТАПАЊА.

При сваком хемиском једињењу троши се или ослобађа топлота. При хемиским процесима треба разликовати два случаја. Нека на пр. имамо једињење C=A + B. При растапању утрошиће се извесна топлота, те да добијемо на једној страни молекиле A, а на другој страни молекиле B. Ако сада те молекиле A и B одвојимо одмах од једињења A и B, онда је то ч и с т о х е м и с к о р а с п а д а њ е. Но ако не одвајамо те молекиле A и B, већ и даље остају са једињењем C, онда се то растапање зове; д и с о ц и ј а ц и ј а.

Г О Р Е Њ Е.

Под горењем разумемо једињење појединих тела са кисеоником. При оваквом горењу јавља се т о п л о т а. Апсолутну количину топлоте сагоревања некога тела одредићемо калориметром. Ми ћемо у један суд затворен унети тело које треба да сагори, на пр. угљен. Овај суд је у вези са другим судом, у ком се налази кисеоник. Сад се прво кутија са угљеном у њој спусти у калориметар. Угљен се затим запали и помоћу кисеоника, који долази из друге кутије сагорева. Овим сагоревањем угљена произвешће се топлота и вода ће се у калориметру загрејати. Сад треба одредити температуре те воде у калориметру, која се је услед сагоревања загрејала. И

на тај начин помоћу обрасца одређује се апсолутна топлота сагоревања Тиме је одређено колико сваки горећи материјал производи калорија. Тако, један кгр. водоника кад потпуно сагори са одговарајућом количином кисеоника производи 34 462 калорија.

Дрвени угаљ производи 8 080 калорија
Графит " 7 700 "
Гвожђе " 1.180 "

Код сваког сагорљивог материјала треба водити рачуна о температури на којој почне да гори и топлоти која се горивом произведе. Има тела која горе на високој температури. У пирофорна тела долази: фосфор а и гвожђе. Ако у једну цев узмемо опиљке гвожђа па кроз њих пропустимо струју водоника, који ће им одузети кисеоник. После овога затворимо цев. Ако сад ту цев разбијемо, то ће опиљци полетети у варницама, јер се је гвожђе запалило. Кад је гвожђе хемиски чисто, то сагори прво његова горња површина и образује се на њој слој оксида, који спречава даље сагоревање, јер мала количина топлоте, која је постала оксидисањем првога слоја разнесе се врло брзо на све гвожђе, те услед тога је постала врло мала топлота, која треба следећи слој, да запали. Но пошто је мала за ту цев и сагоревање гвожђа престаје даље. Вода као продукт кисеоника и водоника троши врло много топлоте и никад се не добија оних 34 462 калорија водоника. Јер кад водоник гори у ваздуху тада од тих 34 462 калорија има да се утроши и на одвајање кисеоника од 4/5 азота. Треба увек разликовати топлоту сагоревања и температуру пламена. Суво дрво даје топлији пламен него ли влажно. Кад увећамо струју ваздуха пламену, добија се нижа температура ма да имамо већу количину кисеоника, јер имамо увек исту количину топлоте сагоревања, а разну температуру пламена.

Тако је за

		на обичном ваздуху	на удвојеној температури.
Угљен температура пламена		2729°	1945°
Кокс	" "	3858°	2693°
Суво дрво	" "	2995°	1791°
Обично дрво(20% воде)	" "	1913°	1102°.

а количина топлоте сагоревања:

Угљена је 8080 калорија

Кокса је 7348 "

Сух.дрв." 3616 "

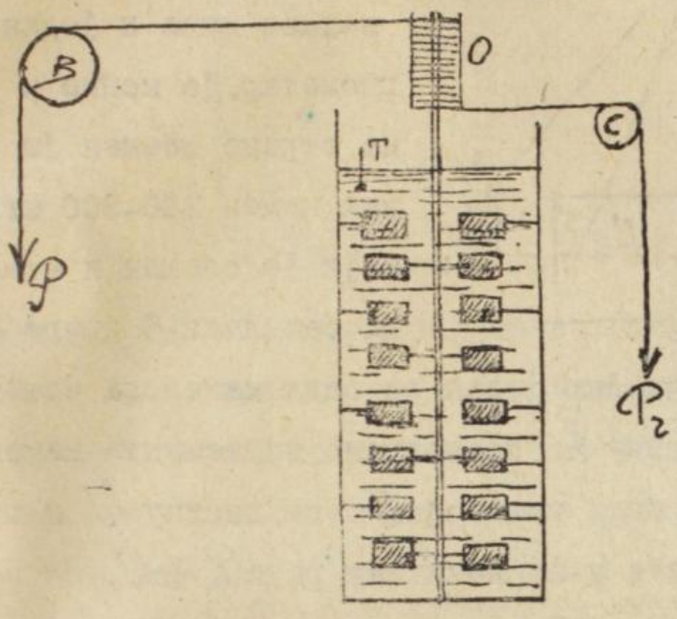
обич.дрв. 2756 "

МЕХАНИЧКА ТЕОРИЈА ТОПЛОТЕ.

Констатовали смо, да се м а х а н и ч к и м р а д о м може произвести топлота. Тај механички рад може бити различан: притисак, ковање, трење и т. д. Да се заиста тим производи топлота зато имамо примера сваког дана у животу ако што год сечемо, бушимо, таремо ударамо и т. д. при чему примећујемо да ће наши алати као и сами предмети, које израђујемо, бити загрејани. Кад хоћемо да запалимо палидрвца, ми га таремо о какав предмет и при том се развију толико топлоте, колико је довољно да се фосфор запали. Дивљаци производе ватру помоћу два сува дрвета, која тару један о друго. При бушењу једнога тога произвести и с а б и ј а њ е м г а с о в а, јер тиме приближујемо молекиле, услед чега се енергија јавља као топлота. Обрнути ће појав бити, кад се овако набијени гас нагло рашири. Молекилима ће требати већа енергија, а ту енергију може им дати само топлота околине, због тога се при ширењу гасова снижава температура. Ми на пр. можемо нашим устима и грејати и хладити како нам је кад потребно. Ако пуштамо ваздух из плућа кроз велики отвор уста, он ће давати топлоту, ако ли га пак сабијемо пуштамо кроз мали отвор, он ће се нагло ширити и абсорбовати топлоту од околине. Ако пустимо један камен од 1 кгр. са висине 1 мет. он ће извршити рад од једнога метар килограма $\frac{mv^2}{2}$. Ова количина енергије није се сва претворила у топлоту већ је том приликом постало и нешто звука, али свакако испитујући сад количину топлоте каменом, која је прешла у молекилско кретање-т о п л о т у. Пошто знамо да има оваквих примера за претварање механичкога рада у топлоту, то ћемо сад потражити о д н о с и з м е ђ у р а д а и т о п л о т е т. ј. т р а ж и ћ е м о к о л и к о т р е б а н а п р. р а д а д а с е и з в р ш и н а д а д о б и ј е м о ј е д н у к а л о р и ј у Овај однос зове се м е х а н и ч к и е к в и в а л е н а т т о п л о т е. Овај еквалент може се одредити на разне начине.

1/- ЏУЛОВ ЕКСПЕРИМЕНАТ.

По енглеском физичару Joule-у свако се одређује механички еквивалент. Узме се један метални суд, у који се успе вода или жива и у коју је утврђена осовина са металним лопатама. Да би се осовина окретала налази се на њој ваљак O око кога је обмотано уже, чији је један крај пребачен преко котура B и носи тег P_1, а други пребачен преко котура C и носи други тег P_2. Ако се пусти да ови терети падају они ће вршити рад услед кога ће се оса са лопатицама окретати и лопатице таруући се о мелекиле воде производиће топлоту. Чим буде количина топлоте у суду већа термометар (T) који је замочен у воду показиваће температурску разлику. Ако измеримо висине које су тегови прешли, док се је температура воде повисила од ϑ до ϑ' онда можемо наћи рад, који они изврше по обрасцу $R = P \cdot S$. Овај рад биће механички еквивалент топлоте. Нека је количина течности у суду $= Q$ специфична топлота c онда ће количина топлоте која се развија док тегови изврше рад P_3 бити: $Qc(\vartheta' - \vartheta) = R = P_3$.



где P значи тегова тежину а S висину, коју су прешли.

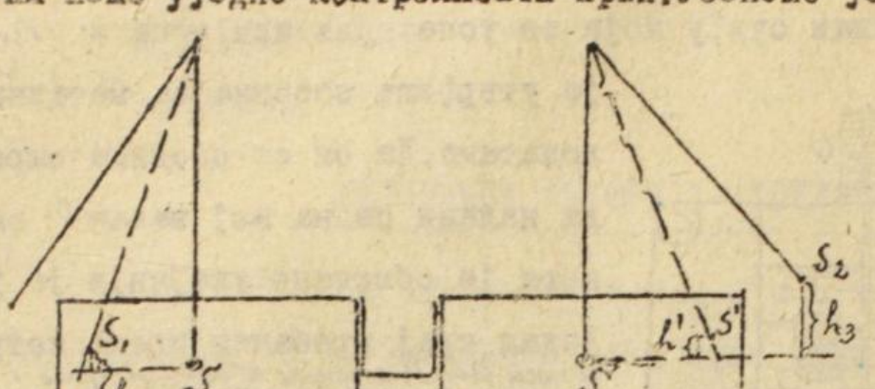
Кад знамо колико је утрошено рада, да се произведе извесна количина топлоте, онда простом деобом можемо наћи колико је потребно рада да се произведе једна калорија топлоте. На тај начин налази се да је производење једне калорије топлоте потребно извршити 425 мкгр. рада. Овај број 425 мкгр. јесте **механички еквиваленат топлоте.**

У опште, кад се течности крећу и тару, повишава им се температура, јер се њиховим трењем о корито производи топлота. Тако на пр. вода доњем делу водопада Ниjагарског има много већу температуру него на горњем.

2/- ХИРНОВ ЕКСПЕРИМЕНАТ.

Механички еквиваленат може се одредити и овим другим начином,

којим ћемо уједно контролисати први. Узећемо једну коцку од олова, која је издубљена у њој се налази жива и један термометар. До коцке с једне стране обешен је тежак камен 200-300 кгр. који је обешен и може да се клати. С друге



стране налази се камен друге тежине. Ако један од ових каменова истаћемо из равнотежног положаја за висину h посматрамо ли тежишта камена S онда ће S' у новом положају бити више од S за висину h' и пустимо га да удари у коцку, он ће унети у њу количину рада $R_1 = Qh'$. Од коцке ће се пренети удар на други камен. При повратку његову удариће коцку поново. Удар се преноси на први камен. Овај ће одскочити за h_3 и утрошити за то пењање рад $R_3 = Q \cdot h_3$ Сад се зауставе оба камена и посматрамо на термометру диференције у температури. Да је коцка при правом удару остала на миру, онда би се цео рад $R_1 = Q \cdot h_1$ претворио у топлоту. Међу тим од тога треба одузети количину рада qh_2 која је утрошена, док се камен q попео на висину h_2 а исто тако и количину рада $Q \cdot h_3$ која је утрошена на пењање камена Q на висину h_3 Из овога излази, да је корисни свега предато рада:

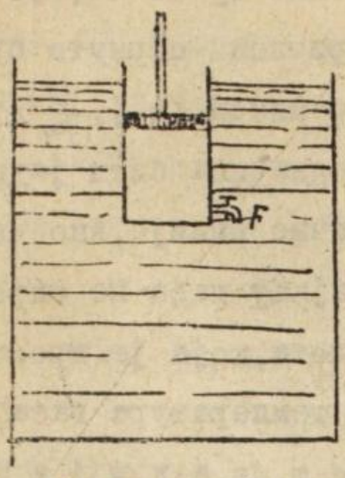
$$R = R_1 - R_2 - R_3 = Q \cdot h_1 - qh_2 - Qh_3$$

Ако је тежина коцке, M, специфична топлота σ а температура пре и после удара ϑ_2 и ϑ_1, онда је количина примљене топлоте: $M\sigma(\vartheta_1 - \vartheta_2)$ Однос између рада и ове топлоте јесте механички еквивалитет топлоте и он је: $\Sigma = \frac{R}{M\sigma(\vartheta_1 - \vartheta_2)}$

Ако за оловну коцку нађемо водени еквивалитет нар. W онда је, $\Sigma = \frac{R}{W}$ Рад се лаке вредности за R и W налази се онда да је $\Sigma = 425$ кгм.

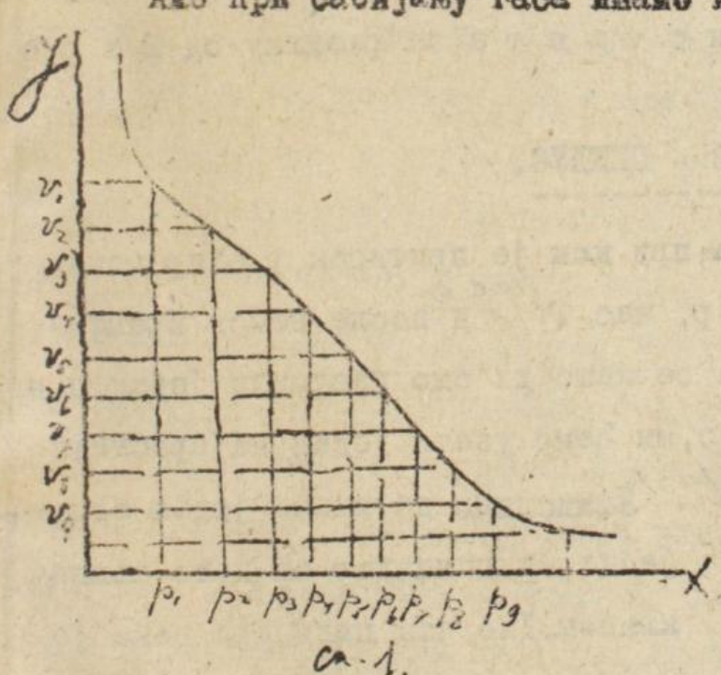
3/-МЕТОДА ОДРЕЂИВАЊА ЕКВИВАЛЕНТА ПОМОЋУ САБИЈАЊА ИЛИ ШИРЕЊА ГАСОВА.

За ту цељ узима се бакарна цев, у којој се креће клип, који цев херметички затвара, да би се ваздух могао сабијати. При сабијању развија-



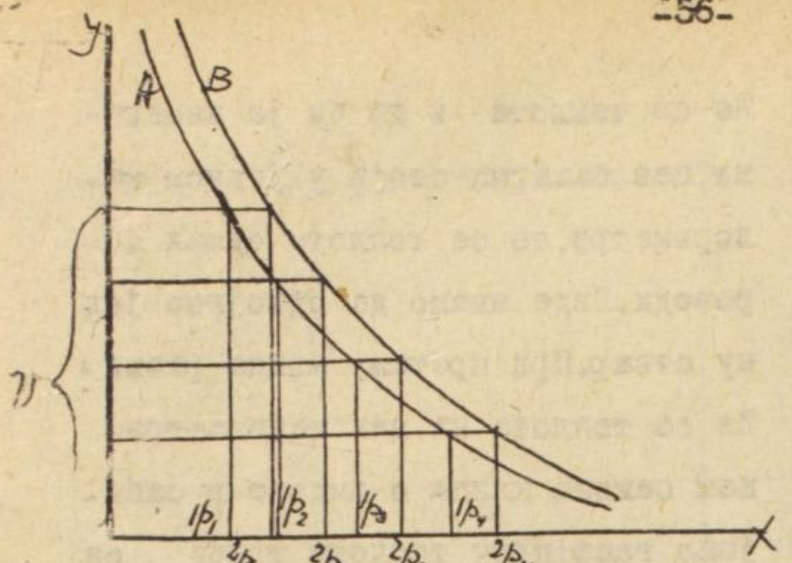
ће се топлота и да би је измерили, цев бакарна стоји у једном калориметру, те се топлота одмах спроводи. Овде имамо да одвојимо једну ствар. При кретању клипа развиће се топлота на два начина: трењем самога клипа о зидове и сабијањем гаса; прву топлоту треба одвојити. А то се ради на овај начин. Одврне се славина F да гас може. нешкодити напоље, па се на тај начин израчуња топлота, која постаје само услед трења. Затим се цилиндар поново напуни гасом и славина заврне, па се гас сабије, те се на тај начин одреди топлота, која постаје само услед сабијања. Пошто пак израчунамо рад који утрошимо на сабијање, онда лако долазимо до еквивалента. На овај начин се добија E =429. Овај се број разликује за 4, од оног који смо добили радећи по првим двема методама али по свој прилици овај је последњи број погрешан услед нетачности при мереву топлоте. Као што смо помоћу сабијања гаса одредили еквивалент, исто тако можемо и помоћу ширења, и добићемо исти број E =429.

Ако при сабијању гаса имамо и цилиндар и клип од метала, који лако спроводи топлоту, онда ће сва произведена топлота одмах спроводити, тако да ће гас само мењати запремину и притисак, а температура ће му остајати стална. Такве промене на гасу називају се и з о т е р м и ч к е.



сл. 1.

Ако узмемо да графички пројектујемо ове промене и на оси X пренесемо притиске, а на оси у одговарајуће запремине, добићемо једну криву линију, која се зове и з о т е р м и ч к а л и н и ј а (сл. 1) Она нам показује притиске и запремине, кад температура остаје иста.

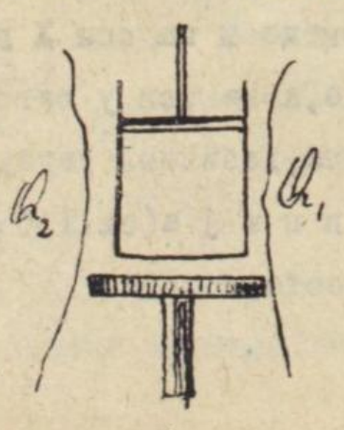


Сл.2

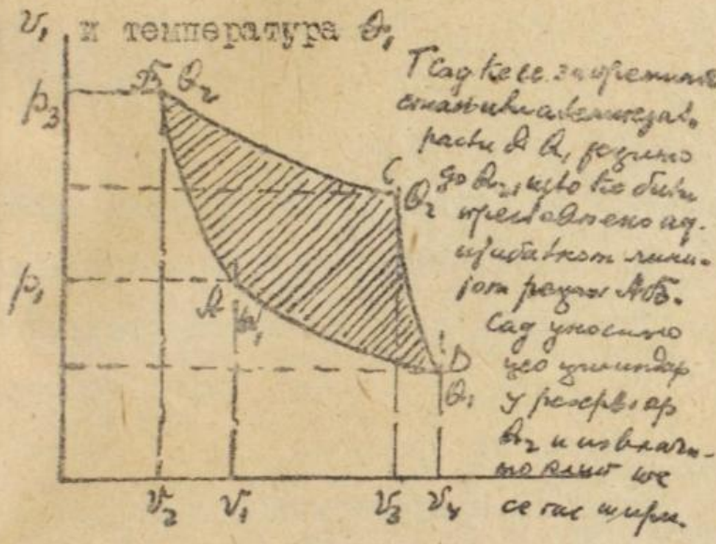
Пошто су по Маријотовом закону притисци обрнуто сразмерни са запремином, т.ј. $\frac{p}{p_1} = \frac{v_1}{v}$ то ће ова једначина бити једначина изотермичке линије. Ако ли се пак при сабијању гаса не спроводи одмах, топлота, која је произведена, већ се и температура гаса мења, онда имамо т.зв. а д и ј а б а т с к а п р о м е н а г а с о в а. Овде је ствар друкчија. притисци не зависе само од запремине већ и од температура. Према томе, ако нотражимо адијабатеку линију, притисци, које преносимо по х-оси биће већи, те ће линија бити стрменија. На сл.2. имамо обе линије: изотермичну и адијабатичку (А и В), које је се као што се види, не поклапају. За адајабатску линију важи ова једначина $\frac{p}{p_1} = \frac{v_1}{v_1} K$ (где је $K = \frac{c_p}{c_v} = 1{,}41$), дакле, за њу важи п о в е н ц и р а н М а р и ј о т о в з а к о н. Ако при сабијању или ширењу гасова водимо рачуна о произведеној температури онда се Маријотов закон мења и имамо једначину $\frac{p_1 v_1}{\theta_1} = \frac{p_2 v_2}{\theta_2} = h = a$ (некој константној количини). Вредност горњих односа назива се М а р и ј о т-Г е ј -А и с а к о в а к о н с т а н т а за разлику од М а р и ј о т о в а к о н с т а н т е.

КАРНОТОВ ЦИКЛУС.

Ако имамо извесно стање гаса при ком је притисак p, запремина v а температура θ па му мењамо час p, час v час θ и после неког времена вратимо се поново у исто стање, онда се каже да смо извршили један ц и к л у с. Да бисмо добили један циклус, ми ћемо узети један најпростији случај, као што је урадио Carnot. Замислимо да имамо један адијабатски цилиндар са исто таквим клипом. Дно пак цилиндра нека је од метала, који добро спроводи топлоту, испод цилиндера нека се налази један адијабатичан сто, тако да кад ставимо дно цилиндра на сто онда је гас у цилиндру окружен



са свих страна телима, која не спроводе топлоту. Осим овога имамо десно и лево од стола два топлотна резервоара, од којих један има температуру θ_1 а други θ_2 при чем' предпостављамо, да је $\theta_1 < \theta_2$. Ове резервоаре топлотне замишљамо тако велике да могу сдати цилиндру известан део топлоте, а да се у њима не осети промена у температури. Ако представимо графички почетно стање $p_1 v_1 \theta_1$ т.ј. пренесено на х-осу запремину, на у-осу притисак, онда ће нам тачка А бити полазна и у њој ће притисак, онда ће нам тачка А бити полазне и у њој ће притисак бити р, запремина v_1 и температура θ_1



Сад ћемо цилиндар ставити на сто и сабијате ваздух. Сад би требало температура да опада, али кроз дно цилиндра, које је од доброг спроводника, непрестано долази топлота из резервоара θ_2 дакле гас у цилиндру остаје на сталној температури θ_2 т.ј. промене су у њему изотермичке као што се може представити изотермичком линијом ВС, која је, као што знамо из ранијег положаја од адијабатичке линије. Ако сад гас метнемо поново на сто и охладимо га до температуре θ_1 тада ће се промена у њему моћи представити адијабатичном линијом СД. Сад уносимо цилиндар у резервоар θ_1 и сабијамо. Температура би требала да се повећава, али ће резервоар θ_1 одузимати сву произведену топлоту, тако да ће температура остати стална θ_1, што значи да опет имамо изотермичку промену промену гаса, представљену линијом ДА. Овим смо завршили један ц и к л у с.

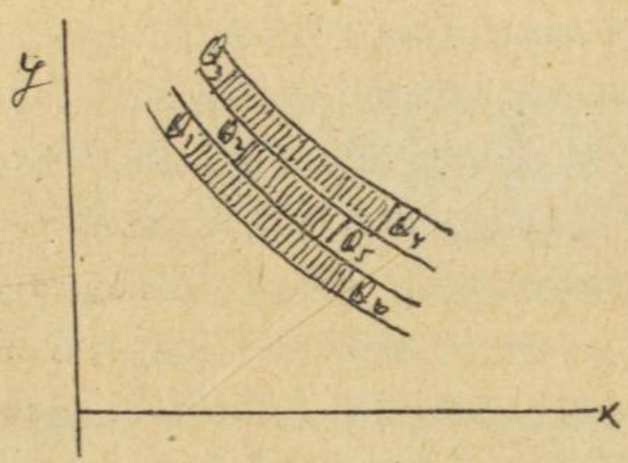
Сад имамо да одредимо количину рада, коју смо добили и ону количину, коју смо утрошили. Добивени рад представљен је површином $v_3 BCD v_4$ а утрошен рад површином $v_1 BAD v_4$ дакле добивено је више рада, и тај су вишак представља површину циклуса $ABCD$. Овај је рад позитиван. У осталом лако је појмити откуда је овај рад. Ми смо из резервоара θ_2 узели извесну количину топлоте и пренели у θ_1 и та топлота произвела је сувишак рада. Ако утрошени рад означимо са Q_1 добивени са Q_2 онда је добивени сувишак рада за један циклус био $R = Q_2 - Q_1$ а за више циклуса

$R = \Sigma(Q_2 - Q_1)$. На циклусу, који смо ми извели, види се да је он постао кретањем од A ка B, C, D повративши се опет у A, дакле циклус назива назива се д и р е к т а н. Ако би се пак кретао у супротном смислу звао би се р е т о г р а т/н.

Код циклуса ваља водити рачуна о температурама, у колико је на пр. температура θ_2 већа, у толико је и произведени рад већи. Између рада и температуре дакле постоји однос $\frac{Q_2}{\theta_2} = \frac{Q_1}{\theta_1}$ или $\frac{Q_2}{\theta_2} - \frac{Q_1}{\theta_1} = 0$.

Ко пошто су утрошени рад увек узима са знаком: -(минус), то имамо $\frac{Q_1}{\theta_1} + \frac{Q_2}{\theta_2} = 0$ т.ј. з б и р т о п л о т а, или, што је све једно е к в и в а л т н и х к о л и ч и н а р а д а у о д н о с у н а о д г о в а р а ј у ћ е т е м п е р а т у р е р а в а н ј е н у л и.

Ово што смо до сад изводили, вреди за један циклус. Међутим можемо имати читаву серију циклуса, па ћемо ипак доћи до истог резултата. На пр. на сл. 1. имамо један циклус сложен из три мања. Гас се дакле шири по адијабатичким линијама, а док прође од једне до друге, он иде изотермичким линијама, при чему се или троши или производи извесна количина рада. Означимо количине произведеног или утрошеног рада са $Q_1, Q_2 \ldots Q_6$ онда ћемо према оном што вреди за један циклус имати код првога циклуса $\frac{Q_1}{\theta_1} + \frac{Q_6}{\theta_6} = 0$



код другога: $\frac{Q_2}{\theta_2} + \frac{Q_5}{\theta_5} = 0$ и на послетку код трећега $\frac{Q_3}{\theta_3} + \frac{Q_4}{\theta_4} = 0$

Ако скупимо све ове збирове, они наравно морају бити равни нули

$$\frac{Q_1}{\theta_1} + \frac{Q_2}{\theta_2} + \frac{Q_3}{\theta_3} + \frac{Q_4}{\theta_4} + \frac{Q_5}{\theta_5} + \frac{Q_6}{\theta_6} = 0.$$

или у опште кад имамо колико циклуса $\Sigma\left(\frac{Q}{\theta}\right) = 0$ Ову једначину можемо написати на други начин. Нашли смо раније $\frac{Q_2}{\theta_2} - \frac{Q_1}{\theta_1} = 0$ или

$$\frac{Q_2}{\theta_2} = \frac{Q_1}{\theta_1}$$

Кад унутрашњим члановима ове сразмере променимо места онда имамо $Q_2 : Q_1 = \theta_2 : \theta_1$ Према познатим правилима о сразмери можемо написати: $(Q_2 - Q_1) : Q_1 = (\theta_2 - \theta_1) : \theta_1$

одатле је

$$Q_2 - Q_1 = \frac{Q_1}{\theta_1}(\theta_2 - \theta_1) \ldots\ldots 1).$$

1) Кад се ово вратило у овом виду на питање

Из исте сразмере имамо и ово $(Q_2-Q_1):Q_2=(\theta_2-\theta_1):\theta_2$

одатле је: $Q_2-Q_1=\frac{Q_2}{\theta_2}(\theta_2-\theta_1)$ ---------- 2)-

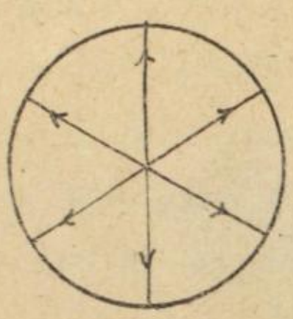
Али знамо раније да је $R=\Sigma(Q_2-Q_1)$ С тога кад заменимо у последњој једначини (Q_2-Q_1) вредностима 1). и 2). онда имамо: $R=\Sigma\frac{Q}{\theta_1}(\theta_2-\theta_1)$ или $R=\Sigma\frac{Q_2}{\theta_2}(\theta_2-\theta_1)$ Из ових једначина види се да је: $R<\Sigma Q_2$ јер тек кад би θ_1 било равно нули, онда бисмо имали: $R=\Sigma\frac{Q_2}{\theta}\cdot\theta_2=\Sigma Q_2$ и у опште: $R=\Sigma Q$ т.ј. произведени рад био би раван утрошеној количини топлоте, али овако услед разлике $\theta_2-\theta_1$ никад не можемо извесну количину топлоте претворити у еквиваленту колчину рада, већ увек добијамо мање рада. Ово се назива други главни став механичке теорије топлоте.

Има циклуса који би могли бити извртнути. То би било онда, кад би поменути цилиндар уносили прво у ладнији резервоар. У том алучају утрошени рад био би већ од добивеног и циклус би био ретограатан. За такве циклусе не вреди изведена једначина $\Sigma\frac{Q}{\theta}=0$ већ $\Sigma\frac{Q}{\theta}>0$ Овај израз $\frac{Q}{\theta}$ добно је нарочито име. Он се назива **ентропија** (њу смо већ споменули, кад је говорено о енергији у опште. Део I или као што ју је Томсон назвао расипање (*dissipation*). Њом се означава та појава, да се извесна количина рада (енергије) масе да претворити у еквиваленту количину топлоте, а обрнуто нак не стоји: дакле увек да морамо утрошити више топлоте него што добијамо рада. Ентропија целе васионе тежи према томе извесном максимуму, свакога дана више се произведе топлоте механичким радом, него се топлота врати поново у механлчки рад. Ово бива услед тога, што при претварању топлоте у рад већи део исте прелази емисијом и спровођењем на околна хладнија тела, те тако од прилике не можемо добити од утрошене топлоте више од 10%. Рад се може произвести само кад се иде од више температуре ка нижој, као што смо радили говорећи о директном циклусу. Када би свакога дана правили биланс, онда би смо видели, да свакога дана све мање бива механичкога рада, према томе кад ентропија достигне свој максимум, нестаће не само органска живота у васпони, већ ће престати и свако механичко кретање васионских тела па ће наступити апсолутно мртвило.

Можемо овде рећи и о томе, кад ће справа, која претвара топлоту у рад бити корисније. Количник између добијеног рада и потрошене топлоте: $\frac{Q_2 - Q_1}{\theta_1}$ назива се коефицијенат размене. То је оно што ми добијамо при претварању топлоте у рад. Онај процес, који нам да већи коефицијенат, корисније је. Сваки директан процес користан је.

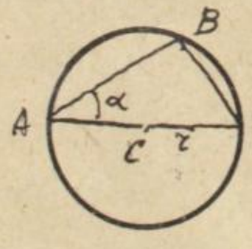
ДИНАМИЧНА (КИНЕТИЧНА) ТЕОРИЈА ГАСОВА.

По механичкој теорији замишља се, да је сваки гас састављен из слободних молекила, који се крећу насве стране брзо и праволинијски ударајући о други и о зидове суда и према томе бомбардујући зидове, - изазивају притисак. Да бисмо овај лакше испитали, узећемо да је суд, у ком се гас налази, једна лопта и двојаки молекили, приликом одбијања од зидова кугличин пролазе кроз центар. Ово се овако теоријски замишља, и ако је сад полупречник кугле $= r$ онда пут између, два удара молекила износи $2r = c.t$ где c означи брзину којом се молекил креће а t време за које пређе пут $2r$. Одатле можемо израчунати t и оно је $t = \frac{2r}{c}$



Број судара за јединицу времена обрнуто је сразмерни са временом дакле $N = \frac{1}{t} = \frac{c}{2r}$ Оволики је број у јединици времена. Нека сваки молекил има масу m онда је количина кретања mc док пређе пут $2r$ износи $2mc$ Ово је количина кретања за један молекил, а ако их има n онда ће бити: $\frac{mc^2 n}{2}$ Ово је притисак на целу површину лопте, а ако бисмо тражили на јединицу површине, онда треба горњи број да поделимо са $4r^2\pi$ т.ј. површином лопте, те бисмо добили образац за притисак: $p = \frac{mnc^2}{4r^3\pi}$ Знамо из Стереометрије: $V = \frac{4}{3} r^3\pi$; $3V = 4r^3\pi$ према томе: $p = \frac{n \cdot m \cdot c^2}{3V}$

Овај би образац вредео, кад би сви молекили пролазили кроз средиште, али ако то није случај, онда се мора узети у рачун и $\cos$ угла, који заклапају путање с полупречником. Пут би онда био $2r\cos\alpha$



Према томе време $t = \frac{2r\cos\alpha}{c}$ број судара: $N = \frac{c}{2r\cos\alpha}$ т.ј. у колико се смањи пут у толико се смањи и извршени рад. За N судара биће количина кретања: $Nmc = \frac{2rmc\cos\alpha}{2r\cos\alpha}$ Кад скра-

тимо са $\cos\alpha$ имамо : $N 2mc = \frac{mc^2}{2}$ Ово је важно за куглу, али како сваки суд можемо замислити из бесконачно много малих кугала, то ће образац важити за ма какав суд. Из обрасца за притисак гаса $p = \frac{nmc^2}{3v}$ можемо извући нати све појединости, које се тичу једнога гаса.

1/.-МАРИЈОТОВ ИЛИ ГЕ-ЛИСАКОВ ЗАКОН.

Помножимо и леву и десну страну са v па ћемо добити $pv = \frac{nmc^2}{3}$ Ако сад исту масу доведемо на притисак p_1, то ће се запремина променити на v_1 Пошто је маса гасна остала иста, то се с леве стране једначина нема шта променити, дакле имамо: $p_1 v_1 = \frac{m \cdot n \cdot c}{3}$ а одатле је $pv = p_1 v_1$ а то је познати нам Маријотов закон. Ово вреди за случај, кад се температура не мења, само је тада однос између притиска и температуре сталан. Ако се пак температура гаса мења, онда морамо узети у рачун и Маријот-Ге-Лисакову константу, па ћемо наћи, од чега зависи температура једнога гаса. Нашли смо, да је константа: $R = \frac{p \cdot v}{\theta}$ одавде је $\theta = \frac{p \cdot v}{R}$ Кад заменимо вредност за p, имамо $\theta = \frac{v}{R} \cdot \frac{n \cdot m \cdot c^2}{3v} = \frac{n \cdot m \cdot c^2}{3R}$ или $\theta = \frac{2n}{3R} \cdot \frac{mc^2}{2}$ Пошто члан $\frac{2n}{3R}$ остаје сталан на ма којој температури, то излази да θ зависи једино од $\frac{mc^2}{2}$ то је израз за енергију. Ако дакле загревамо гас, ми ништа друго не радимо, већ повећавамо енергију молекила. Температура је израз енергије молекила.

2/.-АВОГАДРОВ ЗАКОН.

Ако једначину $p = \frac{nmc^2}{3v}$ решимо по n имаћемо: $n = \frac{p \cdot 3 \cdot v}{mc^2}$ Узмимо другу неку запремину гаса и под другим притиском, па ћемо имати: $n = \frac{p_1 3 v_1}{mc_1^2}$ Ако узмемо да се температура, која зависи од енергије молекила, није променила, онда је $\frac{m_1 c_1^2}{2} = \frac{mc^2}{2}$ дакле и $m_1 c_1^2 = mc^2$ Оставимо даље и исту запремину гаса $v_1 = v$ На послетку још ако удесимо, да су присци једнаки $p = p$, онда излази да је и $n = n$, што значи да једнаке запремине гасова исте температуре и под истим притиском садрже и исти број молекила. Овај закон назива се Авогадров, и он служи као основа данашње теорије хемије.

3/.-БРЗИНА ГАСНИХ МОЛЕКИЛА.

У обрасцу $p = \frac{n \cdot m \cdot c^2}{3v}$ производ nm означава целокуп-

ну масу гаса, $M = n \cdot m = \frac{Q}{g}$ т.ј. равно тежини подељеној са g. По замени до-

бијамо, да је $p = \frac{Q}{g} \cdot \frac{c^2 \vartheta}{3v}$ Ако решимо једначину по c добијамо:

$c^2 = \frac{p \cdot g \cdot 3v}{Q}$ или $c = \sqrt{\frac{3pgv}{Q}}$.

Овде су нам познате све количине, изузев v. Образац за израчуња-

вање v овакав је: $v = \frac{Q\vartheta}{1{,}293 \cdot 5 \cdot 272{,}6}$ где ϑ значи температуру гаса, ра-

чунајући од апсолутне нуле а δ специфичну тежину гаса). Кад знамо го-

ре вредности, добијамо: $c^2 = \frac{1033 \cdot 9{,}81 \cdot 3}{Q} = \frac{Q \cdot \vartheta}{1{,}293 \cdot 5 \cdot 272{,}6}$.

А кад се ово сведе добијамо: c=485 мет.

Ово је узето за ваздух, где притисак на јединуцу површине износи 1033 гр

Ако рачунамо на 0^0, онда је $\vartheta = 272{,}6$ (рачунајући од апсолутне нуле) и

још узмемо специфичну тежину ваздуха за јединицу онда је: c=485

дакле c=485 мет. у 1 сек. Дакле ваздушни молекили крећу се од прилике бр-

зином као топовско ђуле. На исти начин узевши специфичну тежину ваздуха

за јединицу, налазимо да је средња брзина молекила на 0^0 за

водоник	1843 мет		у 1 секунд.	
азот	492	"	"	"
кисеоник	461	"	"	"
хлор	310	"	"	"
Амонијак	636	"	"	"

- - - -

ће одстојање два молекила бити $2r = 2\varrho$ Пресек сфере биће $r^2\pi$ или кад смањимо r, онда $4\varrho^2\pi$. То је за један молекил пресек сфере судара a, а за n молекила: $n\,4\varrho^2\pi$. Теоријским путем даље се налазили да је број судара у 1 сек. $Z = 4/3$ оних судара, који би се десили, кад би се кретао само један молекил, а остали били мирни. Дужина пута је $\lambda = \frac{c}{Z}$. Број Z налази се посматрањем унутрашњег трења гасова. На тај начин нађено се:

	λ = дужина пута	Z = број судара.
за H	0.000194 мм.	8.753,000.000
за N	0.000098 мм.	4.622,000.000
за O	0.000104 мм.	4.068.000.000
за ваздух	0.000099 мм.	4.515.000.000

- - - -

5/.-ОДРЕЂИВАЊЕ АПСОЛУТНЕ ВЕЛИЧИНЕ МОЛЕКИЛА.

Да бисмо нашли апсолутну величину молекила узимамо један куб ни сантиметар гаса на обичном притиску(т.ј.притисак од једне атмосфере и на 0^0,па замислимо да су молекили поређани један до другога на једној површини.Пошто се,као што знамо,молекили ни у ком телу не додирују,то ни овде нећемо водити рачуна о самом молекилу ,већ о његовој сфери привлачења,која има,рецимо полупречник ϱ. Према овоме сваки молекил,или управо његова сфера,заузима површину $\varrho^2\pi$ Ово ϱ можемо заменити са $\varrho=\frac{3}{4}r$ где r значи дистанцију између два молекила,па имамо $f=\frac{r^2\pi}{4}$ Ово је за један молекил,а ако их у једном кубном сантиметру има n онда је површина,коју заузимају: $F=n\cdot\frac{r^2\pi}{4}$ Запремина једног молекила била би: $v=\frac{1}{3}\varrho^3\pi$ или по замени за ϱ , $v=\frac{1}{3}\frac{r^3\pi}{8}=\frac{1}{6}r^3\pi$ Ово је за један молекил,а за њих n биће запремина: $v=\frac{1}{6}nr^3\pi$ Кад упоредимо ове две једначине за F и v имаћемо $4rF=nr^3\pi\cdot 6v=nv^3\pi$ или одавле $4rF=6v$

$F=3/2r\cdot v$ једак кубни сантиметар кад је $v=1$ и одавде

Пошто смо узели мало час како се одређује r Према томе можемо израчунати пресек,који износи:

за	H	9500	квадратних сантиметара.
за	N	17900	" "
за	O	16700	" "
за	ваздух	17700	" "

- - - -

За CO_2 износи тај пресек $(\frac{1}{\nu} 2^2\pi$ $)96 \times 77 \times 10^{-16}$

Ако тражимо сада број молекила у једном кубном сантиметру, он да треба пресек свих молекила, када би се (pa) застрли на једну површину F поделити са пресеком једнога молекила, дакле $n = \frac{F}{f}$

За CO_2 је F =26.700 кв. сантиметра а f =96 x 77 x 10^{-16}.

Кад поделимо ова два броја, добијамо број свих молекила у једном кубном сантиметру $n = \frac{26.700}{96x77x10-16}$ =275,9 x 10^{-16} =

=2760;00.00.0000.00000.

З а п р е м и н а ј е д н о г м о л е к и л а са CO_2 износи 716x10^{-24}. Т е ж и н а ј е д н о г а м о л е к и л а налази се кад се тежина једног кубног сантиметра гаса подели бројем молекила. Тако се налази за CO_2 да је Q =362,4 x 10^{-21} гр.

До истих ових цифара може се доћи гледећи на одступање од Мариотовог закона за гасове, који се теже кондензују; тако се и ради. За ваздух је τ =0.42 милионитих делова једног милиметра.

" τ =0.26 " " " "

" τ =0.60 " " " "

Б р о ј м о л е к и л а у кубном сантиметру ваздуха износи 21 x 10^{18}. Тежина једног ваздушног молекила је: $Q = \frac{1}{900 \cdot 21 \cdot 10} = \frac{1}{17} \cdot 10^{-21}$

С п е ц и ф и ч н а т е ж и н а једнога гаснога молекила износи: $\frac{Q}{v} = E$ дакле, кад би ваздух (p) претворили у чврсто стање, имао би исту специфичну тежину, коју има гвожђе.

Т Е Р М О Д И Н А М И К А

ОДНОСИ ЗА ПРЕТВАРАЊЕ ТОПЛОТЕ У РАД.

Ако са E означимо механички еквиваленат топлоте, са R рад, са Q топлоту, онда према томе, што смо изложили у маханичкој теорији топлоте излази да је $E = \frac{R}{Q}$ тј. еквиваленат раван односу између рада и топлоте. Исти однос постоји и кад се топлота претвори у рад. Из горње једначине можемо добити ово: $R = EQ = 425Q$. $Q = \frac{R}{E} = \frac{1}{E} R$

Ако $\frac{1}{E}$ означимо са λ онда је: $Q = \lambda R$ Д а в и д и м о с а д с п р а в е з а п р е т в а р а њ е т о п л о т е у р а д.

КАЛОРИЧНА МАШИНА



То је најпростија справа за претварање топлоте у рад. Састоји се из три укрштене стаклене цеви, на чијим се крајевима налази један суд, у који се сипа етар. Све те три укрштене цеви могу подједнако око једне осе да се окрећу. Ова се справа метне у врућу воду, но тако, да једна половина цеви буде баш у самој води, а друга половина ван ње. При овом ће етар из судића, који су у води, испаравати и кроз цев своју долазити у суд који дијаментално је лежећи, који није у води, и ту ће се кондензовати. Добили смо дакле три силе (пошто су три судића била у води), које дејствују истим правцем, због чега ће се сад справа окренути и друга половина цеви у воду доћи; етар из њихових цеви испариће, па ће опет доћи прва половина цеви у воду и т д. Изгледа у први мах, да је ова справа *perpetuum mobile* али небутни справа ће се окренути само дотле док је вода врућа. Значи, да, дакле хоћемо да справа ради, дотле треба да доводимо топлоту и воду загревамо.

Сва машина није употребљива за веће радове. Машина за производњење веће механичке снаге могу се поделити на три врсте: са загрејаним ваздухом, са светлећим гасом и са експлозивним пером

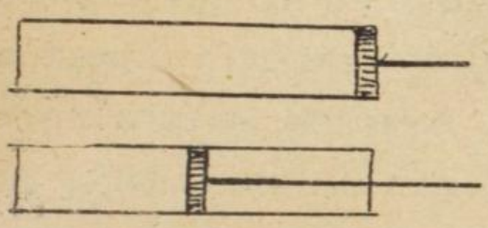
I ВАЗДУШНЕ МАШИНЕ.

И њима се не може добити велика количина рада. Основни је принцип, да се загрејан ваздух унесе у цилиндер, у ком се налази клип и то се кретање може даље пренети трансмисијом. Према начину грејања ове се машине могу поделити на три класе 1) -код којих се загрејана количина ваздуха пусти у цилиндар, крене клип и пусти напоље; 2) код којих се врели продукти сагоревања доводе у цилиндар те крећу клип 3) код којих је иста количина ваздуха час загрева, при чему се клип покрене десно час опет хлади при чему се клип враћа лево. Притисак ваздуха мери се према једначини $p_0(1+\alpha\theta$) у колико је температура θ већа и притисак је већи.

II. МАШИНЕ СА СВЕТЛЕЋИМ ГАСОМ-ЕПЛОЗИВНЕ МАШИНЕ.

Код ових је машина за кретање клипа узет светлећи гас који је у смеши са ваздухом јако експлозиван и производи при експловији врло ве

лаку температуру. Пропорција мешања светлећег гаса и ваздуха јесте: 1 6 1:8 и 1:7. Такву смешу унесемо у простор пред клипом и запалимо је или електрицитетом или чистим светлећим гасом, који је већ запален. Од експлозијом разумно врло нагло ширење продуката сагоревања. Услед велике температуре притисак ће се јако повећати и клип ће бити дотеран до краја. Ако то поновимо и с друге стране, онда имамо кретање лево и десно. Још је боље употребити два клипа. Кретање свих машина било би врло неправилно услед тога, што клип кад буде дотеран до краја, крећући се десно мора застати, па се тек кретати лево, дакле кретање н е р а в н о м е р н о. Она тачка у којој клип застане назива се м р т в а. Она школ[illegible] тога треба уредити, да је кретање равномерно. То се постиже на два начина, или се клип доводи у везу са т. зв. т р ч к о м з а м а ј ц е м, који кад се један пут окрене и стече известан момената лењивости, онда тим моментом регулишемо кретање клика, та се овај креће равномерно. Где се ке може употребити замајац, узимају се два клипа, који су тако удешени да кад је један на мртвој тачки други је баш онда у пуној снази и обратно те се тим начином регулише кретање.



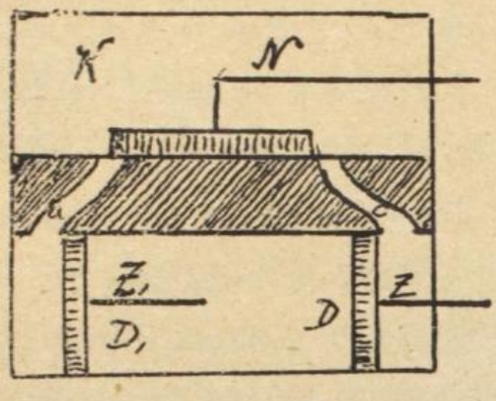
III. ПАРНЕ МАШИНЕ.

Гасне машине могу произвести 20-30 коња, а за веће радове уле требавају се парне машине.



Најпростији принцип за ове машине је овај: Узимо суд од метала или од стаклета, који се продужије у цев са клипом. У суду загревајмо воду. Она ће почети да испарава и ова пара савладаће атмосферски притисак и тераће, клип на више, ако се сад пусти да ова пара изађе, притисци се изједначавају и клип се мора враћати натраг. Поновним загревањем учинићемо да се клип поново крене. Ово је био и први тип парних машина, које су доцније усавршене. Прво усавршење било је што је одвојен резервоар са паром од клипа а пара је била пуштена само кад треба, кроз известан вентил. Овај посао отварање вентила ово је поверен једном дечку који је с времена на вре

ме вукао конопац и тим отварао вентил за испуштање паре. Али се он до-
сети те веже за полугу клипа конопац те је на тај начин проналазио п а р
и о к р м и л е, којим се испуштање паре врши аутоматски. Највеће расло-
ге за усавршавање парних машина стекао је Ват(Watt)и до њему је на-
звата јединица за мерење количине рада у а т. Машине, код којих водена
пара улази само с једне стране, па се после кондензује и пушта зову се
машине са ниским напоном или са кондензаци-
јом. Овакве се машине употребљавају
онда, кад имамо на расположењу велике ко-
чине воде на пр. код лађа. Друга врста ма-
шине са високим напоном
код којих се пара доводи и с једне и с
друге стране клипа. Ова се машине употреб-
љавају за кретање локомотива. Прву локомо-

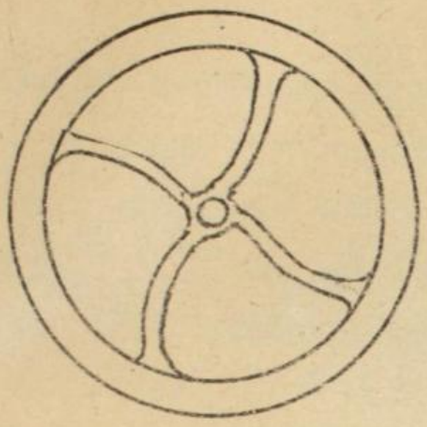


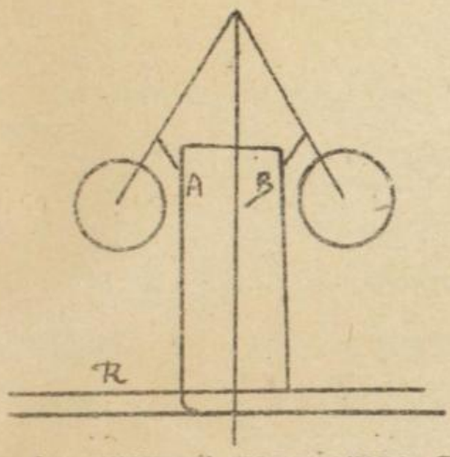
направио је Енглез Џорџ Стифензон месеца октобра 1829 год. Конструкција
парне машине са великим напоном види се на слици, а састоји се из каме-
ре K и цилиндра у ком се креће клип D. Камора је у вези са цилиндром
са два канала a и c који се састају при уласку у комору. Преко тога
отвора клизи крило N које се креће лево и десно, те час затвори отвор a
а час отвор c. Загрејана пара доводи се из казана у камеру. Ако је от-
вор C отворен, она ће пролазити у цилиндар и тераће клип лево. Кад се
клип налази у D, крило N се покрене десно и затвори канал c, а отвори a

Услед тога пара јојури пред клип, и креће га на десно. Пара, која се
налази иза клипа и која је свршила свој рад одилази вентилом M.

Овај описан цилиндар са клипом јесте најважнији део машине, а
али сваку машину прате још и други делови који служе за регулисање, за
мењање и преношење кретања. Тако, да би се праволиниска кретање претво-
ле у кружне, доводи се полуга Z у везу са другом полугом. Обе полуге
спојене су, а друга је полуга у вези са точком, који се услед те полуге
креће. Код сваке парне машине, која нема да се помери са места, налази се
још један точак велики димензије(периферије). На овај точак намештен је
кајиш, којим се кретање даље преноси. Сем тога овај точак својим моментом
ленивости регулише кретање .

Код локомативе нема овога точка, а равномерност постиже тиме





а равномерност постиже тиме што се узму два цилиндра. Други један део код парних машина јесте е к с ц е н т р и ч н и т о ч а к, коме оса окретана није у центру, него ма где, услед чега његова периферија не пролази кроз исте тачке. Његов је задатак да се с времена на време отвори вентил те да пара изађе. Пошто пара не долази у цилиндар са истим напоном то се њен долазак мора регулисати. То се постиже ц е н т р и ф у г а л н и м к л а т н е м. Оно има задатак да својим издизањем и спуштањем отвара и затвара вентил, који пропушта пару. Ово клатно састоји се из осовине, око које се окрећу две масивне кугле, које се могу од осовине удаљавати или приближавати. Осовина се налази у цеви, која је у вези са другом цеви, куда пролази водена пара. Кад се кугле приближе осовини, окретање је справе лакше, те се осовина издигне, вентил олабави и пара почне у цилиндар јаче придолазити, те се справа почне поново брже окретати, и тиме затварати и спречава долажење паре. Парни се казани данас не праве од једног цилиндра, већ од неколико цеви између којих пролази пламен, те је површина, која се загрева већа и тим је постигнута штедња у гориву. Једна такође врло важна ствар код парних машина јесте о д ј а к. Код великих инсталација зидају се високе одаци, али рецимо код локомотива нису могући такви димњаци. У тим се случајевима помаже овако: Она пара, која изађе из цилиндра пусти се у димњак, те се кондензује и остави велики празан простор. Ваздух с поља јурне да напуни тај празан простор и тако долази до горива.

У последње време перед парних машина употребљавају се тзв. п а р н е т у р б и н е, којима се такође топлота претвара у рад; састоји се из једнога точка са крилима на која ако удари водена пара са великим напоном она ће их окретати. Оне нису за велике радове, где се траже велика брзина, јер се оне могу окретати по 2000 у минуту.

Да видимо сад како се може одредити ефекат једне парне машине Ако машина ради приском од p атмосфера, на 1 см.^{2} притискује снагом од 1033 р.

Ако ли пак имамо пресек цилиндра Ω онда је целокупан притисак $\Omega = 1033$. Нека је дужина цилиндра l (а то је n пут који прелази) онда ћемо имати, да је рад клипа: $D = l \cdot p \cdot \Omega$. 1033 грама. Ако клип оде n пута лево и десно док се потроши 1кгр. паре, онда је $\frac{n \cdot l \cdot p \cdot \Omega}{1033} = D$ (раду једног килограма паре). Ωl је запремина цилиндра. $\Omega l n$ је запремина 1 кгр. паре $= V$ Према теме је $D = 1033 p \cdot V$. Ово је целокупан рад за извесно време; ако се тражи ефекат, онда горњу количину вала поделити са временом $\varepsilon = \frac{D}{t} = \frac{1033 p \cdot V}{t}$

Ако ефекат рачунамо у парним коњима = 75 мет. кгр. онда можемо из рачунати t, p или V Како нам кад буде требало $t = \frac{1033 \cdot pV}{75}$ или $p = \frac{75t}{1033V}$ Сва топлота, која се на огњишту производи, на може се претворити у рад. Ми цениме користан рад и он износи 10-15%. Од 100 топлотних јединица код најбољих машина може се корисна употребити 14-15 јединица. Кад смо дискутовали једначине за температуру гасова (а то вреди и за чврста и течна тела) видели смо да температура зависи од молекулске брзине. У колико је енергија молекила већа у толико тело има више топлоте. Топлота је дакле функција молекилског таласања. Што се тиче топлоте, која се простире зрачењем, њу сматрамо да је врста таласања кроз етарску средину. У ранијим временима се топлота сматрала као неки ф л уид који истиче из једног а утиче у друго тело. То је гледиште оборено, јер тела остају по тежини иста па ма се загревала или хладила, што не би могло бити, кад би у њега улазио или излазио какав материјал или флуид. Место те е м и с и о н е х и п о т е з е постављена је в и б р а ц и о н а или у н д у л а ц и о н а т е о р и ј а.

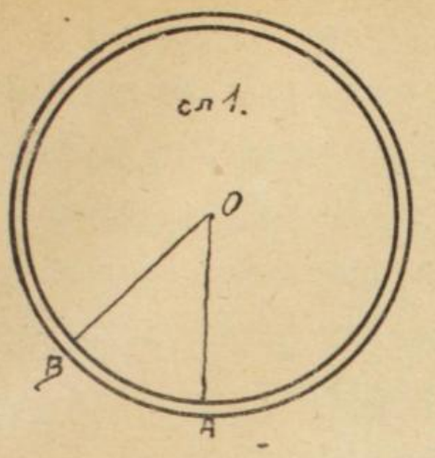
По тој теорији се топлота и светлост преносе таласањем етра. Ову хипотезу су нарочито оснажили у последње време појава и нте р ф е р е н ц и ј е и п о л а р и з а ц и ј е.

Крај науке о топлоти.

Д О Д А Т А К Т О П Л О Т К.

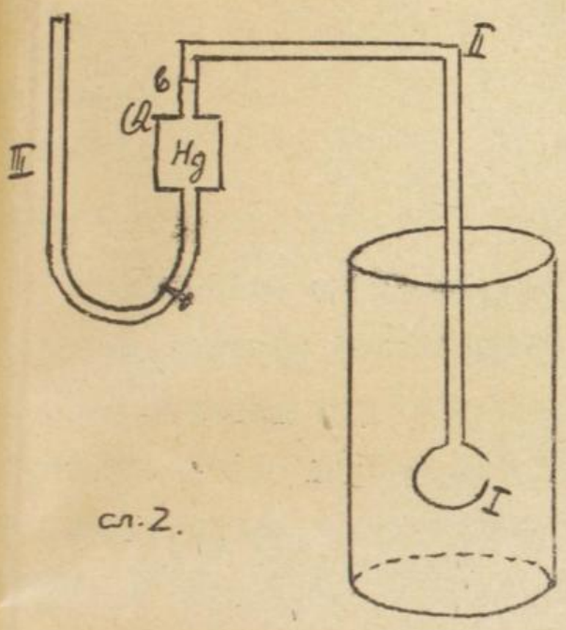
ШИРЕЊЕ ГАСОВА.

Гасови су врло осетљиви према грејању; њихово је ширење услед



сл 1.

грејања врло велико и за његово испаљење није потребна тако велика прецизност са апаратима. При испитивању гасова може се радити двојако 1/.-п о д с т а л н и м п р и т и с к о м 2/.-п о д с т а л н и м з а п р е м и н о м. Кад се гас шири онда ради. Узмимо да у еластичној лопти OA имамо извесну количину гаса, који загрејемо; услед тога ће се он раширити, а тако исто и еластична лопта O A. Свака лоптина тачка пређе пут δ а сам рад гаса је као $R=P\delta$ тј. при писак помножен са путем. Апарат за испитивање ширења гаса на разним температурама види се на сл. 2. Део I је кугла са гасом, а III је цев са живом, која има славину Део II и III одвојени су белегом b.



сл. 2.

Тај апарат за оба случаја тј. и за испитивања под сталним притиском и под сталним запремином.

ИСПИТИВАЊЕ ПОД СТАЛНИМ ПРИТИСКОМ.

Део III напуни се живом до b па се део I остави у суд са ледом који се топи, температура је дакле 0°. Нека је запремина гаса у I делу V_0 запремина гаса у II делу биће V_ε, јер је тај део ван домашаја температуре леда тј. он је на температури ε° Сад уклонимо суд са ледом и узмемо суд са водом, коју загрејемо до кључања. Нека је сад температура ϑ (која је приближна 100°, али није 100° због притиска). Сад је запремина гаса у нормалним приликама равна збиру запремина делова I и II дакле T где је γ коефијенат ширења стаклета, а ε температура околине дела II. У овом случају је једино непознато α тј. коефијенат ширења гаса, и њега можемо изнаћи, он је:

$$\alpha=\frac{1+\gamma\vartheta}{\vartheta\left(1-\frac{V_\varepsilon}{V_0}\right)}-\frac{1+\gamma\varepsilon}{1-\alpha\varepsilon}-\frac{1}{\vartheta}=\alpha=0,003675=\frac{1}{272,44}$$

На тај начин нађен је коефијенат ширења гаса, који је био у деловима I и II.

$$T\ V=\frac{V_0(1+\gamma\vartheta)}{1+\alpha\vartheta}+\frac{V_\varepsilon(1+\gamma\varepsilon)}{1+\alpha\varepsilon}$$

ИСПИТИВАЊЕ ПОД СТАЛНОМ ЗАПРЕМИНОМ.

Апарат је за ово испитивање исти, као и сам рад донекле. Део I опет се прво мође у лед од 0^o а затим у кључану воду; кад је у кључаној води, жива ће се од b спуштати, али кроз отвор O тман телике доспеће живе, да она сабије раширен гас и дође опет у b; тиме смо свели запремину гаса на (100^o), θ^o на запремину V_0 али је притисак у телике већи. На тај начин исто као и мало пре долазимо до оваквог обрасца:

$$\alpha = \frac{B_0\left[(1+\gamma\theta)+\frac{v_0}{v_\varepsilon}[1+\alpha(\theta-\varepsilon)]\right]}{VB_0\left[1+\frac{V}{V_0}-\frac{1}{1+\alpha\varepsilon}\right]} - \frac{1}{\theta} = \alpha_1 = 0{,}0036679 = \frac{1}{272{,}63}$$

Као што се види коефицијенти се нешто између себе разликују тек у 6-ом децималу с тога је узета средња обична вредност α =0.00367 или $\frac{1}{272.5}$ Нарочито овај други начин је употребљен и за мерење температуре помоћу гасних термометра, које је најтачније мерење како за високе тако и за ниске температуре. У самој ствари одредба температуре помоћу гасних термометра није ништа друго, до један метод одређивања коефицијената гасног ширења. Поље одређивања помоћу гасних термометра много је простије од поље одређивања помоћу обичних термометара, кад је цев пуна ваздухом, гасометар је ваздушни; кад којим другим гасом - гасни термометар. Са гасним термометрима температура се не чита већ рачуна по обрасцу:

$$T = \frac{B_0 - B_\varepsilon\left(1+\frac{V}{V_0}\right)\frac{1}{1+\alpha\varepsilon}}{\alpha(B_0-\gamma B_\varepsilon)(B_\varepsilon-B_0)}$$

где је B барометарско стање на 0^o; а B_ε на ε^o, V запремина првог дела, а V_0 II дела апарата (сл. 2) а α је већ познат коефицијенат ширење гаса. Често се $\frac{V}{V_0}$ запоставља због мале вредности те постаје образац: $\varepsilon = \frac{(B_0-B_\varepsilon)\alpha}{B_\varepsilon B_0 - \gamma B_\varepsilon}$ где је γ коефицијенат истезања стаклета. Овим се обрасцом и служимо најмање. Ако имамо V_ε запремину гаса на $(\varepsilon^o$, а V_ε' запремину гаса на ε' онда је $V_\varepsilon : V_\varepsilon' = (1+\alpha\varepsilon) : (1+\alpha\varepsilon')$ тј. $V_\varepsilon : V_\varepsilon' = \left(\frac{1}{\alpha}+\varepsilon^o\right) : \left(\frac{1}{\alpha}+\varepsilon'\right)$

Исто тако вреди и за притиске: $P_\varepsilon : P_\varepsilon' = (1+\alpha\varepsilon^o) : (1+\alpha\varepsilon')$ или $P_\varepsilon : P_\varepsilon' = \left(\frac{1}{\alpha}+\varepsilon^o\right) : \left(\frac{1}{\alpha}+\varepsilon'\right)$

Како је пак $\alpha = \frac{1}{272{,}5}$ то је $\frac{1}{\alpha}$ =272,5 те је $V_\varepsilon : V_\varepsilon'$ =(272,5+ε^o) :(272,5+ε') Имају се исто тако као и аполутне температуре. Под аполутном температуром зовемо температуру за 272,5 нижу од обичне; према томе је апоселутна нула температура од -272,5 C тога ако (272,5+ε^o) и (272,5+ε') означимо са аполутним температурама T и T_1 имаћемо $V_\varepsilon : V_\varepsilon' = T : T_1$, $P_\varepsilon : P_\varepsilon' = T : T_1$. Овим смо дакле увели још један нов појам о апсолутној температури. Имали смо Марјотов закон: производ из запремине и притиска на T, $P_\varepsilon : P_\varepsilon' = (272{,}5+\varepsilon^o) : (272{,}5+\varepsilon')$. Дакле притисци и запремине

истој температури увек једнак. Али зна се да је температура гаса промењива за све промене гаса, то и температуру морамо увести у такав закон то ће бити: $V_1P_1 = V_2P_2 = V_3T_3 = V_4P_4 = V_5T_5 = \ldots\ldots\ldots$ непотпун Маријотов закон, а: $\frac{V_1P_1}{T_1} = \frac{V_2P_2}{T_2} = \ldots\ldots\ldots$ потпун где T_1, T_2, T_3 и т.д. долази у именилац јер је $V_1 : V_2 = P_1 : P_2$ Запремина гаса на 0° и 760 мм. притиску је нормална запремина, коју означујемо са V_{om} према томе $V_{p\varepsilon}$ била би запремина гаса на притиску p и температури ε Према горњем потпуном Маријотовом закону било би;

$$V_{om} = \frac{V_{om}\,760}{272,5} = \frac{V_{p\varepsilon}\cdot p}{272,5+\varepsilon}$$

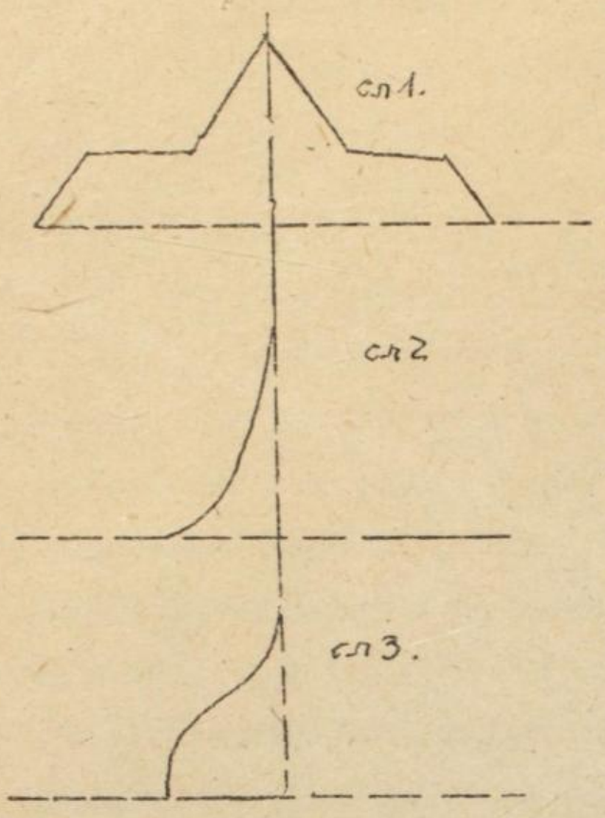
и то би био образац за свођење запремине гасова из ма каквих прилика на нормалне. Тај је образац чешће оваквог облика: $V_0 = \frac{V_p\cdot\varepsilon}{760}\cdot\frac{p}{272,5+\varepsilon}$. 272,5 који јако утиче и на одређивање специфичних тежина гасова. Зна се општи образац: $\gamma_{p\varepsilon} = \frac{G}{V_{p\varepsilon}}$ или $\gamma_{om} = \frac{G}{V_{om}}$ а целе $\frac{\gamma_{om}}{\gamma_{p\varepsilon}} = \frac{V_{om}}{V_p}$ а нама је $\frac{V_{om}}{V_{p\varepsilon}}(1+\alpha\varepsilon)$ те је $\frac{\gamma_{om}}{\gamma_{p\varepsilon}} = 1+\alpha\varepsilon$ или $\gamma_{om} = \gamma_{p\varepsilon}(1+\alpha\varepsilon)$ образац за специфичну тежину гасова у нормалном стању:

Те се одређује практички овако: Узме се балон познате запремине, па се измери тежина G на барометарском стању B. Балон донекле пумпом испразнимо рецимо до притиска P_1 и измеримо сад тежину G_1. Тежина је исцрпљеног гаса $G - G_1$ а према горњем обрасцу је $\gamma_{om} = \frac{V}{V_{om}}$ где је V_{om} познато из раније одређеног обрасца; треба само још G свести на температуру 0° те се добија дефинитиван образац: $\gamma_{om} = \frac{q}{V}\cdot\frac{760}{Bb}(1+\alpha\varepsilon)$

Додатак. К о е ф и ц и ј е н а т ш и р е њ а г а с а п о д с т а л н и м п р и т и с к о м б р о ј, који показује увећање запремине јединице, када се њена гаса повећа за 1°, а притисак остане исти - Ширење гасова први је пронашао Gay Lissac (1807) његов је закон: сви гасови имају исти коефицијенат ширења између 0° и 100°. Готово у исто време нашао је Gay да је коефицијенат ширења гасова независан од притиска који гасови трпе.

Gay Lissac и Dalton поставили су закон, да сви гасови од 0° до 100° под сталним притиском имају исти нађени коефицијенат ширења; доцније утврђено, да то важи дотле, док се гасови понашају по Маријотовом закону; $\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$. Постоји и тзв. д и ф е р а н -

ц и ј а л н и термометар опет гасне а и с



точношћу уз то,који је пре т е р м о с к о п тј.справа за изналажење разлике у те мператури.Тај је апарат пре био употребљаван за испитивање ерачне топлоте,али сад има за то савршених справа.Ако температуру у велико променимо наступа не само мирење већ и промена агрегатног стања, чврсто тело прелази у течно,течно у гасовито и обратно, чврсто тело прелази у течно грејањем до тачке топљења.Има тела која кад се загревају једнако задржавају чврстоћу и своју дотле сталну тврдиљу напр.лед.Такво би топљење графички било представљено као што на показује 1.сл.И такво би топљење било би идеално(лед се приближно тако топи).Међутим мека тела грејањем постепено губе чврстину и при прелазу у течно стање сасвим је изгубе,на пр.восак;такво топљење није као прошло и графички се претставља као што показује сл.2.Као што видимо овде нема оштрих линија као у првом случају.Восак се размекша на 50°, на 100° је полутечан,на 200° се тек сасвим отопи;код њега је дакле све континуална линија крива,за све интермедиерне положаје од 50°-200°.Има тела и таквог топљења,која се мало размекшају ,па се тек топе,а затим даље греју,графички представљено такво топљење било би као што нам показују слика 3.

ТАЧКА ТОПЉЕЊА.

То је оно температурске стање на ком се топљење почиње и завршава.За нека тела(лед)то је једна тачка,а за неке (восак)више тачака.Кад испитујемо ту тачку топљења узмемо више тог тела,загревамо га и у њ мет ремо термометар.Ако имамо мали део тела метнемо га на куглицу термометра загревамо термометар док се тело не истопи .Живидњум се најтеже топи на 2.200° па платина на 2100°,легура клна још се теже топи.Угљена киселина на 50° вива на48° и т.д.Дакле у тачкама топљења заступљено су све температуре од 2.200 до 100(па и -200).Питање је како је с притиском при топ

њењу? Температура топљења мења се према притиску. Већина је тела, која кад се тела повећавају запремину и притисак ту повишава тачку топљења, друга тела (вода) смањује запремину топљењем и притисак ту снижава тачку топљења. Лед се може истопити и под самим притиском без топлоте, и то под од -100° топи се под притиском 20-30,000 атмосфере. На том је принципу основана р е г е л а ц и ј а (жица пресече лед, који и даље остаје цео и пут се познаје само по одбијању светлости). Врло је велика улога регелације код снегова. Услед регелација снијег у једноставан комад, кад се изложи великом притиску. Како се топе тела, која нису чиста? Таква су тела легуре. Код легура је тачка топљења нижа но за поједине саставне делове. Легура од 15 дела, Sn, 8 дела Pb и 3 дела Ka топи се на 60°, зато се тешко топљивим металима у топионицама дода п о ч е т н а с м е с а з а т о п љ е њ е.

Кад топљење одпочне, онда ма да дедајемо ватрем топлоту не примећује се промена температуре: значи ту се троши на савлађивање молекилског привлачења, та топлота звана т о п л о т а т о п љ е њ а, која ни је ништа друго до рад на савлађивање, то за ту појаву нема ничег особитог да се примети. Топљење се може проузроковати и растварањем тј. мешавином једног течног и једног чвстог тела. Ту изгледа да топлота нема посла, али се констатовало, да је сваком раствору нижа температура од температура узетог растворног средства, што значи да ту ипак има посла топлота; топлота је и при овом процесу употребљена на савлађивање молекилског привлачења; само је у овом случају та топлота узета од топлоте самих тела, није нарочито придодавана. Обично се тако мешавином производи нижа температура; жива и које чисто тело (метал); лед (или снег) и со и т. д. јесу мешавине помоћу којих се може добити теорички снижена температура -20° а практична -15°. Најбоља је пак леђена смеса ситан лед и хлорни креч, који дају -50°. За већа хлађења постоје друге методе.

Кад се хоће да се из раствора добије опет чвсто тело може се раствор или испаравати или замрзнути. На тај начин растворено тело одваја се сб за се, а растворно средство за се (одвајање соли из морске воде, у топлим и хладним пределима). Ако течност, добијену топљењем чистог тела, грејемо и даље, добијамо тело у гасном стању. Прелаз течности у гас бива обично к ь у ч а њ е м, то у малим дедовима. Кључање је избијање пара-

(гасних)нечурова из течности,која се греје.И овде има једна температура,која се не мења за све време испаравања тј.прелаза из течног у гасно стање.Раствори могу бити засићени и незасићени.За одређивање тела,у раствору имамо три методе:

1/.-Метода рачунања на 100° тј,нађи колико гр има растореног тела у 100 делова воде (течности).

2/.-У осно тј.у 100 делова раствора има р делова тела.

3/.-С т е х н о м е т р и ј с к а м е т о д а,колико молекила воде делази на молекил растореног тела или обратно.За те три методе имамо ове обрасце:

$$1)\ p=\frac{100p_1}{100-p_1}=\frac{100n}{nm}\ ;\ 2)\ p_1=\frac{100p}{100+n}=\frac{100n}{(n+m)m}.$$

Прелаз течности у гас је компликованија појава од топљења.Ту нема посла само температура већ и притисак па и суд у ком је течност,коју претварамо у гас.Течности испаравају и механичким путем,тако лед испарава и на обичној температури због струјање ваздуха(тј.маханичким путем).Важан је утицај суда на испаравање:вода кључа у стакленом суду за 5° доцније но у металном;ту је наступило утицај адхезионог привлачења,течност теже кључа у суду,чије зидове квасн.Тако имамо и кључање у прегрејаном суду,кад усијамо металнн суд па сипамо у њ воду,очекујемо да вода одмах испари јер се налази у суду загрејаном преко 100° али се то не појави већ она заузме сферан облик;ухватила се парна кора спољa која тек онда попушта,кад се суд охлади испод 100° тј.кад буде за атхезију воде и суда удесна температура.У том тренутку наступа,као експлозија,која је врло јака у парним казанима.Други је врло важан утицај притисак.Нарочито је велики утицај притиока на кључање.На 100° вода само кључа при нормалном притиску од 760 мм.Тако вода кључа на 0° под притиском 5 мм,на 10° под 9,4 мм,а на 50° под 54,4 мм,на 100°,760 мм,на 111° под 1140 мм,а на 120,5° под притиском 1520 мм.Овај је покдатак о утицају притиска веома примењен у техници.На пр.из меласа(раствор шећера)издваја се кристалан шећер,на температури нижој од 100°;али у ваздуху,а карамел на вишој температури и под већим притиском.

Међутим кад се из костију вади лепак није довољно 100° те с тога треба изазвати што већи притисак,чиме се температура кључања повећања Тачку кључања повишавамо затварајући суд-Папинов лонац-и тако пара сама

производи све већи притисак. Да изведемо као пример неколико тачака кључања на нормалном притиску: алкохол 79,7°; жива 350° и то је горња граница живиног термометра; бојтин 300°, цинк 1040°, хлор-33°, амонијак-238°, то је тело које најтеже кључа (температура кондензована водоника).

НАПОН ПОЈЕДИНИХ ПАРА

За одредбу напона пара имамо две методе: 1/.-статички 2/.-динамичка.

Први метод статички. Узме се барометарска цев, у чијој се Торичелов празнини мотке течност, која потисне живу, кад испари услед ниског притиска. Тако просто прочитамо напон паре те течности на температури, на којој је опит вршен. Нађен је напон живине паре (важне за физику због барометра и термометра; је на 0° од 0,02 мм. на 10° је 0,027 мм, на 50° је 0,112 мм на 100° је 0,7 мм. и т.д. Ово је напон паре чисте живе, није напон исти кад жива није чиста. На основу разлике у температури кључања, оснива се фракционо дестилисање смеша од више течности Дантен је нашао закон: напон паре смеша, равна је збиру напона сваке поједине течности.

РАЗЛИКА ПАРЕ И ГАСА.

Кад се чиста пара изложи извесном притиску прелази у течност, обрнутим пут се не може кондензовати на тако ниском притиску. Према томе пара ће бити гас кад се понаша по закону Марињотовом. Тако водена пара и на 300° је гас. Кад гас хоћемо да претворимо у течност испитујемо како се понаша по Маријотовом закону, и ако отступа од закона значи да је близу тачке кондензације.

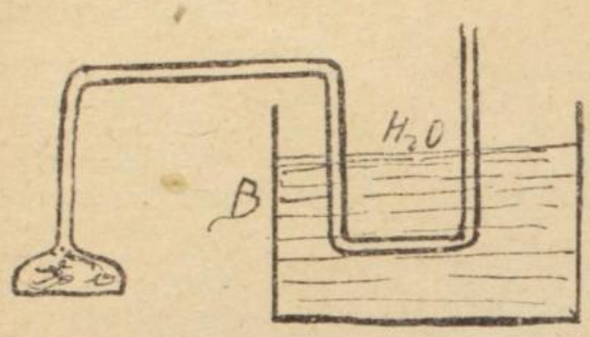
ОДРЕДБА СПЕЦИФИЧНЕ ТЕЖИНЕ ПАРЕ.

Ни једна пара нема издвојено за се. За одредбу специфичне тежине паре има две методе: 1/.- Gay Lissac-ова и 2/.- Dumas-ова метода. По првом се напуни цев краћа од барометарске живом и мете у суд са течношћу, чија је тачка кључала виша од оне течности, чијој пари тражимо специфичну тежину. У ту цев се метне стаклениче са 2 грама те течности (етра) која испари и потискује живу. Ако хоћемо специфичну тежину на температури испаравања, загрејемо цев до те тачке (за етар 30°). Део цеви за који се спустила жива је v а q је већ 2 грама и специфична тежина $= \frac{q}{v}$

а кад се све прилике узму у обзир добија се тачан образац:

$$\Delta = \frac{q(1+\alpha t)760}{V \cdot 0{,}001293 p}$$

где је 0,001293 специфична тежина ваздуха. По Дамасовој методи узме се балон са нешто течности и загрева док пара те течности не истисне ваздух па се онда цев затопи, пошто нам је позната тежина балона то кад одбијемо од садашње тежине добијамо q = тежина паре, а лако је одредити и запремину балона и сад је $S = \frac{q}{V}$. Исто то вреди и за гасно стање.



Изврнут процес проласка гаса. Да се гас кондензује треба да је: 1/.-смањена температура и 2/.-повећан притисак. Латентна топлота испаравања даје рад који се троши на кидање молекилског привлачења течности, то тај рад можемо употребити за произвођење вештачке хладноће. Зато и најбоља служи амонијак и апарат. А= амонијак сватра Всуд са хладном водом обмотан амонијаком рђавим топлоносцем. Скидањем топлоте кондензује се пара и гас. Паре се кондензују само хлађењем а за гасове потребно је и притискивати: да се молекил гасова сплоче приведу у привлачења. У поменутом случају употребљава се и хлађење и притисак. До пре 20 година имали смо пет(5) перманентних гасова: водоник, азот, угљен моноксид, азот моноксид и . . . . . али кад је нађена критична температура (T_{kp}) испод које гас мора бити одређен па да се притиском може кондензовати, претворени су и ти гасови у течност. Водена пара загрејана на 364,1° и т.д. Ево неколико примера за критичку температуру:

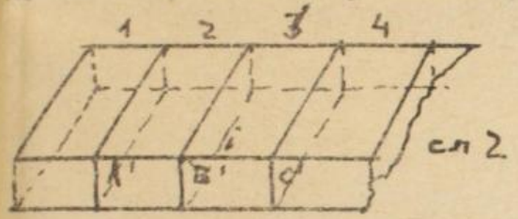
водоник -237°; кисеоник -118°; ваздух -140°; угљен моноксид -130°; амонијак 130°.

Види се да су критичне температуре перманентних гасова врло ниске, те се не могу или лако испразнити. Смешом соли и леда под притиском 1,2 атмосфера добија се -78,2°; у безваздушном простору етар и угљен киселина дају -110°. Раул, Пикте и Кајете, француски, нашли су да се перманентни гасови одраде, што је могуће више на се сабију и нагло ослободе притиска, чиме се услед ширења још јаче охладе и одмах истиче течан гас. Тако се лако добија течан ваздух. Течни гасови услед јаког притиска др-

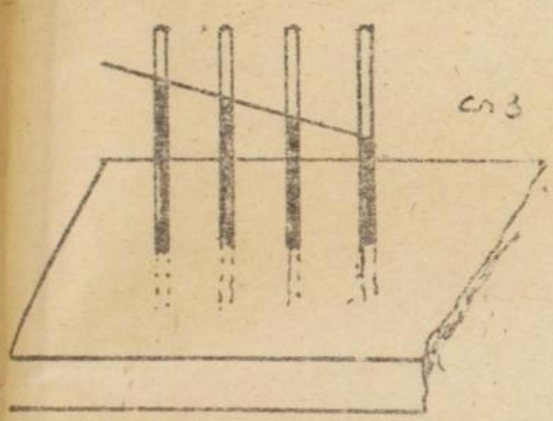
ра се у јаким судовима. Све што се кува у течан ваздух одмах се замр-
не.

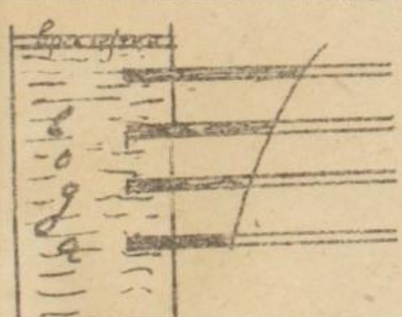
КАКО СЕ ПРОСТИРЕ ТОПЛОТА.

Топлоту је немогуће затворити, може јој се кретање само успори-
ти. Две су врсте простирања топлоте: 1/. - са молекила на молекил, кроз пон-
дерабилну материју и 2/. - кроз етар тј. импондерабилну материју. Топлота
је кретање молекила тела и етра; прво је спровођење а друго је зрачење;
ваздух не преноси ону топлоту коју осећамо од ватре већ етар. За спора
кретања етар је неосетљив. Спровођење
топлоте са молекила на молекил је дво-
јако: унутрашње и спољашње. Узмимо
једно тело и загрејмо га на једном
крају, видећемо да ће се и други крај
тела загрејати значи да су молекили
предавали топлоту један другом. Ако
усечемо неколико пресека на једној хо-
могеној правилној шипци, која ће бити
на једнаком остојању, онда количина
спроведене топлоте q зависи од масе
m и то тако да је $q = m(\vartheta_1 - \vartheta_1')$
ој. само су друге температуре, јер су
ти делови шипке на равној дальини од
ватре. Одређено је да количине $q = q_1$
морају бити пете: карактеристика с т а
ц и о н о г с т а њ а за које је $\vartheta - \vartheta_1 = \vartheta_1 - \vartheta'$ тј. иста је разлика
температуре за пресеке на истим остојањима. Падање температуре што дола-
зи на јединицу дужине је $q = K \cdot \frac{\vartheta - \vartheta_1}{l}$ то је Т.М.о ћ спровођења не
можемо спречити сасвим, али је успоравамо облагањем рђавим топлоносама.
Јединица моћи спровођења топлоте је моћ спровођења сребра и ако то узме-
мо као 100, добијамо за бакар 74 тј. 3/4 сребра; за злато 53, месинг 23, гвож
ђе 12, олово и платина само 8.



сл 2.


сл 3


сл 4.

Кад једно тело избушимо на неколико места на пуњење испунимо
живом и метнемо термометре, видећемо да ће жива у термометрима доћи до
разне висине и ако их све вежемо добићемо криву линију, која нам одређу-
ће моћ спровођења која нам даје разлику између и лошим проводницима.

је коефицијенат моћи спровођења по једначинама $Q = K_p \frac{\theta - \vartheta}{\ell}$. Само хо-
могена врста тела спроводе свако просту топлоту. Са хетерогенима је већ
друкчије. Кристали спроводе топлоту у правцу сваке осе; исто је то и код
дрвета, које друкчије спроводи топлоту уздуж и попреко, радијално и т.д. О
једнакости брзина спровођења топлоте може бити говора само код хомоген
тела. Другојачије је са одређивањем коефијената спровођења топлоте код
течности, јер кад се вода загреје, загрејан је слој лакши, потискује се на
горе и набија на врх носећи собом своју топлоту, ту се топлота горњег сло
ја није пренела са молекила на молекил. Та појава код течности назива се
к о н в е к ц и ј а. Тек грејањем озго преко воде спиа де врео вајтин, кон
статује се да и вода спроводи топлоту са молекила на молекил што се опа-
жа термометрима на (сл.4). Код гасова је већа тешкоћа, јер су гасови врло
покретљиви и при кретању сваки молекил односи своју топлоту и не преда
је је одмах другоме. На основу особине спровођења топлоте и можемо у ха
ртији грејати воду; да се хартија запали треба да је температура до 500°
на 100°. Тако исто посматрамо кретање у хартији и сваку шесност која воду
а вода кључа. Испод 500°. Испитивањем топлоте кроз гасове брако се Стефан
пошто је утврдио кретање гасова трењем и нашао је ове бројеве према сре-
ду:

За ваздух 0,0332, за живу 0,054, за угљену киселину 0,002, за во-
доник 0,0009.

Гасови су у опште рђаве топлоноше нарочито упоређењем према
металима.

ЗРАЧЕЊЕ ТОПЛОТЕ бива кретањем етра. Ту топлоту нетачно конста-
тујемо термометрима. Употребљиван је диференцијални термометар, али данас
имамо савршене т е р м о е л е м е н т е, а њима је принцип б о л о м е т а р
Топлота се простире правом линијом, а брзина јој је као и светлост.

ЕМИСИЈА, отпуштање зрачење топлоте бива кад је тело на вишој
температури од околине. Свако тело и прима и отпушта топлоту, ако се от-
пуштање и примање топлоте не може да констатује термометром кажемо да је
наступила д и н а м и ч к а р а в н о т е ж н а е м и т и р а њ а.
Мехони се први бавио емитирањем.

Јединица за мерење емисионе моћи је рапав чађ, и то узет у
100 делова. Према њему је за артију 98; восак 96; стакло 90; лед 80; жива 20;
углавни метали у опште 12.

Рапаве површине емитирају. Принцип тога је употребљен за судове

та чување течних пермаментних гасова:Дивартов суд.На основу емисије ла де се сва тела у природи:отуд слана,роса и т.д.На метале не пада слана" јер мање зрачe(12%).Сва тела не емитирају сваку врсту топлоте једнако;врсте топлоте одређене су према брзини постајања и кретања.Топлота највише ~~[illegible]~~ до 400 билијуна пута у секунди,то је т а м н а т о п л о т а Колико је тело у стању да емитира топлоту,толико је у стању и да прими. Пирхометар је справа за одређивање емитиране светлости топлоте.Кад је заклоњена површина од сунчаних зракова,за пет минута нека је температура ϑ_1; 5 минута под утицајем зракова и температура θ; опет 5 минута заклоњена и температура нека је ϑ_2 онда је $\vartheta = \theta - \frac{\vartheta_1 \vartheta_2}{2}$ одатле се налази да је ϑ на целу земљу $1{,}7033\ r^2\pi$ или 1см.кв.У току јединице времена прима толико топлоте да Т може исецкати ледену кору од 32 метара дебљине.

Емисија топлоте зовемо лађењем и ту је особину Бутн први проучавао и дошао до овог закључка:Брзине хлађења зависе од вишка температуре тела,од температуре средине у којој се тело налази.Доцније је нађено да је овај закон вредио само за ниске температуре

РАДИОМЕТРИ.

Они су основани на разлици емитирања и упијања топлоте од разних површина.Употребљавају се плоче од најлакших метала(алуминијума)и чим се справа изложи електричној светлости,чекрк од плоча се окреће.Из кугле у којој је чекрк,донекле је извучен ваздух.То окретање долази од тако званог: "б о м б а р д о в а њ а м о л е к у л а"и зато брзина окретања зависи од разређености ваздуха.Једно тело више увек прими (q) но што отпусти топлоте (q_1) те је $\frac{q_1}{q} < 1$ а то је коефицијенат апсорпције.

Узмимо да на два разна тела падне Q топлоте,апсорбционе моћи првога биће: $Q.A_1$, а другог $Q.A_2$ Ако оба тела загрејемо до ϑ_s а тада да су им површине $s = s_1$ онда је за стациону температуру $QA = l_1 \vartheta_s$ и $QA_2 = l_2 \vartheta_s$ или $\frac{l_1}{A_1} = \frac{l_2}{A_2}$ тј.констатован је однос емисије према чађи: $\frac{l}{A} = \frac{l_1}{A_1} = \frac{l_2}{A_2} = \ldots$

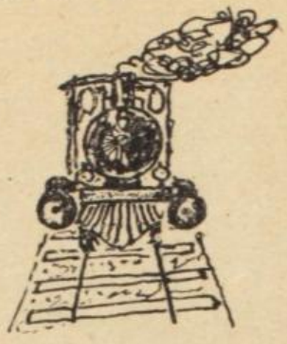
или $l_1 = \frac{lA_1}{A}$

Тела,која пропуштају топлоту јесу д и ј а т е р м а н а а која упија.

Т количе да загреје 232 кгр.воде за 1°, на целу земљу тиче да

ју а т е р м а н а. Силисон раствор пропушта 12% упијене топлоте, сумпор угљеник 63% и т.д. Кад хоћемо да светао зрак задржи и топлоту, пуштамо га кроз раствор стипсе; а сумпор угљеник одузима му велики део топлоте. На томе се одабирање или с е л е к ц и ј а топлотних зракова оснива.

Крај Науке о топлоти.



IV Д Е О.

Е Л Е К Т Р И Ц И Т Е Т.

При изучавању науке о електрицитету поделићемо је на три дела: статички електрицитет динамички електрицитет и електромагнетизам. При самом излагању појава електрицитета увидеће се потреба ове поделе, као и разлика, која постоји између тих делова

С Т А Т И Ч К И Е Л Е К Т Р И Ц И Т Е Т

1. Основни појава.- Електрисање. - Ако се стаклена шипка протр ља парчетом коже, која је премазна амалгамом цинка, или каквом сви леном материом, добиће особину да привлачи к себи лака тела, као што су комади папира, листићи од злата или сребра, куглица од сржи итд. Шипка је, дакле, трљањем добила особину да може извршити известан рад што пре тога није могла чинити. Она има сад у себи извесно ста ње енергије али та се енергија битно разликује од свију врста енерги ја с којима смо до сада имали посла. - Сем стакла има још много тела која кад се тару добијају особину да привлаче. Таква су нпр: сумпор, ћи либар, печат-восак шелак, ебонит, кучук, колодиум итд. Стања у ком се побијана тела налазе пошто се протрљају, назива се ЕЛЕКТРИЧНО, а сам узрок тога стања зове се ЕЛЕКТРИЦИТЕТ. За електричне особине неких тела знало се још на неколико стотина година пре Христа. И пошто је прва појава примећена на ћилибару то од грчке речи electron (ћилибар) дошао је и сам назив електрицитет. Ако се електрицитет по свом постанку може задржати на сваком телу заузевши известан стабилан положај зове се онда статички електрицитет ако ли се одмах по свом постанку креће- струји, назива се динамички електрицитет .

2. ЕЛЕКТРИЧНО ПРИВЛАЧЕЊЕ И ОДБИЈАЊЕ.

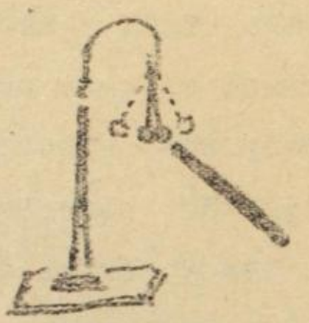
Кад једну наелектрисану стаклену шипку приближимо лаким телима она ће их себи привући и здржавати их неко кратко време Али на брзо за тим видећемо да ће се тело одбити од шипке и исте их више неће моћи привла чити. Прва појава назива се електрично привлачење. а друга електрично одбијање. Као год стаклена шипка, тако ће се чисто понашати и шипка од црне смоле ебонита. И код ње ћемо констатовати право привлачење а за тим одбијање. Између електрицитета и магнетизма постоји. дакле та разли

ка што електрицитет дествује најпре привлачећи па онда одбијајући док магнетизам дествује стално.

3. Две врсте електрицитета

Према мало час описаном привлачењу и одбијању стаклене и ебонитне шипке изгледа да се у једној и у другој шипци налази исто електрично стање. Међутим следећи експеримент показује нам да се електрицититет у стаклу разликује од оног електрицитета, који се налази у ебониту.

а) Ако имамо две куглице од зовине сржи обешене о свилене конце (сл. 1) па им пренесемо наелектрисану стаклену шипку, она ће их привући па затим одбити. Кад склонимо шипку куглице ће се одбијати једна од друге, што значи да су се и оне биле наелектрисати. Пошто смо пак обе куглице додирнули истом шипком то значи да је додиром у обе прешла иста врста електрицитета; из одбијања пак куглица изводимо ово правило: тела која су наелектрисана истом врстом електрицитета одбијају се.



сл 1

в) Ако, овај експеримент поновимо са шипком од ебонита, све остати исто, Али ако сад куглицама, које ебонит одбија, примакнемо стаклену шипку, видећемо да ће куглице бити привучене. Види се дакле, да се ебонични електрицитет разликује од електрицитета у стакленој шипци. Из привлачења куглица и стаклене шипке изводимо правило: Тела која су наелектрисана разним врстама електрицитета привлаче се.

Ј) Кад стаклени електрицитет дође у додир са споменим електрицитетом, они се понашају тако да један другоме слаби дество. Ако ли их у исто тело будемо довели исте количине разних електрицитета, они неће показати и тело ће остати у неутралном стању. Овај оглед можемо приближно извршити с пменутим куглицама од зове. Ако једну будемо додирнули стакленом шипком, а другу ебонитном оне ће се привући али се после неће више одбијати и биће својим наелектрисањем неутралне.

Сва тела кад се наелектришу понашају се или као стакло или као смола. Према томе разликујемо две врсте електрицитета: СТАКЛЕНИ и СМОЛАНИ. Први се још назива позитивни (+), а негативним (−) електрицитет. Једно тело показује се да исто тело може бити наелектрисано час позитивним а час негативним електрицитетом према природи са материје којом тело трљамо. Тако нпр.: стакло може бити и негативно

наелектрисано ако га таремо лисичјим репом Као стално може узети ово правило. Кадгод се тело таре истом материјом и при једнаким приликама увек узима исту врсту електрицитета.

4. СПРОВОДНИЦИ И ИЗОЛАТОРИ. Кад бисмо узели једну шипку од метала и покушамо да је наелектришемо држећи је непосредно руком, видећемо да се у шипци неће моћи констатовати електрицитет. У самој ствари електрицитет је и овде произведен, али га метал кроз на ше тело спроводи у земљу. Ако пак металну шипку насадимо на стаклену па је онда таремо, произведени електрицитетом остаће у металу. јер га стакленећи неће моћи спровести. Према томе. види се да нека тела спровод добро електрицитет а друга не спроводи. Прва се тела називају спроводници, а последња изолатори. Међутим, не може се поставити сасвим строга разлика између спроводника и изолатора, јер као год што нема тела, кроз која би се електрицетет могао сасвим слободно кретати, исто тако нема изолатора (изузев можда Етар и суве гасове) који мање или више не спроводе електицитет.

Према степену спрезођења разликују се:

Добри спроводници:	Умерени добри:
Сребро	Угљен
бакар	Киселине
Злато	сокови растьои
Цинак	морска вода
Платина	влажна земла
Гвожђе	Плоуспроводници:
Олово	Човечије тело
Жива	пламен, памук
бизмут	вода, сухо дрво
	платно, мермер.

Изолатори

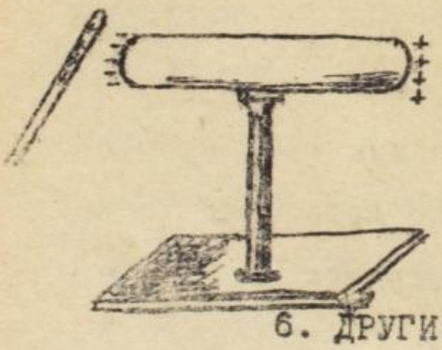
разна уља	смола
порцелан	шелак
свила	ебонит
сумпор	сух ваздух

Стакло.- Што се тиче стаклета оно не мора бити увек добар изолатор па ма било сухо или загрејано, код њега моћ изоловања и спровођења јако зависи од хемиског састав

5. ИНФЛУЕНТНИ ЕЛЕКТРИЦИТЕТ: ЕЛЕКТРОМОТОРНЕ И ПОНДЕРОМОТОРСКЕ СИЛЕ. Електрицитет се може изазвати не само трењем већ и другим начинима. Тако нпр. ако тело које није наелектрисано дође у близину наелектрисаног тела, онда ће се и прво тело наелектрисати ИНФЛУЕНЦИЈОМ, т.ј. утицајем наелектрисаног тела. Ми узимамо да се у сваком телу находе измешане обе врсте електрицитета. Ако таквоме телу B принесемо наелектрисану шипку A (сл. 2) она ће раздвојити електрицитете (+) од (-), привући ће себи супротан а одбити истоимени. Ако измакнемо шипку електрицитет ће се опет измешати. Овај електрицитет, који се находи у шипци A назива се слободан, а електрицитет на телу (B) назива се везан. Дакле, самом приближивањем шипке може се изазвати у извесном неутралном телу електричне силе. Ако је тело тешко и не може се кретати онда се обадве силе зову електромоторске. Ако ли ми шипку примакнемо каквом таком телу. нпр. куглици од зове, онда ће се куглица не само наелектрисати већ се и кретати. Оваке силе (*pondus, eris* = тежина). Кад примакнемо наелектрисану шипку каквом телу, онда видимо да електрицитет шипке учини извесну поделу електрицитета, једну врсту (нпр.-) привуче себи, а другу (+) одбије (сл. 3). Овај позитивни електрицитет сад није везан и ми га можемо одвести у земљу. просто додирнувши тај крај прстом. Уклонимо ли шипку онда ће негативан електрицитет остати слободан и ротуриће се по целом телу. Тим начином, дакле, можемо тело наелектрисати оном врстом електрицитета каква нам је потребна. Ако желимо позитиван електрицитет онда ћемо узети ебонитну шипку место стаклене.



сл 2



6. ДРУГИ ИЗВОРИ ЕЛЕКТРИЦИТЕТА.- Напоменули смо већ да се електрицитет може изазвати не само трењем, већ и на многе друге начине. Тако нпр. притиском, ударом, цепањем, торзиом и другим механичким радовима тела се наелектришу. И разни физички узроци могу произвести електрицитет. Тако нпр. ако усијамо платинску жицу приметићемо да ће околни ваздух бити нае

електрисан; сунчани зрак, који прође кроз горски кристал изазваће у њему електрицитет. Видећемо у своје време како се електрицитет производи хемиским дејством. Као опште правило можемо поставити; да се електрицитет производи у само оном случају кад се на тегу изврши каква магнетска промена.

7. ГУБЉЕЊЕ ЕЛЕКТРИЦИТЕТА СА СПРОВОДНИКОМ.

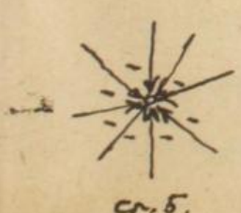
Кад се неко тело нађе слободно са извесном количином електрицитета, оно ће временом губити тај свој електрицитет. Има разних узрока губљењу Најважнији је тај што је тело у додиру с ваздухом и околни слојеви ваздуха наелектрисаће се, истоименим електрицитетом услед додира. Пошто се једнако наелектрисана тела одбијају, то ће и ови слојеви бити одбијени одневши собом извесну количину електрицтета а на њихово место доћиће други који ће се исто тако наелектрисати, бити одбијен итд. У влажном ваздуху се ово губљење убрзава. — Коефициентом губљења називамо ону количину електрицитета која се изгуби у јединицу времена са јединице површине. Кад знамо коефициенат губљења можемо израчунати после кога ће времена неко тело изгубити сав свој електрицитет и постати наелектрисано. Уколико је површина неког спроводника углачанија у толикоје губљење теже.

8. Потенциал у опште и електрични потенцијал. — Електрично поље.

Знамо још из раније да свака маса која може да привлачи или одбија ствара око себе извесна поља привлачене, у ком може дествовати. Исто тако свака електрична тачка ствара око себе извесно поље, у коме се простиру линије електричних сила. Ако је тачка електрисана позитивно, онда ће сила излазити из тачке у простор (сл 4.). Ако ли је тачка наелектрисана негативно. онда ће силе утицати у саму тачку (вид сл. 5).



сл. 4

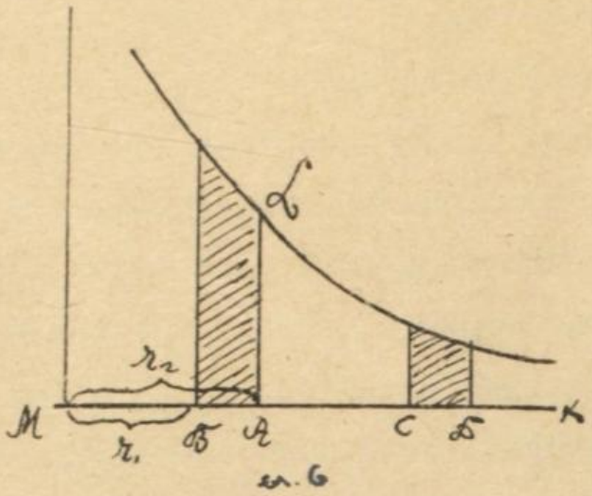


сл. 5.

После основних појмова о електрицитету потребно је да испитамо однос између електрицитета и осталих сила нпр.: гравитације.

Кад нека маса (m_1) привлачи или одбија другу неку масу (m_2) онда док маса пређе известан пут приближивши се или удаливши се од масе m_1 мораће извршити извесан рад. Тај рад назива се у опште

потенцијал. Потребно је да дамо сад известан израз за потенциал. стога Кемо прво посматрати потенциал код гравитационних сила. - Узмимо да је M (сл. 6) средиште земљино. Тело које пада ка Средишту мора вршити ра



сл. 6

Тај рад све је већи. у колико се те тело приближује средишту M. С тога ако грасички претставимо извршене ра дове онда ће се curva (крива) $\mathcal{L}$, која сједне стране граничи површина што представљају рад, све вишеуња лавати од осовине X, у колико се будемо приближили средишту. ~~С тога ако графички представимо извршена ра ве, онда ће се (кри з) C_1 ~~ ~~је с једне стране граници површине што представљају рад ове зиле увла ~~ ~~ни са осовине X, у колико се будемо приближили средишту~~. Ако бисмо тра жили апсолутну количину рада, коју изврши јединица масе падајући из бескрајности до ма које тачке ($\mathcal{A}, C, \dots$) онда би то $\overset{\text{дад}}{у}$ ужем смислу потенција л за ту тачку.

Узмимо сад да се у тачки A налази маса m, и да се та ма са кренула дошавши у B. Да видимо котики је рад извршила. Маса земље M и маса тела m привлачиће се по Њутновом закону.

Ако са r_1 означимо одстојање $\overline{MB}$ а са r_2 одстојање $\overline{MA}$ онда је привлачна $\overset{\text{сила}}{\text{снага}}$ у B: $p_1 = \frac{M \cdot m}{r_1^2}$

Знамо да је рад раван сили умноженој са пређеним путем. Према томе ако се маса m кретала од тачке A до M извршила би рад $R_2 = \frac{Mm}{r_2^2} r_2$. Ако би се пак иста маса кретала од тачке B до M извршила би рад $R_1 = \frac{Mm}{r_1^2} r_1$ Ако нам је потребна разлика ових радова т.ј. рад који маса m изврши прешавши из A у B Ако ту разлику означимо са V имаћемо $V = R_2 - R_1 = \frac{Mm}{r_2^2} \cdot r_2 - \frac{Mm}{r_1^2} r_1 = Mm\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)$

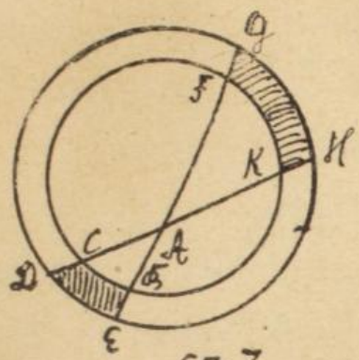
Ова би била потенциална разлика за две тачке. Ако бисмо узели да се маса кретала из бескрајности до B онда би било $r_2 = \infty$ и отпада члан: $V = \frac{Mm}{r_1}$

За одбијање маса имали бисмо исти израз, само би дошао знак +. На основу тога можемо у опште да Напишемо $V = \pm \frac{M \cdot m}{r}$. Своје математички израз за потен

цијал управно сразмеран масама а обрнуто сразмеран првом степену одстојања

Да видимо како се могу извести ~~задаци~~ извесни задаци за потенцијал.

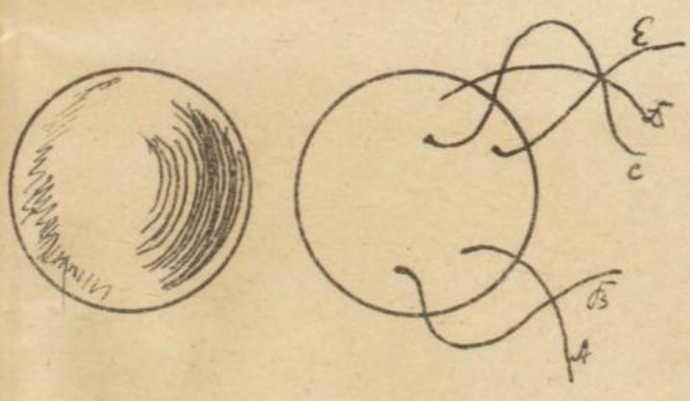
1. Нека нам је дата шупља кугла па се тражи потенцијал тачке А која је у кугли. Сматраћемо да тачку А привлачи с једне стране маса $BCDE$ а с друге стране маса $FGHK$. Према Њутновом закону привлачења су сразмерна масама и обрнуто квадратима одстојања (сл. 7) $(BCDE):(FGHK)=AB^2:AG^2$. Привлачење би опало са квадратом одстојања али опет површина маса расте са квадоатом одстојања, те ће према томе привлачење остати исто, па ма где у унутрашности кугле била тачка А. Али пошто видимо да две масе $BCDE$ и $FGHK$ дејствују супротним смислом, то ће се оне поништити и тачка А неће вршити никакав рад.



сл. 7.

2. АКО ИМАМО ДВЕ ЛОПТЕ ПА ТРАЖИМО ПОТЕНЦИЈАЛ ЗА ЊИХ.

Замислимо да се лопта II (сл.8) ротула у најситније делиће и да су ови отишли у бесконачност. Рад који се при том буде извршио

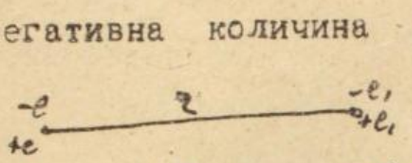


представља потенцијал целе лопте II, јер ми можемо замислити да су се масе састале из бесконачности у ту лопту. Масе су се могле кретати ким било путем (A,B,C - - - -) оне су све ипак извршиле исти рад, јер се налазе на површини кугле. за коју знам из раније да свака њена тачка има исти потенцијал, да је то дакле ЕКВИПОТЕНЦИЈАЛНА ПОВРШИНА (видиТ део стр. ~~120~~ 8). што вреди за лопту II, то исто и за лопту I. Рад који изврши маса лопте II, док из бесконачности дођу у положај горе изведени према лопти I, исти је који изврши и маса лопте I, док дођу из бесконачности у положај, који има лопта I према лопти II. Стога изводимо да лопте I и II имају једна према другој исти потенцијал.

ЕЛЕКТРИЧНИ ПОТЕНЦИЈАЛ. - Видели смо да је потенцијал представљен изразом $V=-\frac{Mm}{r}$. Ако место масе M и m узмемо електричне масе e и e_1, онда ћемо добити израз за електрични потенцијал $V=-\frac{e.e_1}{r}$. Ако имамо такве електричне масе, које се одбијају $11'$ ко

имамо $+e_1 + e_1$ и $-e$ и $-e_1$, онда ће потенцијал задржати НЕГАТИВНИ ЗНАК. Ако ли пак имамо масе, које се привлаче т.ј. $+e$ и $-e_1$, и $-e$ и $+e_1$, онда ће потенцијал добити ПОЗИТИВАН ЗНАК. Узмимо да је $e_1=1$ тада ће потенцијал бити $V=\frac{e}{2}$. Ако су пак обадве количине e и e_1 равне јединици тада $V=\frac{1}{2}$ т.ј. обрнуто сразмеран са одстојањем.

Да видимо сада шта ће бити с потенцијалм кад се електричне масе одбијају а шта кад се исте привлаче. За случај одбијања имамо $V=\frac{e \cdot e_1}{2}$ у колико 2 расте у толико количник $\frac{e \cdot e_1}{2}$ опада, то јест негативна количина $\frac{e \cdot e_1}{2}$ расте. Дакле у овом се случају иде од нижег потенцијала вишем. Ако имамо разноличке електричне масе, које се привлаче, онда је $V=\frac{e \cdot e_1}{2}$ у колико је 2 мање у толико израсте. Из тога излази правило: Било да се електричне масе одбијају, било да се привлаче, електрични потенцијал увек иде однижега ка вишем



сл. 9.

9. ЗАКОН ПРИВЛАЧЕЊА И ОДБИЈАЊА ЕЛЕКТРИЧНИХ МАСА.

Пажљивим посматрањем електричних привлачења и одбијања дошло се до закона: електрично привлачење или одбијање управо је сразмерно електричним масама, обрнуто сразмерно са квадратом одстојања. Ако изразимо математички овај закон имаћемо: $p=\pm\frac{e \cdot e_1}{2^2}$ Из израза се види да је привлачење електричних маса исто као и привлачење магнетичких маса или као гравитацијом привлачење пондерабилних маса. Овај се закон може оверити Кулоновом вагом, о којој је већ било говорено код магнетизма.

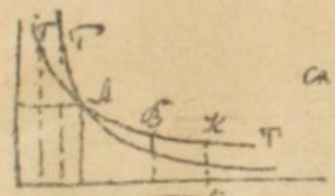
10. Јединице електричног привлачења. Да би могли мерити мерити привлачење, које нам је дато изразом $p=\pm\frac{e \cdot e_1}{2^2}$ треба да изберемо какву јединицу за мерење привлачења. У физици имамо две јединице за то мерење; једна је електростатичка јединица, а друга која се чешће употребљава, јесте практична јединица или КУЛОН(Coulomb) Ако узмемо две једнаке електричне масе, које се привлаче тако да једна другој у јединици времена може да даде убрзање $=1$ то јест ако се привлаче једнаком снаге онда имамо електростатичку јединицу која је по својој вредности равна једном ДИНУ. Пошто је ова јединица врло мала, то је за практику узета јединица КУЛОН која према електростатичкој јединици стоји у оваквом одстојању: *1 Кулон = 3,10 електростатичких јединица.*

12. Графичко представљање електричних привлачења и потенцијала. Ако узмемо две електричне масе али такве да је $e=e_1=1$

онда ће израз за привлачење бити $P = \frac{1}{r^2}$ а израз за потенцијал $v = \frac{1}{r}$ Ако за r узмемо разне вредности то ће се и линије које графички представљају $P = \frac{1}{r^2}$ разликовати између себе. За $r=1$ имамо $P=1$ и $v=1$, дакле кроз тачку А пролазиће и линија привлачних сила и линије потенцијала. за $r=2$ имамо $P=\frac{1}{4}$, $v=\frac{1}{2}$ линија P пролази кроз тачку С, а линија v кроз $\mathcal{B}$ прва ће дакле бити више примакнута к осовини. За $r=3$, $P=\frac{1}{9}$, $v=\frac{1}{3}$. Ако је $r=\frac{1}{2}$, тада је $v=2$, а $P=4$, линија v пролазиће кроз тачку $\mathcal{D}$ а линија P кроз тачку $\mathcal{E}$; дакле линија v више је примакнута у осовини. Из ове диску-сије видимо да је негде већи потенцијал, а негде привлачна снага. само у тачки А, где се линије силе и потенцијала секу и потенцијал и привлачна сила равни су јединици, дакле једнаки су међу собом.

12. ЕЛЕКТРИЧНО ПОЉЕ. Већ смо споменули шта се назива и разуме под електричним пољем, то јест то је онај простор у коме дејствују електричне силе које полазе од извесних маха сад ћемо ући у детаље. Ми ћемо проучити два случаја: прво, кад имамо 1 електричну масу и друге кад имамо 2 електричне масе.

а) Замислимо да имамо изоловану једну електричну масу, један електричан пол, који може привлачити или одбијати. Око тога пола образоваће се поље, у коме ће дејствовати такође силе. Могло би се узети да се тако поље простире до бесконачности, али ипак на већој даљини дејство тако остати да се поље може сматрати као о г р а н и ч е н о Ако тражимо потенцијал за тачке ма на једном одстојању, видећемо да ће бити различан. Оне површине, чије све тачке имају исти потенцијал зову се еквипотенцијалне или Нивосне површине, т.ј. површине једнаког потенцијала. Пошто у овом случају једнак потенцијал имају тачке, које подједнако одстоје од пола


Сл. 9.


Сл. 10.

то ће еквипотенцијалне површине за један пол бити концентричне лопте

Ако пол e привлачи или одбија извесну тачку и замислимо да та тачка у свом кретању оставља траг. онда се такви трагови зову линије сила. Ако пол e одбија, онда линије сила полазе из пола па иду дивергентно: ако ли пак пол привлачи онда се линије сила стичу концентрично

у самом полу. Пошто можемо узети да се линије сила поклапају с ма којим полупречником еквипотенцијалне површине, то излази да су линије сила управне на еквипотенцијалним површинама. Према густини линија сила судимо о интензитету електричног поља. Ако су линије сила збијене онда се на мало већем одстојању може узети да теку паралелно и онда се поље назива Хомогено у противном случају кад немамо паралелне линије сила, поље се назива хетерогено.

За мерење потенцијала употребљава се јединица *Volt* која износи $\frac{1}{300}$ део електростатичке јединице. Ако бисмо желели да нађемо еквипотенцијалне површине за следеће потенције: $V=$ 400, 350, 300, 250, 200, 150 100 волти – онда ћемо овако поступати. Ако горње потенцијале изразимо у електростатичким јединицама имаћемо: $\frac{400}{300} = 4/3$, $\frac{350}{300} = 7/6$, $\frac{250}{300} = 5/6$, $\frac{200}{300} = 2/3$, $\frac{150}{300} = \frac{1}{2}$ и $\frac{100}{300} = 1/3$. Из обрасца $v = \frac{1}{r}$ можемо израчунати r полупречник еквипотенцијалних површина $r = \frac{1}{v}$ Стављајући редом вредности за

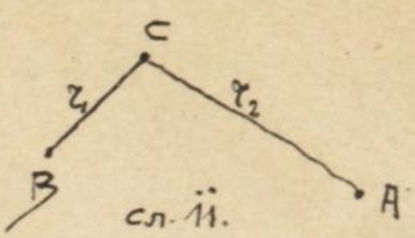
$r_1 = 3/4 = 0,75$ $r_4 = 6/5 = 1,20$

$r_2 = 6/7 = 0,86$ $r_5 = 3/2 = 1,5$

$r_3 = 1 = 1,00$ $r_6 = 2/1 = 2,0$ $r_7 = 3/1 = 3,0.$

Кад овим полупречницима опишемо лопте (сл. 10), добићемо еквипотенцијалне површине за тражење потенцијале.

в). Узмимо сад два електрична поља и потражимо еквипотенцијалне површине и линије сила. Тачке А и В (сл. 11) нека имају у себи по јединицу поларног електрицитета. Тачка С која лежи у пољу биће привлачена (или одбијена) и од тачке А и од В само са разном јачином према величини растојања. Она ће се кретати резултантом сила. које долазе из А и В. Знамо да је карактеристика сваке еквипотенцијалне површине, да $v = \frac{1}{r} = const.$ т.ј. стално. Али овде имамо два одстојања r_1 и r_2. Образац за потенцијал зависи и од једног и од другог.- Једначина за еквипотенцијалну површину биће: $v = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = const.$ Свака тачка еквипотенцијалне површине задовољи ће исту једначину.



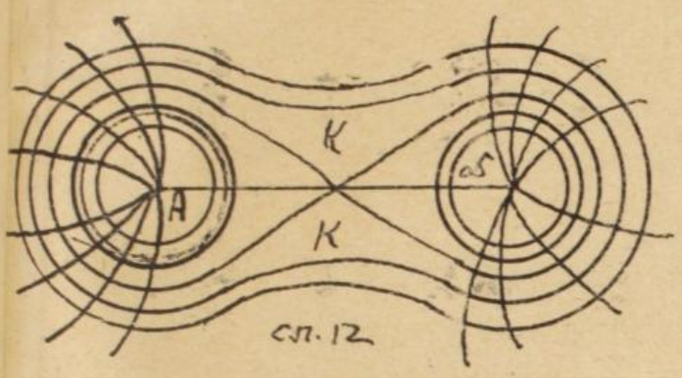
сл. 11.

Узмимо сад да се траже еквипотенцијалне површине од 400, 350 300, 250, и 200 волта, или ако то изразимо у χ еквистатичким јединицама

онда ће бити:

$\frac{400}{300} = 4/3$, $\frac{350}{300} = 7/6$, $\frac{300}{300} = 1$, $\frac{250}{300} = 5/6$, $\frac{200}{300} = 2/3$ E.C.J.

/електростатичка јединица/ Еквипотенцијална површина за 400 волти биће дата једначином $V = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = 4/3$. Узмимо да r_1 одстојање од тачака A и B (сл. 12) у којима се налазе електричне масе, износи 4 см., онда можемо одговарајуће вредности за r_2 израчунати из једначине: $\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = 4/3$, $r_2 - r_1 = 4$. Узмимо ову серију израчунатих вредности:



сл. 12

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА * БЕОГРАД *

I	$r_1 =$ 0,89	$r_2 =$ 4,89
II	$r_1 =$ 0,90	$r_2 =$ 4,50
III	$r_1 =$ 0,95	$r_2 =$ 3,56
IV	$r_1 =$ 1,00	$r_2 =$ 3,00

Ако ове вредности узмемо у кестар и пренесемо из тачке A и B добићемо тачке I, II, III, IV, V, и VI, које кад саставимо добијамо еквипотенцијалне површине од 400 волти. Те површине нису кугле али су кугли ма сличне.

За $V = 350$ Volt имаћемо серију вредности:

I	$r_1 =$ 1,03	$r_2 =$ 5,03
II	$r_1 =$ 1,10	$r_2 =$ 3,88
III	$r_1 =$ 1,20	$r_2 =$ 3,00
IV	$r_1 =$ 1,24	$r_2 =$ 2,76

ако преносимо добићемо другу еквипотенцијалну површину од 350 Volt-a која ће се такође разликовати од лопте.

За $V = 300$ Volt-a имаћемо ову серију вредности:

I	$r_1 =$ 1,24	$r_2 =$ 5,24
II	$r_1 =$ 1,40	$r_2 =$ 3,50
III	$r_1 =$ 1,60	$r_2 =$ 2,67
IV	$r_1 =$ 1,80	$r_2 =$ 2,25
V	$r_1 =$ 2,00	$r_2 =$ 2,00

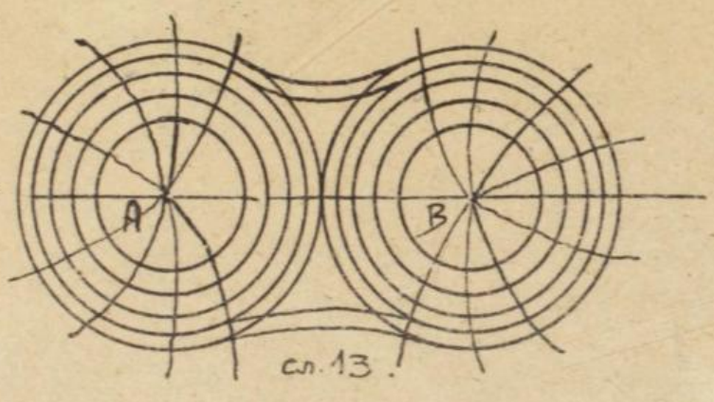
У овом случају еквипотенцијалне површине додириваће се на сре-

За $v = 250$ Volt-a dobićemo ovu seriju:

I	$r_1 = 1{,}53$	$r_2 = 5{,}53$
II	$r_1 = 1{,}70$	$r_2 = 4{,}03$
III	$r_1 = 1{,}90$	$r_2 = 3{,}25$
IV	$r_1 = 2{,}00$	$r_2 = 3{,}00$
V	$r_1 = 2{,}20$	$r_2 = 2{,}64$
VI	$r_1 = 2{,}40$	$r_2 = 2{,}40$

Ako sad ovim vektorima nacrtamo ekvipotencijalne površine onda će se obe površine spojiti tako da će presek takve površine s jednom ravni biti l e m n i s k a t a (∞).

Kao što smo izračunavali ekvipotencijalne površine do sad mogli bismo i dalje produžiti za 200, 150, 100 i.t.d. Volt-a i dalje bismo dobijali lemniskate tako, da električno polje izgleda kao što je prestavljeno u slici 12. Ako povučemo u polju još i linije sila, koje kao što znamo moraju biti upravne na ekvipotencijalnim površinama (prema tome biće krive linije), onda ćemo imati potpunu sliku jednog električnog polja. Može se uzeti da polovi A i B nisu iste jačine. Ako je B = $\frac{1}{4}$ A, onda će jednačina ekvipotencijalne površine biti $v = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = const.$

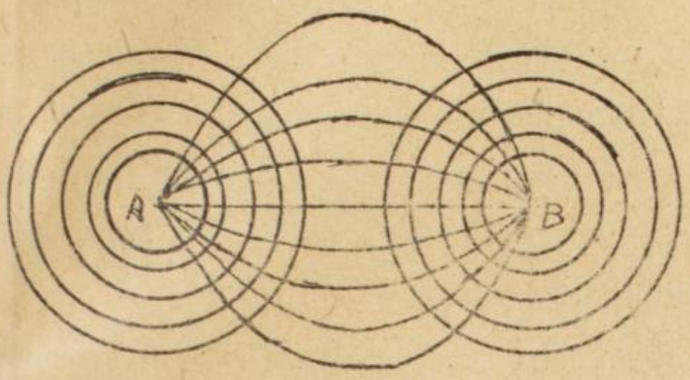


sl. 13.

Ako opet po poznatom uputstvu nacrtamo ekvipotencijalne površine onda ćemo dobiti polje kakvo je prestavljeno na slici 13.

Pustimo da B sasvim spadne i bude ravno nuli tada će se ekvipotencijalne površine pretvoriti sasvim u lopte, linije sila biće prave, kao što smo to već videli kod slučaja sa jednim polom.

Ako bi pol B opadao još više, dakle postojao negativan, onda bi se jednačina ekvipotencijalnih površina $v = \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} = const.$ pretvorila u jednačinu $v = \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} = const.$ Prema tome ekvipotencijalne površine izgledaće drukčije. Ako oba pola budu jednaka, dakle ako imamo $+e$ i $-e$ u tom slučaju linije sila izgledaće kao što je prestavljeno na slici 14, a to električno polje isto je kao i magnetsko u slučaju kad imamo oba pola severni i južni. Kad bismo želeli da odredimo električno polje kad imamo više polova posao bi bio mnogo teži mi ćemo

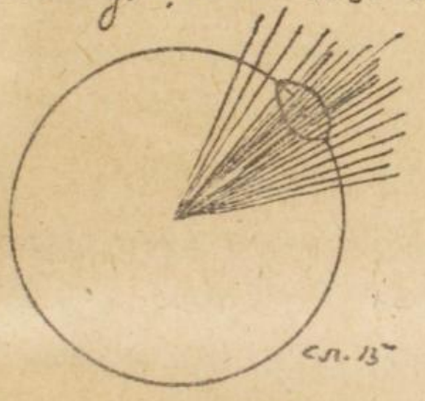


сл. 14

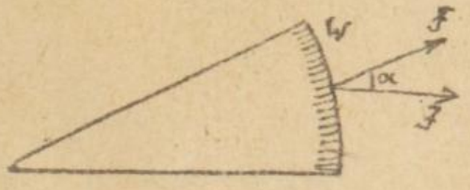
само рећи да у том случају је дначина еквипотенцијалних површи на изгледа овако:

$$v = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} + \dots \frac{1}{r_n}$$

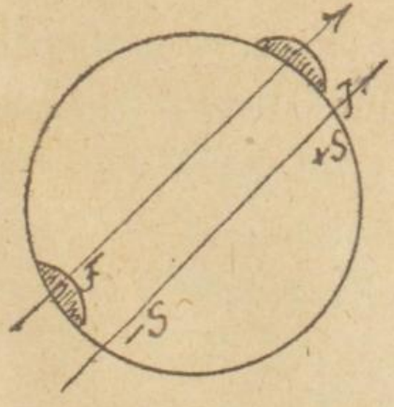
ЕЛЕКТРИЧНО СТРУЈАЊЕ. Гаусова теорема. Узмимо да из једног електричног поља полази серија електричних сила. које иду или дивергентно или конвергентно. Ако сада на једној еквипотенцијалној површини посматрамо један мали елеменит површине w (сл 15.)кроз који пролази известан број сила F онда елеменат помножен са овим бројем F даје нам тако звано електрично струјање (Kraftfluß) $W = F \cdot S$ које нам служи за то да можемо мерити јачину елемента. Ако елеменат остаје исте величине а број линија опада или расте. Онај елеменат који има већи број линија има и јачи интензитет. Ако се деси да линије сила не стоје управо на површини елемента (сл 16), онда се за струјање узима пројекција као и за рад. Према томе биће $S = W \cdot F \cdot \cos\alpha$ где α значи угао који резултанта сила заклапа с нормалом F_n, струјање може бити и позитивно и негативно. Позитивно је у оном случају кад линије сила иду од површине на поља. а негативно кад силе иду од површине унутра. Ако се електрична тачка налази изван површине (сл 17.) онда имамо оба струјање: позитивно и негативно. Та два струјања су једнака. само се разликују по знаку. због тога ће се поништавати. Кад је дакле, електрична тачка ван површине онда је струјање равно нули. Сасвим је други случај ако је електрична та-



сл. 15

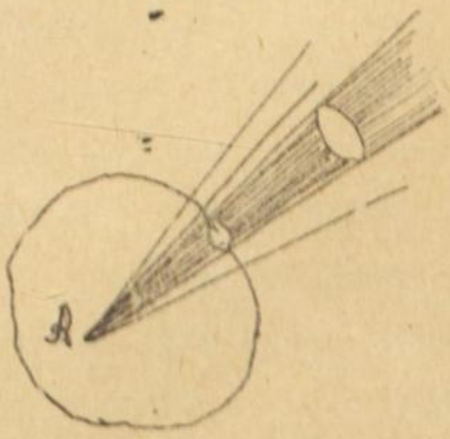


сл. 16



сл. 17.

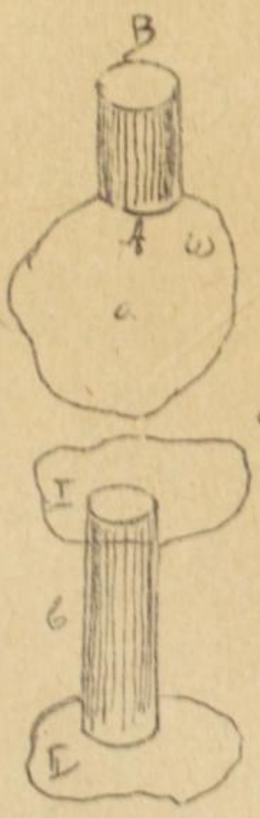
ака у унутрашњости (сл. 18.). Ту обадва струјања или излазе од површ
напоље или иду од површине унутра, оба су истога знака, дакле, сабирају
се. Ако је полупречник површине $r=1$, онда ће целокупно струјање бит
$S = 4\pi . F.$ Или ако место линија сила узмемо целокупну
количину електрицитета q која се налази у
унутрашњости кугле, онда је $S = 4\pi q$. Ово се назива
Гаусова теорема.



сл 19.

14. ЕЛЕКТРИЧНЕ ЦЕВИ. Кулонова теорема.

Ако имамо макакву површину из које избијају линије сила (сл. 19), онда можемо замислити један конус(или какав други простран облик који ће бити ограничен са свих страна линијама сила дакле добићемо једну коничну, цилиндричну или макакву цев, која се назива електрична цев. Интензитет струјања једне електричне цеви може се одредити по тзв. кулоновој теореми. На (сл.20) цилиндричну цев, чији пресек представља један елеменат површине ω По Гаусовој теореми имамо да је: $S = F.\omega = 4\pi q$



сл. 20.

Ако са δ (сигма) означимо густину електрицитета, онда је $q = \omega . \delta$ Кад замену q имаћемо $F\omega = 4\pi\omega . \delta$ или $F = 4\pi\delta$ дакле: Интензитет струјања раван је густини електрицитета на извесном елементу површин помноженом са 4π. Ово се назива кулонова теорема. Кад једна електрична цев пође из једне површине и удари на другу, она ће на овој исећи известан део. Био тај елеменат већи или мањи од првог, он се назива одговарајући елеменат (сл. 20) Елеменат II јесте одговарајући елементу I.

15. ГУСТИНА ЕЛЕКТРИЦИТЕТА

Да видимо сад на који ћемо начин моћи израчунати густину електрицитета на ма каквом елементу површине.

Замислимо најпре да имамо лопту од полупречника $r=1$ онда је површина такве лопте равна 4π На лопти нека се налази количина електрицитета Q

Под густином се разуме она количина електрицитета, која долази на јединицу површине, па према томе биће $\sigma = \frac{Q}{4\pi}$. Ако је полупречник различан од јединице, онда имамо $\sigma = \frac{Q}{4\pi r^2}$. Из овога се обрасца види да је густина управо сразмерна са целокупном количином електрицитета, која се у телу налази , а обрнуто сразмерна са квадратом полупречника.

На основу горњег обрасца можемо израчунати на ма којем елементу површине, пошто сваки елеменат можемо сматрати као део једне кугле.

Из обрасца $\sigma = \frac{Q}{4r^2\pi}$ излази да уколико је r веће у толико је густина електрицитета мања и обрнуто. Према томе они елементи површине који имају мањи полупречник, имају већу густину електрицитета. Пошто се за једно шиљак може узети да му је полупречник кривине бесконачно мали, то излази да је на шиљцима густина највећа, такорећи бесконачно велика. Због тога се електрицитет неће моћи одржати на тим шиљцима, већ ће истицати у ваздух.



сл. 21

16. СПРОВОДНИЦИ.- Казали смо да у погледу спровођења електрицитета разна тела различито се понашају. Сад ћемо се задржати код спроводника. Ако узмемо неколико једнаких кугала од разних спроводника гвожђа, бакра, сребра и.т.д. па их напунимо електрицитетом, то ћемо помоћу куломове ваге моћи констатовати да ће сви ови спроводници имати у себи исте количине електрицитета. Према томе количина електрицитета не зависи ниукоико од облика и величине спроводника. Ако узмемо једну масивну и једну шупљу куглу исте величине па их пунимо електрицитетом, констатоваћемо да ће примити у себи исте количине електрицитета из чега изводимо да се електрицитет скупља само по површини и да се не простире у унутрашњост некога тела.

Ако је један спроводник сасвим слободан онда се његово стање назива нормално. Међутим ако се телу приближи какво друго, које може утицати на њега одмах ће се његово поље изменити, линије сила биће другачије: стање, дакле, није нормално. Али чим се уклони тело, које је изазвало поремећај, повратиће се опет нормално стање. Из овога следује да се електрицитет у спроводницима находи у стабилној равнотежи. Положај му се може и изменити утицајем страних сила, али чим силе престану, враћа се опет у нормални, првобитни положај.

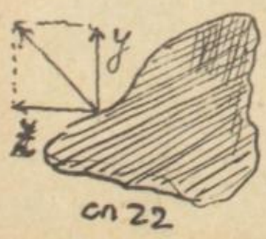
Макаква била површина спроводника, она је сва пуна електрицитета. Истина негде га има више негде мање, али ипак негде није количина равна нули.

Електричне силе у неком спроводнику стоје управно на површину његову. Кад то не би био случај, онда морамо силу разложити на 2 компоненте, једну нормалну (y) и једну, која лежи у самој површини (z) сл.22. Сила z кретаће (одвлачиће) електрицитет са те површине и док год она не буде равна нули, не може наступити равнотежни положај електрицитета на спроводнику. Сличну ствар видели смо у хидростатици, где такође вода није могла заузети равнотежни положај, док год хоризонтална компонента није била равна нули (~~дес стр. 165~~). Дакле, за равнотежни распоред електрицитета важи исти закон као и за равнотежу течности.

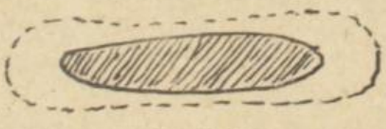
Количина електрицитета на једном спроводнику може бити различита али ипак распоред електрицитета остаће увек исти. Дакле апсолутна количина електрицитета ни мало не утиче на распоред.

17. Понашање електрицитета на кружној плочи и спроводницима другога облика.-

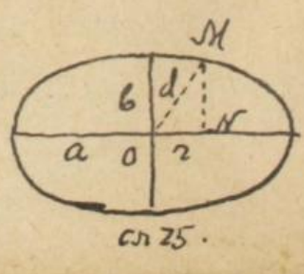
Ако имамо једну плочу кружног облика, онда ћемо густину електрицитета наћи на познатом обрасцу $\sigma = \frac{Q}{4r^2\pi}$. У колико је r веће, у толико је густина мања. Пошто је за равну површину имамо $r = \infty$ то ће по средини плоче имати врло мало електрицитета. На сл. 23 имамо пресек једне плоче, испрекиданим цртицама представљена је количина електрицитета на разним местима плоче.



сл 22


сл 23.

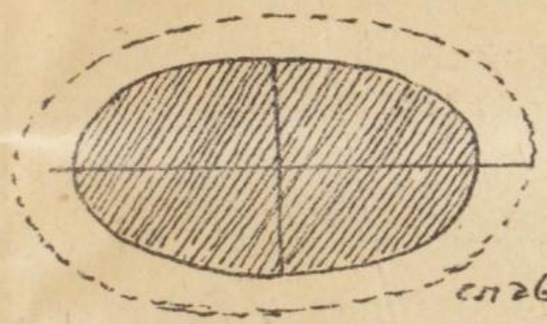

сл. 24.

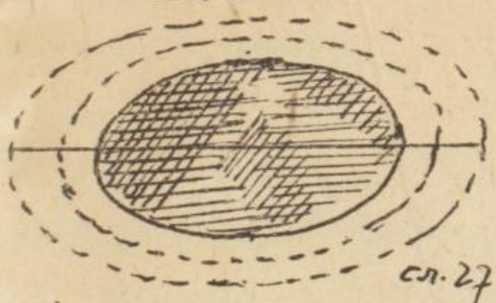


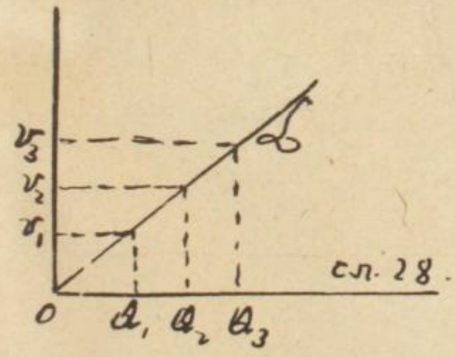
сл 25.

ако једну оваку плочу савијемо; онда све веће и веће количине електрицитета ће прелазе на испупчену страну (сл. 24.). Напоследку од плоче направимо лопту, сва ће количина електрицитета бити на спољној страни. Узмимо сад да тражимо распред електрицитета на једном елипсоиду (сл. 25.). Ако са a обележимо велику полуосу, са b малу полуосу са r пројекцију одстојања од средишта малога елемента површине, коме тражимо густину ($ON=r$) онда ће густина бити одређена овим обрасцима: $\sigma = \frac{Q}{4\pi a} \cdot \frac{1}{a^2-(a^2-b^2)r^2}$ или, ако a^2-b^2 заменимо са e^2 имамо: $\sigma = \frac{Q}{4\pi a} \cdot \frac{1}{a^2-e^2r^2}$. Ако је елипсоид постао окретањем око мале полуосе (b), онда би образац за густину изгледао овако: $\sigma = \frac{Q}{4\pi b} \cdot \frac{1}{a^2-e^2r^2}$

Да бисмо добили слику распореда електрицитета на једном елипсоиду, потребно је да нацртамо хомофокални елипсоид. То ћемо учинити ако ре-чимо a продужимо за $\frac{1}{10}$ део његове дужине па онда у тој размери (1: 10) продужујемо и све остале векторе. На тај начин добијамо сличан елипсоид, који нам представља распоред електрицитета. Из сл. 26. види се да електрицитет највише има на шиљатом крајевима а најмање на спљоштеном делу. У колико је елипсоид спљоштенији у толико је разлика у распореду већа. Ако је $a=b$ распоред електрицитета је свуда једнак, т.ј. имамо случај код кугле.


сл. 26


сл. 27



сл. 28.

18. ЕЛЕКТРИЧНИ КАПАЦИТЕТ- Један спроводник може да прими извесну количину електрицитета и тиме добије извесан потенцијал. Ако унесемо још електрицитета образоваће се по површини још један слој и потенцијал ће порасти (сл. 27). У колико је већа количина електрицитета. у толико расте и потенцијал. Ми ћемо тражити однос између количине електрицитета и потенцијала. Ако то графички (сл 28) преносећи по X-оси количине електрицитета Q_1, Q_2 Q_3 а по У -носи потенцијал V_1 V_2 V_3 добићемо једну линију α која нам графички предетавља ре-

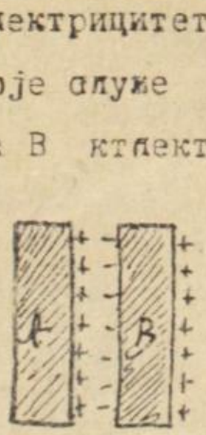
ење Однос између количине електрицитета и потенцијала назива се електрични капацитет спроводника $\frac{Q}{V}=C$, то је моћ примања електрицитета која је у стању да једном спроводнику попне потенцијал на једну неке електричне мере (нпр. 1 волт).

Капацитет зависи од облика спроводника Тражи се, нпр. капацитет кугле. Израз за потенцијал код кугле биће $V=\frac{Q}{r}$ те је управно сразмеран са количином електрицитета. а обрнуто сразмеран са полупречником (што је полупречник већи кад количина електрицитета остаје иста, потенциција је све мање и обратно). Кад V заменимо у израз за капацитет $C=\frac{Q}{V}$ добијамо $C=\frac{Q}{Q}\cdot r=r$, $C=r$ ел. ј. Капацитет извесне лопте раван је полупречнику њеном. У колико је r веће, лопта ће моћи да прими већу количину капацитета, т. ј. имаће већи капацитет. Из овога резоновања следује и ово $C_1 : C_2 : C_3 = r_1 : r_2 : r_3 \cdots$

Код сличних тела капацитети су сразмерни са полупречником кривина или у опште са димензијама тела.

За једну кружну плочу полупречника R капацитет је $C=0{,}637R$ дакле нешто мало више од половине капацитета оне лопте, која би била описана полупречником истим.

19. Кондензатори. У један спроводник можемо унети извесну количину електрицитета и тиме ће се попети његов потенцијал. Ако у поље овога спроводника унесемо други неутрални спроводник чију смо једну страну спојили са земљом то ће се услед индуенције развијати електрицитет у плочи B тако да ће позитиван отићи у земљу а негативан остати у плочи. Овај електрицитет везаће за себе извесну количину позитивног електрицитета плоче A, (сл. 29), те ће капацитет плоче A порасти. т. ј. моћи ће да прими још електрицитета. Ово нагомилавање електрицитета на једном спроводнику назива се кондензација а справе које служе за ту циљ кондензатори. Плоча A назива се кондензатор а B ктлектор



Да видимо шта ће бити са потенцијалом код кодензатора B.

За макоју тачку на плочи A имамо $V=\frac{Q}{2}$ а за целу плочу потенцијал $V_1=\Sigma\left(\frac{Q}{2}\right)$.Ако је потенцијал r_1 док још нисмо плочу B унели у посе

плоче А. Кад пак унесемо као што смо већ изложили, на плочи В разв ће се две врсте електрицитета. Целокупни потенцијал, који је на тај начин постао, биће: $v_2 = \varepsilon\left(\frac{Q_1}{2_1}\right) - \varepsilon\left(\frac{Q_2}{2_2} + \varepsilon\left(\frac{Q_3}{2_3}\right)\right.$ први члан је потенцијал плоче А, други члан потенцијал негативног електрицитета плоче B_2 а трећи члан потенцијал позитивног електрицитета плоче B. Ако позитивни електрицитет плоче A (сл. 29) спојимо са земљом. онда ће у горњем изразу отпасти трећи члан те ће остати овако потенцијално стање $v_2 = \varepsilon\left(\frac{Q_1}{2_1}\right) - \varepsilon\left(\frac{Q_2}{2_2}\right)$

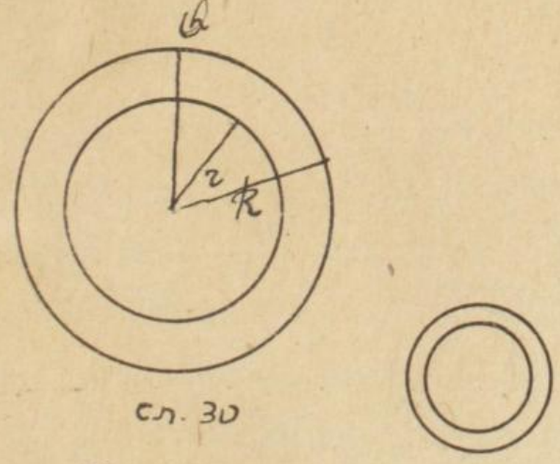
Кад упоредимо изразе v_1 и v_2 видимо да је потенцијал $v_2 < v_1$

Израз за електрични капацитет јесте: $C = \frac{Q}{v}$ пошто је у овом случају v_1 остало то ће капацитет порасти т.ј. колектор А моћи ће да прима још извесну количину електрицитета. Сад ова нова количина утиче поново на кондезатор B разликује у њему негативан електрицитет од позитивног, позитиван се спроводи у земљу, услед чега поново опада потенцијал колектора А те он сад може да прими још електрицитета и т. д. Но ово кондензовање има својих граница. Оно зависи од природе изолатора и даљине A и B.

20. ВРСТЕ КОНДЕНЗАТОРА

У главном имамо три врсте разних кондензатора: сверни, плочасти и цилиндрични. Да видимо какви су капацитети код појединих конденза тора.

а). Сверни кондензатор добићемо, ако лопту полупречника r затворимо у другу неку лопту полупречника R утврдивши их једном шипком.



сл. 30

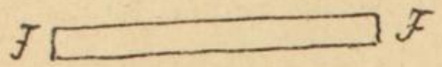
Ако су у обема иста количина електрицитета А онда ће, према ономе што смо изнели за кондензаторе, бити потенцијално стање: $v = \left(\frac{Q}{r} - \frac{Q}{R}\right)$ или $v = Q\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right) = Q\frac{R-r}{rR}$ биће према томе:

$$C = \frac{Q}{v} = \frac{Q}{Q\frac{R-r}{rR}} \; ; \; C = \frac{R\,r}{R-r}$$

$R - r = \delta$ то је дебљина изолујућег слоја; ако је овај слој врло мали онда можемо насипати $C = \frac{r}{\delta}$. Површина кугле $S = 4r^2\pi$. Ако у добивеном изразу за капацитет помножимо и бројитељ и именитељ са 4π онда имамо $C = \frac{4r^2\pi}{4\pi\delta} = \frac{S}{4\pi\delta}$ Ово је капацитет сверног кондензатора.

в'. ПЛОЧАСТИ КОНДЕНЗАТОРИ.

Да бисмо израчунали капацитет равног кондензатора, узећемо у помоћ неке познате нам обрасце:



По Кулоновој теореми је $F = 4\pi\delta$ . . . . 1)

По Њутновом обрасцу је $F = \frac{Q}{r^2}$ . . . . 2)

Образац за потенцијал је $v = \frac{Q}{r}$ . . . . 3)

Са овим обрасцима извршићемо математичке операције. Кад се ово замени у једначини (2) обрађени образац из једначине (2) $Q = v \cdot r$ имамо: $F = \frac{v \cdot r}{r^2} = \frac{v}{r}$ 4)

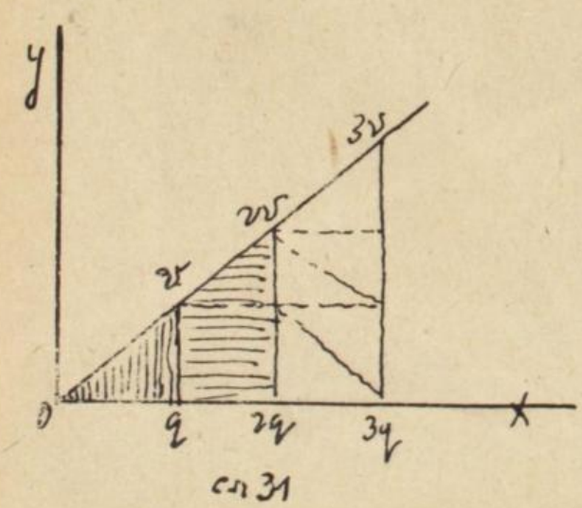
Кад упоредимо једначине (1 и (4 излази да је $\frac{v}{r} = 4\pi\delta$ Ако решимо по δ имамо $\delta = \frac{v}{4\pi r}$ Ако место r (одстојање између површина плоче) ставимо δ и тако $\delta = \frac{v}{4\pi\delta}$ Ако је S површина плоче, онда је количина електрицитета $Q = S.\delta$. Кад заменимо δ имаћемо $Q = \frac{S.v}{4\pi\delta}$ Капацитет је $C = \frac{Q}{v} = \frac{S.v}{4\pi\delta} = \frac{S}{4\pi\delta}$ Дакле био кондензатор сверан или развијен у равну плочу капацитет остаје исти. Ако би плоча била кружна, онда је $S = r^2\pi$ и отуда је $c = \frac{r^2}{4\delta}$.

с). ЦИЛИНДРИЧНИ КОНДЕНЗАТОР.

Пошто цилиндрични кондензатор стоји у средини између сверног и равног то ће и његов капацитет бити исти дакле имаћемо: $C_0 = \frac{S}{4\pi\delta}$ Ако бисмо имали прав кружни цилиндар, чија је висина l а полупречник r онда би се капацитет израчунао по овом обрасцу $c = \frac{l}{2\log r}$

21. ЕЛЕКТРИЧНА ЕНЕРГИЈА.

Да видимо како се може представити електрична енергија или рад, Узећемо један кондензатор и пунити га малим количинама електрицитета (q) То пуњење биће графички представљено сликом 31. Ако унесемо у кондензатор количину електрицитета q одговарајући потенцијал биће v а рад при томе биће представљен површином троугла. Oqv дакле имаћемо $S_1 = \frac{qv}{2}$ Ако унесемо још толику количину електрицитета q, потенцијал ће бит.. $2v$ а рад ће бити представљен трапезом $qv2q2v$ која је као што се из слике види трипута већи од троугла.- Према томе биће $S_2 = \frac{3qv}{2}$ истом резоновањем нашли бисмо да је $S_3 = \frac{5qv}{2}$ и т. д.



сл 31

Ако све ове радове скупимо имаћемо израз за целокупан рад: $R = \Sigma \frac{qv}{2}(1+3+\ldots n)$ збир у загради (као што се из алгебре зна) износи n^2 према то ме је $R = \frac{n^2 qv}{2} = \frac{nq \cdot nv}{2}$. nq је целокупна количина електрицитета Q. nv то је целокупни потенцијал према томе је

$$R = \frac{Qv}{2} \quad \ldots\ldots 1)$$

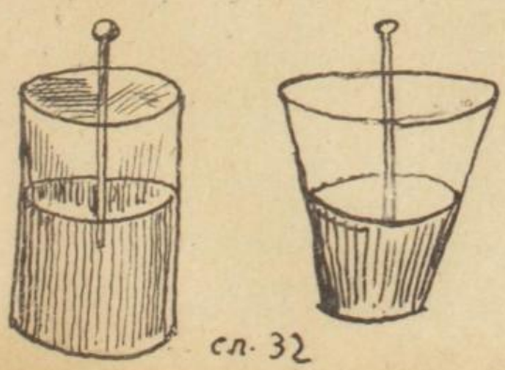
Ово је један образац за електрични рад или енергију. Ако из израза за за електрични капацитет $c = \frac{Q}{v}$ израчунамо Q и заменимо у прошлој једначини онда ћемо имати други облик израза за енергију: $R = \frac{c \cdot v^2}{2} \ldots 2$

Овај нас израз опомиње на онај из механике $R = \frac{mv^2}{2}$, где је на место m (масе) дошла c (капацитет) и на место брзине дошао потенцијал.

Напослетку, имамо и трећи облик, који добијамо, кад у изразу (1. заменимо v његовом вредношћу $v = \frac{Q}{C}$. На тај начин добијамо : $R = \frac{Q^2}{2C} \ldots 3)$. Ако бисмо желели да израчунамо енергију кондензатора, на ма каквог облика он био, треба само у изразу (2. заменити C вредношћу коју смо раније нашли. Дакле, енергија кондензатора биће: $R = \frac{v^2}{2} \cdot \frac{S}{4\pi\delta}$.

22. ЛАЈДЕНСКА БОЦА

Један од најважнијих конедназатора јесте такозвана ЛАЈДЕНСКА БОЦА, коју су пронашли сасвим случајно у вароши Лајдницу. Једна обична флаша пуна воде држана је у руци и пуњена електрицитетом. Тиме је у самој ствари добивен један кондензатор, у флаши је нагомилан електрицитет, а на делу руке, који је додиривао флашу развијао се електрицитет супротног знака. Ова два електрицитета доведена су у везу и због тога се десила експлозија услед које је тело претрпело јак потрес. Кад је проучен овај случај почели су се правити кондензатори - лајденске боце. Код сваке лајденске боце имамо 1 цилиндричан суд (обично од стакла који служи као изолатор) и 2 облоге од Штањола, једну споља (снаружи) а другу унутрашњу. Унутрашња облога је у вези с металном шипком, која на врату суме има 1 куглицу, која служи за довођење електрицитета. Спољна облога се држи руком, те се инфлуенцом изазвани електрицитет, који је истога имена као и онај кога довођ-

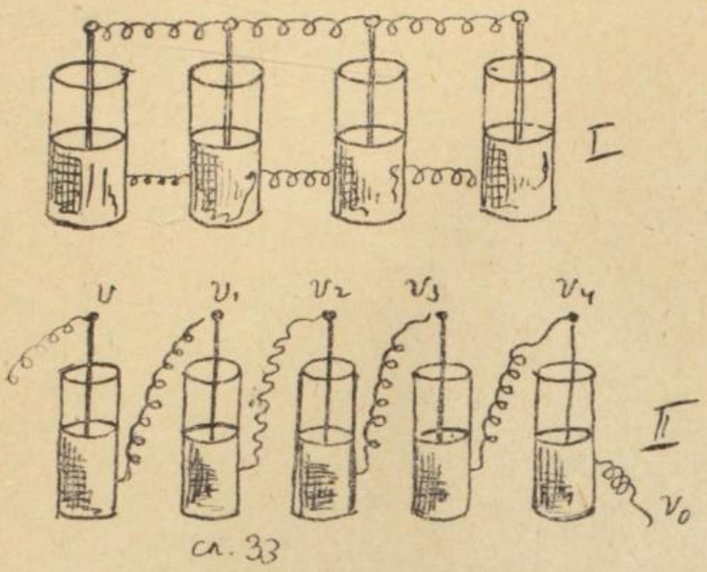


сл. 32

- дијо из електричног истора Сирбија -

ди се одмах у замљу. Из теорије о кондезаторима познато нам је, како ће заостали електрицитет сапољашње облоге утицати на унутрашњу повећавајући јој капацитет: те ће се на тај начин електрицитет гомилати на унутрашњој облази.

Ако имамо више лајданских боца па их спојимо, онда добијамо такозвану лајденску батерију. Ово спајање може бити извршено на два начина: спајање по количини и спајање по напону. У првом случају унутрашње облоге боце спојене су са унутрашњим, а спољна са спољашњом (сл33 I) На овај начин површина и унутрашње облоге спољне увеличана је n пута (ако имамо n боца) те је сад услед тога и капацитет n пута већи.



сл. 33

Ако је C био капацитет 1 боце, онда ће капацитет целе батерије бити $C = n \cdot c$ Да видимо шта је с енергијом у овом случају. Енергија 1 боце биће $R = \frac{v^2 c}{2}$. Кад смо спојили n боца онда је капацитет порастао n пута, али се потенцијал морамо смањити n пута, пошто је површина повећана n пута. Из тога излази да енергија батерије неће бити већа од енергије 1 боце.

Да видимо сад други случај: спајање по напону. Ту је унутрашња облога једне боце споје са спољашњом облогом друге боце (сл. 33.II На тај начин једна спољашње и једна унутрашња облога остају слободне Резултат је овде другчији. Пошто имамо по два потенцијала, то морамо у рачуне узети потенцијалске разлике. Према познатом односу између количине електрицитета, капацитета и потенцијала, биће за прву боцу:

за I $Q_1 = c(v - v_1)$ $c = \frac{Q}{v}$ $c = \frac{Q_1}{v - v_1}$ $n \cdot Q = C(v - v_0)$

" II $Q_2 = c(v_1 - v_2)$ $Q = c \cdot v$ $c = \frac{Q_2}{v_1 - v_2}$

" III $Q_3 = c(v_2 - v_3$

- - - - - - - - - - и т. д.

ако скупимо све ове количине имаћемо:

$$nQ = c(v - v_n)$$

ак са v_0 означимо последњи потенцијал, одатле: $Q = \frac{c}{n}(v - v_0)$

Ако бисмо спојили спољашњу облогу последње боце са земљом, онда V_0 би отпало те бисмо имали: $Q = \frac{c}{n} \cdot v$. Као што се из добивеног резултата види електрични капацитет опао је али је услед тога морао напон-потенцијал порасти. Кад год се тражи велики потенцијал (напон) онда се боце на II начин спајају.

Да видимо колика је енергија овог спајања.

$R = \frac{1}{2} \frac{C}{n} (n \cdot v)^2 = n \frac{C v^2}{2}$.

Дакле енергија боца, везаних по напону n пута је од енергије боца везаних по количини.

Капацитет лајденске боце биће дат овим обрасцем $C = \frac{R \cdot 2}{\delta}$ где је R полупречник спољашње облоге. 2, полупречник унутрашње облоге а δ дебљина стаклета (изолатора). Али пошто се може узети да су R и 2 приближно једнаки, то ћемо имати: $C = \frac{2^2}{\delta}$ /

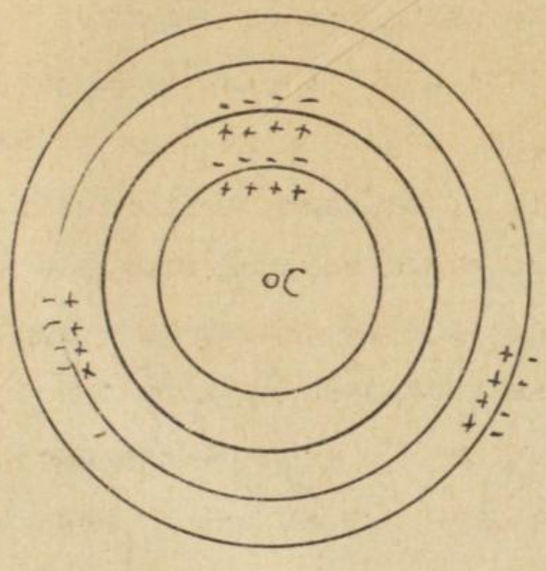
23. ДИЕЛЕКТРИЦИ.-

Она тела, која нимало не би проводила електрицитет, дакле која би била апсолутни изолатори. називају се диелектрици. У самој ствари сем безваздушнога простора немамо правих диелектрика, али ми замишљамо да се сваки изолатр састоји из 2 врсте молекила; једни су молекили спроводници, а други су апсолутни изолатори. Ови први молекили могу се наелектрисати инфлуенцом, па после и сами утицати инфлуентно на молекуле другога неког спроводника и изоловати у њему електрицитет. На тај начин смо и могли код кондензатора кроз изолаторе без спровођења изазвати електрицитет на неком другом телу. Да видимо који су сада, молекили у неком телу спроводници, а који су диелектрици. Сама маса неког тела увек је у стању да се наелектрише, дакле молекули што сачињавају масу јесу спроводници: спровођењу пак електрицитета сметају међупростори молекула који су испуњени етром дакле, молекули етра су апсолутни диалектрици. Код добрих спроводника, рецимо, метали, молекули масе сабијају се међупростори молекулски весма су мали, те се услед тога електрицитет и може брзо да спроводи с једног краја на други. Код диелектричних тела молекули се не додирују и због тога се електрицитет врло споро преноси. Кад неки изолатор стоји дуже времена под утицајем електрицитета, онда се у њему накупи извесна количина електрицитета и онда он постаје неупотребљив. Тако нпр. Парафин је у почетку добар изолатор, али дужом употребом када се у

њему нагомила електрицитета он више није изолатор, нити га можемо испразнити док га не стопимо; дакле, у опште док не променимо агрегатно стање. Исто тако нпр. из лајденске боце не може се испразнити сав електрицитет, пошто се извесна количина накупи у стаклету и ту се задржава. Но о овој ствари говорићемо мало доцније.

24. ДИЕЛЕКТРИЧНА КОНСТАНТА.

Кад би се неко тело налазило у потпуно безваздушном простору, онда би за привлаче $f_0 = \frac{Q}{r^2}$ где је Q количина електрицитета једнога тела, количина другога тела равна јединици, а r је одстојање самих тела. Ако се овако тело са електрицитетом Q нађе у таквој маси, коју ми у обичном смислу називамо диелектричном (парафин ваздух. стакло) онда ће се електрично дејство простирати у лоптастим површинама, које ће с једне стране имати знак + а с друге знак — (сл. 34.) т.ј. у оним молекулима диелектрума, за које смо говорили да су спроводници, биће



инфлуенцом изазват електрицитет. Ово електрисање појединих спроводних делова у диелектрикуму назива се диелектрична поларизација. Привлачење неће бити сада као и у идеалном диелектрикуму $f = f_0 = \frac{Q}{r^2}$ већ ће се јавити неко дејство, које ће слабити ово привлачење. Ако величину тога дејства означимо са q онда је прави образац за привлачење $f = \frac{Q-q}{r^2}$ Ако из Њутновог обрасца израчунамо r^2 и заменимо овде, добићемо образац за привлачење:

$$F = f_0 \cdot \frac{Q-q}{Q} = f_0\left(1-\frac{q}{Q}\right)$$

дакле, нова привлачна снага равна је старој умноженој са извесном константом: $\frac{1}{K} = \left(1-\frac{q}{Q}\right)$. Сва вредност $K = \frac{1}{1-\frac{q}{Q}}$ назива се диелектрична константа. Ова константа је различна за разна тела. Дејство q може имати разне вредности, према природи самог диелектрикума. Ако је $q = 0$ онда нема диелектричног дејства, које слаби привлачење $f = f_0$, и онда имамо идеални диелектрик, чија је константа $K = 1$. За метале

је $q = Q$ тада је $\frac{1}{R} = 1 - \frac{q}{Q} = 0$ т.ј. $R = \infty$ према томе је F_{co} и електрицитет се не може задржати већ се одмах спроводи.

Ево неколико цифара за диелектричне константе:

За безваздушни простор	K = 1
За стакло	K = 5,83-6,34.
За каучук	K = 2,22
За парафин	K = 2,46
За гутаперху	K = 2,46
За терпентин	K = 2,21
За сумпор	K = 3,84-4,77
За потролеум	K = 2,14
За шелак	K = 2,44
За со	K = 1,000946
За ваздух	K = 1,000590
За водоник	K = 1,000264

Видели смо да се ваздух, а нарочито водоник приближују идеалном диелектрикуму, пошто је вредност њихове константне врло мало већа од јединице.

Из овога што смо извели за диелектричну константу са Кутновим обрасцем излази да ће се сви остали обрасци, које смо до сада извели. као образац за капацитет, Кулонов, Гаусов и.т.д.у неколико изменити, т.ј. мораћемо их помножити са $\frac{1}{K}$ пошто свуда имамо посла са диелектрицима. Нпр. кад одређујемо Кулонов образац помоћу Кулонове ваге ми радимо на ваздуху. дакле у једном диелектрикуму. Кулонова теорема изгледаће тада: $F = 4\pi\varepsilon \frac{1}{K}$ Узмимо сад образац за капацитет $C = \frac{Q}{V}$. Пошто се V мења са променом диелектрикума то ће важити: $V_1 = V \cdot \frac{1}{K}$ тада ће бити: $C_1 = \frac{Q}{\frac{V}{K}} = K_1$ или $C_1 = K_1 C$ . . . . . (1. За други диелектрикум имали бисмо: $C_2 = K_2 \cdot C$ 2/

Кад поделимо једначину (2 са (1 имаћемо: $\frac{C_2}{C_1} = \frac{K_2 \cdot C}{K_1 \cdot C} = \frac{K_2}{K_1}$ дакле, капацитети спроводника обрнуто су сразмерни са диелектричним константама, јер у колико је C веће, у толико је и K веће, а то значи да је у толико диелектрична константа $\frac{1}{K}$ мања.

Ми смо већ (у чланку 18.) говорили да моћ кондезовања зависи од природе изолатора, ми пак видимо да у колико је изолатор бољи, у толико се више на неком кондензатору може накупити електрицитета.

Да видимо сад како можемо неком телу да одредимо диелект

константу.- Узећемо два једнака сферна кондензатора и то прво, да је код оба изолатора један исти, нпр.: безваздушни простор. Ова два изолатора спојићемо, и онда ако се у један унесе количина електрицитета Q, она ће се разделити на оба кондензатора по $\frac{Q}{2}$. Затим ћемо један кондензатор оставити са безваздушним простором, а други напунити оном диелектриком коме одређујемо константу нпр,: парафином. Ако сад у први кондензатор унесемо унесемо извесну количину електрицитета Q, она ће се разделити, али на другом кондензатору нећемо имати $\frac{Q}{2}$ већ $\frac{Q}{n}$, пошто зависи од материјала.

На првом кондензатору имаћемо овако стање:

$$Q_1 = Q - \frac{Q}{n} = Q\left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

На другом пак имаћемо $Q_0 = \frac{Q}{n}$. Однос између ових количина, то је однос између њихових капацитета и константа, то јест:

$$\frac{Q_1}{Q_0} = \frac{C}{C_0} = \frac{\frac{n-1}{n}}{\frac{1}{n}} = \frac{n-1}{1}, \quad n = n-1$$

Треба одредити n т.ј. колики део електрицитета пређе на други кондензатор. Нпр,: ако је $n=3$, онда је $\frac{Q_1}{Q_0} = 2$. Тај однос постоји за петролеум и безваздушни простор. Ако је $n=3,32$, онда је $\frac{Q_1}{Q_0} = 2,32$, а то вреди за парафин и за безваздушни простор и т д. На тај начин изналазимо константу према коју хоћемо телу, на пример за парафин према ваздуху, за стакло према ваздуху и т д.

25. ОСТАТАК ЕЛЕКТРИЦИТЕТА У КОНДЕНЗАТОРИМА. - РЕЗИДИЈУМ.

Ако имамо једну лајденску боцу, па спојимо спољну и унутрашњу облогу, онда ће се боца исправнити и при сједињавању позитивног и негативног електрицитета појавиће се електрична варница. Али ово пражњење неће бити потпуно јер ћемо моћи после извесног времена добити опет електричну варницу и. т. д. овај електрицитет је морао заостати у диелектрику дакле диелектрицитет се разликује од спроводника у томе што се њихов задржани електрицитет не може пренети, већ остати у њима самим. Ова појава зове се резидијум. Узрок овој појави јесте већ позната диелектрична поларизација, јер стање поларизације код чврстих диелектрика не престаје ни после пражњења. Овај поларисани електрицитет диелектрикума утиче инфлуентно на облоге кондензатора, због тога се и може лајденска боца више пута празнити. Овај електрицитет, који остаје у облогама после правог пражњења назива се остатак електрицитета (остатак набоја).

оне **количина** која одузме у моменту првога удара назива се **слободан** електрицитет (charge disponible)

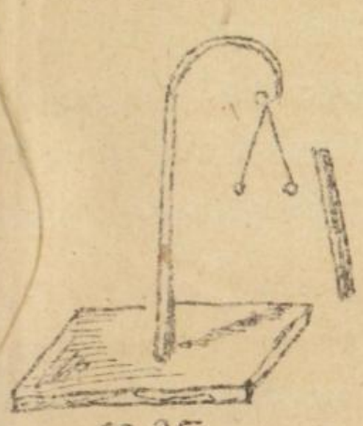
26. Справе за мереве електрицитета.

Ове се справе могу поделити у 2 велике групе. У прву групу справе за констатоваве електрицитета и то су електроскопи, а друге справе за мереве и то су електромери.

A. ЕЛЕКТРОСКОПИ

а) Обичан електроскоп од зовине куглице.

Ако се једна куглица од зовине сржи обеси о свилен конац, може нам послужити као најпростији. (електроскоп) Ако се неко тело, у коме има електрицитет приближи овој куглици, куглица ће бити привучена па одмах затим одбијена. Овај електроскоп може у неколико послужити и као справа за мереве електрицитета. Ако у телу има више електрицитет то ће и куглица скренути за већугао из равнотежног положаја.



сл-35

в). Електроскоп са златиним листићима.



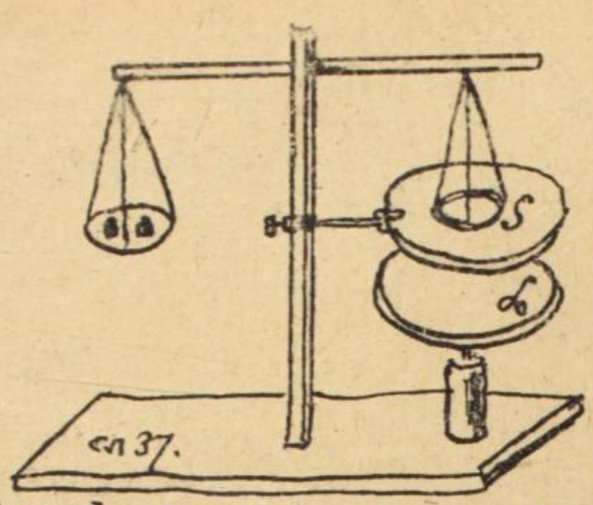
сл-36

састоји се из једне металне шипке (сл. 36) која може примити електрицитет. Шипка даље силази у стаклени суд и на крају каквог метала. Кад нема електрицитета, листићи су приљубљени један уз други, а чим се куглица додирне, на пр.: месинг трисаном шипком, одмах се листићи раскрече, пошто се напуне истим врстом електрицитетом. Према величини угла, за који се листићи одвоје, може се судити и величина количине електрицитета у неком телу.

B. ЕЛЕКТРОМЕТРИ.

а). Апсолутни Томсонов електометар.

састоји се из две плоче Доња је плоча обично од метала и изолована је, а се може померати на висини или на ниже паралелно самој себи (сл.). Од горње плоче, која је од алуминијума, исечићемо 1 комад и удесити виси о једном крају двокраке полуге на чијем се крају налази тас за ове. Плоче су ове у вези тако да кад у једну од њих унесемо извесну



сл 37.

количину електрицитета, онда ће се р
стрти на обе. Потенцијалска разлика
међу ове две плоче јесте $J = \frac{v_1 - v_2}{2}$ Ако
сетимо кулонове теорије, то је разлика
$\frac{v_1 - v_2}{2} = 4\pi\sigma$ (1. Ако су плоче δ и S
пуњене истим електрицитетом, оне ће с
одбијати, она ће се одбијати у право пло
ча δ гураће плочу S да је избаци у вис
Нама је потребно да израчунамо тај на
$P = 2\pi\sigma^2$ (2) који можемо мерити теговима. Рецимо ако скинемо тегове, плоча
S вратиће се натраг, ако их опет метнемо плоча ће оскочити Једначину (1
квадрирачемо: $\left(\frac{v_1 - v_2}{2}\right)^2 = \sigma^2 16\pi^2$. Из једначине (2. израчунаћемо $\sigma^2 = \frac{P}{2\pi}$ (каз
ли смо да P можемо измерити теговима; а 2π је константно) Кад замени
σ^2 у прошлу једначину имамо: $\left(\frac{v_1 - v_2}{2}\right)^2 = \frac{P}{2\pi} 16\pi^2 = 8P\pi$. Нама је потребно потен
цијска разлика. Стога кад решимо имамо:

$$(v_1 - v_2)^2 = P\, 8\pi 2^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 3).$$

P је притисак на јединицу површине. Али ако је површина $= S$ то ће
целокупни притисак бити $F = P.S$ одакле је $P = \frac{F}{S}$ Кад вредност за P за
менимо у образац 3) имамо:

3) $(v_1 - v_2)^2 = \frac{F}{S} 8\pi 2^2$ а одатле је: $(v_1 - v_2) = 2\sqrt{\frac{8\pi F}{S}}$

Притисак F gal do' у
грамовима. 2 и S дати су у центиметрима и потенцијална разлика биће изр
жена у динима, т.ј. у апсолутном систему мера, услед чега се електро
метар и назива апсолутни.

Пошто при мереву потенцијалских разлика никад не можемо 2
непосредно тачно израчунати, то радимо овако: У горњу плочу унесемо
стаклену количину електрицитета са потенцијалом v_0 а у доњу са потен
цијалом v_1 и тада имамо:

$$v_1 - v_0 = 2_1 \sqrt{\frac{8\pi F}{S}}$$

Сад променимо потенцијал доње плоче на v_2 па имамо:

$$v_2 - v_0 = 2_2 \sqrt{\frac{2\pi F}{S}}$$

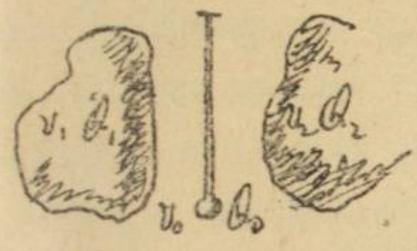
одузимањем ових једначина имамо:

$$v_1 - v_2 = (2_1 - 2_2)\sqrt{\frac{8\pi F}{S}}$$

Ако се први пут плоча задржала на 5, 97см а други пут на 5, 96
см, онда је $2_1 - 2_2 = 5{,}97 - 5{,}96 = 0{,}01$.

в). КВАДРАТНИ ТОМСОНОВ ЕЛЕКТРОМЕТАР.

Потенцијалне разлике много се згодније одређују помоћу квадратног електрометра. Прво да се упознамо са самим принципом, на коме је исти основан. Нека имамо 1 тело које може да прими количину електрицитета Q да стече потенцијал V_1, друго тело, које има електрицитета Q_2 са потенцијалом V_2 и између њих треће тело, које може клатити са електрицитетом Q_0 а потенцијалом V_0 (сл. 38.)



сл. 38.

Пре икаквог кретања у сва три тела наћи ће се оволика количина енергије:

$$R_1 = \frac{1}{2}\left(Q_0 V_0^2 + Q_1 V_1^2 + Q_2 V_2^2\right)$$

Замислимо сад да каква била сила покреће тело што клати, те да се оно приближи једном телу (Q_2) за дужину x Услед тога целокупно електрично стање промениће се на сва три тела и вредности: $Q_0, V_0; Q_1, V_1; Q_2 V_2$ прелазе у: $Q_0', V_0', Q_1', V_1' Q_2' V_2'$.

Треба да изнађемо све вредности.

$$Q_0' = Q_0 + px(V_0 - V_2) = px(V_1 - V_2)$$

где p значи извесну константу за смањивање или увећавање, а x дужину за коју се клатно једном телу приближило или од другог удалило. Пошто су се променили и Q_1' и Q_2' треба и њих изнаћи, и слично горњем обрасцу имаћемо

$$Q_1' = Q_1 + px(V_0 - V_1)$$
$$Q_2' = Q_2 + px(V_0 - V_2)$$

количина рада после свршеног рада биће:

$$R = \frac{1}{2}\left(Q_0' V_0 + Q_1' V_1 + Q_2' V_2\right)$$

треба да заменимо сад вредности на Q_0', Q_1', Q_2' па ћемо имати:

$$R_2 = \frac{1}{2}\left(V_0 Q_0 + px V_1^2 - px V_1 V_2 - px V_0 + px V_0 V_1 + Q_1 V_1 + px V_0 V_1 - px V_1^2 + Q_2 V_0 - px V_0 V_2 + px V_2^2\right)$$

$$R = \frac{1}{2}\left(Q_0 V_0 + Q_1 V_1 + Q_2 V_2 + 2px V_0 V_1 - 2px V_0 V_2 - px V_1^2 + px V_2^2\right)$$

Ако направимо разлику $R_2 - R_1$ имаћемо

$$R_2 - R_1 = px V_0 V_1 - px V_0 V_2 - \frac{1}{2} px V_1^2 + \frac{1}{2} px V_2^2.$$

Из свих чланова с десне стране можемо извући px као заједничко, па ћемо имати

$$R_2 - R_1 = px\left[V_0 V_1 - V_0 V_2 - \frac{1}{2} V_0^2 + \frac{1}{2} V_2^2\right].$$

Израз у загради може се овако раставити: ако га поделимо са $V_1 - V_2$ имаћемо

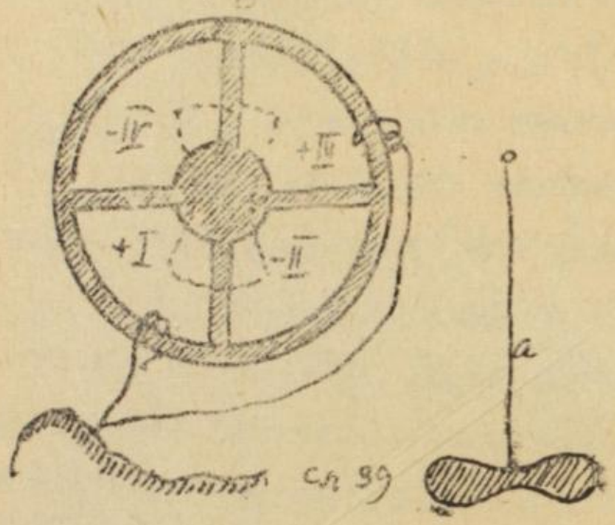
$(v_0v_1 - v_0v_2 - \frac{1}{2}v_1^2 + \frac{1}{2}v_2^2) : (r_1 - r_2) = v_0 - \frac{1}{2}r_1 - \frac{1}{2}v_2$ Према томе је:

$$R_2 - R_1 = \rho\varkappa[(v_1 - v_2)(v_0 - \tfrac{1}{2}(v_1 + v_2))]$$

Овај се израз може још и упростити. Потенцијали v_1 и v_2 увек су супротних знакова и ако узмемо да су приближно једнаки, онда се израз $\frac{1}{2}(v_1 + v_2)$ може занемарити, пошто ће се потенцијали као супротни потирати. Са овом претпоставком имамо:

$$R_2 - R_1 = \rho\varkappa(v_1 - v_2)v_0.$$

одатле се изналази потенциска разлика $v_1 - v_2 = \frac{R_2 - R_1}{\rho\varkappa v_0}$ Видећемо мало час, како се налази $R_2 - R_1$ На основу овога направљен је сам квадратни електрометар. Ево из чега се састоји. Оно што лако које клати није куглица већ плочица од алуминијума изрезана у облику лемниската ( ) а обешена је о танком концу у своме средишту (сл. 39.) Оваква плочица окреће се у кутији чији су горњи и доњи поклопац подељени на 4 квадратна, по чему је и справа добила (сл. 39). Плочица може лежати симетрично према кресту што га граде квадрати или несиметрично. Сад се супротни квадрати наелектришу једноименим електрицитетом нпр. I и III са + а II и IV са — У лемниската се налази једна стална количина електрицитета, чији потенцијал знамо (v_0) Ако квадрате I + III спојимо са неким телом, коме одређујемо потенцијал, онда ће услед тог новог придошавшег електрицитета наступити извесна потенцијалска разлика и конац лемниската упреће се за известан угао. Образац за потенцијалску разлику већ смо нашли



сл 39

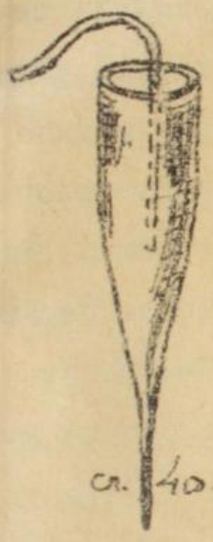
$v_0 - v_2 = \frac{R_2 - R_1}{\rho\varkappa v_0} \cdot R_1 - R_1$ то је оно за колико се упреде конац. Снага је дакле равна торзионом моменту. Пошто ће пак тај моменат упредања у томе бити већи у колико је већи угао α за који лемнискати скрене, дакле, тај се моменат мери углом α. Према томе можемо ставити $v_1 - v_2 = \frac{\alpha}{\rho\varkappa v_0}$

Дакле потенцијалска разлика мериће се према углу скретања (α) пошто је именитељ сталан.

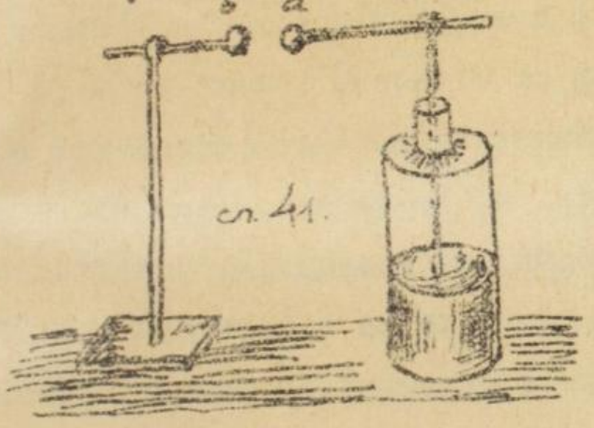
c) МИТИЋЕВ КАПИЛАРНИ ЕЛЕКТРОМЕТАР

Овај се електрометар састоји се из једне просте цеви, која се продужује у капиларну цев (сл. 40.) Електрометар је напуњен неком неке моћ

истицати кроз капиларну цев. Ако пропустимо кроз живу електрицитет, онда ће се мењати ниво доњег живиног мениска. У колико је више електрицитета и ниво ће се више променити, према чему се може судити о потенциској разлици.



сл. 40.



сл. 41.

d.) ЛАЈДЕНОВА ФЛАША. Њоме можемо мерити количину електрицитета. То је једна обична лајденска боца са још једном металном куглицом (сл. 41.). Кад се у боци буде напунила извесна количина електрицитета, онда ће почети скакати варница између куглица a и b. Ако куглице више удаљавамо, то ће требати већа количина електрицитета, те да варница скочи. Према дужини варнице т. јест према растојању куглица a и b може се мерити количина електрицитета у боци. Одстојање између a и b мери се једним микрометарским завртњем.

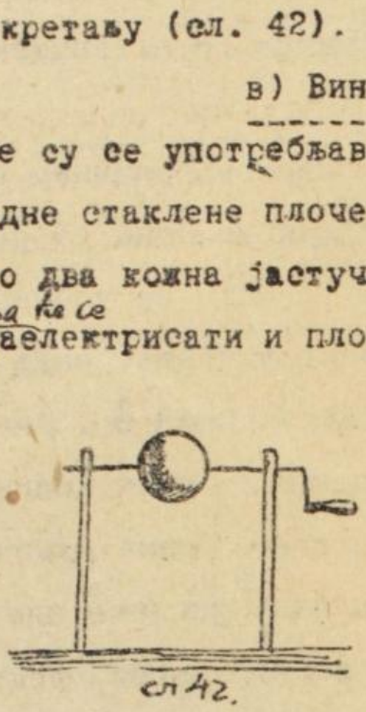
27. Справе за произвођење статичелектрицитета. Машине којима се електрицитет производи, можемо поделити на 2 велике групе, Једне производе електрицитет трењем а друге индуенцијом. Прве се машине зову обичне. На свима овим машинама имамо два главна састављена дела први део који производи електрицитет; други део који га кондензује.

A. Обичне електричне машине.

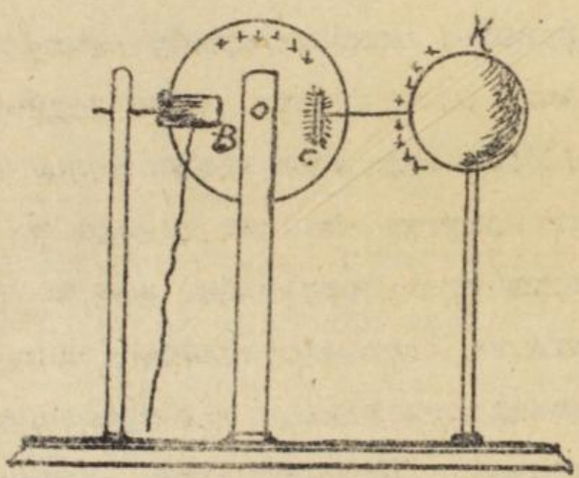
Код справе овакве машине имамо водити рачуна о количини електрицитета, коју може да да за извесно време и о потенцијалској разлици. Што се тиче количине електрицитета, она не зависи најмање од површине која се таре, које таремо и онога којим таремо. То је разлика мала док се тела која таремо још додирују, али кад измакнемо тело, којим таремо, потенцијалска разлика порасте. Све ове машине данас се не употребљавају. Ми ћемо их навести само ради историског прегледа.

а) Прва електрична машина (Отто Герикеов) састоји се из једне сумпорне кугле, која је окретана око осовине, а трла се о сукно на руци при окретању (сл. 42).

в) Винтерова машина са стакленом плочом. У доцније време почеле су се употребљавати ове машине за производење електрицитета. Састоје из једне стаклене плоче (сл.43.) која се окреће око осовине, тарући се при томе о два кожна јастучића (В.) који су премазани амалгамом цинка. услед чега ће се наелектрисати и плоча и јастучићи. Електрицитет јастучића одводиће се у земљу одмах, а електрицитет с плоче с ће се помоћу чешљића (С). У самој ствар електрицитет с плоче не преноси се непосредно, већ ево шта бива. Чешљић је у вези с кондуктором К . То је обична кугла која има велику површину да би што већу количину електрицитета могла примити. Електрицитет са стаклене плоче, који је позитиван, изазваће на чешљу обе врсте електрицитета, па ће себи привлачити негативан, а одбијати позитиван, услед чега ће се овај гомилати на кондуктеру К . У колико више електрицитета будемо произвели на плочи, у толико ће се произвести више инфлуентног електрицитета.



сл 42.



Сл. 43

В. ИНФЛУЕНТНЕ МАШИНЕ.

Ове су машине много важније од првих, а има их различито конструисаних.

а). Електрофор. Ово је најпростија инфлуентна машина (сл.44.) Састоји се из једне плоче од ебонита или смоле, која се назива: погача (b) и који лежи на другој металној подлози C .

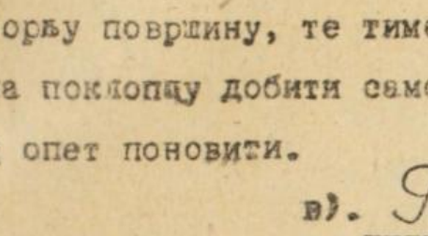
Али се озго на саму плочу ставља метални поклопац (a), који има дршак од стаклета или другог каквог изолатора (d) Ако се погача плоча протре ли-

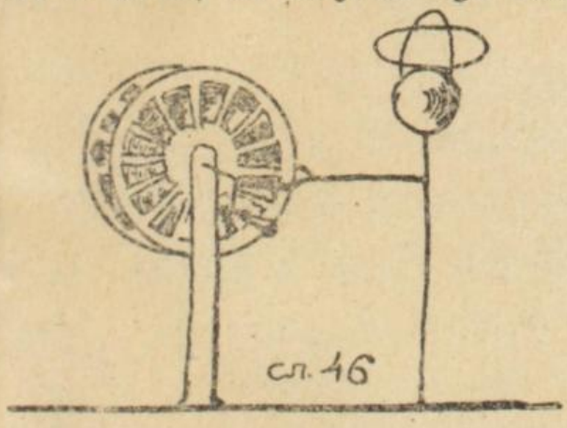


сл. 44.

личијум репом, имаће се наелектрисати. Метнемо ли поклопац (а) на плочу то ће се индуенцијом у њему изазвати електрицитет и то супротни (+) биће привучен на доњу површину, а истоимени (-) биће одбијен на горњу површину поклопца. Ако дигнемо поклопац, електрицитет ће се опет спојити и поклопцу ће бити у неутралном стању. Али ако пре но што дигнемо поклопац додирнемо пр-стом горњу површину, те тиме одведимо у земљу негативни електрицитет, онда ћемо на поклопцу добити само позитивни електрицитет, који можемо испразнити па рад опет поновити.

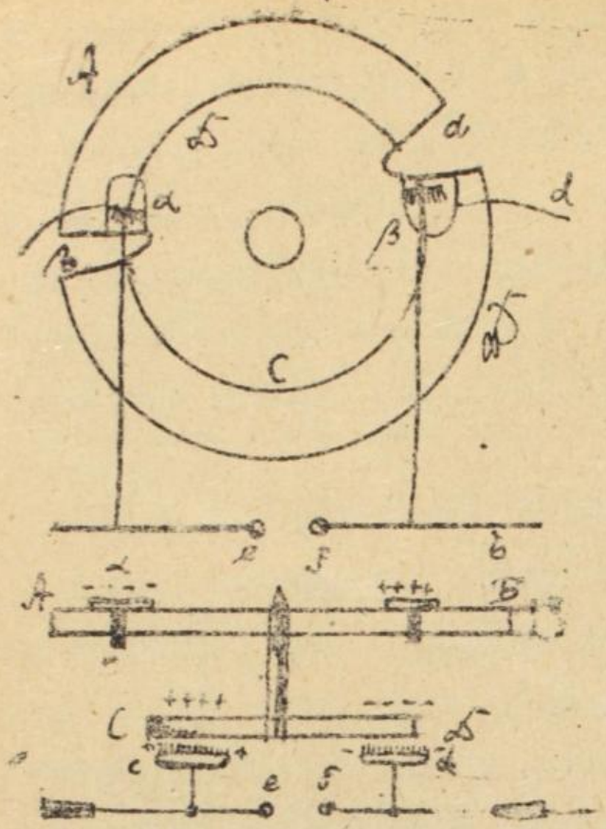
в). Гоферлова машина. Састоји се из две ебонитске плоче, које трењем наелектришемо и то једну позитивно (+) а други негативно (-) Види члан 3.- Исто се материја може различито и електрисати). Наспрам ових плоча има још 1 пар, који може да се окреће (сл. 45.), т.ј. да дођу једна испод друге. Горње плоче утицаће индуент на доње и разложиће електрицитет доњих плоча. Ако слободни електрицитет (на првој плочи +, а на другој -) спроведемо у земљу онда ће се по њима распрострти само једна врста електрицитета (на I - а на II +). Сад окренимо доње плоче за 180, т. ј. прву доведимо на место друге, а другу на место ове. Усла тога доњи ће једноимени електрицитет један према другоме, они ће се одбијати и напон ће порасти услед чега можемо одвести извесну количину електрицитета и служити се њом. Ако узмемо више плоча добићемо већа напон. Има и других конструкцтја Тепелових машина. Напр.: једна се састоји из 2 плче, на којима је излепљена серија листића од Стакола (сл. 46)


сл. 45


сл. 46

Горњи се листићи наелектришу и то половина позитивним електрицитетом (+), а половина негативним (-) Индуенцијом изазваће се електрицитет и на оним листићима и ако се слобода електрицитет одведе и доња плоча окреће, то ће полазити један наспрам другог по два листа наелектрисана истоимено услед чега напон расте. електрицитет се може одвојити.

С. Колцова машина. И она је основана на истом принципу. Састоји се из 2 стаклене плоче, од којих је једна непокретна а друга може да се



покрета (сл. 47.). Непокретна (A B) је већа и исечена је на три места прво у средини где пролази осовина покретне плоче а на ком дијаметрално на два места (а и в). Крај тих отвора прилепљена су два комада хартије (α и β), од којих излазе кружни врхови од хартије, који се пружају према покретној плочи. Пред покретном плочом наспрам прилепљених комада а и в стоје два чешља за сисање (c и d), који су у вези с кондукторима e, F. Да би апарат почео радити ваља једној облози од хартије (a) саопштити какав било електрицитет, рећимо негативан. Тај електрицитет утицаће на плочу $\mathcal{D}$ и чешаљ C изазивајући позитиван електрицитет, при чем ће негативни отићи кондуктер e. Ако сад плочу $\mathcal{D}$ обрнемо за 180° онда ће језичак, што полази с облоге B, упити позитиван електрицитет. Па сад ће она утицати индуктивно на десни крај плоче $\mathcal{D}$ и чешља d изазивајући на чешљу негативни електрицитет услед чега ће позитиван прећи на кондуктор F. Ако продужимо окредање индуенција ће се продужити и даље и на кондукторима (које ваља разликовати) гомилаће се електрицитет на једном позитиван, на другом негативан. Кад се буде накупила већа количина, почеће скакати варнице. Варнице ће бити интензивније ако су кондуктари у вези са једном лајденском боцом.

d) Wimschurst-ова машина. ова је машина најсавршенија. Код ње су обе плоче покретне и електрицитет се не мора уносити, већ се сам развија приликом окретања. И ту добисмо повећан капацитет кондуктора ми их спајамо само лајденском боцом. У том су случају варнице ређе, али много интензивније.

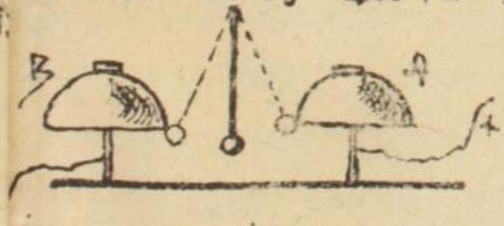
28. ЕЛЕКТРИЧНА ПРАЖЊЕЊА

Количина електрицитета која се може накупити на извесном кондуктору зависи од многих услова. Прво зависи од влаге у ваздуху т. ј. од водене паре, која ће спроводити у неколико електрицитета у ваздуху; за тим од разних гасова, који улазе у састав ваздуха; од притиске, чија варница даје односе електрицитета; на послетку од температуре, јер се загрејан

кондензатор тешко пуни и т. д. Кад се на неком кондензатору нагомила већа количина електрицитета, стекавши велики напон, он се више неће моћи одржати већ ће прелазити са места вишега потенцијала на местима ниже потенцијала. Исто тако ако имамо разноимена електрицитета они ће се ако су довољног јакога потенцијала, пробити ће кроз изолатор и сједињити се неутралисати се. Или се могу сједињити, ако их доведемо у додир. Те појаве зовемо су под именом електричног пражњења. Спољашњи утицаји јако утичу на пражњење, као год и на пуњење. На пр.: температура јако утиче јер помаже пражњењу. Исто тако ултра - љубичасти зраци олакшавају пражњење кондензатора.- Пражњење може бити на три начина: кондуктивно (спроводно), конвективно - механичко, и диеруптивно.

а) Кондуктивно пражњење. Ако имамо два електрична поља са разноимеником електрицитетом, па их саставимо каквим спроводником, нпр.: метал.жицом; онда ће њихови електрицитети проћи кроз ову жицу и сјединиће се. Пражњење ће овде бити без икаквих спољашних знакова.

в). Конвективно пражњење. Ако имамо н.пр.: једну куглицу од зове и принесемо јој неки наелектрисано тело, она ће бити привучена, примиће извесну количину електрицитета, па ће се одбити. Ако је сад додирнемо прстом или чим другим, она ће се испразнити, пошто ће електрицитет отићи у земљу. Сад ће поново бити привучен и поново ћемо је испразнити и т.д. Куглица ће, дакле, осцилирати, односећи, сваки пут са кондуктира извесну количину електрицитета Овр је пражњење сличн конвективном понашању топлоте.На пр.: Кад загревамо воду доњи се слојеви загреју и иду на површину а горња као хладнији падају доле. Сад се сви још више загревају и пењу се носећи топлоту а први се поново враћају доле и т.д. На основу овога вибрирања куглица при конвективном пражњењу направљено је електрично звонце са статичким електрицитетом (сл 48). За ту циљ узму се два метална звонцета , од којих једно служи као кондуктор, те се напуни електрицитетом. Између њих намештена је метална куглица. Звонце А привуче куглицу, она ће се наелектрисати и одбијати, али кад удари у звонце В испразниће се јер је ово у вези са земљом, сад ће поново бити привучено и.т.д. При том ће ударати час у звонце А, час у звонце В и звонце ће доћи до од електрицитет дуж проводника до куглице.



сл. 48

а) Дисруптивно пражњење.- Ако на извесним пословима потенцијал јако порасте, онда ће се електрицитет пробити кроз изолатор и на тај начин испразнити Ова су пражњења увек праћена електричном варницом Кад је капацитет неког кондензатора мали, онда је варница извијугана, дакле пролази већим путем, ако је пак капацитет велики, варница ће бити јака и права и вено је дестово у опште јаче. Овако пражњење бити у обичном ваздуху, а у разређеном ваздуху или безваздушном простор бив другојачија са чим ћемо се упознати доније говорећи о Гајслерим цевима

28. Дејства електричне варнице .-

Електрична варница и пражње у опште могу изазвати разна дејства с којима ћемо се упознати у следећим одељцима.

а). Мечаничка дејства. Ако се лајденска батерија празни кроз металну жицу, која није довољно јака, она ће се затрести изу ијајући на цик цак, па чак и у комадиће распасти. Уколико има већа олићина електрицитета, у толико су комадићи мањи, жица се загреје до усијања, први делови с површине почну одскакати и на наполетку се распаднути комадићи почну стапати у куглице. Танка жица се распада ситан прах са јаким треском и појавом светлости. Ово загревање и сијање не долази од непосредног претварања топлоте у електрицитет, већ пражњењу предходи унутрашње распадање делића. То се може потврдити сим актом, што се на овај начин могу стопити платинске жице чија се тем ература при томе топи само на 211°. Познато нам је, пак из науке о топлоти да се платина топи тек на температури од 2000° Ако имамо у једном суду затворен гас или какву течност онда при пролазу варнице делићи течности или гаса ударају једно о други и о бокове суда так ако да се суд може распренути.

в). Топлотна дејства. Кад електрична пражњења бивају кроз т е металне спроводнике, ови ће се загрејати, а у случају кад се пражња већа лајденска батерија, тање се жице могу усијати, стопити, па у гас прећи. Запаљиве материје (светлећи гас, етар, камфоницум итд. могу се запалити електричном варницом, а исто ће бити и са свима праскавим материјама

С) Светлосна дејства. -Електрична пражњења могу, као што смо већ напоменули, изазвати на спроводницима извесним толику температуру да ће ови почети да светле. Ако електричне материје полазе кроз кру

ћер и друге материје, могу у овима изазвати појаве фосфоренције.

А. Електрична дејства. Свака промена у односу електрицитета на једноме спроводнику изазива слична дејства на околним спроводницима.- Ако се лајденска боца празни једном металном жицом, поред које је на неки начин друга сасвим изолована жица, онда ће струјање у првој жици изазвати исту такву струју у другој жици и ако се крајеви ове жице доведу на минималну близину између њих се може указати и електрична варница.

Хемиска дејства.- Кад електричне варнице пролазе кроз ваздух сао изолатор, онда врше у њему ту хемиску промену, што молекиле кисеоника (O_2) претварају у молекуле озона (O_3). При истражив. у се могу изазвати хемиска. раздвајања, као год икод галванске струје, о чему ће изнети доцније говора. Треба само напоменути да је ова д' за стати ки електрицитетом много теже изазвати, пошто се при пролазу електри дност с једнога спроводника на други и у опште при пражњењу, стављају у покрет мале количине електрицитета.

Физиолошка дејства. - Ако варнице, које пролазе кроз ваздух и падну на човечије тело, производе бол који личи на убод игле. Ако су варнице јаке могу учинити да дотично место отекне. Ухватимо ли руком спољашњу облогу лајденске боце, а куглицу додирнемо прстом осетићемо непријатан потрес кроз цело тело а нарочито у зглавковима руке. Кад се пражњење батерија сапоштава већем броју особа које се за руке држе, онда ће особе у средини претрпети много мање потрес него оне на крајевима

30. Опређивање трајања електр. аврнице.- Време за које траје електрична варница вама је кратка. То се може доказати једним обичним колутом, који се окреће, и за време, док варница осветли цео колут, изгледаће овај непокретан. Да бисмо одредили трајање варнице узећемо једно огледало које се врло брзо окреће око осовине и у том огледалу посматраћемо слику варнице. рецимо да се огледало окреће 50 пута у секунду онда се једно окретање свршав за $\frac{1}{50}$ део секунде, 1° пређе за $\frac{1}{50 \cdot 360}$ део секунде, а $\frac{1}{2}$ степена за $\frac{1}{50 \cdot 360 \cdot 2} = \frac{1}{36000}$ део секунде. Пошто знамо из оптике да ако се огледало окрене за угао α, то се зрак у огледалу окрене за угао 2α, то се види да је трајање варнице још 2 пута мање, дакле износи $\frac{1}{72000}$ део секунде. Али при овом окретају огледала ми још можемо видети варницу. Тек ако се

огледало буде окретало 800 пута у 1" биће варница примећена и тада се налази да њено трајање износи $\frac{1}{1.152000}$ секунде.

Однос између капацитета и дужине трајања. Ако узмемо једну лајденску боцу, трајање њене варнице износи $\frac{7,5}{1000000}$ секунде, ако су три боце, онда $\frac{12}{1000000}$ делова секунде; пет боца $\frac{22,5}{1000000}$ секунде, а у 7 боца за $\frac{26,8}{1000000}$ делова секунде. Дакле излази да уколико је већи капацитету толико је дуже трајање варнице.

Однос између дужине и трајања. Ако је варница дугачка 1 њено трајање износи $\frac{7}{1000000}$ сек. ако је пак варница дугачка 4 онда траје $\frac{15,21}{1.000000}$ секунде.

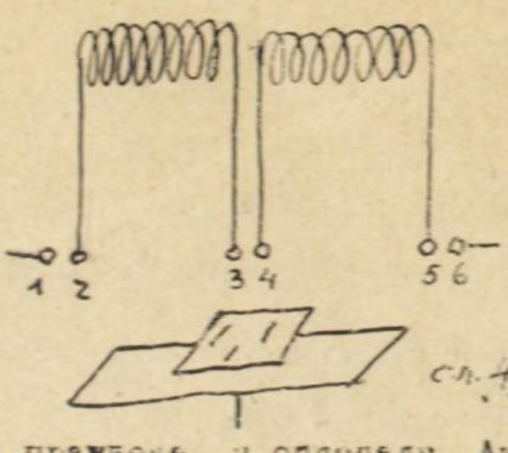
Однос између потенцијала и дужине варнице. Ако са d означимо дужину варнице, са v потенцијал, са $\frac{v}{d}$ однос између потенцијала и дужине варнице, са $2r^2$ електрични напон, са R рад електричне варнице, која се може израчунати или посматрањем онда имамо овакве цифре, које нам казују односе:

Ако је d онда је	v	$\frac{v}{d}$	$2r^2$	посматрање R	израчунато R
0,025 mm	1,353 kal.	53,3	119.9	2,86	2,86
0,4 "	6,15	81,1	9,1	3,69	4,03
1,0 "	13,01	12,5	6,8	6,45	6,00
1,5 "	17,68	11,6	5.35	8,15	7,5

Најинтересантнији је онај однос између дужине и потенцијала, нпр.: ако је варница 20 пута дуља не мора и потенцијал бити толико пута већи.

31. Брзина посматрања електрицитета кроз спроводнике.

Брзину електрицитета израчунаћемо на овај начин. Узећемо бметал кукица, које леже у једној правој линији, која је паралелна осовини огледала (сл. 49). Куглицу 1 спојићемо с унутрашњом, а 6 са спољашњом облогом лајденске боце. Куглице 2,3, и 4, 5 спојићемо између себе спиралним увијеним жицама које су дуге по неколико километара. Сад ће се овом случају јављати три варнице између кугала 1 и 2, 3 и 4, 5 и 6. Посматраћемо



сл. 49.

пражњење у огледалу. Ако се сва пражњења дешавају у исто време то треба да се све три варнице појаве у исто време у огледалу ако се огледало почне брзо окретати, видећемо да се средња варница појави

доцније. То се констатује тиме, дто се слике варница не појаве у истој линији, већ средња малодниже, а то је због тога што се огледало за то време окренуло, за које се средња варница доцније јавила, а то је док је електрицитет путовао од 2 м до 3 и од 5 до 4, а зна се дужина спирално увијених жица, тој пут који пређе електрицитет, онда је лако израчунати брзину електрицитета и она према разним рачунима износи 300000 километра у једној секунди 288000, 32 0000 и т.д. дакле као и брзина светлости, а може изнети и 450000 Км. Према тој брзини електрицитет би могао за један секунд обићи 6 пута око земље.

Ако варницу посматрамо голим оком, ми ништа не примећујемо на њој и изгледа нам једноставна. Ако ли се пак подробније посматра, видеће се да се пражњења не врше од једаред, већ осцилаци уом. Ово осциловање можемо упоредити са осциловањем течности у једној комуникационим суду, која ако се уздрма не може се одмах умирити већ ће таласати горе доле док се притисци не изравнају. Дакле као што вода у комуникационом суду неможе заузети на једаред исти ниво, исто тако ако имамо две количине електрицитета од којих је једна негативна а друга позитивна, то неће проћи сав позитиван или сав негативан електрицитет на једну или другу страну од једаред, већ ће се то вршити извесним осцилацијама, које трају много краће, него сама варница. Да варница постане, треба да се изврши више оваких осцилација. Да је ово заиста овако, може се констатовати помоћу два издубљена огледала која се брзо окрећу. Ту ако посматрамо варницу, видећемо да ће се појавити 1 пуна варница, па ће је нестати; у брзо ће се појавити друга, па је поново нестати итд. Дакле, електрично пражњење не бива од једаред, као кад се из каквога суда изручи вода - већ осцилацијом.

32. Земљски и амбосферски електрицитет.

У нашој земљи находи се извесна количина електрицитета која није подједнако распређена по целој површини земаљској, већ је негде има више негди мање услед чега постају у земљи струје ~~у земљи струје~~ електричне, јер да би се изравнали потенцијали. електрицитет се креће од једног места ка другоме. Ове струје праве често сметње телеграфима или другим апаратима основаним на електрицитету. Овај земаљски електрицитет постаје трењем. Нпр.: Ваздух крећући се горе се о камење, дрвеће и тд. и електрицитет произведен на тај начин пролазиће кроз земљу, гомила се или

се сједињава са електрицитетом супротнога знака или ако наиђе на изолаторе ту се задржи и т. д. Дакле, земљу морамо сматрати као наелектрисано тело, са извесним количином елекирицитета и са извесним потенцијалом .

Како изгледају еквипотенцијалне површине на земљи. Кад на земљи не би било неравнина, онда би њене еквипотенцијалне површине биле лоптене но пошто има разних предмета, то се еквипотенцијалне површине савијају око тих предмета те имају неправилан облик. Кад се пак иде у вис т[о] савијање ишчезава све тише, тако д[а] су на извесној висини површине к[у]гле. Поред овога електрицитета у земљи и у нашој атмосвери има так[о]ђе електрицитета Да га заиста има у ваздуху то можемо на овај начин констатовати. Узмимо једну металну шипку дугачку 2-5 м, која се завршује у савијен шиљак, а доњи крај на[ш]ка је у вези са електроскопом (сл. 51) с листићима Ако шиљку принесемо пламен од свеће или пустимо да на њега капље млаз воде после извесног времена приметићемо да ће се листићи у електроскопу раширити, што значи да су се напунили једноимеником електрицитетом. Количина електрицитета у ваздуху није стална за једно исто место Тако исто она се мења према добу годишњем и према висине места. Посматрањем је констатовано и то да се једнога и истога дана потенцијал електричан мења, достижући два максимума. Први је минимум између 5и 7 сати изјутра а први максимум између 2 и 4 сата по подне, а други максимум у 9 сати у вече. Посматрање на Ајфеловој кули у Паризу на висини 285м. констатован је само један минимум. Максимум се дешава од прилике 3/6 сати и 30 минути. за нешто мање више од 1 сата раније него на подножју саме куле.



сл. 50.



сл. 51.

Водена пара јако утиче на количину електрицитета у атмосфери у колико је пара више у толико је електрицитета мање јер водена па служи као спроводник доводећи електрицитет до земље, где се овај дини са земљиним електрицитетом. Исто тако електрични потенцијал за си од температуре ; у колико је температура већа у толико је потен јал мањи и обрнуто. Питање је да ли се ваздух сам наелектрише, или његов електрицитет постао индуенцијем дејством земљиног електрицитета, т.ј. ваздух се наказа у електричном пољу земље. То се може дознати на овај начин. Узећемо једну металну мрежу и од ње ћемо направити угљу. Она ће нам послужити као спроводник. Ми сад испитујемо ону количину ваздуха која је опкољена мрежом , видећемо да у њој има врло мало електрицитета, дакле, излази да највећа количина електрицитета у ваздуху долази од земљине индуенције.

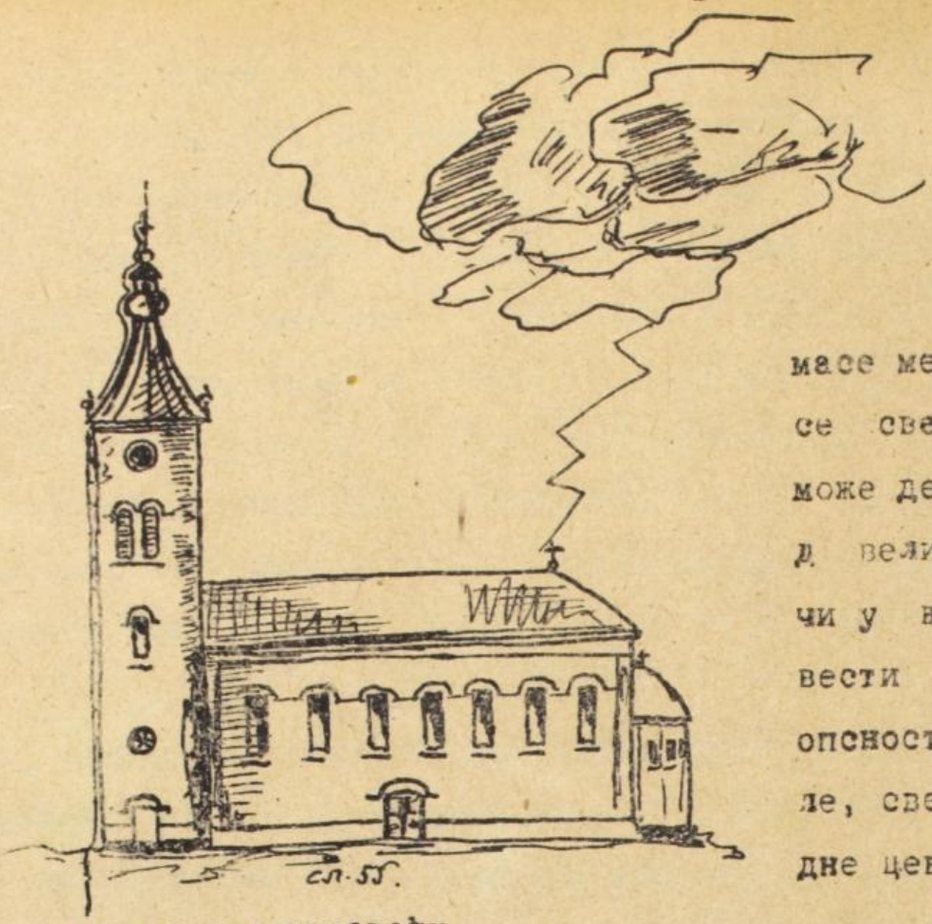
Овај став познат је у науци под именом Ерман - Пелтијеве типове. Помоћу горње праве можемо да одредимо потенцијал на разним висинама. Тим путем је констатовано да потенцијал расте са висином. Закон по коме тај потенцијал расте изведен је сасвим емпиричким путем и он овако изгледа: Ако је V_0 потенцијал неког места, кад је напон поведене поре $p = 0$, онда имамо образац $V_0(1+Kp)V_p$ где K значи извесну количину смањивања, напон водене паре, у милиметрима живиног стуба а V_0 потенцијал који непосредно на справи прочитамо . При једном посматрању нађемо да је $r = 325$ електричних јединица, а $p = 2,3$мм. При другом нађемо да је $V_p = 9,7$ електричних јединица, $p = 9,7$ према горњем закону биће:

$$V_0 = (1+K\cdot 2,3)325$$
$$V_0 = (1+K9,7)97$$

из ових двеју једначина можемо израчунати Kondandy K и она износи $K = 1,31$

Да нађемо сад потенцијал земљиног електрицитета. Пошто је земља кугласти чији је полупречник $R = 637.10^6 m$ то је и њен капацитет $C = 637\times 10^6$ Привлачна снага земљиног електрицитета биће: $F = \frac{Q}{R^2}$ а потенцијал $\frac{Q}{R}$ Из ових једначина кад избацимо Q добијамо: $V = \frac{F\cdot R^2}{R} = F\cdot R$, F у апсолутним мерама износи за земљу $\frac{13}{300}$ Над заменимо вредност за F и R имаћемо:

$V = \frac{13}{300}\cdot 637\cdot 10^6 = 828\cdot 10^7$ или у округлој цифри $V = 8\cdot 10^9$ волти. Можемо наћи густину електрицитета за сваки квадрат сантиметар земљине површине. Познат нам је образац: $F = 4\pi\sigma$ одакле је $\sigma = \frac{F}{4\pi} = \frac{13}{300}\cdot\frac{1}{4\pi}$. Кад се ово



чини саме зграде потре
бно је на њу да намести
мо 2,3 пд и више гром
воља - Ако се укаквој
грађевини налазе велике
масе металне то је потребно да
се све вежу громоводама, јер се
може десити да електрицитет усле
д велике привлачне снаге преско-
чи у њих и тада тек може прои
вести велике штете. да би се ова
опсност избегла потребно је дак-
ле, све машинске делове, водово
дне цеви итд. везати спроводно
за земљу и за громовођу.

Кад је говор о пражњењу електрицитета у атмосвери то ће бити потребно да споменемо и т. з. поларну светлост. Тим се именом назива ју светлости појави. који се виђају у крајевима. који леже око земљи них полова , и све су ређе кад се иде ка екватору. Узрок овој појави поларне светлости јесте опет електрично пражњење, само та пражњења ни су напрасна већ непрекидна и онда светле за друго, осветљавајући сла бим бледом светлошћу некад већи некад мањи део неба. Ова електрична пражњења спадају у поменуту врсту хладних електрифних пражњења. Светлост се састоји из читаве серије малих варница и изгледа као посута светлос ст одго на ниже и оздо на више. Овај начин пражњења наступа зато што обдаци на половима не састоје се из водених мехурића већ из ледних плочица (игли ја) и те ситне иглице проносе електрицитет. Астронимским путем доказано је да постоји веза између количине пега на сунцу и количина поларне светлости. Према томе деци се ове појаве показују на северној или јужној полутини земље разликује се на северну и јужну поларну светлост



II

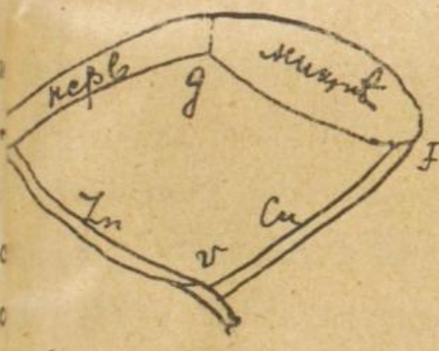
ДИНАМИЧКИ ЕЛЕКТРИЦИТЕТ

Динамички електрицитет назива се онај који се не може задржати једном месту већ се одмах по свом постанку креће- струји.

1). Основни појави . Теорија Волте, Галванија а фабронија. предпошлом веку проучавао је Галвани дејство електрицитета на животи- и том приликом био је направио овакав оглед. Узевши једну бакарну у и једну цинкану саставио их је и додирно је једним крајем нерв другим крајем мишић набиног бута која је пре извесног времена убијена и приметио је да се бут грчи а у шипци је констатовао појаву електрицитета (сл.1.). Галвани је то сматрао да се нерви мишићи наелектришу и он постави хипотезу . Животињског електрицитета у исто време тим се питањем бавио Волта. И он је саставивши плоче од Цинка и бакра доби: извесну електромоторску силу, из тога је извео да електрицитет може постати додиром два мета па и он постави хипотезу додирног електрицитета". Фаброни пак говораше и против Галва-- нијевог и против Волтивног тумачења. Он постави трећу хипотезу, наводећи да електрицитет постаје на месту, где се метал додирује са животиньским телом и да се јавља услед хемизма, који на том месту бива. Цртежом може представити сва три мишљања овако (сл.



сл.1



сл.2

. По Галванијевој хипотези постаје електрицитет у тачки g где се д одирује мишић са нередом. По Волтијевој хипотези у тачки v где е додирује цинк и бакар, а по Фабронију пак постанак електрицитета у тачки f . Дуго је вођена борба која ће од ове три хипотезе овла- ати. Међу тим, сва тројица имају права: јер електрицитет постаје на ва три начина.

2. Додирни електрицитет. Ако имамо једну, плочу од метала А, а је додирнемо другим металом В, онда ће се обе плоче једна а друга - и постаће извесна потенцијалика разлика + или - што

зависити од природе метала То се представља овако: $A/B = C$ то јест, А
даје извесну потенцијалску разлику С позитивну. Ако изврнемо метале о
ћемо имати : $B/A = -C$ Ако узмемо за јединицу релативну вредно
коју има потенцијалска разлика цинка и бакра, и ту вредност означимо
100, онда ћемо видети да се остали метали овако понашају:

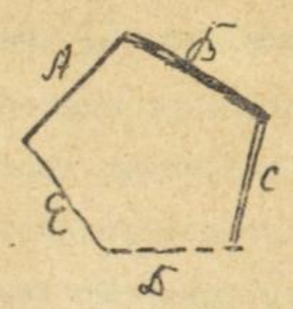
$Zn/Cu = 100$ $Zn/Au = 113$ $Zn/Ag = 106$
$Zn/Pt = 107$ $Zn/Fe = 75$ $Fe/Cu = 31$
$Fe/Au = 40$ $Fe/Ag = 90$ $Fe/Pt = 32$

3 Волтини закони. Испитивањем контантног дејства разних мета
Волта је дошао да ова два закона: I закон. Електромагнетска снага да
метала зависи једино од природе самих метала и температура, а ни
лико од облика и величине тих метала и додирних површина, и зато:
потенцијалска разлика, као последица електромоторне снаге зависи у
главноме од природе и температуре.

Ако имамо више метала па их саставимо у затворен ланац,
ако се ред завршује истим металом којим почиње, онда је у таком ланцу
потенцијалска разлика равна нули и немамо никакве електромоторне силе
ће произвести потенцијалску разлику. Ако направимо такав ланац од
ла: А,В,С,Д,и Е имамо (сл.3.) $A/B + B/C + C/D + D/E = AE$

ако пребацимо A/E с леве стране. онда
имати: $A/D + B/C + C/D + D/E - A/E = 0$

Пошто је пак $A/E = -E/A$ то ће
заменом имати: $A/D + B/C + C/D + D/E + E/A = 0$



сл. 3

Због тога што смо последња
тал спојили ~~метале~~ са првим наст
равнотежа то јест: нема струје. II закон. А
саставимо читаву серију метала али не за
римо ланац онда потенцијалска разлика између два краја остаће иста
као и да нема других метала.-

Узећемо ову серију метала: (+) $Zn/Pb/Sn/$ месинг$/Zn/Cu$
$Au/Pt/C/(-e/$. Потенцијалска разлика за два метала оста
иста, па ма саставили та два метала засебно или преко читавог низ
других метала. Овај горњи низ састављен је тако да сваки метал п
ма оним што долазе после њега даје позитивну потенцијалску разлику,
према онима шт су испред њега даје негативну потенцијалску разлику.

Тако нпр. $Pb/Sn = +v$ а на против $Pt/Zn = -v$ Ако у волтама тражимо потенцијалске разлике за горњи низ према цинку имаћемо ове цифре.

према Zn	Pb	Sn	Mn	Fe	Cu	Au	Pt	C
	0,39	0,45	0,69	0,75	0,89	0,98	1,09	1,15

Volt.

Из свог излази да су за поједине елементе ове потенцијалне разлике:
$Zn/Pb = 0,39$, $Pb/Sn = 0,06$, $Sn/Mn = 0,24$ $Mn/Fe = 0,06$, $Fe/Cu = 0,14$, $Cu/Au = 0,09$
$Au/Ag = 0,07$, $Ag/Pt = 0,04$, $Pt/C = 0,06$.

Са ова два низа потенцијалних разлика потпуно је потврђен други Волтин закон, Јер на пр. знамо: $Zn/Cu = 0,89$ vol.

Ово је непосредно. Ако уметнемо између њих Pb, Sn, Mn и Fe имаћемо: $Zn/Pb/Sn/Mn/Fe/Cu$
$0,39\ 0,06\ 0,24\ 0,06\ 0,14$

Кад саберемо ове потенцијалне разлике имамо: $0,39 + 0,06 + 0,24 + 0,06 + 0,14 = 0,89$ Volt. Дакле. потенцијалска разлика остаје иста. Горњи низ зове се Напонски низ метала.

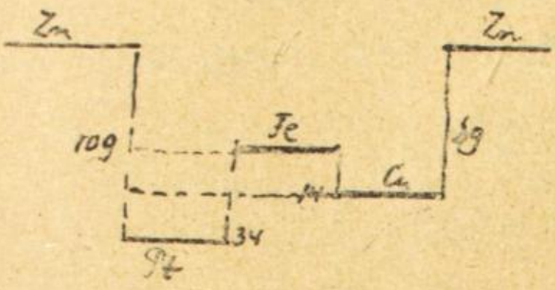
СПРОВОДНИЦИ ПРВОГ И ДРУГОГ РЕДА.

Сви метали, који се понашају по II Волтином закону, називају се спроводници првога реда. Ако бисмо између њих уметали течност, као што с су нпр. киселине и.т.д. видели бисмо да се та тела не понашају по Волтином закону, те за разлику од првих називају се: спроводници другога реда Спроводници првога реда су сви метали а затим неке неметалне материје: угљен, доломит и.т.д. Места која поједини спроводници заузимају у низу напона мењају се по нешто, зато није чудо што је код разних физичара Волтин ред у неколико различан. Као сигуран може се узети овај ред: $Zn, Sn, Fe, Cu, Ag, Au, C$, доломит; Pb долази чак пре, чак после Sn; исто тако Sb негде испред а негде иза Fe ; тако је и са Bi који је час пре час после Sb ; Pt заузима место пре Ag или после Au.

5. ГРАФИЧКА ПРЕДСТАВА НИЗА.

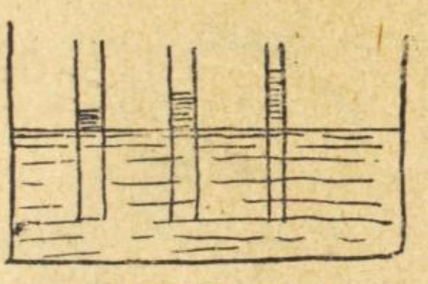
Уметањем извесног броја спроводника и сам низ на тај начин добијени, може се овако графички преставити (сл.4) Ако узмемо да је растоја-

ве између Zn и Cu 89 делова, онда ако хоћемо прво да уметнемо Pt мора мо се спустити на ниже за 100 делова. Затим ако желимо да уметнемо Fe треба да се попне мо на више за 34 делова, јер је Pt/Fe = —34 Ако бисмо спојили Fe и Cu имали бисмо Fe/Cu = +/- као што у ствари и јесте. Ако бисмо ланац завршили истим металом, то значи морали бисмо се вратити на исту прву висину с које смо пошли. У том случају потенцијалска разлика равна је нули и ланац је затворен. Место непосредног пренашања потенцијалских разлика могли бисмо узети да је растојање између Zn и Cu = 100, па према томе сразмерно узимати остале дужи.



сл. 4

6. АНАЛОГИЈА ИЗМЕЂУ ПОТЕНЦИЈАЛСКИХ РАЗЛИКА И ПОНАШАЊЕ ТЕЧНОСТИ У КОМУНИКАЦИОНИМ И КАПИЛАРНИМ ЦЕВИМА. Ако имамо три капиларне цеви разних димензија, који не комуницирају и замочимо их у течност која кваси зидове, онда знамо да ће се течност попети у њих и наравно заузеће разну висину у све три цеви (сл. 5.)


сл. 5

Дакле, постојаће извесна разлика у нивоу ових цеви. Ако цеви спојимо да буду комуникационе, разлике у нивоу постојаће опет, дакле висина течности неће се изједначити. У самој ствари цеви су први пут биле комуникационе, јер их је вода спојила. Зна мо пак да при додиру разнородних метала постају потенцијалске разлике. Ове потенцијалске разлике сличне су са разликама нивоа у капилар ним цевима.

Узмимо два комуникациона суда исте величине, вода ће у оба заузе ти исту висину (сл. 6.). Ако сад помоћу нарочите турбине отерамо извесну количину воде до извесне висине C у један суд, у дру гом суду спашће вода (до S) Ако се точак S окре ће споро, разлика у нивоима биће мала, иначе ће бити већа. Та разлика нивоа слична је потенцијалној електричној разлици, а снага којом смо окретали турбину (S) и која је као енергија нагомилана

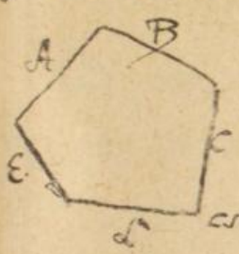


сл. 6

оној количини воде (AC), слична је са електромоторном снагом, а електромоторна снага сразмерна је са потенцијалском разликом.

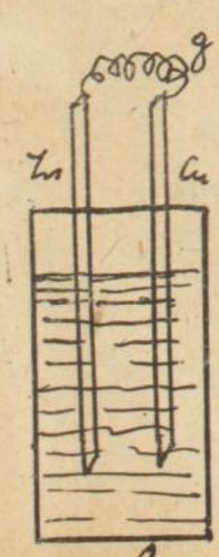
7. СТРУЈЕ - ЕЛЕМЕНТИ - При додиру метала није могуће произвести електричну струју. Да би струја могла постати, треба да имамо затворен ланац у коме ће струја кружити. Ми смо пак видели да кад се затвори ланац спровсдника онда је потенцијална разлика равна нули, а кад нема потенцијалне разлике не може бити ни струје. Струја се пак може произвести на друга два начина.

I. НАЧИН. Узмимо један затворен ланац и један метал у њему загрејмо (сл. 7.) Услед тога што смо унети на једном крају ланца извесну количину топлотне енергије, потенцијал ће се на том крају промењити и наступиће потенцијалска разлика. У ланцу се јавља извесна електромоторна снага, која циркулише кроз ланац. Струје на овај начин произведене зову се термоелектричне и о њима ће бити говора доцније.



сл. 7.

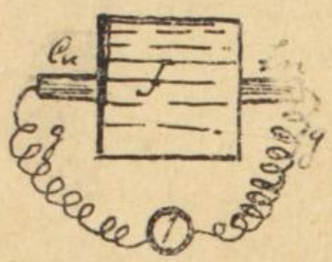
II НАЧИН. Ако се парче цинка (Zn) замочи у разређену сумпорну киселину (H_2SO_4) наступиће хемијска реакција. Zn ће се растворити прелазећи у $ZnSO_4$ при томе ће се наелектрисати и Zn и H_2SO_4 и то цинк негативним електрицитетом, а сумпорна киселина позитивним. При том постаје између њих потенцијалска разлика 1,06 волти. За ту се разлику дознаје ако спојимо нпр. цинк са земљом, онда ће потенцијал сумпорне киселине износити 1,06 volt-а Обрнуто ће бити, ако сумпорну киселину спојимо са земљом онда ће потенцијал цинка бити 1,06 Volt-а Ако су пак слободни онда цинк има ој 53, а сумпорна киселина + 0,53; дакле потенцијалска је разлика 1,06 Volt Ако сад у сумпорну киселину замочимо други какав спроводник првог реда, нпр. бакар, угљен и.т.д. онда ће се опет јавити потенцијалска разлика. Замочимо ли пак у исто време у сумпорну киселину парче цинка и парче бакра па исте спојимо једном жицом онда ћемо видети, да се у жици појавила електрична струја. Такав један спој видимо на сл. 8. где је у једној чаши напуњеној разређеном сумпорном киселином, замочен комад цинка и комад бакра, па су исти међу собом спојени бакарном жицом Справе којима се на овај начин може произвести електрична струја, називају се галвански елементи, по имену талијанског физичара Галванија, који је први направио такав елеме



сл. 8.

нат.

8. ОБИЧАН ГАЛВАНИЈЕВ ЕЛЕМЕНАТ. ГАЛВАНСКА ПОЛАРИЗАЦИЈА. Овај најобичнији елеменат састоји се из једне цинкане и једне бакарне плоче, ко је су раздвојене течношћу (разређеном H_2SO_4 или HNO_3) а међу собо спојене жицом g (сл. 9.) Жица је у вези са (g) галв нометром, којим се констатује да ли у жици има стру је или не.



сл. 9.

Потенцијалска разлика између:

$$Zn/T = v_z - v_T$$
$$T/Cu = v_T - v_c$$
и најзад $$Cu/g = v_c - v_g$$

У првој разлици T је негативно, а у другој позитивно. Исто тако Cu у другој негативно, а у трећој позитивно. Због тога и кад саберемо све три разлике, пошто се потру супротно означене количине имаћемо:

$$Zn/g = v_z - v_g$$

дакле као што се види између цинка и жице има извесне потенцијалске разли услед чега ће се појавити струја. Узрок који изазива струју назива се елек тромоторна сила.

На месту Cu код Галванијевог елемента може доћи и угљен C. Али овај Галванијев елеменат није згодан за употребу, а ево због чега. Чи се угљен са цинком споји, почне се на на угљену раздвајати сумпорне кисел не водоник и тиме се производи нова јака електрична снага, која иде у су протном правцу. Услед тога струја, која је у почетку била јака, свешће се за кратко време на минимум. Ово супротно дејство које смета струји, назив се галванска поларизација. Да би се избегла ова поларизација направљени с други елементи у којима има тзв. деполаризајуће супстанце, који може одав ти кисеоник, те ће се овај са водоником који шкоди струји, једињити у вод (H_2O) која струји не може сметати.

9. БУНЗЕНОВ ЕЛЕМЕНАТ - Састоји се из цинка угљена и сумпорне киселине, а да би се могао добити кисеоник додаје се хромна киселина, мес које се може узети раствор калијум или натријум бихромата ($K_2Cr_2O_7$ и $Na_2Cr_2O_7$) У том случају имаћемо оваке потенцијалске разлике:

$$Zn \,|\, H_2SO_4, K_2CrO_4 = 1,4 \text{ volt и}$$
$$H_2SO_4, K_2CrO_4 \,|\, C = 0,6 \text{ volt}$$

Целокупна потенцијалска разлика износи дакле 2 Volt-a На појединим додирним местима потенцијал је овако распоређен:

$Zn|H_2SO_4$ $H_2C_2O_4|C$

$-0,7|+0,7$ $-0,3|+0,3$

Пошто су пак H_2SO_4 и $H_2C_2O_4$ у једном споју то није могуће да у исто време имају разне потенцијле $+0,7$ и $-0,3$ Услед тога ће у њима бити потенцијал који је раван алгебарском збиру $(+0,7)+(-0,3)=0,4$ Пошто се промени потенцијал у овом спроводнику другог реда мора се мењати и потенцијал за Zn и Cu јер потенцијалска разлика мора остати константна. Услед тога ће наступити ова промена:

$Zn|H_2SO_4$ $H_2C_2O_4|C$

$-0,7|+0,72\}=0,4$ $-0,3\}0,4|+0,3$

$-0,3$ $+0,7\}$

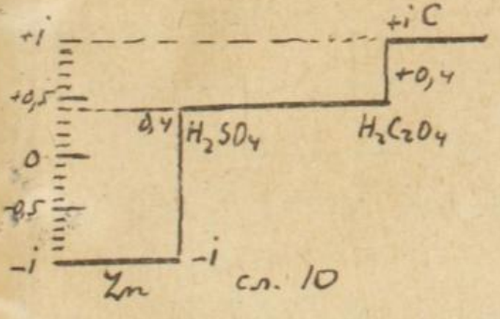
$(-0,7)+(-0,3)=-i$ т., потенцијал (-0,7) са Zn и потенцијал (-0,3) са сумпорном киселином сједињује се и даће потенцијал - 1. Слично ће бити и на другој страни $(+0,7)+(+0,3)=+i$) Према томе потенцијал ће овако бити распоређен:

$Zn|H_2SO_4$ $H_2C_2O_4|C$

$-i|+0H$ $+0H|+i$

1,4 Volt 0,6 Volt.

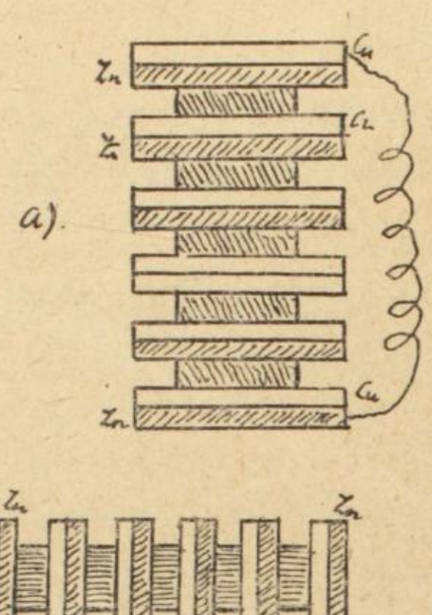
Као што се види оваквим размештајем није ништа покварено. Целокупна потенцијалска разлика опет је остала иста $(+i)-(-i)=2$. Разлика на првом додирном месту јесте 1,4, а на другом 0,6, као што смо у почетку нашли. Потенцијалске разлике могу се и графички преставити, као што показује слика 10. Овај елеменат зове се Бунзенов зато што је Бунзен употребио први Zn и Cu Међутим у првом Бунзеновом елементу место хромне употребљена је концентрисана азотна киселина. Елеменат пак како смо га ми описали спада међу јаке елементе и веома се често употребљава по физичким и хемиским лабораторијама



сл. 10

10. ВОЛТИНСТУБ. Састоји се из извесног броја плоча бакарних и цинканих, између којих се умећу комади сукна накваженог у сумпорној киселини (сл. 11 а). Прво се узме плоча цинка, па плоча бакра па комад сук

на, па опет редом Zn, Cu и т. ј. Само ако смо почели цинком, морамо завршити бакром и кад се ови крајеви делова саставе јавиће се струја. Ово је у самој ствари опет један галвански елемена само место да плоче мењемо непосредно у течност ми то вршимо квашењем сукна. Код овог елемента има једна незгода што ако узмемо више плоча да би добили јачу струју, онда горње плоче великом тежином притискују доње те се доња парчад сукна исцеди и остане суво услед чега се струја прекида. Да би се ово доскочило стубови се граде хоризонтално, те тако нема притиска (сл. 11 в.).У колико више будемо узели плоча, потенцијалска разлика биће већа и тиме струја јача.



11).- РАЗНЕ ВРСТЕ ГАЛВАНСКИХ ЕЛЕМЕНАТА И ЊИХОВА ПОДЕЛА.

За справљање галванских елемената потребно је најмање три спроводника, од којих бар један мора бити спроводник другога реда – течност Има разних врста галванских елемената, али ми ћемо говорити само о онима који најчешће долазе у употребу. Они се сви могу поделити на елементе с једном течношћу и на елементе с две течности.

А).- ЕЛЕМЕНТИ С ЈЕДНОМ ТЕЧНОШЋУ.

а).- **Бунзенов елемент**,- који смо већ описали. Његов је састав $Zn/H_2SO_4, Na_2Cr_2O_7/C$ Потенцијалска разлика $\Delta = 2$ волта. Отпор на који наилази струја $R = 0.67$ см ома. (Видећемо мало доцније каква је јединица за мерење отпора). Знак aq после $Na_2Cr_2O_7$ значи да је исти растворен у води.

ЛЕКЛАНШОВ ЕЛЕМЕНАТ. Његов је састав: $Zn/H_2SO_4 \cdot NH_4Cl(aq)/C$ све дакле остаје исто као и код Бунзеновог, само место натријум бихромата долази ратвор нишадора. Потенцијалска разлика $\Delta = 1,6$ волта. Отпор $R = 0,6$ ома Овај је елемент **издржљивији** од Бунзеновог, због тога има велику употребу у пракгици нпр. при телеграфима се највише он употребљава Има још више елемената са једном течношћу, као што су Хромов, Девијев.итд. али ми се нећемо упуштати у њихово описивање.

В).- ЕЛЕМЕНТИ СА ДВЕ ТЕЧНОСТИ.

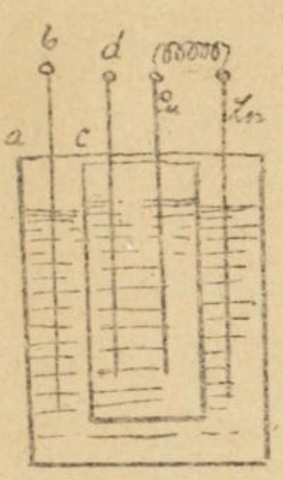
Код ових се елемената течности раздвајају једна од друге

а).- ДАНИЈЕЛОВ ЕЛЕМЕНАТ.-

Његов је састав овакав: $Zn/ZnSO_4 aq // CuSO_4/Cu$.

Како је пак сложен сам елемената, види се на сл. 12. Имамо стаклени суд

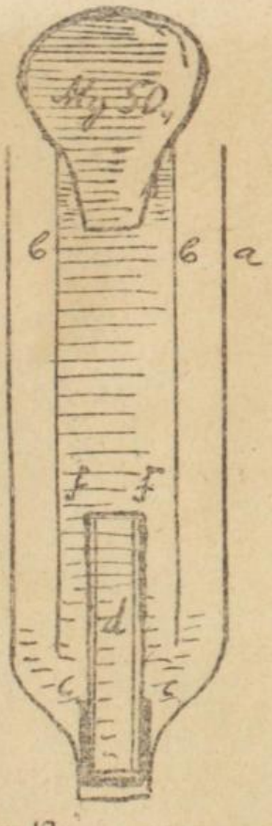
сл. 12.



(а) у коме има сумporне киселине и у њој цилиндер од цинка (в), који растварајући се даје $ZnSO_4$ У ову течност умеће се порозан земљани суд (с) са раствором плавог камена у коме је бакарни цилиндар (d). Електромоторна снага оваквог елемента износи 0.9 - 1,1 волта. А унутрашњи отпор $R = 2,$ ома.

в).- ПРАВИ БУНЗЕНОВ ЕЛЕМЕНАТ.

Он се назива још и балонски елемената, у самој ствари то је једна модификација Данијеловог елемента. Његов састав је $Zn/MgSO_4 aq // CuSO_4 aq/Cu$. Електромоторна снага $\Delta =$ 0.95 волта отпор $R =$ 9,9 ома. Склоп његов види се из слике 13. Споља је стаклени суд (а): в је цинкани цилиндар, с је чаша у којој се налази раствор $CuSO_4$. d је бакарни цилиндар е је стаклени балон напуњен са $MgSO_4$ и извртнут тако, да у колико се у самом апарату потроши сумporне киселине у толико силази из балона $MgSO_4$ градећи нову сулфат кисеоник
Магнезијум сулфат и бакра порозним судом, већ се течности одржавају једна над другом услед различитих специфичних тежина. Бакарни цилиндар одвојен је од $MgSO_4$ једном облогом од гутаперке (F) Овај елемент употребљава се чешће у пракtици него сви пређашњи, нарочито где је потребно да струја дуготрајна, да се теже троши, пошто он ставља струји велики отпор.



сл. 13.

Сем ових елемената са течностима имамо и тако - званих

с у в и х е л е м е н а т а, који су згодни за пренос, а чији су састав-

ни делови различни, према фабрици која их изради. И они могу произвести

извесну количину електрицитета за мању употребу. Такав је на пример еле менат:

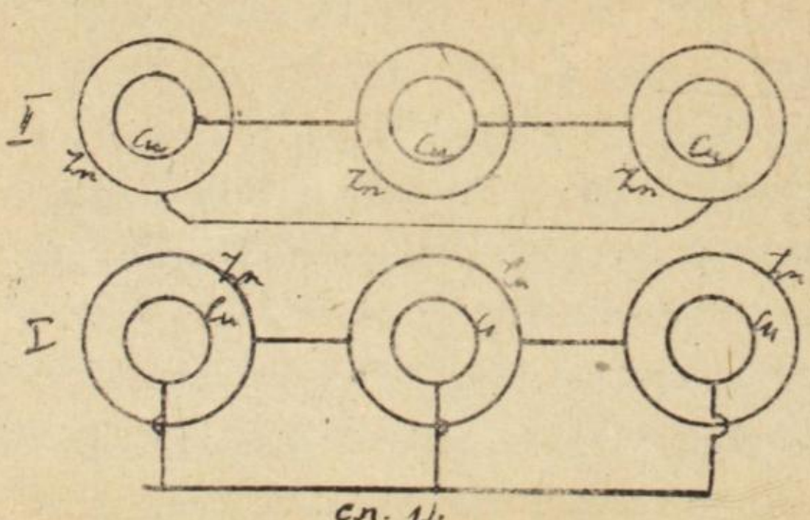
ЗАМБОНИЈЕВ СТУБ. Састоји се из танких листића бакра и цин између којих се умећу листићи од хартије или ког другог хидроскопског ла. Ова хартија привући ће влагу из ваздуха, и тиме ће да се створи у с ду извесна електромоторна снага. На путу се може употребити али где је потребна струја врло слаба.

12).- СТАЛНИ ЕЛЕМЕНТИ.- Онај елеменат, код кога се електро моторна снага никако не мења, назива се с т а л н и м е л е м е н т о м и служи често као јединица за одредбу електромоторне снаге других елеме ната. Такав један елеменат јесте Д а н и ј е л о в, јер је његова елек тромоторна снага приближно стална. Тако његова електромоторна снага кад сумпорна киселина узета са 12% воде износи 1,181 волт-а. Ако се пак упо треби раствор $ZnSO_4$ онда варира од 1.047 - 1.107. Суви елементи се такође одликују сталношћу. због чега се неки од њих употребљавају у пра тици за мерење електромоторне снаге.

13).- СПАЈАЊЕ ЕЛЕМЕНАТА; ГАЛВАНСКА БАТЕРИЈА.

Елементи се врло ретко употребљавају по један већ се увек компонују по 2, 10, 100 и.т.д. колико је кад потребно. Такав један спој од више елемената назива се г а л в а н с к а б а т е р и ј а. Везивање елемената може бити на два начина у серији (низу) или по напону. Прво ве зивање назива се још везивање п о к о л и ч и н и.

Ако имамо елементе са бакром и цинком па вежемо Zn са Zn Cu са Cu . . . . . и.т.д.онда добијамо у ствари један елеменат са n пута већом површином, услед чега ће напон опасти, а количина струје пора сти. Ово спајање је по количини или у серији низу - (сл. 14 I). Други је начин спајања кад се Cu веже са идућим Zn и.т.д. а крајње Cu са последњим Zn (сл. 14 - II.) У том случају струја ће отпасти, али ће напон порасти. За неке при мене згодно је спајање по количи ни, а за друге по напону.



сл. 14

14).- ЕЛЕКТРИЧНО СТАЊЕ У ЕЛЕМЕНТИМА И БАТЕРИЈАМА.

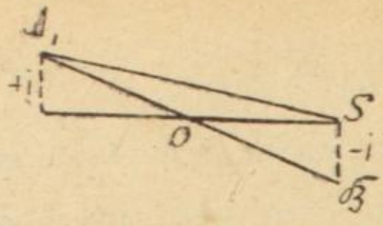
Код једног елемента имамо да посматрамо ова три случаја: 1).- п о л о в и н и с у с п о ј е н и. Кад се елеменат налази у таквом стању, назива се о т в о р е н. Овако је стање управо електростатичко, јер се електрицитет не креће. На сваком спроводнику, који чини са-

слика 14 на страни 54.

ставни део овог елемента, јавља се извесан потенцијал сталан у целој маси једног истог спроводника. Само на додирним местима постоје већи потенцијалски скокови, тако нпр. код познатог нам хромног Бунзеновог елемента на целој цинканој плочи показује се потенцијал (— 1) волта. На граници између цинка и течности потенцијал се на једанпут пење на + 0.4 волта. На граници између киселине и угљена потенцијал се подиже на + 1 волт, што важи за целу угљену плочу. Ако је више елемената спојено у батерију, то се сви потенцијални скокови понављају од једног елемента до другог по реду тако да се потенцијал пење поступно у истом односу.

2).- Ако жице, које су у вези са половима ког елемента, приближујемо једну другој то ће се на извесној минималној дистанцији појавити електрична варница која ће се повлачити у извесним размацима времена У колико је потенцијалска разлика елемената већа у толико ће варница бити дужа т.ј. спајање ће се моћи пренети на већем растојању. Кад спојимо више елемената у батерију и то по напону онда потенцијалска разлика порасте и варнице су дуже. Ако примакнемо жице на мање одстојање, онда ће имати времена за гомилање и варнице ће бити много чешће. Ово пражњење слично је пражњењу лајденове боце.

3).- Ако будемо спојили жице, онда добивамо тзв. завршни елемент. У том случају јавиће се електрична струја, која ће непрестано циркулисати кроз спроводник. Правац струје увек је такав да иде од спроводника (+) ка спроводнику (—). На једном спроводнику сад потенцијал није једнак, већ расте или опада равномерно правцу струје. На границама између два спроводника показују се и сад потенцијалски скокови.- Ако узмемо



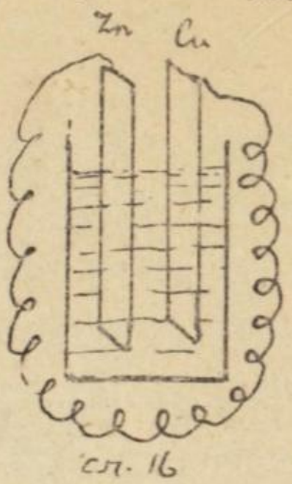
сл. 15

да је потенцијалс на једном полу раван $+i$, а на дру гом раван -1 и ако то графички представимо (сл 15) то ће линија AB која спаја места с потенцијалима $+i, -i$ представљати пад потенцијала. Ако узмемо потенцијалску разлику за јединицу одступања онда имамо т.з. пад струје.

Ако спојимо један пол са земљом нпр. B онда ће ту потенцијал бити раван нули и пад потенцијала биће другчији, јер ће од $+1$ до 0 бити тога ће бити представљен другом линијом AS У првом случају док је потенцијал опао од $+1$ до -1 он је морао проћи кроз нулу. Једну сличну ствар имамо код топлоте. Ако узмемо једну металну шипку која добро спроводити топлоту па удесимо да је на једном крају температура $+1^{\circ}$ на другом -1 тако ће у средини шипке температура бити равна нули.

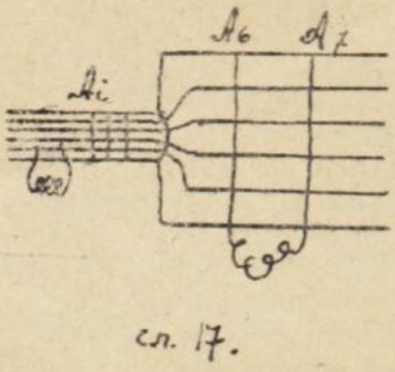
Код сваке струје разликујемо два дела: спољашњу струју и унутрашњу. Спољашња је она струја која иде кроз спроводну жицу (на сл.16 од Cu ка Zn), а унутрашња је струја она, која иде кроз течност од Zn ка Cu

Кад се електрицитет простире кроз известан спроводник онда линије, које показују пут електрицитета, дакле дуж којих се електрицитет креће називају се електричне линије паралелне међу собом а управне су на еквипотенцијалне површине оног поља које ствара електрична струја (о пољима која стварају струје биће доцније речи у електромагнетизму). У колико је једна жица тања у толико су електричне линије збивеније. Количина електричних линија на пресеку од 1 см назива се густина електрицитетта.



сл. 16

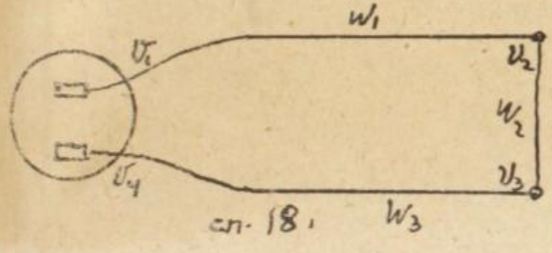
Ако буди којим начином раширимо једну спроводну жицу онда ће се електрични конци при прелазу у ширу жицу накривити па ће се по том опет исправити и ићи паралелно (сл.17). Струја која иде непосредно кроз један спроводник назива се главна струја. Ако спојимо на таквом једном спроводнику две тачке извесне еквипотенцијалне површине (A_i) једном жицом онда се неће моћи у овој жици ништа констатовати; или ако спојимо две разне еквипотенцијал-



сл. 17.

е површине (A_6 и A_7), тада ће се појавити нова струја, која се на-
ива споредна. Ова ће струја увек протицати у правцу од нижега потенција-
а ка вишем.

15. ОМОВ ЗАКОН. При испитивању струје, пазимо на ова три важ-
а фактора: интензитет или јачину струје, отпор на који наилази струја у
вом кретању и електромоторну снагу. Немачки физичар OPm нашао је је-
ан врло важан однос између ових трију величина: $J = \frac{E}{O}$ и у том
је обрасцу исказан омов закон који гласи: интензитет електричне струје
правно је сразмеран са електромоторном снагом, а обрнуто сразмеран отпо-
ру. Под интензитетом разуме се количина струје која за јединицу времена
пређе кроз јединицу пресека.- Овакав прост закон вредио би за једну хармс
ниску жицу, пошто пак увек имамо посла са више спроводника разног отпора
го ћемо овај закон проширити. Нека имамо више спроводника са отпорима
$w_1\ w_2\ w_3\ w_4 \ldots\ldots$ (сл. 18.) из горњег омо-



сл. 18.

вог закона излази $E = J.O$ Познато нам је пак из раније да је електромоторна снага рав на потенцијалској разлици, с тога ако потенцијал на почетку прве жице буде v_1 а на кра ју v_2 то ћемо имати

$v_1 - v_2 = i \cdot w_1$
$v_2 - v_3 = i\, w_2$
$v_3 - v_4 = i\, w_3$
$\vdots\quad\quad\vdots$
$v_4 - v_n = i\, w_{n-i}$

исто тако:
ако саберемо ове вредности имаћемо
$v_1 - v_{n-i} = i\,(w_1 + w_2 + w_3 + \cdots w_{n-i}) \ldots\ldots 2.$

$v_1 - v_{n-i}$ збир потенцијалских разлика, или збир електромоторних снага $= \Sigma(e)$
$(w_1 + w_2 + w_3 + \cdots w_{n-i})$ није ништа друго до збир отпора $= \Sigma(w)$ Кад ово заменимо и решимо једначину под (2 имаћемо $i = \frac{\Sigma(e)}{\Sigma(w)}$ Ово је проширени Омов закон.

16. ПРИМЕНА ОМОВОГ ЗАКОНА. На основи омовог закона можемо одговорити на питање, да ли је при грађењу галванских батерија боље везивати елементе по количини или по напону - У изразу за омов закон $J = \frac{E}{O}$ отпор O сложен је из две врсте отпора: Унутрашњег отпора (w) који струја налази у самој течности и спољашњег који струја налази у жици (ланцу). Према томе кад заменимо O са $W+O$ имаћемо $J = \frac{E}{W+O}$ Узмимо сад случај да имамо више елемената везаних по напону. Ако имамо n елемената, та

да ће електромоторна снага елемената порасти n пута, исто тако ће се унутрашњи отпор (ω) увећати n пута. Спољашњи пак отпор у жици (O) остаје исти, пошто једном истом жицом можемо спојити полове једног елемента и крајње полове батерије. Према томе имаћемо $J = \frac{n \cdot \mathcal{E}}{n \cdot \omega + O}$ или $J = \frac{\mathcal{E}}{\omega + \frac{O}{n}}$ Овд можемо разликовати два случаја: а) Струја се води на велику даљину. Тада је спољашњи отпор према унутрашњем веома велики, тако да овај последњи м жемо занемарити и онда ћемо имати $J = \frac{\mathcal{E}}{O_n} = \frac{n\,\mathcal{E}}{O}$. Дакле, интензитет струје је n пута већи, него код једног елемента; в) Струје се не воде на велику даљину. Тада је O мало према ω те га можемо занемарити и имаћем $J = \frac{n \cdot \mathcal{E}}{n \cdot \omega} = \frac{\mathcal{E}}{\omega}$ Дакле у овом случају спајањем по напону не би добили ни шта у интензитету.

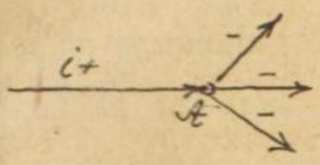
II Узмимо да су елементи спојени по количини. У том случа ју мења се само унутрашњи отпор, који ће n пута опасти а спољашњи отпор и електромоторна снага остају исти. Према томе имаћемо $J = \frac{\mathcal{E}}{\omega_n + O}$ и ов де имаћемо два случаја: а) Струја се води на велику даљину. Тада је спољашњи отпор велики, а унутрашњи мали, тако да се може занемарити. Имамо $J = \frac{\mathcal{E}}{\omega_n + O}$ или $\frac{n \cdot \mathcal{E}}{\omega + n O}$.

Кад занемаримо ω имаћемо $J = \frac{n \cdot \mathcal{E}}{n \cdot O} = \frac{\mathcal{E}}{O}$ дакле у овом случају се ништа не добија у интензитету. в) струја се не води на велику даљину. Тада је O мало ω може се занемарити те израз за интензитет постаје $J = \mathcal{E}/\omega_n$ дакле интензитет је порастао n пута.- Из изложеног можемо извести ово правило: Да би се добила струја n пута већа интензитета онда ваља елементе спојити по напону ако се струја не води далеко.- Може се десити случај да се известан број елемената веже по количини а и известан по напону. Ако нпр. имамо n елемената, ми ћемо везати p по количини а q по напону. Тада ће бити $J = \frac{\mathcal{E}}{\frac{\omega}{p} + O_q}$ Ова ће ~~трећа~~ вредност бити maximum а кад је спољни ——— отпор раван унутрашњем $\sqrt{\ }$ ка постоји једначина: $\frac{\omega}{p} = \frac{O}{q} = \sqrt{\frac{\omega \cdot O}{p \cdot q}}$. Ако нађемо ω и O онда из једначи на можемо израчунати p и q број елемената, које треба везати по количини и остале по напону.

17. ГРАЧАЊЕ СТРУЈЕ.- КИРХОВЉЕВИ ЗАКОНИ.

До сад смо увек имали случај да струја иде кроз једну исту средину (жицу) али се струја може после извесног времена разгранати у ви ше жица разног правца, тако нпр. на слици 18 имамо да струја до тачке A

долази једном жицом а одатле се после грана у три при чему се, наравно ин тензитет струје мења у i_1, i_2, i_3. Она струја која долази у тачку А бележи се са (+), а она која излази из једне тачке бележи се знаком (-). За грађање струја поставио је Кирхофове законе: I Закон. Интензите: струје, која долази изједне тачке А , раван је збиру интензитета оних струја, које излазе из тачке. Према томе и алгебарска сума интензитета у једној тачки равна је нули: $i=i_1+i_2+i_3$ или $i-i_1-i_2-i_3=0$ т.ј. $\Sigma(i)=0$. Догађаји да то није и да нпр.: мање струје одилази из тачке А него што у њу уђе, онда би се електрицитет нагомилао у тачки А, а то кад покретног- динамичког електрицитета - није могуће. Ако би из А више излазило електрицитета на што уђе то би значило да у тој тачки постаје из нечега извесна количина електрицитета, што је такође немогуће. II закон. Ако у једном затвореном ланцу нема никакве електромоторне снаге (сем галванског елемнтм), онда је збир производа из интензитета и отпора појединих грана раван нули: а ако има какве електромоторне снаге онда је збир производа раван тој снази.- Нек нам је дат 1. затворен ланац (сл 20) Знамо да је у опште: $i=\frac{e}{w}=\frac{v_0-v_1}{w}$ и одатле је $iw=v_0-v_1$, Ако то применимо на нашу разгранату струју имаћемо: $i_1w_1=v_1-v_2$, $i_2w_2=v_2-v_3$, $i_3w_3=v_3-v_4$, $i_4w_4=v_4-v_1$, саберимо обе стране па ћемо имати $\Sigma(iw)=0$ или $\Sigma(e)=0$.



сл 18

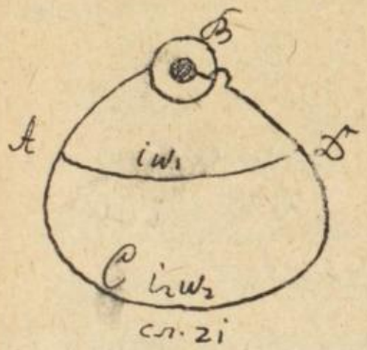


сл. 20

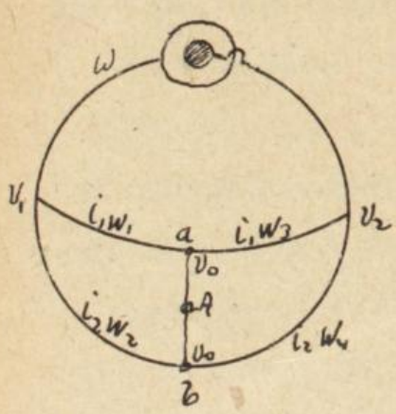
Ако имамо у ланцу какву електромоторну снагу пр. у првом спроводнику нека је уметнут један елемената са електромоторном снагом e, тада за први спроводник важи једначина: $i_1w_1=v_1-v_2+e$ а остало све остаје исто. Према томе савијањем добијамо: $\Sigma(iw)=e$.

18. Разне врсте грађања .- а) Просто грађање струје. Узмимо да струја полази из једног галванског елемента (В) (сл.27). Интензитет те елементарне струје нека је i а отпор w Ако у тачки А прекинемо и разгранамо је на две жице са интензитетом i_1 и i_2 и отпорима w_1 и w_2 онда се струја назива сведена. Да видимо какви односи важе за тачку А. По првом Кирховљевом закону имамо: $i-i_1-i_2=0$, по II кирхов ом закону имамо за затворен ланац ACB пошто у њему нема електромоторне

снаге: $i_1 w_1 - i_2 w_2 = 0$ . . . . . (2. (знак (-) пред другим чланом узет је за то што смо предпоставили да у затвореном ланцу ACB струја тече од А преко С ка Д па одатле ка А, дакле супротно него на сл. 21). Ако из једначине (1. израчунамо i и заменимо у једначину (2 имаћемо: $i_1 w_1 - w_2(i - i_1) = 0$ или $i_1 w_1 - i w_2 + i_1 w_2 = 0$, $i_1(w_1 + w_2) = i w_2$ одатле: $i_1 = \frac{w_2 \cdot i}{w_1 + w_2}$. Ово је једначина за израчунавање интензитета i_1, за i_2 нашли би сличну једначину $i_2 = \frac{i w_1}{w_1 + w_2}$ Овако одвођење струје на њеном путу зове се деривирање. Ова деривација налази примене при мерењу интензитета струје, кад је она врло јака да ја неможе сву пропустити кроз галванометар (справа за мерење инвезитета, види тач 20) Тада ако је главна жица извесне дебљине, онда се средња жица узима тања, тако да је i_1 интензитет средње жице АД) рецимо 10 пута мањи од i (интензитет главне жице). Струју из средње жице водимо у галвано метар и измеримо интензитет. Кад нам је познато $\frac{1}{10} i_1$, онда знамо и i. Немци и Французи називају овако грањање шјунт (енглеска реч *shunt* отока) в). Грањање струје мостом . Ако кад обичног грањања пустимо једну жицу од средње ка доњој грани онда добијамо т.зв. мост (сл. 22) Померањем моста ab удесићемо да у тачкама а и в буде исти потенцијал, т.ј. да кроз мост не пролази струја. Око моста АВ имамо 4 гране, према томе и 4 отпора а само 2 струје (i_1 и i_2) На основу другог Кирховљевог закона имаћемо ове једначине $v_1 - v_0 = i_1 w_1 = i_2 w_2$; $v_1 - v_2 = i_1 w_3 = i_2 w_4$ Ако узмемо једначине: $i_1 w_1 = i_2 w_2$ и $i_1 w_3 = i_2 w_4$ их поделимо и скратимо, имаћемо : $\frac{w_1}{w_2} = \frac{w_3}{w_4}$ или $w_1 : w_3 = w_3 : w_4$. Ово је просто правило које показује какав однос ваља да постоји при грањању струје мостом. Мост ab назива се Витстонов (*Wheat stone*)



сл. 21



сл 22

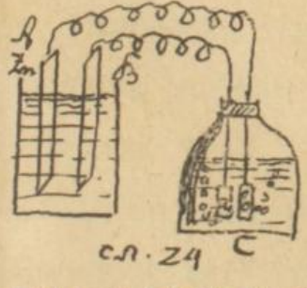
2.) Грањање струје кад је у ланцу уметнута каква електромоторна снага. Нека нам је дата нека обична разграната струја само у средњи ланац АВ нека је уметнут један елеменат са електромоторном снагом $\mathcal{E}_2$ (сл. 23) Електромоторна снага основног елемента нека је $\mathcal{E}_1$ За спољашњи ланац $ACBDA$ важиће једначина: $w i + w_2 i_2 = \mathcal{E}_1$ . . . . 1) за други ланац већ имамо: $w_1 i_1 + w_2 i_2 = \mathcal{E}_2$ . . . 2). На месту пресека у тачкама А и В посто

јаће по првом кирхављевом закону једначина за одсек кола: $i = i_1 - i_2 = 0 \ldots 3)$ Ако одузмемо једначину (1) и (2) имаћемо: $wi - w_1 i_1 = \mathcal{E} - \mathcal{E}_1 \ldots 4)$ Из наведених једначина можемо израчунамо i, i_1, i_2 и остало што нам потребно, но ми се нећемо упуштати у то решавање.

19. Појаве које прате електр. струју-: секундарни елементи или акумулатори. Говорећи раније о елементима једном течношћу поменули смо да се код њих јавља поларизација, т.j. да се услед стварања водоника појављује контра струја која слаби првобитну струју. Ова секундарна струја расте све више и више тако да на послетку елемената неможе дати више електричне струје. Изгледа да је та ствар штетна за елемената али међутим секундарна струја може се употребити помоћу акумулатора т.j. справа којима се скупља електрицитет и чији ћемо састав мало ниже проучити.- Да заиста постоји секундарна струја можемо констатовати помоћу нарочитог апарата (сл.24), Волтаметра. То је обичан галвански елемената, чије се голе жице свршују платинским листићима a и b која се находе у једном затвореном (простору) суду C у коме има течности, а обично се узима вода закишељена са H_2SO_4. Кад се струја пусти на плочицама (a и b) почеће се развијати гасови H и O. Ако сад струју прекинемо и крајње жице A и B спојимо са галванометром, показаће се скретање игле, дакле у жицама постоји опет струја. Та ће струја бити супротног правца јер ће игла галванометра скретати на супротну страну од ње. на коју скреће кад елемената непосредно с њиме саставимо. На основу овога јављања секундарне струје праве се секундарни елементи или акумулатори. Такав један елемената јесте: Гровеов гасни елемената (сл.25) састоји се из платинских плочица a и b које су у вези са половима галванског елемента. У суду C и оба крака A и B находи се вода закишељена супм. киселином (A_2SO_4) Услед дејства струје развијаће се на једном полу кисеоник, на другом водоник. Ако прекинемо горњу струју а платин. плочице спојимо жицом d јавиће се у самом елементу струја супротног смисла коју можемо употребити. Ова се струја јавља услед тога што се кисеоник и водоник поново једине у воду и према томе кад се сва количина кисеоника и водоника врати у воду струја престаје. Гровеов акумулатор даје врло слабу секундарну струју, због тога се ређе употребљава.- Много је бољи. Гастон - Трувеов акумулатор

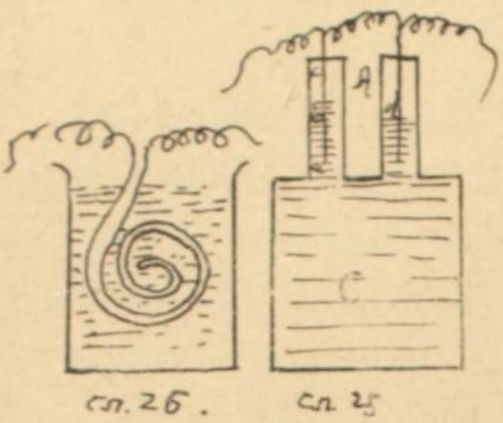


сл. 23.



сл. 24

(сл. 26.) Састоји се из две главне плоче које су увијене у спиралу и изоло
ване су једна од друге.Оне се налазе у суду са разблаженом сумп. кисел. У
те се плоче унесе струја и услед кога развијаће
се на једној кисеоник а на другој водоник. Кисе
ник се једини са оловом градећи супероксид на
тој плочи (PbO_2). Ако прекинемо спољашњу
струју па саставимо полове непосредко међу собо
јавиће се секундарна струја извесне јачине. Али
тада ће се супероксид претворити у оксид (PbO
а онај део ослобођеног кисеоника отићиће на дру
гу плочу и тамо стварати супер - оксид. Ако се ово понови више пута онда ће
се на плочама нагомилати већа количина оксида и секундарна струја биће јача
Овај посао нагомилавања оловног оксида зове се формирање елемената. Кад ће
мо већ довољно велики слој оксида онда је елемент готов и може се употре
ти. У последње време плоче се не формирају већ уносе готове. Граде се обич
но у облику сачаи у окцима је наслаган супероксид олова.- Има још разних
конструкција акумулатора.(Plante Faure и.т.д.) али при свима имамо
у главном посла са K_2SO_4 . Видећемо доцније да ови акумулатори могу
послужити за мереље напона код струје.-



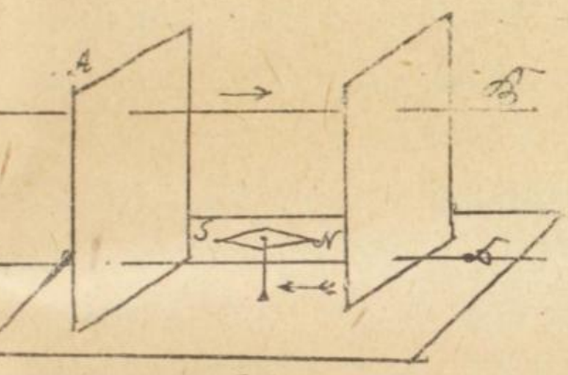
сл.26. сл.25

20. МЕРЕЊЕ СТРУЈЕ. Захваљујући јакој распростртој употреб
струја електричних у (практици) техници, усавршавање инструмената за ме
ње трију фундаменталних величина електричне струје: Интензитета електро
торне снаге и отпора, постигло је последњих година велики напредак. Ми се
не можемо подухватити тога посла да дамо макар кратак, збивен преглед ви
апарата и метода за мереље. Ми ћемо говорити само о једној или другој мет
ди и тиме показати да је (и на који начин) у опште могуће све ове величин
тачно мерити и ако нам је суштина електрицитета до скора била непозната.-
Три основне величине које имамо мерити код струје, као што рекосмо J, E, O
Те три величине фиксиране су у Омову закону $J = E/O$ а сад да видимо как
се мере.

А/МЕРЕЊЕ ИНТЕНЗИТЕТА.- Интензитет се може мерити на два начи
на, или дејством струје на магнет, или хемиским дејством. Као јединица за
мереље интензитета узима се ampère о чему ће мало доцније бити говор
(2. глава 21 С.)

а). Одређивање интензитета према магнетном дејству.

Доцније ће специјално бити говора о утицају струје на магнетизам а сад ћемо се задржати само на утицај струје на магнетну иглу.- Као што зна мо хоризонтална покретна магнетска игла заузима увек стални положај, пошто на њу дејствују сила земљиног магнетизма Један крај игле окренут је увек према северном магнетском полу а други према јужном магнетском полу земљином. Линија која се може повући кроз северни и јужни пол игле а који би довољно продужења пролазила кроз северни и јужни земаљски магнетски нол - назива се магнетски меридијан, а вертикална раван у којој овај меридијан леж назива се раван магнетског меридијана. Ако спроведемо електр. струју изнад или испод магнет. игле у равни меридијана (сл. 27) то ће игла скренути из свога положаја. Ако струја тече у правцу стрелица од A ка B игла ће скренути тако да ће се јужни пол приближити посматрачу а северни удаљити се од њега. Обрнуто, ако би струја потицала кроз доњу жицу CD тада би игла скренула тако да се северни пол приближи посматрачу, а јужни одбије од њега. Ако би се пак струја кретала у смислу доње стрелице (од D ка C) наступио би први случај скретања.- У колико је интензитет струје већи у толико је и угао скретања већи. На основу тога скретања меримо интензитет.- Место просте жипке (AB и CD) кроз коју смо пустили узмимо један круг направљен од жице а у његовој средини нека се налази магнетска игла (сл. 28)


сл. 27

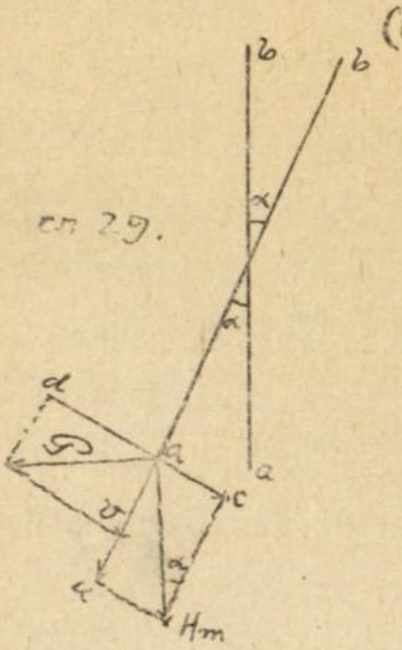
Кад пустимо струју кроз жицу ево шта ће бити: Нека AB (сл 29) представља маг. мерид. равн


сл. 28.

ће под утицајем струје скренути за угао α заузети равнотежни положај ab. Привлачна снага земљиног магнетизма је H и ако замислимо у полу да имамо магнетску масу m онда ће дејство земљиног магнетизма бити Hm сила P показује нам дејство струје, која има тенденцију да иглу скрене из положаја магнетског меридијана. Емпиричким путем нађено је да величина те силе износи: $P = \frac{m \cdot I \cdot l}{r^2}$ управно је сразмерна магнетској маси интензитету и дужини (жице). кроз коју иде струја од магнетске игле. Силе H и P разложићемо на компоненте од којих ће се једна поклапати са правцем игле ab а друге бити управне на тај правац. Компоненте av и au потираће се сличним компонентама на полу b а остаће да

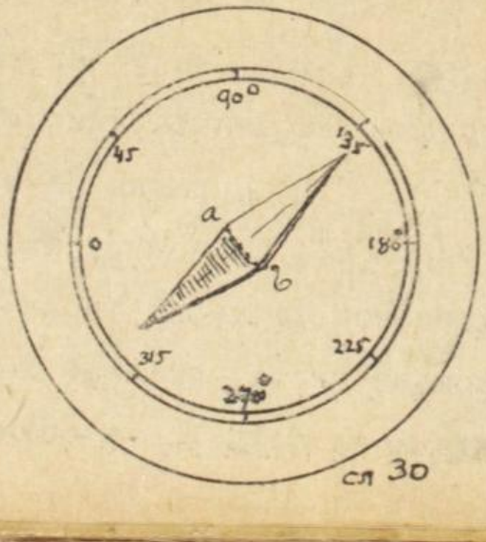
$ad = P\cos\alpha$

дејствују ac и ad њихове су величине ове: $ac = Hm\,tr\,\alpha$ или
кад сменимо вредности за P биће $ad = \frac{mH}{r^2}\cos\alpha$. Да би наступила
равнотежа, т j. да би се игла зауставила у положају ab све компоненте мо-
рају бити једнаке дакле $H_m\,tr\,\alpha = \frac{m.I.l}{r^2}\cos\alpha$ нама треба, I
стога кад решимо једначину по I добићемо $I = \frac{H.r^2}{l}\,tg\,\alpha$. Њих смо сав
[illegible] пута $l = 2r\pi$ по замени имамо $I = \frac{H.r}{2\pi}\,tg\,\alpha$. Ово је за
1 круг али за већа дејства употребљавају се n жица и тада је интензитет
дефинисан обрасцем: $I = \left(\frac{H.r}{2\pi}\right) tg\,\alpha$. Израз у загради сталан је за једно
место, те прост томе интензитет зависи само од тангенте угла скретања. Због
тога се справе основане на овом принципу називају тангентне бусоле.- Сразмерност између интензитета и тангенте угла скретања постоји само онда ако је игла ab врло мала. Тако је потребно да ab буде $< \frac{r}{10}$ где r значи полупречник круга од жице. Али да би се скретање игле могло што тачније читати ова се игла (ab) спаја с једном другом иглом од алуминијума (cd) која с њом заклапа угао од 90° и чији нам врхови на подесној скали показују угао скретања (сл. 30.).



сл 29.

(Сразмерност између интензитета и тангенте игла скретања постоји само онда ако је игла ab врло мала. Тако је потребно да [illegible] где [illegible] значи полупречник круга од жице. Али да се скретање игле могло што тачније је читати, ова се игли спаја са једном другом иглом од алуминијума ( ) која с [illegible] заклапа угао од 90 и чији нам врхови на подесној скали показују угао скретања (сл. 30.)

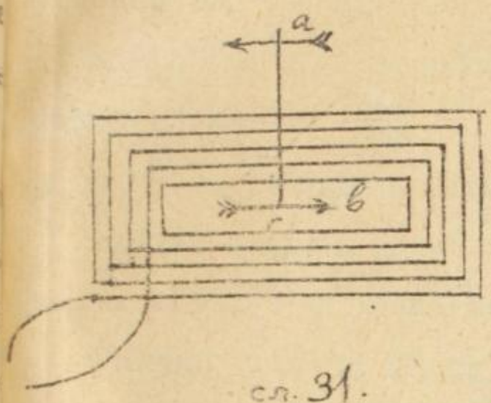


сл 30

ГАЛВАНОМЕТРИ. Под тим именом разумеју се све справе код којих се интензитет струје мери одступањем магнетске игле. Оне справе пак којима се може само констатовати једна струја и одредити нам смисао називају се галванометри. Ако код галванометра имамо више кругова жица онда се називају мултипликаторни. Код мултипликаторних се обично узимају две астатичке магнетске игле, да би могли мерити у свима правцима. Једна вр

...ЗИТЕТ

...галванометара јесте мало пре поменута тангента бусола. Сем ње имамо и т.з. Синусну бусолу. Код ње се пошто игла скрене, окреће цео апарат за угао α док игла поново не дође у пређашњи положај и према томе углу мери се интензитет. - Конструкције галванометра и мултипликатора врло су разли чите. На сл. 31 имамо мултипликатор представљен у најпростијим цртама.



сл. 31.

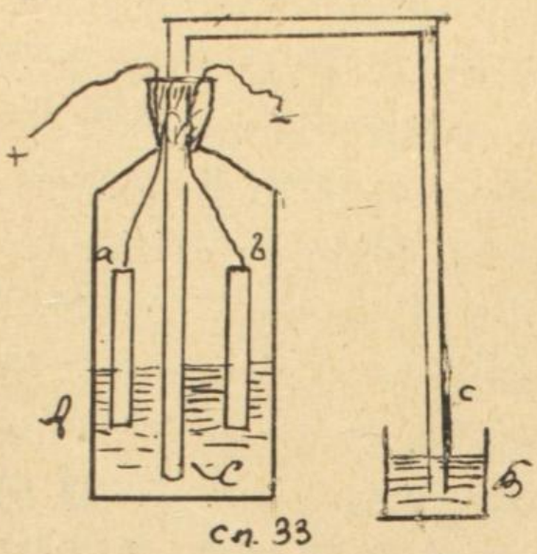
Имамо две астатичке игле, које треба да су једнаке величине а у супротном смислу окренуте, т.ј. а према полу N доле S и обратно. Уколико је магнетизам игала више изједначен, у толико је и сам мултипликатор осетљивији. Око једног дрвеног оквира (c) намотана је више пути жица, кроз коју струја иде. Ако је струја такве природе да не може савладати велики отпор, узима се мултипликатор са мало завоја, али са дебелим жицама. За струју, пак, које могу савладати велики отпор узима се што је могуће тања жица у врло много завоја (10000). Наравно да при оваквим справама није одношај између јачине струје и скретање више прост јер се многим завојима дество струје појачава. Ако желимо овде дознати праву меру за интензитет струје,


сл. 32

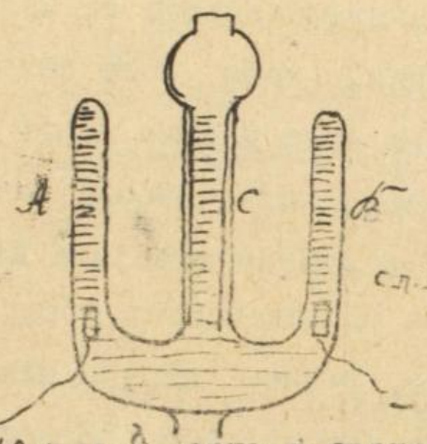
онда морамо сваку справу најпре степеновати, морамо дакле, јачину струје мењати у одређеним размацима па мотрити скретање игле. На основи тога посматрања створићемо нарочите таблице, из којих ћемо за свако скретање наћи одговарајућу јачину струје.- Често се пута за мултипликаторе узимају магнети звонастог облика (сл.32) јер тиме може да се добије већа осетљивост, а осим тога брзо се могу зауставити да не клате дуго те се читање угла скретања може брзо вршити. Политички галванометар. Служи зато, да мерито интензитет какве моментане или испрекидане струје. На пр.: интензитет електричне варнице одређује се на тај начин што се варница пусти на магнетну иглу која може клатити и пази се на време клатења. У колико је то време клаћења дуже, у толико је интензитет струје већи. Код овог галванометра игла се не зауставља одмах већ се на против пусти да слободно клати Овим смо свршили преглед мерења помоћу дејства на магентску иглу.

б) Одређивање интензитета помоћу хемиског дејства Други начин одређивања јачине струје по величини хемиске радње коју струја изврши. Према Фарадејевим испитивањима продукти који се излуче из какве течности на половинама галванског елемента пропорционални су с интензитетом. Справе за овако мерење

називају се у опште волтаметри или тежине продукатa и за то случае тежински волтометри. α) Запремински волтаметри (сл.33.) састоји се из стакленог суда А у који улазе полови елемената или батерије завршени платинеким плочицама а и б. До дна суда још улази једна стаклена савијена цев(С). Суд се одозгора напуни водом, која је закисељена сумпорном киселином, да боље проводи струју. Кад се струја пусти, почеће се на платинским плочицама развијати О и Н Који ће притискивати воду и терати је кроз (С) Ову воду скупљамо у суд В и измеримо њену запремину а то ће бити у једно и запремина развијених продуктата. ~~Запремина продуката~~. Запремина развијеног гаса мора се за рачунање свести на одговарајућу Запремину при обичном притиску и на 0° Кад се зна да струја чија је јачина равна једној електромагнетској јединици, развије за 1(минут) 104,3 cm^3 гаса, или струја од 1 ампера



сл. 33



сл.34

10 · чзет онда у сваком случају, кад нам је познато време трајања струје и запремина развијеног гаса можемо лако одредити интензитет струје релативно према горњим бројевима.- Често се запремински волтометри граде у облику, какав је претстављен на сл.34. Састоји се из две градуисане цеви подељене на кубне сантиметре, милиметре ит.д.(А. В). Кад се пусти струја развијаће се на платинским плочицама гасова и колкову запремину можемо одмах прочитати. Вода коју гасови потискују улази ~~у једну комуникацију улаз~~ у једну комуникацију цев

3. Тежински Волтиметар. Кад струја пролази кроз расгвор сулфата бакра ($CuSO_4$) или једа нитрата ($AgNO_3$) она одваја на једном полу металан бакар или сребро и према тежини излученог метала може се мерити интензитет струје. Конструкција самог волтаметра види се на сл. 35. У суду А, у коме се налази раствор $CuSO_4$ уметне се бакарна шипка В. која је у вези с једним полом батерије. Ако је шипка В везана са позитивним полом, а суд А,(који је такође од бакра) са негативним. то ће се из раствора $CuSO_4$ наслагати на шипци извесна количина металног бакра. И п

ку можемо после извесног времена екинути и измерити да би нашли тежин; бакра. Ако би пак шипка била везана са негативним полом, тада би се бакар са ње скидао а наслагао би се на суд ℬ који такође можемо измерити. Пошто се зна да:



сл. 35.

електром. јединица за 1' развије $Ag = 0{,}67$ гр, $Cu = 0{,}197$ гр

ампер " " " $Ag = 0{,}667$, $Cu = 0{,}0197$ "

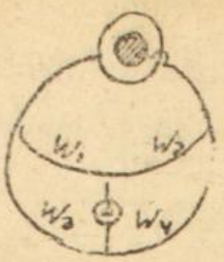
онда је лако одредити релативно према горњим вредностима интензитет струје ако се пази на време њеног деловања и количину излученог бакра или сребра

В. МЕРЕЊЕ ОТПОРА.

Кад струја пролази кроз спроводник налази на известан отпор. Тај је отпор различан за разне материјале, дакле потребно је да за сваки спроводник знамо специфични отпор (σ). Осим тога отпор је управно сразмеран са дужином жице (l) а обрнуто сразмеран са њеним пресеком q. Према томе отпор је изражен овим обрасцем: $O = \frac{l}{q}\sigma$.- За мерење отпора има мо две јединице практичну симензову јединицу и апсолутну једини цу -ОМ. За симензову јединицу узима се она количина отпора, коју даје један стуб живе на 0^0 од 1m дужине и $1\,mm^2$ пресека. У апсолутним пак, мерама узима се стуб живе од 106 cm дужине и $1\,cm^2$ пресека. Отпор који тај стуб живе даје назива се- ОМ (ohm). Специфичан отпор за разне материјале различна је. Тако:

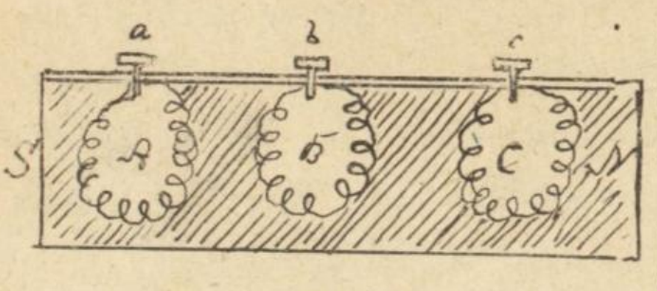
За Hg $\sigma = 0{,}9440$ hm; за 1 ohm потребно је живе 106 см.
Ag $\sigma = 0{,}2$ " " " " " " 5 m
Fe $\sigma = 0{,}093$ " " " " " " 10,6 cm
Pt $\sigma = 0{,}087$ " " " " " " 11,5 m
Cu $\sigma = 0{,}0015$ " " " " " " 66,7 m

Реципрочна вредност специфичног отпора $\frac{1}{\sigma}$ назива се спроводљивошћу. У колико је σ мање у толико је спроводљивост већа, због тога се бакарне жице и употребљавају за спровођење струје, јер им је отпор мали а спроводна моћ врло велика.- Отпор није сталан при свакој температури Ово је констатовано на телима која се јако загревају као што су електричне лампе сијалице.- За непосредно мерење служимо се познатим Вистоновим мостом (сл.36). за који смо нашли познати однос $w_1 : w_2 = w_3 : w_4$ и рецимо ако су нам три последње вредности познате онда је: $w_1 = \frac{w_2 \cdot w_3}{w_4}$ Како се у практици



сл. 36

обично узима $W_1 = W_2$ Један апарат за мерење отпора на основу Витстоновог моста направљен је овако (сл 37) Гране W_1 W_2 често је се из једне праве шипке која је подељена на пр, од 100 (20 cm). Остали састав је исти. Мост се може покретати лево и десно, док се не удеси да у њему нема струје а то ће бити онда кад галванометар буде пока нула. Отпор W_4 узимамо познат на пр. од 300 Ома. Нек се крај моста заустави у тачки F кад је галванометар показао нулу, онда према дужинама DF и FE које читамо непосредно одређујемо однос између W_1 и W_2 а кад је то познато (W_4 већ знамо), онда лако налазимо и W_3 које нам је непознато. - Реостати. све справе које служе за то да се у извесан ланац уметне какав већи или мањи отпор, чије нам величина позната називају се реостатима. Најобичнији реостати сконструисани су на овоме принципу. Имамо комад дебелог метала (MM), који је на неком месту избушен и у те отворе улазе чепови који су такође спроводници те струје када су избијени непосредно пролазити кроз M M (сл.38). Плоча MM налази се над кутијом NN. На отворима где улазе чепови уметнуте су спирално увијене жице чији су отпори познати. Напр. $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{10}$, 40, 1000 итд. Ако сад нпр. извадимо чеп, онда струја не може проћи кроз MM, већ мора проћи кроз спиралну А. Тиме смо уметнули у ланац отпор од извесног броја ома Ако рецимо спирала В показује отпор од 300ома, па извадимо чеп В, онда умећемо у ланац отпор од 300омова итд. Има разних система репстара, али се ми нећемо упуштати у њихово описати



сл.38

C. Мерење електромоторне снаге Пошто је електромоторна снага равна потенцијалној разлици, то се њено мерење своди на мерење потенцијалских разлика помоћу Томсоновог апарата или обичнијег квадрантног електрометра

који смо састав раније описали.- И галванометар може послужити да се одреде електромоторни сила струје. Ако се један ланм. разгранa онда једну упоредну струју с великим отпором w и у тај споредни спроводник уметне осетљив галванометар, оне ће скренути за известан угао α показавши интензимет струје; производ αw биће раван електромоторној сили. По тај начин дакле посредним путем мерећи интензитет и отпор може се из Омовог закона $J=\frac{\mathcal{E}}{O}$ израчунати електромоторна снага.- Овим смо завршили мерење струје.

21. Јединице за мерење електрицитета и њихове димензије.

Апсолутно систем мера, коме је основица грам, ситни грам и секунда уведен је и за мерење електрицитета. Овде имамо три врсте мера: Електростатички систем, Електромагнетни и практички систем мера.

а). ЕЛЕКТРОСТАТИЧКИ СИСТЕМ.- Још раније у статичком електрицитету дефинисали смо електростатичку јединицу за привлачење.- То је она снага, којом се привлаче две електричне масе на одстојању = 1 и са јединицом силе (1 дином). Образац за привлачење је: $F=\frac{q_1 q_2}{r^2}$ или ако је $q_1=q_2$ онда је $F=\frac{q^2}{r^2}$ Овде можемо израчунати количину електрицитета: $q=r\sqrt{F}$. Као што знамо из механике, димензије сила изражене су овако: $P=a\cdot m$ где a значи убрзање а m масу. Пошто је $a=\frac{s}{t^2}=LT^{-2}$ кад заменимо имамо $P=MLT^{-2}$. У изразу за количину електрицитета имамо r дужину и квадратни корен из силе. Према томе димензија за количину електрицитета биће: $q=L\sqrt{MLT^{-2}}=L(MLT^{-2})^{\frac{1}{2}}$ или $q=L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$. Знамо да је интензитет количина струје кроз јединицу пресека за јединицу времена, т.ј. $J=\frac{q}{T}$ Према томе димензија за интензитет биће: $J=L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2}$ За капацитет кугле, где је $C=r$ имамо димензију $C=L$ Рад који врши струја пролазећи кроз жицу (по Џуловом закону који ћемо мало доцније извести) је овим образцем: $R=C^2wt$. Одавде је $w=R/i^2t$. Пошто знамо да је $R=P\cdot s$ То је димензија рада $R=L^2MT^{-2}$ и кад заменимо вредности за R и i^2 имаћемо димензију отпора $w=\frac{L^2MT^{-2}}{L^2MT^{-2}T}=L^{-1}T$.

Пошто је брзина $v=\frac{s}{t}$ имаћемо димензију брзине $v=LT^{-1}$ Кад упоредимо димензије брзине и отпора видимо да је димензија отпора обрнуте димензији брзине.

Електромоторна снага по Омовом закону $\mathcal{E}=O\cdot J$ према томе има димензија: $\mathcal{E}=L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$

в. ЕЛЕКТРОМАГНЕТНИ СИСТЕМ. Електромагнетне јединице могу се употребити за мерење на основи познатог факта да електричне силе утичу на магнетске и обратно. За снагу привлачења два магнета нашли смо: $F = \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$ или ако је $m_1 = m_2$ онда је и $F = \frac{m^2}{r^2}$, одатле је $m = \xi \sqrt{F}$. Димензија за количину магнетизма биће $M = L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ - Магнетски моменат $\mathcal{M} = m \cdot v$ према томе његова димензија $\mathcal{M} = L^{\frac{5}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ - Интензитет струје, кад дејствује на магнет јесте: $i = \frac{\mathcal{H} \cdot 2}{2\pi} \cdot A_q$ На димензију ће имати утицаја само $\mathcal{H}$ и 2. Пошто је димензија интензитета магнетског поља $\mathcal{H} = L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ а $r = L$ то ћемо за i имати $i = L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$

С. ПРАКТИЧНИ СИСТЕМ.

Практичне су јединице изведене из претходних. Разликује се од апсолутног система што за јединицу дужине није узет сантиметар већ квадрант земљин која има 10^9 см. За јединицу тежине није узет грам већ $\frac{1}{10^{11}}$ грама. Секунд није дирнут. - Практична јединица за мерење интензитета јесте ампер. Он износи $\frac{1}{10}$ део електромагнетске јединице ~~струје~~ је димензија за $i = L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ то је димензија за ампере $= 10^{-1}(L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1})$ или $10^{-1}(c^{\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}} s^{-1})$. Ако имамо једну тангентну бусолу код које је $r = 30\,cm$ и струја скреће иглу на угао $\alpha = 45°$; Кад је $\mathcal{H} = 0{,}2$ (пита се колико је α)? Заменивши познате вредности у обрасцу имаћемо $a = \frac{20 \cdot 0{,}2}{2\pi} \cdot 1 = 0{,}956$ електромоторних јединица или 956 ампера. Практична јединица за електромоторну снагу назива се Волт. Она износи 10^8 cgs) Пошто смо у апсолутним мерама нашли димензију електромоторне снаге $\xi = L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ то је $volt = 10^8 (L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1})$. Практична јединица за отпор јесте $OM(ohm)$, Један ом равни је отпору који има живин стуб од 106 см дужине 1 mm^2 у пресеку $ohm = 10^9$ електромагнетних јединица отпора. Немци употребљавају као практичну јединицу отпора $einheit = 1{,}06$ ома. Количина струје $Q = i \cdot t$. Њене димензије $Q = i^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}}$. Практична јединица за количину јесте Кулон $= 10^{-1}(cgs)$ јединица. Капацитет $C = \frac{Q}{v}$. Димензија његова $C = L^1 T^2$. Практична јединица за мерење капацитета јесте фарад 10^{-9} cgs. Чешће се употребљава Микрофаради $= \frac{1}{1\,000\,000}$ фарадија, или $= 10^{-15}$ cgs. Електрични рад $R = \xi \cdot i \cdot t$. Ако се тражи ефекат т.ј. рад за јединицу времена то је $R = \xi \cdot i$. Рад се мери волт амперима (слично метарскилограмима у механици). Један волт - ампер $= 10^7$ (cgs) $= 10^7$ ерг-ова. Дакле 1 волт-ампер $= 10^7$ ерг-ова. Као што у механици имамо јединицу гарави коњ 736 волт-ампера.

За практичну употребу струја се продаје на електричним централама. Београду плаћа се за један ,,

екто-ват 0,09 дин а за државу 0,055 дин. дакле цена је 5-9 пара динарски (приближно).

Веома је важан однос који постоји између количина струја изражених у електростатичним и електромоторним јединицама. Нашли смо: $i=L^{-\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$ (елст.) и $\mathcal{E}=L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}$ (елст. мал). Упоређењем добијамо:

$$\frac{q}{\mathcal{E}}=\frac{L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}}{L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}}=LT^{-1}$$

— а ово је као што знамо димензија брзине. Ако упоредимо интензитет у једном и другом смислу добијамо опет брзину. Ако се тражи колико износи v узме се један кондензатор ни испразни, па се нашло $v=300000$ км. у секунди а то је позната брзина светлости. То је дало повода да се траже односи између електрицитета и светлости, те је на тај начин постала Максвелова теорија светлости о којој ће доцније бити говора.

22. Дејства електричне струје.

I поплатна дејства. Кад струја пролази кроз спроводник као што знамо наилази на отпор и да би савладала тај отпор мора извршити извесну количину рада. Тај извршени рад јавља се у облику енергије топлоте, сви спроводници, дакле при пролазку струје загреју се то је загревање у толико веће у колико је већи отпор спроводник ставља струји. Ако су жице које спроводе струју танке могу се усијати, истопити; на овоме је основа на употреба електричне струје за осветљење.

Џулов Закон. Количина топлоте (Q) која се развија у извесном спроводнику управно је сразмерна квадрату интензитета (i^2) и првом степену отпора (ω) дакле: $Q=i^2\omega$. Овај се закон назива Џулов по имену енглеског физичара Џула (Joule.) Ако је дата жица дужине l то ће зависити и од ње загревање - Загревању смета зрачење топлоте са површине жице. Ако је $2r\pi$ обим жице, онда је $P=l.2r\pi$ целокупна површина која зрачи. Али као што нам је познато из науке о топлоти зрачење је различно за различне материје а сем тога зависи од околине, ваздуха и т.д. Због тога морамо увести у рачун и емисиони коефициенат $\mathcal{E}$. Напослетку морам се обзирати и највећу температуру T коју жица има. јер значење зависи и од температуре. Према томе целокупно зрачење износи $T=2r\pi l\mathcal{E}T$ Ако узмемо да је струја свршила свој рад произвевши количину топлоте $Q=i^2W$, па је после престала да дејствује и жица се поново охладила

и ваздух раван произведеној топлоти у жици. Према томе је $Q = T$ или $i^2 W = 2r\pi l \varepsilon \tau$ ---- 1/ Из ове једначине (1) можемо израчунати τ тојест температуру до које ће се жица загрејати и имаћемо $\tau = \frac{i^2 w}{2r\pi l \varepsilon}$ ... 2/ У овој (2.) једначини можемо отпор w друкчије изразити. знамо још из раније да је отпор управно сразмеран дужини ам обрнуто сразмеран пресеку, спроводника и да осим тога зависи и од природе самог спроводника. од материјала због чега се у рачун мора увести и специфични отпор (б) Из тога излази да је $w = \frac{l}{r^2\pi} \delta$ Ову ћемо вредност заменити у једначини (2.) па ћемо имати: $\tau = \frac{i^2 l \delta}{2r\pi l \varepsilon r^2 \pi} = \frac{\delta}{2r\varepsilon} \cdot \frac{i^2}{r^3}$ ... 3/ У овој (3) једначини израз $\frac{\delta}{2r\varepsilon}$ стална је за сваки спроводник и према томе τ зависи једино од другог члана $\frac{i^2}{r^3}$ т.ј. темепература је управно сразмерна квадрату интензитета а обрнуто сразмерна кубу полупречника пресека. Из једначине $\tau = k \frac{i^2}{r^3}$ (где је k онај сталан члан) можемо изнаћи τ, i или r кад нам је што што потребно. Рецимо зна се температура на којој се усијају поједини материјали, интезитет струје нам је дат па се тражи колико треба да је жица дебела кад се узму разни материјал, гвожђе. бакар, сребро и т. Или може бити постављен овакав задатак: Имамо ниц разног материјала или су све једнаке дебљине (ка пр. $r = 1mm$) па се тражи интензитет струје којни се могу стопити. На тај начин израчунато је да за Cu треба 80,00 ампера За Al треба 59,00 ампера за Fe треба 24.10 ампера
„ Zn „ 12.80 „ „ Pb „ 10.80 „

Као што се види бакар најбоље издржи струју. због тога се бакарне жице и употребљавају за одвађење струје код инсталација за електрично осветљење. Овалне жице пак употребљавају се за осигуране од пожара Нпр. кад би се две бакарне жице које су употребљене за неку електричну лампу неким случајем додирнуле онда би се отпор смањио, услед тога би јур нуле велика количина струје која би могла нанети штете произвевши велику количину топлоте. Да би се од тога осигурали ми на крају бакарни жица при улазу у лампу намештамо једну малу жицу од олова, чим јурне већа количина струје олово се стопи и тиме прекине пут струји.

Електричке лампе. лампе за електрично осветљење могу се поделити у главном на две групе. сијалице и пламене лампе. а/ сијалице (сл. 39). Њихов облик може бити различан. Конац који сија могао би бити од платине, али пошто је она скупа то се употребља вају конци од бамбисуве траке. жељатина или какв

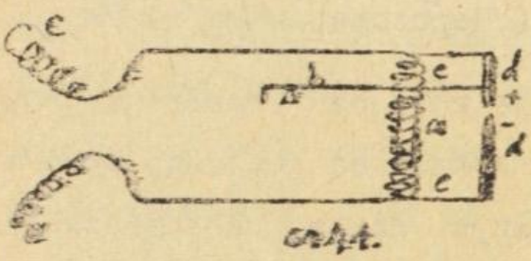


сл 39.

биљног ткања. Читав сноп таквих конаца баци се у пећ и ту суве дестилишу (без приступа ваздуха да неби осагорели) Али да би конци били свуда једна ко угљенисани загревају се још у каквом угљоводонику из кога узимају С те се тако изједначе. сад се конац умеће у стаклени суд крушкастог облика који се зове капела (capella). Ваздух се мора извући из капеле, да се конац не би оксидисао и изгорео. Конац је утврђен на држач од платине (a), јер платина при загревању има исти коефициенат ширења као и стакло, те нема опасности да пређе стакло. Иначе други се материјали различито шире и капеле би прскале. Напослетку као саставни део сијалице долази запушач (в) којим се сијалица доводи у везу са жицама, који ма струја долази. Лампе се утврђују на разне начине. Најбољи је систем Едисонов.- Пошто се сав ваздух не може извући из сијалице то извесна количина угља сагорева и лампа после извесног времена почиње да чини што није економно пошто угљен апсорбује велику количину светлости. Због тога се после извесног времена лампе замењују новим (Нернстове, Аутерове, Кантанове и.т.д) Економија лампе. Количину струје која се утроши на једну лампу меримо Волтаметром. Овај утрошак који долази на јединицу осветљења, на једну нормалну свећу, назива се економија лампе. Код већих лампи економија лампи износи 3,3 волтампера, т.ј. толика се количина струје утроши, да се произведе онолико светлости, колико даје једна нормална свећа. Међутим има лампи од 100 свећа код којих је економија 1,5 волтаметра. У опште се иде за тим да се економија смањи. Али у колико једна лампа са мање волтампера гори у толико се више квари. средња температура конца једне лампе од 100 волта износи 1270°. Од прилике на 1330° отпочиње конац да омекшава и да се квари. У том случају лампа бљешти јаком светлошћу . Због тога је потребно да лампа има увек исти потенцијал- да добије одређен број волта, јер се иначе квари. Па и при нормалним приликама са конца се одвајају делићи угљена тако да је трајање (издржљивост) једне лампе ограничено. То трајање различно је за разне лампе, а код једне исте врсте зависи од утрошка енергије за једну нормалну свећу. Обичне сијалице трају од прилике 800- 1000сати Како бива наиметање сијалица видећемо доцније.

Пламене лампе. Код њих се за полове узимају два комада угљена, који се прво додирију па поштом раставе на мало одстојање.

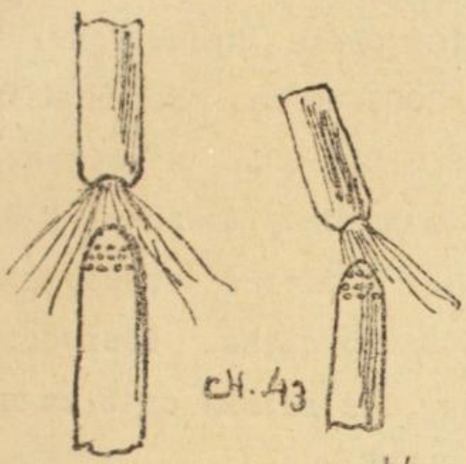
Услед великог отпора угљен ће се усијати и струја ће прелазити од једнога пола на други у варницама које ће укупно давати изглед пламена. При томе ћемо опазити да је на позитивном полу жарење много веће него на негативном и да се са позитивног пола одвајају бело усијане честице угљена које лете на негативни пол. Ове честице које успут већим делом сагоре посредују спровођење струје (сл. 40) Али сад наступа једна незгода: услед сагоревања угљена одстојање између полова биваће све веће те на напослетку варница неће моћи , прескочити и лампа ће се угасити . Да би се избегла та незгода, граде се нарочите справе регулатори, који служе на то да умеравају растојање између угљених шиљака . Регулатора има две врсте: деривираних и диференцијалних регулатора. Ови се последњи више употребљавају . Деривирани регулатори (сл.41.).- Име овим регулаторима долази отуда што се главна струја која иде у угљене (d) кроз жице(c) разграна и то дериваџијом помоћу спирално навијене жице (e) у средини своје спирала омотана комад меког гвожђа (a), више кога се налази матална полуга (в) која је у вези са једним угљеном кад се у почетку намести да се угљени (d d) додирују. кроз њих ће јурити струја и онда у спирали (e) нема струје те се гвожђе (a) не понаша као магнет. Услед тога полуга (в) се одвојиће се од гвожђа (a) и раздвоји угљене при чиме се јавља светлост. Чим се угљени размакну плоче по мало прекидати струја кроз спиралу. Пошто угљени сагоревају одступање између њих биваће све веће и тиме струја кроз спиралну (e) све више јача. Гвожђе (a) због тога постане магнет и привлаће полугу (в) те тиме приближава d ко d . Процес се понавља, те одстојање између угљенова (дд) никада не постаје толико да би се угасила.


сл.41.

ДИФЕРЕНЦИЈАЛНИ РЕГУЛАТОР (сл.42).

Струја се овде раздваја на две жице: једну дебљу (в), која

обмотава комад мекога гвожђа и тиме гради електромагнет (д) и једну таљу, која гради електромагнет (а). Између тих електромагнета стоји полуга (с), која је у вези с једним комадом угљена (д). Угљени се прво саставе и пусти струја. Пошто јеструјн лакше пролазити кроз дебељу жицу ($w = \frac{l}{q} \delta$) тё ће већа количина струје туда пролазити. Гвожђе (g) постаје сада електромагнет и привлачи себе један крај металне подлоге (с) услед чега се други крај подлоге (в) мора издићи (ослона Ц полуге је у тачки δ) и угљени ће се раставити. У колико се угљени више растављају кроз жицу протицаће више струје те ће магнет (а) постати јачи и (д)и привући



сл.43. сл.44.

себи крај полуге (с) а други крај (в) мора се спустити, те се угљени поново приближе и т. д. Као што се види овде се прави диференција у протицању струје: час више протиче доњом жицом, час више горњом и услед тога су ови регулитори и названи д и ф е р е н ц и ј а л н и м р е г у л а т о р и м а. Средња температура код оваквих лампи износи 2030°. Температура угљена је много већа, и као што смо већ напоменули позитивни пол је загрејанији. Тако температура негативног пола износи најмање 2500° а позитивног 2900°. Оба угљена не troше се подједнако, јер горњи (позитивни) услед веће температуре сагорева брже и има на врху као неки кратер (сл.43). Облик угљена је цилиндар кружног или елиптичног пресека. Трајање једне лампе (15, па и више сати, па се после угљени морају мењати.) Позитивни угљен мора стајати над негативним, и он је обично ниже (сл.43), и није нам потребан никакав рефлектор, пошто зраци излазе из издубљења површина па не могу горе ићи. Ако желимо да нам зраци буду хоризонталнији, онда се горњи угљен нагне за извеетан угао (сл.44). Е к о н о м и ј а пламених лампи повољније је много него код сијалица, јер за лампу од 330° нормалних свећа износи свега један волтампер. За ову одлику над сијалицама има ју да захвале пламене лампе

поглавито својој високој температури јер у колико је више температура неког тела што сија утолико се више његова топлотна енергија претвара ~~у енергији претвара~~ у енергију светлости. За обично осветљаваље узимају се пламене лампе које су удешене за струју од 3 - 20 ампера и 40 - 60 волта. Сваки ампер даје од прилике светлост од 100 свећа. Према томе светлост у обичним приликама креће се између 300 и 3000 свећа. Најинтензивнија светлост, која је до сад произведена износи 5.000 000 нормалних свећа Таква лампа била је изложена на поморској изложби у Лондону (1891 год.) На кули светиљи (Far) у Hanstholm-у (Јитско приморје Данска) чалази се пламена електрична лампа од 2. 000 000 свећа. Светлост ове лампе може се видети и при кишовитом времену на даљини од45 километра.

ЕЛЕКТРИЧНЕ СВЕЋЕ.

За производњење слабије електричне светлости праве се тзв. е л е к т р и ч н е с в е ћ е. Највише се употребљавају свеће руског инжињера Ј а б л е н о в с к о г. Праве се од два комада угљена, који се наместе паралелно и дају варницу. Пошто комади угљена разно сагоре ~~ад~~ ове се свеће врло брзо кварс а да би се то избегло употребљава се се за њих н а и з м е н и ч н е с т р у ј е а, о којој ће доцније бити говора. Остале примене топлотног дејства струје од мањег су значаја. Нпр за загревање у индустирији и домаћој употреби, струја се не може употребити јер је скупа. Само у оним случајевима где се не би могла употребити друга метода приступа се загревању електричном струјом.

ХЕМИСКА ДЕЈСТВА.

Већ смо имали прилике да видимо како електрична струја може да растави хемиска једињења, кроз која пролази, на елементе. Нпр. кад кроз воду закишељену са H_2SO_4 проводимо струју разлагаће се на кисеоник и водоник. То разлагање назива се е л е к т р о л и з а. Полови спроводиника називају се е л е к т р о д е. Позитивни пол посебице зове се а н о д а негативан к а т о д Разложене делове зовемо елементи или ј о н о в и, и то јон који иде на позитиван пол зове се к а т ј о н, а јон који иде на катод анјон. Сви метали и водоник иду увек на негативан пол, а ~~на позитиван~~ металонди и анхидрити киселина иду на позитиван пол. Према овоме у хемији постоји подела на: е л е к т р о п о з и т и в н е и на е л е к т р о н е г а т и в н е елементе.

ФАРАДИЈЕВИ ЗАКОНИ ЗА РАЗЛАГАЊЕ.

1).- З а к о н.- Количина разложених елемената из раствора какве соли сразмерна је интензитету струје. О томе је већ било говора код мерења струје, где смо количину излученог метала узимали као мерило интензитета.

2).- З а к о н. Ако у неком раствору имамо више различитих метала. онда ће количина издвојених метала бити сразмерна са њиховим еквивалентним тежинама. Тако нпр. струја од 10 ампера издвојиће за 1" из раствора:

Сребра (Ag) - - - - - - - - 0,01181 грама
Бакра (Cu) - - - - - - - - 0,003284 "
Водоника (H) - - - - - - - - 0,0001039 " итд.

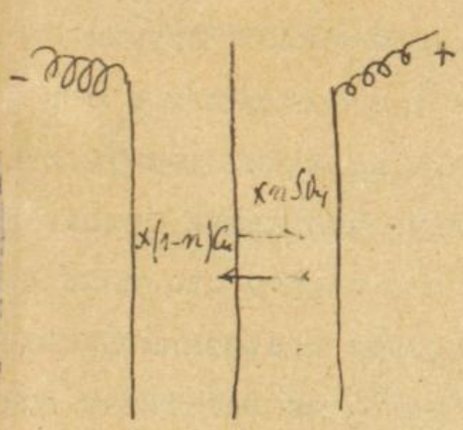
Ако се ове цифре упореде са еквивалентним тежинама видеће се да су све сразмерне са еквивалентима.

САТУРНОВО ДРВО.

Ако кроз раствор оловног шећера у води пропустимо струју то ће се на једном полу олово нагло одвојити у виду конаца и читавих грана,које ће се рађати на полу као на каквом стаблу направивши тако изглед правог дрвета. Ова се појава назива С а т у р н о в о д р в о.

ПУТОВАЊЕ ЈОНА.

Кад се какав раствор разлаже на јонове, они ће према својој природи путовати или ка аноду или катоду. Узмимо посматрати сулфат бакра ($Cu\,SO_4$) и да видимо путовање његових јонова. За јединицу времена на анод ће приспети $x \cdot SO_4$ а на катод $x \cdot Cu$ Ако узмемо пресек мале тачности, онда се у исто време крећу $n \cdot x \cdot SO_4$ ка позитивном полу $a \cdot x(1-n)Cu$ ка негативном полу, где n није равно 1/2 већ 2/3. То значи да се у једном моменту кроз средњи пресек тачности креће два пута више катјонова него анјонове. Пошто пак на полове за извесно време мора стићи подједнак број јонова то онда брзина анјонова мора бити већа од брзине катјонове. Тако у ствари и јесте. Hittorf је нашао овај закон за брзине: где v значи брзину анјонова а u брзину катјонова.



сл. 50) а на ординатама одговарајуће електромоторне снаге и повежем

РАЗЛАГАЊЕ ВОДЕ.

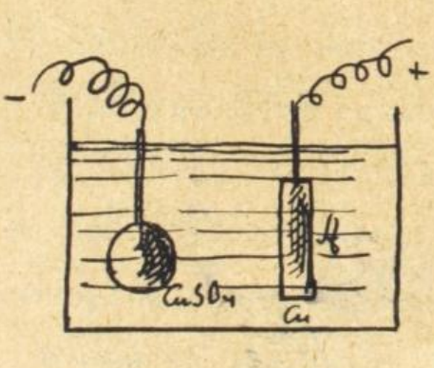
Помињали смо да чиста вода не може да преноси струју, већ кад желимо да је разложимо морамо је закиселити сумпорном киселином. Као што бива у самој ствари при разлагању воде. Сумпорна киселина H_2SO_4 под утицајем струје распада се на H_2 и SO_4 Водоник (H_2) иде одмах на негативан пол, а SO_4 на позитиван. Пошто је врло непостојано једињење распада се у SO_3 и O Затим се једини са водом градећи поново сумпорну киселину (SO_3+H_2O)$=H_2SO_4$ а кисеоник (O) ослобађа се. Исти се процес понавља и са формираном H_2SO_4 · H и O развили су се у оној сразмери у којој су сједињени у води. Као што се из изложеног види, вода се не разлаже непосредно, већ се у самој ствари разлаже H_2SO_4 ослобођавајући H_2 и O узимајући исте елементе из воде.

ТЕОРИЈА ЕЛЕКТРОЛИЗЕ.

При тумачењу појава електролизе полази се с тога гледишта да се сви елементи деле на: електропозитивне и електронегативне. Тако исто и у једињењу молекули елемената задржавају свој карактер и чим се нађу у додиру са доносиоцем струје они ће се сами од себе опустити и груписати према својој природи. После тога ће сваки путовати на своју страну. Спровођење молекула је к о н в е к т и в н о т.ј. да се горњи јонови преносе механичким путем, а струја се троши само на савлађивање трења. Још би се могло говорити о појавама електролизе али то спада специјално у х е м и ј у.

ГАЛВАНОПЛАСТИКА.

Електролиза је нашла важну примену у индустрији за облагање појединих тела каквим металом нпр. бакром или сребром, златом и другим. По-



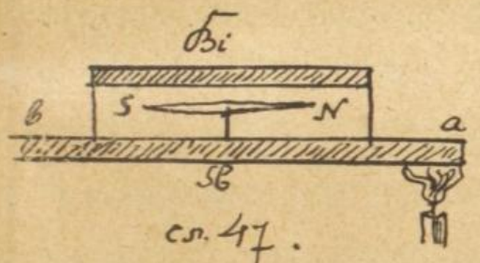
сл. 46.

сао овај зове се г а л в а н о п л а с т и к а. Пример: Ако хоћемо да имамо копију каквог старог новца ми ћемо направити отисак у воску или гутаперки, и пошто су ова тела изолатори морамо их премазати графитним прашком Сада се такав отисак веже за негативни пол и спусти се у раствор соли каквог метала, за други пол веже се плоча истог метала.

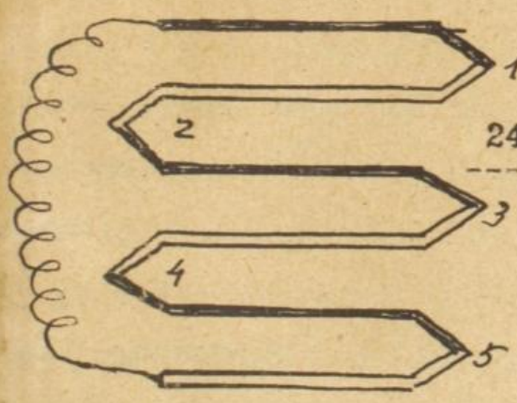
Кад се струја пусти, метал ће се наслагати на отиску а анхидрит киселине узеће с металне плоче А (куда ће стићи) потребну количине метала градећи поново исту со. Струја не сме ићи сувише брзо, јер би се добила на отиску неравна скрамица метала. За посребравање узима се обично цијанид сребра. На тај начин се сребре и позлаћују разне металне ствари или превлаче бакром предмети од гипса, дрвета или других каквих органских делови и.т.д.

23).- ТЕРМОЕЛЕКТРИЦИТЕТ

Споменули смо раније да ако вежемо више спроводника првога реда у један ланац и одржавамо све спроводнике на истој температури то ће потенцијалска разлика у ланцу бити равна н у л и и струје ће бити. У исто време говорили смо да ће се струја појавити ако буде какве дисконције у температури. Електрицитет произведен на овај начин назива се т е р м о е л е к т р и ц и т е т, електрицитет који смо до сада проматрали т.ј. онај који се производи помоћу галванских елемената зове се х и д р о е л е к т р и ц и т е т. Узећемо један комад антимона (Sb) и један комад визмута (Bi) а саставити као што је представљено на слици 47. уметнувши између њих иглу SN Кад је температура свуда иста игла ће стајати мирно заузимајући исправан полонај магнетског меридијана; али ако загрејемо један крај овога споја игла ће почети да скреће, чиме констатујемо да се појавила електрична струја. Ако загрејемо други крај игла ће скренуги на супротну страну.



сл. 47.



сл. 48.

24).- ТЕРМОЕЛЕМЕНАТ ТЕРМОБАТЕРИЈА.

Овакав један спој као овај мало час описани од антимона и визмута, којим се може произвести извесна количина струје, назива се т е р м о е л е м е н а т. Јачина струје коју можемо дати једном елементу зависи од разлике у температури на крајевима таквог елемента (а и в). Али са тим разгревањем не сме се ићи тако далеко, већ само до извесних граница. Тако ако имамо термоелеменат од Sb и Bi на један крај одржавамо на - 80° а други загревамо до + 160° струја ће непрестано јачати, али чим пређемо температуру + 160° јачина (сл. 50) а на ординатама одговарајуће електромоторна снага и повежем

струје почеће да опада .Друга ствар од које такође зависи јачина струје, јесте природа самих сироводника, јер на пр. није свеједно: да ми ћемо ми узети за термоелеменат антимон и гвожђе антимон и т.д.У том погледу метали се могу поређати у т. зв. Seebeck-ов низ у коме су ови метали:

Антимон (Sb)	Бакар (Cu)
Гоижђе (Fe)	Олово (Pb)
Цинк (Zn)	платина (Pt)
Сребро (Ag)	бизмут (Bi)
[illegible]то (Au)	

За [illegible]јање свих метала у термоелемснше важе следећа правила: . С в и с и р о в о д н и ц и у н и з у п о н а ш а ј у с е т а к о д а с у п р е м а о н и м а к о ј и д о л а з е з а њ и м а - п о з и т и в н и, а п р е м а о н и м а к о ј и с у п р е д њ и м а - н е г а т и в њ и м . То значи да струја иде увек од метала који пре стоји у низу ка ономе који доцније долази. Према таче правилу Sb је за све позитиван, а Bi , на против, негативан. Остали могу бити час позитивни час негативни. На пр. ако спојимо Fe и Sb онда је Fe (-), али ако спојимо Fe и Cu , Fe је тада (+).

II .- У к о л и к о ј е р а з м а к и з м е ђ у д в а м е т а л а у н и з у в е ћ и у т о л к о ће ј а ч у с т р у ј у д а т и. Према томе најјачу струју дају Sb и Bi, али пошто они доста ретки то се у практици понајчешће употребљавају е л м е н т и од Fe и Cu пошто је разлика између њих прилично велика.- Место једног елемента можемо узети више њих и тада добијамо т е р м о б а т е р и ј у или термостуб. Ако се сва непарна додирна места (сл.4д 1,3,5, код таквог стуба једнако загрејала, то ће се потенцијалске разлике појединих елемената сумирати . Кад су први пут опажане појаве термоелектрицтета мислимо се да ће од те струје бити великих користи за индустрију. Али се доцније доказало да је та струја скупља много, него струја добијена на ма који други начин. Па ипак је ова струја нашла неке примене у индустрији,тако напр: Њу употребљавају за неке галванопластичке радове где се тражи врло мала елек



сл.49.

тромоторна снага. Електромоторна снага једног термоелемен а износи све га 0,03 волта. И колико више парова спојимо у батерију у толико је електромоторна снага добивене батерије већа и ако ова врста струје није примењена у индустрији она ипак има важне примене у науци за мерење врло малих промена у температури за које је температура неосет лив. За тај циљ конструисан је тако звани М е л о н и ј е в с т у б (сл. 49), у коме је је сложено више редова горњих парова који су смештени у коничну цев (А). а крајеви елемента у вези су са галвано метром у Ротне се за мјерење и Ричардове промена у температури.

.- БЕКЕРЕЛОВИ ЗАКОНИ ЗА ТЕРМОСТРУЈУ.

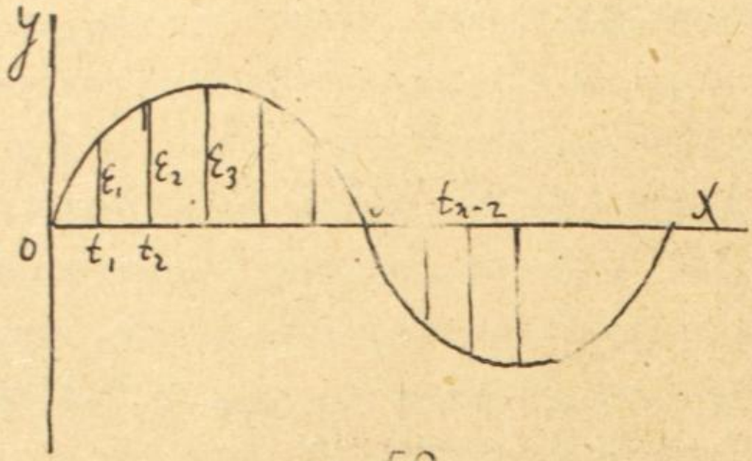
Бекерл је поставио за термострују следећа два закона:

I. ЗАКОН: Ако имамо два споја и почетну температуру t_0, извесну температу ру за време загревања t_1 , и крајњу температуру t_2 : онда електромоторна снага која ће постати кад будемо елеменат загрејали од t_0 до t_2 биће равна збиру електромоторних снага које се производе загрејавши тело од t_0 до t_1 па после до t_2. Ако тело грејемо од t_0 до t_1 постаће електромоторна снага $\mathcal{E}_{t_0}^{t_1}$ Загревањем од t_1 до t_2 добиће се извесна електромоторна снага $\mathcal{E}_{t_1}^{t_2}$ и збир тих електромоторних снага биће: $\mathcal{E}_{t_0}^{t_1} + \mathcal{E}_{t_1}^{t_2} = \mathcal{E}_{t_0}^{t_2}$; овде члан с десне стране значи електромо торну снагу, коју добијамо, кад се темоелеменат греје непосредно од температуре t_0 до t_2 Дакле, све једно је хоћемо ли загревати елеменат непосредно од t_0 до t_2 или ћемо прво загрејати до t_1 па после од t_1 до t_2 -----

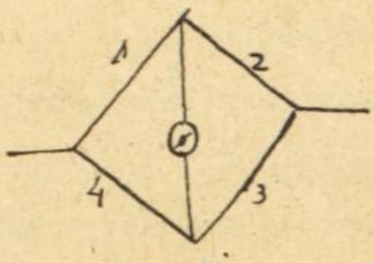
II/.- ЗАКОН. Кад имамо један лонац метала и загрејемо само један крај онда електромоторна снага, између два краја спроводника биће иста, па ма колико спроводника било између њих или се непосредно прешло са једног метала на други. Само ак се на више места буде лонац загревао, као што је већ поменуто у прошлом чланку, онда ће се електромоторна снага повећати.

26/.- ГРАФИЧКО ПРЕДСТАВЉАЊЕ ОДНОСА ИЗМЕЂУ ЕЛЕКТРОМОТОРНЕ СИАГЕ И ТЕМПЕРАТУРЕ .- Ако по X оси пренесемо вредност за температуру (сл. 50) а на ординатама одговарајуће електромоторна снага и повежемо

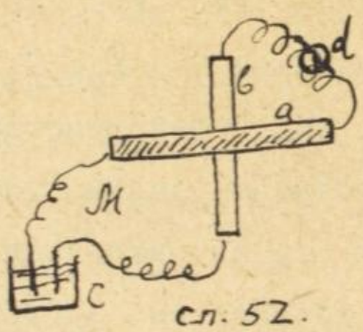
тачке на тај начин добивене, имаћемо криву линију, која ће нам графички представљати однос између температуре и електромоторне снаге. Електромоторна снага ће расти и достићи известан максимум на коме ће се задржати извесно време па ће се даљим повећавањем температуре почети смањивати, тако да ће на извесној температури t_n бити равна нули. Ако би и даље загревали, јавиће се поново струја само ће ићи у супротном смислу. Сва појава зове се индуктивање струје. Температура t_n јесте температура извртања. Средња вредност $0 + t_n$ јесте температура максималне електромоторне снаге. Чим се елеменат загрева преко те температуре, јачина струје опада, због тога треба за сваки спој одредити t_0. На пр.: за елеменат из Ag и Fe имамо $t_0 = 228,5°$ итд.



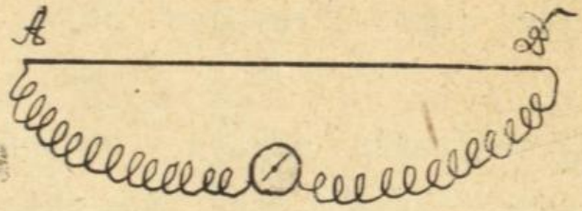
сл. 50.

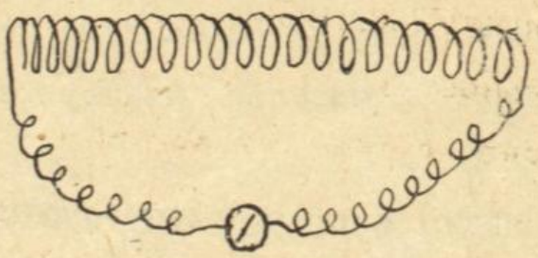


сл. 51



сл. 52.




сл. 53.

27/.- МЕРЕЊЕ ТЕМПЕРАТУРЕ. Б а р о м е т а р. Врло фине температурске разлике могу се опазити помоћу термоструја. Израчунавање самих температура бива на овај начин: Ако један крај споја загрејемо до температуре t_1, а други до t_2 галванометар ће скренути за угао α_1; ако пак грејемо од температуре t_0 на којој радимо до неке непознате температуре x, галванометар ће скренути за α_2. Скретање игле галванометрове сразмерно

су температурским разликама, т.ј. имаћемо: $\frac{x-t_0}{\alpha_2} = \frac{t_2-t_1}{\alpha_1}$ а одавде можемо израчунати x, које износи: $x = \frac{a_2}{a_1}(t_2-t_1)+t_0$. На овај начин а помоћу наочитих справа можемо мерити врло фине температурске разлике. На пр. помоћу т.зв. б а л о м е т р а можемо мерити и десетмилионите делове целзијева степена. Балометер је у самој ствари један обичан В и т с т о н о в м о с т (Wheatston.) сл.51. Грана 1 тако је удешена, да се њена спроводљивост са температуром промена на жици (1). Прво треба регулисати мост тако да галванометар показује нулу, т.ј. да на мосту нема струје; затим се на грану (1) пусте топлотни зраци чију температуру меримо. На мосту ће се појавити струја и по скретању галванометра одредићемо температуру. На тај начин можемо измерити температуру топлотног спектра, бојиног скеитра, појединих Фрауенхоферових линија итд.

28/.- ПЕЛТИЈЕВ ФЕНОМЕН (Peltier).

Под именом Пелтијевог феномена позната је следећа појава. Од жипке а и в (Sb, Bi) направљен је један крст (сл.52) чија су два краја везана с галванометром (d). Ако загревамо шипке у тачки М, игла ће скренути на једну ако пак хладимо то место игла скреће на другу страну.

Узмимо сад па на том месту грејања и расхлађивања, уносимо сталну струју из каквог галванског елемента (с), игла ће опет скренути у једном правцу, и ако обрнемо смисао струје обрнуће се и скретање игле. Прва струја дејствује као кад се спој греје, а друга као кад се спој хлади. Услед тога се у први мах мислило, да прва струја дејствује разгревајући, а друга хладећи: што у ствари не постоји, јер обе струје загревају елеменат. Ево како се може та појава протумачити. У првом случају постаје термичка струја, која има исти смисао као и струја из галванског елемента те једна другој не сметају. У другом случају, струја из галванског елемента има супротан смисао, а термичка струја задржава стално увек један смисао, те ће се сад те две струје одузимати а пошто је термичка слабија игла у галванометру, скреће на супротну страну.

29).- ТОМСОНОВ ЕФЕКАТ.

Ако узмемо једну дугачку жицу од једног метала, па каквим другим спроводником вежемо један крај с другим и ако су крајеви А и В на истој температури, нећемо констатовати никакву струју, али ако један крај

загревамо, струја ће се појавити. Дакле и у једној истој жици, само кад по стоји температурска разлика, јавља се струја.

Исто тако кад узмемо једну и савијено је, пауисти мах састави мо њене крајеве са галванометром, констатоваћемо струју. Овим савијањем ми смо променили молекуиско стање: распоред молекула на превојним местима је промењен да готовс можемо узети: да је на тим местима други какав метал. Али смо још раније поставили једно правило по коме се електрицитет јавља свагда, кад се на телу изврши каква промена. Ове две последње појаве позна те су под именом Т о м с о н о в о г е ф е к т а.

Крај динамичног електрицитета.

К Р А Ј

Литографија Косте М. Бојковића Македонска ул. бр. 21.
Б е о г р а д.

- ЕЛЕКТРО МАГНЕТИЗАМ

Дејство струје на магнетску иглу

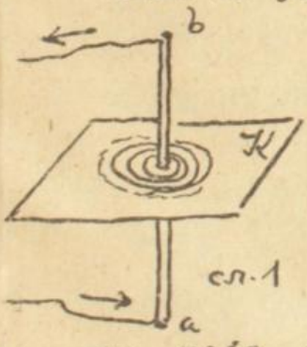
Још 1820 године приметијо је Oested Hans Christian, да магнетска игла, која је тако обешена, да се може слободно окретати око свога тежишта, скреће из свога равнотежног положаја, који зависе од земљиног магнетизма, чим се струја креће по спроводнику у близини те магнетске игле. Тај однос између електричних струја и магнетских супстанца, који је добијо име електромагнетизам, нарочито је испитивао Oersted, а после њега Ampère. Према смислу струје и према положају спроводника према магнетској игли она ће скретати на једну или на другу страну, што се тачно одређује помоћу ова два правила:

1) Ampère - ово правило. - Замислимо да посматрач плива по струји тако, да му она иде од ногу ка глави, и да је окренут лицем игли, тада ће северни пол игле увек скренути на леву страну од посматрача.

2) Jamieson Müller - ово правило. десну руку наместимо у правцу струје тако, да нам струја улази код корена руке, а излази на прсте, а да је длан окренут магнетској игли, тада ће игла скренути на ону страну, где је палац.

2.- Поље које ствара струја.

Сам утицај струје на магнетску иглу казујенам, да струја при пролазу кроз известан спроводник ствара магнедско поље. О, томе се уверавамо и на овај начин.



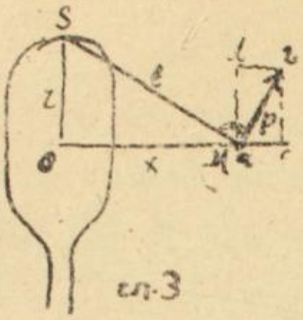
сл.1

Замислимо као прав спроводник шипкуаb, која је провучена кроз парче картона K (Сл. 1), посуте су посути опиљци од гвожђа. Кад пустимо струју, опиљци ће се поређати у концетричне кругове колк шипке ов. Ти су аругови линије сила магнетскогпо ља, које ствара струја; овде су еквипотенцијалне површине равне Које се стичу у осовини струје. а с друге се стране губе у пољу пружајући се у бесконачност.


сл 2.

Кад место правога спроводника узмемо у круг савијену жицу (Сл. 2.) па пустимо струју. линија ће сила ићи у правцу стрелица. свуда око

спроводника. Јачину поља, које ствара струја одређујемо овако

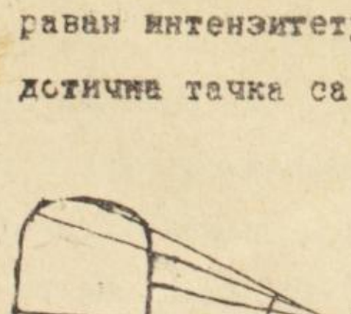


сл.3

узећемо у круг савијену жицу, у равни остојању и средишњег центра O нек је магнетски пол M. (сл. 3.) Посматрајмо један мали елеменат δ на спроводнику; струја кроз δ тежи да скрене пол M из једнотежног положаја има силом p. Та је сила p правосразмерна интензитету струје i, величини магнетског пола M и елементу δ а обрнуто је сразмерна квадрату остојања елемента δ и M т.ј. биће $p = \frac{i.\delta.M}{\ell^2}$. или је пак $\ell^2 = x^2 + r^2$ то је $p = \frac{i\delta M}{x^2+r^2}$ .....(1). Ова сила p дејствује управно на крак ℓ, тежећа да магнетски пол M скрене десно или лево. Силу p можемо разложити на компоненте ac и ad у правцу и нормала на тај правац. Из $\Delta Oa S \sim \Delta abc$ ово јесте: $ac : ab = r : \ell$ или : према. (1) је: $ac = \frac{iMS}{x^2+r^2} \cdot \frac{r}{\ell} = \frac{i\delta Mr}{(a^2+r^2)\sqrt{x^2+r^2}} = \frac{i\delta Mr}{(x^2+r^2)^{3/2}} = \frac{i\delta Mr}{(\sqrt{x^2+r^2})^3}$ дакле $ac = \frac{i\delta Mr}{\ell^3}$ .....(2).

Као што се види привлачење ac обрнуто је сразмерно кубу состојања; а тосмо нашли и при посматрању гасових положаја (како за привлачење, тако и за одбијање): дакле, струја се потпуно понаша као магнет, и дејствује као да се привлаче два цела магнета, а не изоловани полови.

Кад се дакле струја спроведе кроз жицу савијену ~~спроведе кроз жицу савијену~~ у круг ствара се известан листаст магнет, коме су полови површина, што је иначе тешко начинити. Гаус је нашао, да је потенцијал за ма коју тачку у пољу таквога места раван интензитету помноженом са телесним углом ω, који гради дотична тачка са листом,


сл.4

дакле је: $v = i\omega$ .....(3.)

Место малог елемента δ можемо узети

целу дужину жице па ћемо за привлачење M имати: $\bar{ac} = \frac{iMr2r\pi}{(x^2+r^2)^{3/2}} = \frac{2ir^2M\pi}{(x^2+r^2)^{3/2}}$ ....(4)

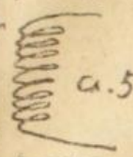
Ако сад узмемо да се пол M налази баш у центру завоја O т.ј. када је $x = 0$ онда је $\bar{ac} = \frac{iMr2r\pi}{r^3} = \frac{2iM\pi}{r}$ ....(5)

Ако сад узмемо да је $M = 1$, биће $\bar{ac} = \frac{2\pi i}{r}$ ....(6)

а за $r = 1$ добијаће се $\bar{ac} = 2\pi i$ .....(7)

3. Соленоид.-

Кад на место једног завоја од жице узмемо више њих - читаву спиралу - онда добијамо тзв. **Соленоид**, који се понаша као прави магнет, кад се кроз њега пусти струја. Соленоид се обично прави на тај начин. што се око каквог цилиндричног калема намота изолована жица (сл.5) тада ће један крај калема постати сев. а други јужни пол; које је јужни, а које сев. то одређујемо овако.

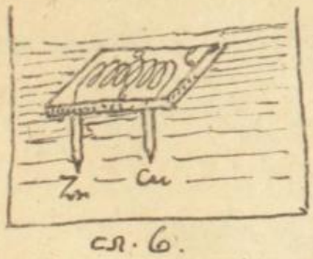


сл.5

Ако посматрач гледа у правцу осе соленоидове да струја кроз спроводну намотану жицу тече у смислу *сакатне* сказаљке, онда је јуж. пол окренут посматрачу а ако струја тече обрнуто, посматрачу је окренут сев. пол.

Ако се соленоид обухвата десном руком тако, да струја улази код корена руке, а излази на прсте, тада је палац увек окренут сев. полу.

Да се соленоид понаша као магнет показује и та појава, што кад год је он слободан, заузима правац меридијана, и из тог равнотежног стања можемо га извести само утицајем каквог јаког магнета. Ако соленоид било обешен било потпуно слободан плива по живи па се кроз жицу пусти струја онда ће она увек заузети правац север - југ. Но у соленоид не морамо провести струју па да он постане магнет можемо соленоид учврстити на парчету плуте (сл.6), које плива по закишељеној води. На доњем крају тога јастучета од плуте учвршћена су два комада Zn и Cu од којих је један у вези са једним, а други са другим крајем соленоида. Струја која постаје услед хемиске реакције пролазиће кроз соленоид, који ће одмах заузети положај магнет. меридијана.

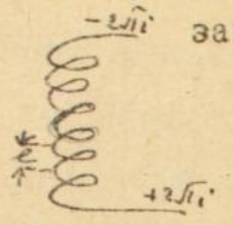


сл.6.

Нашли смо мало пре да је код сваког листа привлачна сила с једне стране $+2\pi i$, а одбојна с друге $-2\pi i$. Пошто се и соленоид састоји из серије магнетских листова, то ће на једном његовом полу постојати снага $+2\pi i$, а на другоме $(-2\pi i)$ Разлика ове две силе износи $4\pi i$ за сваки лист, а ако имамо n листова она је $4n\pi i$. Величина магнет. пола код соленоида управо је сразмерна са количином $4\pi ni$, т.ј. у колико је јачи интензитет струје, и у колико је већи број завоја, у толико је и поље јаче; величина је магнетског пола даље обрнуто сразмерна о-

стојању l између две узастопне спирале т.ј. у колико су завоји ређи та је величина поља слабија. Дакле је:

$$\mathfrak{H} = \frac{4\pi\Pi i}{l} \quad \ldots (6)$$



сл.7

4. А м п е р о в а теорија магнетизма.

Ослањајући се на понашање соленоида, који је потпуно једнако понашању магнета. Ампере је поставио своју теорију магнетизма, којом се тумачи узрок појави магнетизма. Према тој су теорији елементарни магнети делићи материје, око којих непрестано круже извесне затворене струје (зване амперове струје) Магнетисање се састоји у једнакоме оријентисању ових кружних струја. Према томе сваки магнет није друго до један соленоид или још боље читав склоп соленоида, који се пружају између сев. и јуж.пола Гледајући од јужног пола све елементарне струје теку у смислу сатне казаљке, а гледајући пак од сев. пола теку у обрнутом смислу. По себи се разуме да ове амперове струје морају бити електричне струје нарочите врсте; оне у своме току не наилазе ни на какав спор, те стога не врше рад, нити производе топлоту према Џуловом закону. Према амперовом тумачењу ове струје припадају атомима, и због тога и није потребна каква спољна електромоторна снага.

На објашњењу амперових струја радили су доцније Maxwell и Ebert (у најновије време), и они су поставили хипотезу, да се атоми магнета обрћу око извесне осе, и том ротацијом производе таласасто кретање околног етра, и ово и јесте узрок постанку магнетског поља. ~~Спојимо с другим крајем соленоида, струја која ће постати услед хемиске реакције, пролазиће кроз соленоид и ова ће одмах заузети положај магнетског меридијана.~~

Нашли смо мало час, да је код једног магнетског листа привлачна или одбијна снага и то сваки лист има с једне стране а с друге Пошто се и соленоид састоји из серије магнетских листова то ће на његовом једном полу постојати снага а на другом (-). Разлика ове две силе износи за сваки лист, а ако имамо листова, онда

Величина магнетског пола код соленоида управо је сразмерна горњој количини т.ј. у колико је интензитет струје већи, и у колико је већи број за

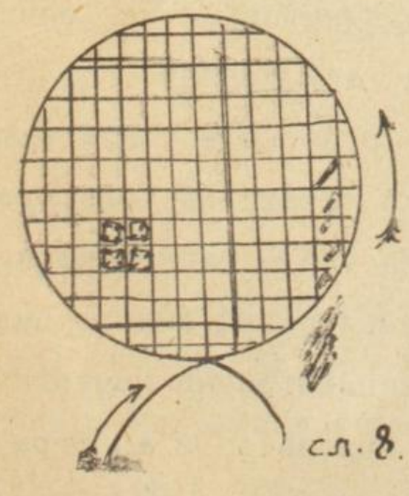
бој у толико је и поље јаче, а обрнуто је сразмерна одстојању између две узастопне спирале колико су завоји ређи, јачина поља је слабија. Из свега излази даје:

4. АЛИГЕРОВА ТЕОРИЈА МАГНЕТИЗМА.

Ослањајући се на понашање соленоида, које је потпуно једнако понашању магнета, Анпер је поставио своју теорију магнетизма, којом се тумачи сам узрок магнетизма. Према тој теорији, елементарни магнети су делићи материје, око којих непрестано струже извесна затворене струје (Анперове струје). Магнетисање састојисе у једнаком оријентисању ових струјних струја. Према томе сваки магнет није ништа друго до један соленоид, или још боље група - читав сноп соленоида, који се пружају између северног и јужног пола. Гледећи од јужног пола све елементрокто - магнетизам . парне струје теку у стисну сахатне казаљке; гледећи пак од северног пола теку у обрнутом правцу. По себи се разуме да ове Анперове струје морају бити електричне струје нарочито врсте. Оне у свом току не налазе ни какав отпор истога не вреше рад, нити производе топлоту према Џуловом закону, према Анперовом тумачењу све струје припадају атомима. Поред тога ни ни није потребна каква спољашња електромоторна снага. Доднесе на објашњењу анперових струја радили: у најновије време и они су поставили хипотенузу да се атоми магнета обрћу око извесних оса и овом ратацијом производе таласто кретање околног спрата , а кретање чини узрок постанку магнетског поља.

5., УНУТРАШЊОСТ МАГНЕТСКОГ ЛИСТА

Да видимо сад да ли струја постоји и да ли у пите има каквога дејства у унутрашњости магнетског листа. Тога ради поделићемо површину колута у елементарне површинице и у свакој од њих замислимо елементарне струје, истога правца и смисла са главном струјом. Видимо из слике 8 . : да ће на свима додирним местима таквих површиница постојати по две једнаке а супротне елементарне струје, које ће се потирати и према томе остаје само изазна струја. која тече кроз спроводник. Слично ће тако наступити кроз неку плочу ; ако ће ићи само ивицом плоче а средином не. Према томе унутрашност магнетских листова потпуно

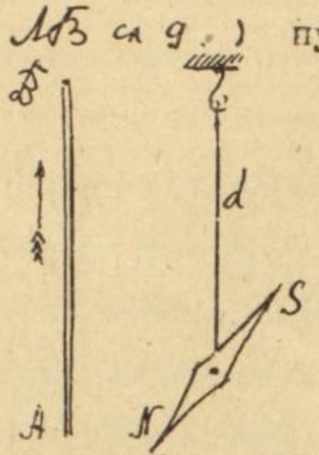


сл. 8.

је неутрална .

6. ОГЛЕДИ Biot-a и Savar-a ЗАКОН ЛАПЛАСОВ

Француски физичари Биот и Савар испитујући дејство праволинијске струје на магнет, правили су овај експеримент. Кроз један прав спроводник АБ (сл 9.) пустили су струју и у близину довели магнетску иглу



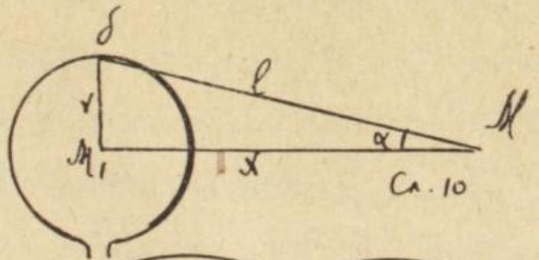
која је била о конац обешена (α) и могла је клатити Према времену клаћења одредили су дејство саме струје и нашли су да то дејство износи $f = c \cdot \frac{i}{r}$

где c значи извесну константу i интензитне струје, а r одстојање игле од жице кроз коју иде струја. Ако имамо посла са затвореном кружном струјом. тада дејство једнога малога елемента δ на магнетски пол M налазимо по ЛАПЛАСОВОМ ЗАКОНУ, по коме је $F = \frac{K i \delta M}{l^2} \sin\alpha$

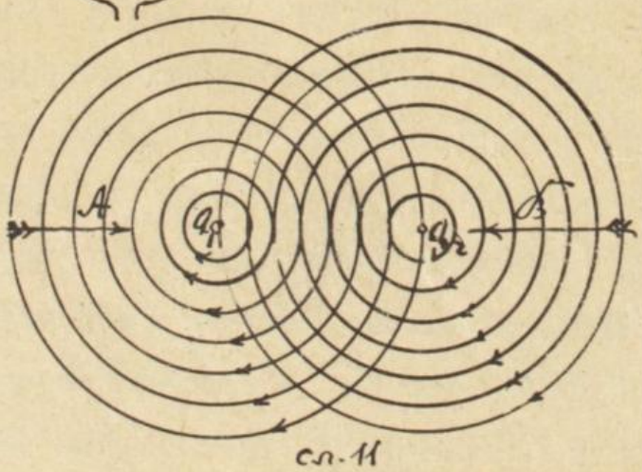
У колико се пол M буде више примицао центру спирале, угао α бива већи и sinus расте ка јединици : на послетку, кад M дође у центар кружног спроводника, тада је $\alpha = 90$, $\sin\alpha = 1$, а l прелази у r и у том случају дејство елемента δ изражено је овим обрасцем $F = \frac{K i \delta M}{r^2}$

7. ДЕЈСТВО СТРУЈЕ НА СТРУЈУ.

поред дејства струје на магнет струја тако исто дејствује и на другу струју, која је у њеној близини. Да бисмо испитали односе и нашли законе које важе за дејство струје, узећемо да расматрамо неколико различних случајева. - Узећемо прво два паралелна спроводника и нека је смисао струје у оба иста. - Акозамислимо да су ови спроводници пројектовани на једну раван, која је на њих управна (сл. 11) то ће њихове пројекције бити тачке a_1 и a_2



Сл. 10

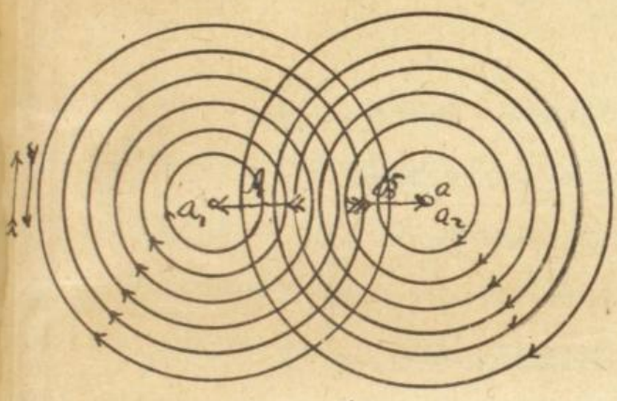


сл. 11

Пошто сваки од ова два спроводника образује своје магнетско поље, то ће на пројектној равни линије сила показати се као концентрични кругови. У простору између полова a_1 и a_2 струје се крећу једна другој на сусрет, услед чега

ће једна другу ослободити. Па против у простору изван спроводника a_1 и a_2 струје нису супротне, с тога ће се сумирати. Као што се види магнетско дејство с поља је јаче него ли у унутрашњости; због тога постоји с поља известан притисак, услед кога се спроводници привлаче. Одатле се изводи опште правило: Струје које су истога смисла привлаче се.

Посматрајмо сад паралелне струје супротнога смисла (сл.12.). И с њима ћемо поступити као у прошлом случају и добити концентричне кругове, који представљају линије сила. Ово је ствар сасвим супротна. Унутрашње струје између a_1 и a_2 сумирају се, а спољашње смањују једна другој дејство услед чега постоји известан унутрашњи притисак и спроводници ће тежити, да се један од другога удаље; одатле следује ово правило: струје које су супротног смисла одбијају се.



сл. 12.

До сад смо имали посла са паралелним струјама, сад ћемо видети како је са укрштеним. Узмимо прво да је смисао у обе спроводника исти, т.ј. да обе струје утичу и истичу у тачке С (сл. 13.). И с једне стране и с друге имамо по две струје истога смисла, које ће се привлачити, према томе спроводници ће тежити, да се поставе у паралелан положај. Ако су струје супротног смисла, онда једна утиче а друга истиче из тачке С (сл. 14.) услед чега постоји одбијање и горе и доле и спроводници опет теже, да заузму паралелан положај.



сл 13

9. ЕЛЕКТРОМАГНЕТИ.

Видели смо, да кад у поље каквог перманентног магнета унесемо парче гвожђа или челика, да ће се и оно индукцијом намагнетисати. Слично ће бити кад комад гвожђа или челика унесемо у електромагнетно поље, које ствара каква струја. Кад нпр. у један соленоид просто унесемо парче гвожђа, па кроз њега пропустимо струју, гвожђе ће постати магнет. и бити

такав све док струја пролази кроз соленоид; чим се струја прекине, и гвожђе није више магнет. Али челик задржава особине магнета и по прекиду струје, те помоћу струје можемо правити и јаке перманентне магнете. Сви магнети до бивени помоћу струје зову се електромагнети, и веома су примењени у елек тротехни и.

Све појединости, које важе за соленоид, важе и за електромагнете За интензитет магнет. поља код соленоида имали смо: $\mathcal{H} = \frac{4\omega n i}{l}$ а исто то важи и за електромагнет. Да потражимо сад број магнетских линија. Интен зитет $\mathcal{H}$ није ништа друго, до број линија на јединицу пресека, те је целокуп ан број линија у пољу производ из интензитета и пресека S соленоида. Ако је N број линија, онда је. $N = \mathcal{H} \cdot S = \frac{4\omega i n}{l} S$ Јачину пак поља је ног магнета можемо израчунати из једн: $N = \mathcal{H} \omega m$ одакле је

$$m = \frac{N}{4\pi} = \frac{4\pi i n S}{4\pi l} = \frac{i n S}{l}$$

Кад се у соленоид уметне парче меканог гвожђа, па се од њега до бије електромагнет, онда се ствар у неколико мења. Гвожђе ће изменити ток магнетских линија тако, да изгледа као да оно скупља линије и кондензује их У самој ствари све се, индукцијом изазване линије у меканоме гвожђу, придружују магнетским линијама које ствара струја. Ако магнетисање т.ј.маг нетски ефекат означимо са Φ, он зависи прво од броја линија саме жице, кро коју иде струја, а тај је број $\mathcal{H}S$ (т.ј. сразмеран је са са магнетским по љем соленоида и са његовим пресеком), а затим и од броја линија у меканом гвожђу $N = 4\pi m$ Дакле је $\Phi = \mathcal{H} \cdot S + 4\pi m$ ово је број линија који долази на цео пресек електромагнета, т.ј.магнетски ефекат. На јединицу површине очевидно долази: $\frac{\Phi}{S} = \mathcal{H} + 4\pi \cdot \frac{m}{S}$ ..... (1)

Количник $\frac{\Phi}{S} = \mathcal{B}$ назива се магнет. индукцијом, а $\frac{m}{S} = \mathcal{J}$ јесте специфично магнетисање (магнетисање на јединицу површине). Према ово означи једн. (1) постаје: $\mathcal{B} = \mathcal{H} + 4\pi \mathcal{J}$ ... (2) Између B и $\mathcal{H}$ постоји и овај однос: $B = \mathcal{H} \cdot M$ где је M магнетски пермеабилитет т.ј. број магнетских линија у гвожђу (на 1 см) које може индуковати једна линија магнетског поља. Пермеабилитет је дакле моћ продирања линија у тело у коме изазивамо магнетизам. (за ваздух се узима $M = 0$ за парамагнетска тела је $M > 1$, $M < 1$ за дијамагнетска.)

Специфично магнетисање може се изразити и једначином: $\mathcal{J} = \mathcal{H}\chi$ где је: χ магнетски сусцептибилитет т.ј. јачина магнетског поља, које изазове једна линија; тиме се дакле мери осетљивост примања магнетских ли

није. Ако у једн.(2) сменимо ове вредности за B и J биће $H \cdot M = H + 4\pi H\chi$ или $M = 1 + 4\pi\chi$ .....(3).

Број магнет линија Φ можемо сад другојаче изразити. Кад у изразу $\Phi = B \cdot S$ сменимо B његовом вредношћу (кад се ту смени и M) добиће се $\Phi = SH(1+4\pi\chi)$ ако сад сменимо и H биће $\Phi = S\frac{4\pi in}{c}(1+4\pi\chi)$ (амперзавојна) $NS\frac{4\pi in}{c} = N \cdot S$ - број магнетских линија код соленоида. те кад тај производ сменимо са N имаћемо образац за број свих линија у једноме електромагнету, или за магнетски ефекат: $\Phi = N(1+4\pi\chi)$

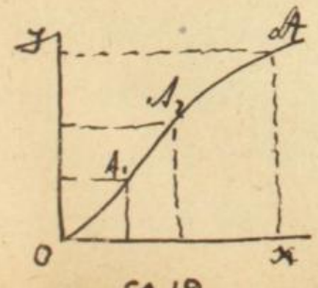
Магнетски ефекат, па и величина магнетске индукције, зависи од сусцептибилитета χ који је за разне случајеве различит, и кад χ достигне максимум, магнет се налази у засићеноме стању. Он сем тога зависи и од тога да ли је језгро једноставно или је из комадића, да ли је пуно или цевасто и.т.д.

Реципрочна вредност од пермеабилитета т.ј. $\frac{1}{M} = S$ јесте магнетски отпор. Сваки материјал који се може магнетисати (гвожђе, челик, кобалт, никл, алуминиум) ставља при примању магнета, а тако исто и при одузимању ако је већ намагнетисан, известан већи или мањи отпор. Та је особина до скора називана конструктивном снагом.

Магнетизам, који се јавља услед дејства електричне струје може бити двојак: перманентан, који постаје, кад се у соленоид стави комад челика. Ако се пак место челика узме ковано гвожђе, то ће оно имати магнетске особине, само док струја дејствује, а чим прекинемо струју, нестаје у њему тих особина. Такав се магнетизам назива реманентан.

При магнетисању парчета гвожђа имамо да савлађујемо отпор те због тога морамо вршити известан рад; тај се рад у опште назива магнетски рад. Рачуном се налази да тај рад износи: $A = \frac{H \cdot B}{4\pi}$ на сваки cm^3 гвожђа. По Валтенхофену пак рад је магнетисања $R = H \cdot J$ ова је вредност несумњиво тачнија.

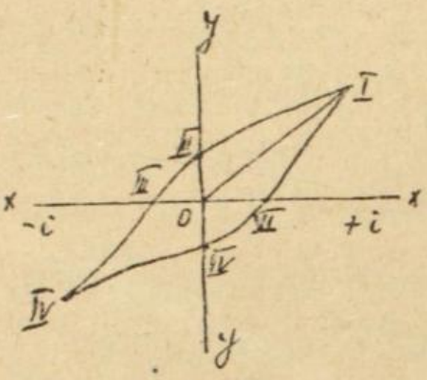
Магнетисање графички представљамо сл. 19: по оси x преносимо величину магнетишућег дејства т.ј јачину струје, а по оси одговарајуће y магнетске јачине, те добијамо извесну криву линију која се зове линијом магнетисања.



сл 19.

Код електромагнета велику улогу игра хистерезија, о којој је раније у магнетизму већ било речи. Рецимо, да смо на магнетисање једног комада

гвожђа утрошили извесну количину струје $+i$ Како је за то време растао магнетизам казује нам линија $O\overline{I}$ (сл. 20.) Ако сад почнемо слабити интензитет струје, и магнетизам ће отпочети да опада, само не у истој мери, већ тако да кад струја буде равна нули, у гвожђу ће бити још нешто магнетизма, и величина тога магнетизма биће пак представљена ординатан $O\overline{II}$. Почнемо ли сад даље пуштати струју супротног смисла, тек ће онда магнетизам још опадати и биће раван нули, кад употребимо струју супротног смисла представљену апсцисом $O\overline{III}$. Продужимо ли и даље са јачањем струје, гвожђе ће поново почети да се магнетише, што ће бити представљено линијом $\overline{III}$



сл. 20

Ако сад отпочнемо смањивати струју, магнетизам ће опет опадати, али ће и сад у своме опадању задоцнити тако, да кад буде $i=0$ јачина магнетизма неће бити једна нули; и њена ће величина бити тада представљена ординатом $O\overline{I}$. Тек кад употребимо струју супротног смисла а са интензитетом $i=O\overline{VI}$, онда ће у гвожђу нестати магнетизма. Ово за дознавање магнетизма после струје познато је у науци под именом хистерезија. Због хистерезије губи се извесна количина рада, о чему ће доцније бити речи.

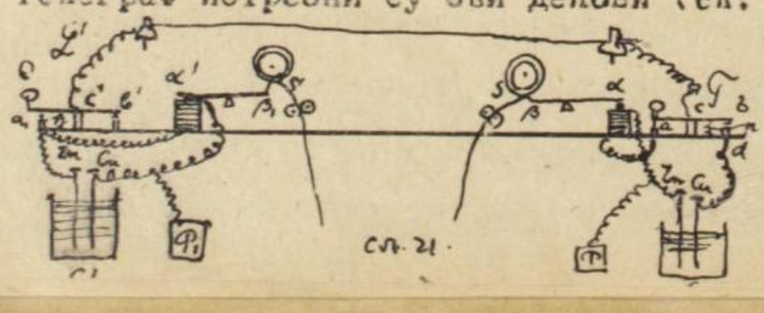
Овакав један процес магнетисања какав смо описали и графички представили на сл. 20, назива се МАГНЕТСКИ КРУЖНИ ПРОЦЕС.

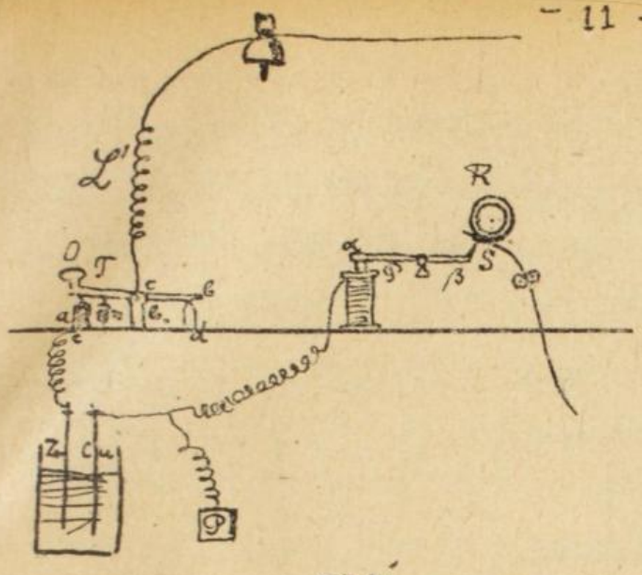
ПРАКТИЧНЕ ПРИМЕНЕ ЕЛЕКТРОМАГНЕТА.-

Електромагнети су нашли примене у индустрији, домаћој

Ми ћемо овде описати неколико обичних справа, које се оснивају на електромагнетизам.

а, Т е л е г р а ф. Од свих разних врста телеграфа описаћемо састав Морзеовог телеграфа пошто је он данас највећма употребљен. Принцип на коме се оснива преношење знакова на даљину тај је, што се струја може послати у завоје једнога удаљенг електромагетизма. а прекидањем или састављањем струје може се учинити, да овај електромгнет одбија или привлачи парче меканог гвожђа (Котву.) За један Морсеов телеграф потребни су ови делови (сл. 21.): справа за давање знакови справа за примање знакова. извор електричне струје, и спроводник ел. струје. Справа за давање знакова тј. за прекидање и састављање струје


сл. 21.

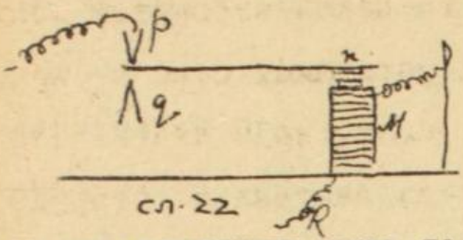


сл. 24

зове се тастер или кључ T. Он се састоји из двокраке полуге, која има два шиљка једа a код b који могу долазити у додир са друга два одговарајућа шиљка c и d. Шиљак d у вези је са електричном батеријом, а шиљак c. са електромагнетом M. са кога је горњи крај жице одведен у земљу помоћу плоча P пре но што се врати поново у батерију. Изнад језгра електромагнетовог стоји котва α а на другоме крају полуге, на коју је котва налази се шиљак β. Кад магнет привуче котву, тада β одскочи и убоде пантљичу од хартије, која се ——— непрестано одмотава са котура R. Полуга је у вези са жицом LL', која улази у исти овакав апарат на другој станици, а који служи за преношење знакова: даклеједним истим апаратом знаци се и шаљу и примају. Ако су апарати у миру, увек један федер (n n) држи тастеро ву подлогу тако, да су шиљци a, c и $a' c'$ у контакту. Кад се жели те легрефисати, притисне се дугме O и на тај начин b и d дођу у додир; из електр. батерије E пође струја и идући кроз bc и спроводне жице LL' допази у другу станицу. Сад кроз полугу $c'a'$ преко шиљка c' струја прелази у електромагнет, услед чега овај привуче котву α те шиљак β убоде у пантлику S. Подигнемо ли дугме O, престаће струја у електромагнету, котва α одскаче, а услед тога отскаче и шиљак β те хартија S остаје чиста. Ако дугме O само притиснемо, шиљак β убада на хартији само тачку; али ако дугме мало подуже задржимо притиснуто добићемо на хартији цртицу. Из тачака и цртица и јесте састављена. Морзеова телеграфска азбука, као год и цифре интерпуктни знаци и др. Тако је нпр: а= . - ; б = - . . . ; е = . ; д = - . . и.т.д. Да би се сви знаци могли боље читати, доцније је удешен Морзеов апарат тако, да шиљак β притискује хартију на један точкић, који се окреће и непрестано се влажи црном бојом, те су на тај начин тачке и цртице црно обојени.

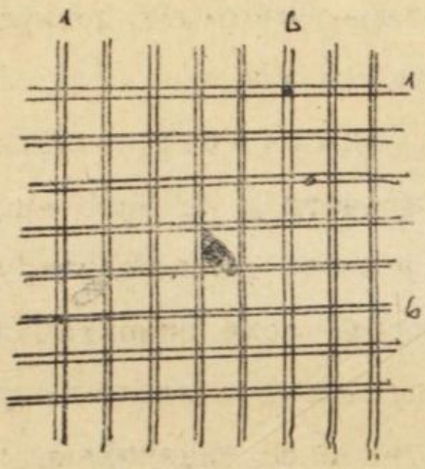
НАРОДНА БИБЛИОТЕКА СРБИЈЕ БЕОГРАД

Пошто струја док из једне станице дође у другу, јако ослаби услед великог отпора (ако су станице јако удаљене) то се у свакој станици



сл. 22

налази још и апарат за појачавање струје. Тај се апарат назива реле (сл. 22.), а служи за то, да локалну батерију сваке станице увезе у жицу. Конструкција му је ова: имамо електромагнет М и танку полугу п коју електромагнет може да привлачи. Струја. кад се доведе до једне станице, уводи се прво у реле. и ту, ма како била слаба изазива електромагнетизам у калему, те овај привуче полугу п. Други крај полуге услед тога одскочи и додирне шипак р. Тако локална струја кроз жицу к долази у реле, и ту се појача. и одводи у апарат за примање.



Сл 23

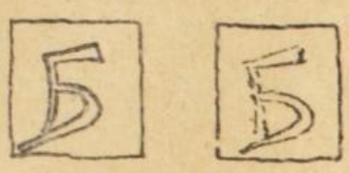
Да би се могле спојити две ма које станице, служе нам тзв. мењачи, који се састоје из серије укрштених шипака (сл. 25.) које стоје једна над другом, али се не додирују. Шипке су у средини пробушене тако, да се у њих може уметнути један метални клин, чиме је и веза између два места постигнута. У сваку шипку улази жица на једног места. Нпр нека нам је бр. 1 Ниш, број 6 Београд. онда ћемо везу између Ниша и Београ. поставити кад метнемо клин на пресек штапова.

Поред сад побројаних делова телеграфа уза сваки телеграф иду још и други саставни делови, као бусола, громовођа и.т.д. али нисмо те делове већ проучили.

Поред Морзеовог телеграфа имамо их још многих других, од којих вреди споменути Hughes-ов (Хјузов), апарат који нам даје штампане депеше. Код тога апарата за свако слово и знак постоји нарочита дирка (као на клавиру), и кад такву дирку притиснемо електромагнет у другој станици притисне хартију на одговарајуће слово. Сва су слова, и сви знаци изрезани на једноме котуру, који се непрестано премазује црном бојом, и окреће око осовине. Нећемо залазити у опис даљег састава овог апарата, пошто је он врло сложен.

Постоје и апарати за пренашање слова и слика. тзв. пантелеграфи, који су основани на овоме принципу. Један лист хартије замочен у јод поплави на оним местима, кроз која прође струја. На таквом једном листу

нацрта се каква слика, или какво слово (сл. 26) и то неким нарочитим хемиским једињењем. На другој се станици налази толики исти лист само не написан. У обе станице преко листова прелази по један шиљак, који клати лево и десно; тај шиљак служи за састављање струја. Кад шиљак прелази преко хартије где није ништа написано, неће бити ни струје и шиљак на другој станици неће производити никакво дејство. Кад пак шиљак додирне место где је нешто писано, на другој ће се станици јавити струја, а на хартији ће се тамо појавити плава цртица; кад се обе хартице помичу у напред, добићемо на другој станици сличну слику састављену из самих цртица.

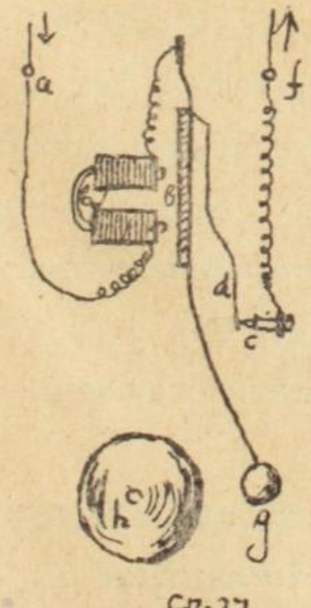


сл. 26

в) Е Л Е К Т Р И Ч Н И С А Т О В И.-

Помоћу струје може се кретање једнога сата пренети на други сат, који је на извесној даљини, а може се пренети и на више њих, тако да сви показују једно исто време. Сатови који једнако раде називају се у општте " симпатични ", те су електрични сатови према томе симпатични. Код њих су такође употребљени електромагнети, који привлаче извесне полуге, те се ме струја отвара и затвара. Ове су полуге у вези са сказаљкама, и чим се струја настави, сказаљка се покрене, а кад се струја прекине, сказаљка стане. Ако се ово прекидање струје дешава сваке минуте, то ће сказаљка показивати минут и.т.д.

с) Е Л Е К Т Р И Ч Н А З В О Н Ц А.-



сл. 27

Основана су на аутоматском прекидању струје помоћу електромагнета. На сл 27. изнета је шематички конструкција једног таквог звона. Струја улази код a иде у електромагнет в одатле нарочитом полугом d на место додира с а кад f излази напоље. Чим струја уђе у електромагнет, он ће привући котву b и тиме контакт код с престаје. По томе се котва поново одбије, а струја ће се опет разнети по електромагнету, па ће овај привући котву, прекинути контакт и.т.д. На тај начин котва непрестано клати

тамо амо, услед чега мали чекић g удара у звоно h и тиме производи звук (звоњење)

ХРОНОСКОПИ.-

То су справе, којима се одређује трајање само извесног дела времена нпр. 1" или 1'. Састоји се из једног кратког клатна, које после целог њихања буде привучено од једног електромагнета те тиме куцне: размак између таква два куцања биће 1" односно 1' према томе да ли је клатно секундно или минутно.

ХРОНОГРАФИ. Ове су справе употребљене у астрономији, за одређивање кратких интервала времена. Као што им име казује, њима се време одређује цртањем. Састављени су прво из једног електричног сата, који је тако



сл-28

удешен, да сваке секунде појури струја кроз електромагнет, те овај привуче малу полугу, која на крају носи писаљку. Својим померањем писаљка црта на папирници хартије искривудану линију I (сл. 28) Између свака два испупчења на тој линији протекло је време од 1". Други је део апарата удешен тако да струју у њему може пре дати сам посматрач, кад он хоће.

Узмимо да астроном посматра пролазак звезде кроз меридијанско дурбином, са више кончаница, па жели да забележи време, кад звезда пролази поред сваке кончанице 12.... 11. (сл. 28.) Он ће у тим моментима прекидати струју и справа ће цртати на хартију II. Упоређивањем линија I и II дознаје се време, за које звезда пређе од једне кончанице до друге; ако су испупчења на линији II десет пута ситнија него на линији I, значи да је време од проласка звезде од једне до друге кончанице $\frac{1}{10}$ сек. итд.

.) ЕЛЕКТРИЧНИ ДИЈАПАЗАН. - Често. нам је у науци потребно. да дијапозони трепере дуже време истом амплитудом; то постижемо на тај начин што међу крајеве дијапозона уметемо електромагнет, који ће крајеве привлачити. и докле год струја буде пролазила, дотле ће дијапозон трептати сталном амплитудом



сл. 29

11.- ИНДУКОВАНЕ СТРУЈЕ.

Као год што смо видели, да струја при пролазу кроз известан спроводник ствара магнетско поље, исто се тако и обратно, помоћу магнетског поља (па било то поље каквог перманентног магнета или створено струјом) може изазвати струја у нехоме спроводнику. Струја која

се производи на тај начин назива се индукована, а сама та појава назвата ће индукцијом

Разликујемо у опште двојаку индукцију: В о л т а и магнетску индукцију. Првим именом зове се она индукција, где се струја струјом производи, а код магнетске се индукције струја ствара помоћу магнетског поља каквог било премаментног или електромагнета. Од велике је важности електромагнета индукција, јер је она нашла велике примене у електротехници.



сл. 30

12. В О Л Т А И Н Д У К Ц И Ј А .-

Ако у поље једне струје унесемо један калем обмотан једном спроводном жицом, то ће се у спроводнику индуковати струја. Али та струја може постати само у ова 4 случаја.

1) Кад се убрзини неког спроводника затвара струја у другоме спроводнику онда ће у првоме постати струја супротнога смисла са главном струјом Нпр. ако у калем B. (сл. 30.) унесемо калем A. па знатим саставимо калем B. са половина каквог смисла (3) то ће се затварању струје јавити у A струја. што се констатује на галванометру.

2.) кад се главна струја прекине, постоје индуктивна струја истога смисла

3.) кад се један спроводник приближује другоме. у коме има струје. постаје струја супротнога смисла • Нпр. кад калем A. приближујемо отвору калема B, у њему ће се јавити супротна струја. То је тзв. Ленцов закон .

4.) Ако се спроводник удаљава од главне струје јавиће се у њему индукована струја истога смисла као и главна

Свему се овоме можемо уверити, Кад крајеве спроводника доведемо у везу са галванометром, па посматрамо кретање игле.

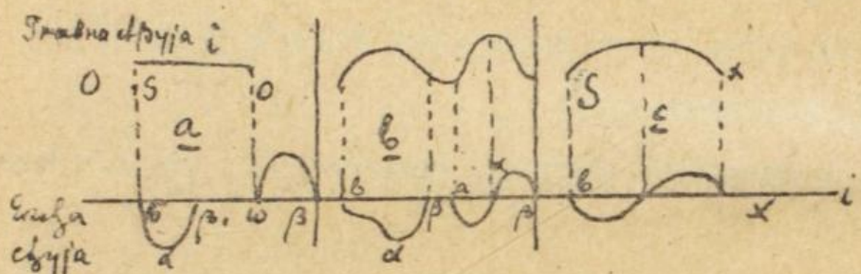
Електромоторна снага индуковане струје зависи прво одмагнетског стања соленоида M од интензитета главне струје i , и од времена прекидања главне струје t , и то тако: да у. колико је t мање - тј. у колико се брже буде прекидала струја, утолико је електромоторна снага $\mathcal{E}'$ већа . Према свему томе имамо : $\mathcal{E} = M \cdot \frac{i}{t}$ где је $M = \frac{S \cdot n_1 \cdot n_2}{l}$ (n_1 и n_2 су бројеви завоја у једном и у другоме калему) Ако у једноме калему имамо још комад гвожђа неког то ће M зависити и од магнетизма A који ће се јавити у томе гвожђу . тј $M = \frac{S \cdot n_1 \cdot n_2}{l}$

13. САМОИНДУКЦИЈА. - ЕКСТРАСТРУЈЕ.-

Кад струја пролази кроз један калем она неће моћи да проће

моментална кроз све завоје, већ кад уђе у прву спиралу, она ће у другој која долази за њом индуковати струју супротног смисла. Ово се дејство преноси са друге спирале на трећу итд. Дакле, поред главне струје, коју пустамо кроз један калем јавља се у томе истом калему још једна супротна струја која се назива екстра струја ; само пак та појава позната је под именом само индукције. У колико је интензитет главне струје већу толико је само индукција јача. Кад се главна прекине, екстра струја постоји истог смисла као и главна.

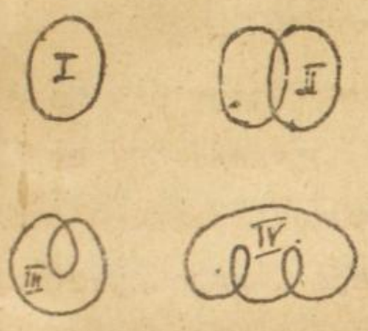
Услед ових екстра струја главна струја не може постићи на једанпут максимум свог интензитета а исто тако не може нестати из калема, па ма ми струју моментано прекинули . Ту појаву можемо графички представити на овај начин(сл. 31.) По осовини Ox преносимо времена трајања струје, и по ординатама јачине струја у појединим моментима времена, па спајајући крајње тачке ордината добићемо криве линије , које представљају мењање интензитета струје. Кад би се струја одмах при своме постанку појавила на једанпут са потпуном својом јачином, а при прекидању моментано спала на нулу то би линија SiO представљала мењање интензитета главне струје. На истој слици $\delta\alpha\beta$ представљало би екстрастру ју при затварању, која је супротног смисла, због чега је испод осовине. Линија $\omega\alpha\beta$ представља би екстра струју при отварању (прекидању), која је истог смисла са јачином. Али пошто струја, кад почне да тече кроз калем услед самоиндукције постепено чини свој интензитет до i, а на крају при прекидању услед екстра струје истог смисла још прирасте, то ће промене интензитета главне струје бити представљене кривом b. Екстра струје представљене су опет линијама $\delta\alpha\beta$ и $\omega\alpha\beta$ од којих је прва слаба ција, пошто се троши на слабљење главне струје, а друга је за извесно кратко време супротна. Ако ли пак употребимо аутоматски прекидач и струју у калему непрекидно прекидамо и затварамо, то ће промена интензитета струје графички бити представљена линијом a. У практици при произвођењу струје мора се водити рачуна о самоиндукцији.



сл. 31

14. ТРАНСФОРМИСАЊЕ СТРУЈЕ.

Волта индукција је нашла најважнију примену при трансформисању струје, т.ј. претварање струје ниског потенцијала у струју високог потенцијала што се ради у случају кад нам је потребна већа електромоторна снага, него што је струја првобитно има. Према Омовом закону имамо да је интензитет $i = \frac{E}{w}$ Ако имамо један примарни калем у коме има струје па у тај калем уведемо секундарни спроводник, који има облик као на слици ⌒ то ће за њега важити једначине $i' = \frac{e}{w}$. Узмемо ли место једног котура два који нису састављени а чија жица је два пут тања то ће отпор у оба котура бити за двапут већи, и електромоторна снага остаће и у једном и у другом e. Према томе интензитет тако индуковане струје биће: $i_{II} = \frac{e}{2w} + \frac{e}{2w} = \frac{2e}{2w} = \frac{e}{w}$.



Ако спојимо пак спирале као што је учињен на сл IV онда ће електромоторна снага постати два пута већа, јер је ова ствар слична спајању два галванска елемента по напону. али да видимо шта ће бити са отпором. Он ће прво постати два пута већи али сад жица два пут тања, но сем тога је сад жица два пут дужа, према томе отпор ће порасти још два пута, дакле биће свега 4 пута већи. На основу то: ја имаћемо $i_2 = \frac{2e}{4w} = \frac{2e}{4w^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{e}{w} = \frac{1}{2} \cdot i_1$. Из ове једначине видимо да кад смо у примарни калем унели две спирале спојене, а од двапут тање жице, интензитет је спао на 1/2 али је електромоторна снага два пут већа.

Узмимо сад три спојене спирале (IV.) и то нека је жица три пут тања од првобитне, те ће електромоторна снага опет порасти и бити три пут већа, а отпор ће прво порасти три пута због мање дебљине жице а затим због веће дужине још три пута дакле отпор ће бити свега девет пута већи.

Према свему имаћемо да је интензитет $i_3 = \frac{3e}{3^2 w} = \frac{1}{3} i$

и у опште ако узмемо n завоја и n пута тању жицу имаћемо:

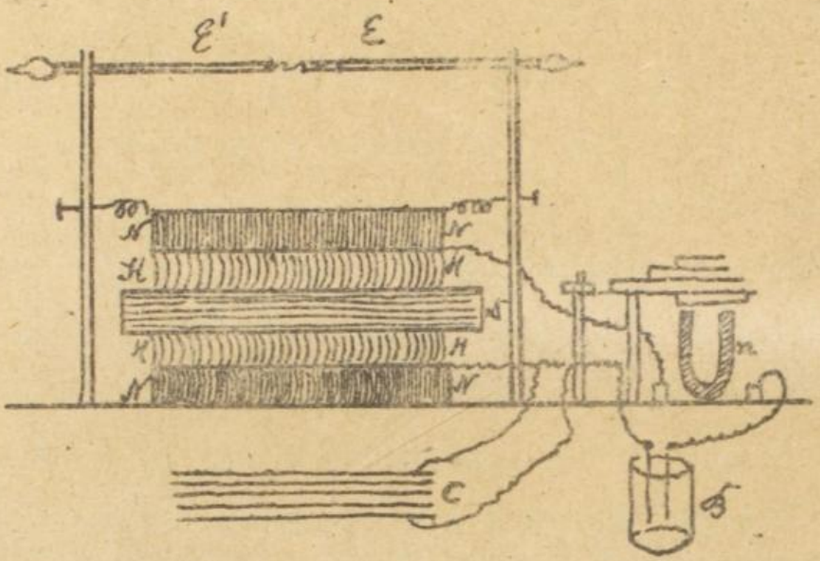
$$i_n = \frac{n \cdot e}{n^2 w} = \frac{1}{n} i.$$

Као што се види интензитет је опао n пута али је електромоторна снага n пута већа, према томе је и потенцијал n пута већи, што нам је често да постигнемо трансформацијом струје. Нпр. ми имамо струју од 120 Volt-a а потребна нам је струја већег потенцијала, ми ћемо ту струју трансформисати на основу

Справе које служе да се струја једног потенцијала претвори у струју другог, па било вишег или нижег, називају се у опште трансформисани. Они се деле у две класе: индукционе апарате и трансформаторе.- Ми ћемо овде говорити само о првим, а доцније кад буде говора о употреби струје задржаћемо се и на трансформаторима.

15. РУМКОРФОВ ИНДУКЦИОНИ АПАРАТ.

Код њега имамо два калема, унутарњи је омотан кратком дебелом жицом, и тај се калем назива примарни јер кроз њега иде примарна струја коју ако је ниског потенцијала можемо да претворимо у струју високог потенцијала (сл. 33.) око овог калема налази се други ( ) са врло танким жицама, а која је врло дугачка по неколико хиљада метара. Овај калем зове се секундарни јер ће се у њему индукцијом изазвати секундарна струја. Да би дејство било јаче у калему се умете део од меког гвожђа, који се обично прави од чиста вог снопа гвоздених жица ( ) Друга два важна дела индуктора су прекидач струје ( ) и кондензатор (C) који служи за повећање капцитета. Струја из галванске батерије ( ) прво се одведе у аутомат прекидач ( ) јер знамо да се Нова струја може индуковати само при отварању и затварању старе главне струје.) а затим у калем ( ) који је омотан дебелом жицом а пре почетка је још спојен са кондензатором (C) да би се накупило што већа количина струје. У секундарном калему ( ) који је омотан врло танком жицом, а при том необично дугачком, индуковаће струја много вишег потенцијала од примарне одилазити на полове ( ) и ту ће се појавити варница. Обична струја неможе дати варницу од ½ , ½ g. 1 m/m дужине међутим транформисање струје скаче на много већу даљину. У колико је потенцијал струје већи у толико је и даљина прескакања варнице већа. Ако имамо јаку струју а малог потенцијала, то ће излаз варнице бити тек



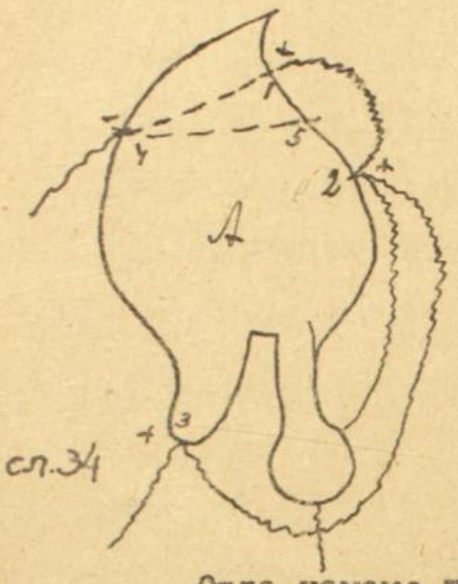
Сл. 33.

ки али кратак;али ми можемо ту струју потенцирати и ако је имала рецк ми потенцијалан 120 Volt-a попети је на 2000 Volt-a и онда варница може бити много дуга .Сличну појаву имамо у х и д р а у л и ц .Ако имамо велику количину воде,која пада с мале висине,она се не може тако корисно употребити;али ако ту воду изведемо на већу висину и пустимо је у танком излазу да пада,она ће моћи вршити известан користан рад.

Струја која је једаред трансварисана зове се с е к у н д а р н а с т р у ј а;али ми можемо добити и терцијерну,кватерну и т. д.струју.То се постиже помоћу сличних апарата,који се доводе у везу са Р у м к о р ф о в и м а п а р а т и м а,на којима има три или четири камена обвијених жицама разне дебљине,те се на тај начин живом индукцијом струја још више потенцирати.Струје трансформисане неколико пута називају се струје в и с о к г п о т е н ц и ј а л а,њима се баве Тесла.Оне могу имати напон од 100 до 2000000 Volt-a али им је интензитет веома слаб,те не могу ништа наштодити. У опште немају дејства,јер пролазе кроз тела.

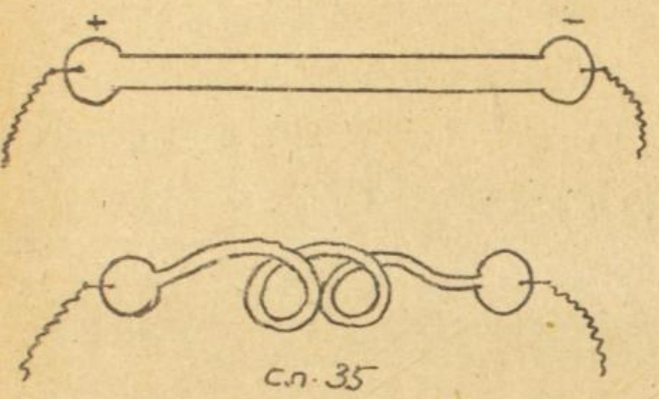
16.О с о б и н е с т р у ј а в и с о г п о т е н ц и ј а л а-Г а ј с л е р о в е и К р у к с о в е ц е в и К а т о д н и и Р е н т г е н о в и з р а ц и.

Варнице које се добијају помоћу струја висог потенцијала одликују се тиме,што веома брзо с ц и л и р а ј у.Дужина тражења тј.дужине варнице зависи у опште од потенцијала .Али сем тога поглавито зависи и од средине у којој бива пражење далеко од диелектрика и од делова под којима се врши.Тако ако је диелектрик ваздух,разлика је између облика варнице под нормалним и ненормалним притиском.При обичном ваздушном притску варница је искривудана,а то долази отуда што густина ваздуха није свуда иста а варница бира и пролази кроз најређа места.Ако је ваздух влажан а полови далеко онда варница не иде с кроз,већ одилази дагано са полова у малим праменовима.Варница увек тежи да прође најкраћим путем. Ако у судић (сл.34)разредимо ваздух,а имамо три позитивна пола(1,2,3) и један негативан (4),то нр. варница прескаче између 1 и 4 пошто су то две најближе катода и анода.Али ако је разређење ваздуха велико,онда варница не бира увек најкраћи пут.То се може констатовати тзв.Г а ј с л е р о в и м ц е в и м а,у којима је притисак ваздушни, $\frac{1}{1000}$ део



сл.34

атмосфере. Варница је у њима подељена у слојеве и иде кроз целу цев и ако ова може бити врло дугачка и извијена сл.(35). Цела ће цев бити испуњена светлошћу. При пражењу анодна је куглица зелена а катодна тамно лубичаста, променимо ли полове мења се и боја кугала. У Круксовим цевима вакум је доведен на $\frac{1}{100000}$ до $\frac{1}{1000000}$ део атмосферске. Круксова цев има облик као и цев на сл.34. Овде немамо млава варничког, већ по целом простору пролазе зраци. Ови зраци не иду од аноде најближој катоди, већ се крећу праволинијски и полазе само са катоде ка месту које је према њој. Тако на сл.34 ти зраци иду од катоде 4 до катоде 5 што се познаје по мрљи код катоде 5. Таква врста варница, -Зракова зову се к а т о д н и з р а ц и. Има две



сл.35

теорије које објашњавају постанак катодних зракова: по механичној или тзв. теорији бомбардовања ваздушних молекила, катодни зраци постају на тај начин, што се оно мало ваздушних молекила наелектришу, одбијају од катода и крећу се праволинијски до против положеног дела цеви, ту се разлектришу а враћају буди којим путем, да се опет наелектришу. По другој теорији катодни су зраци ј е д н а в р с т а т р и т а њ а за које знамо да се простире праволинијски. Обе теорије имају услова за опстанак, и поједине иду у прилог једне или друге. Да се ови зраци простиру по правој линији доказ је у томе, што бацају сенку као и зраци обичне светлости. О томе ћемо се уверити, ако им на пут ставимо какво тело на пр. крст од хартије, тоћемо на једном делу цеви добити у правцу зракова оштру и јасну слику. Ако у правцу ових зракова пренесемо један магнет и крећемо га лево и десно, приметићемо, да ће се и сенке кретати за магнетом. Из тога можемо одмах закључити о једној важној особини катодних зракова, да на њих утиче магнетизам и да их скреће из првобитног правца. Да су ти катодни зраци последица бомбардовања молекила сведочило би то што могу изравнати м е х а -

ничка кретања. Тако на пр. ако на пут ових зракова метемо три укрштене лопатице од алуминијума, као што смо имали код радиометра, ове ће се почети окретати и то од катоде. Променимо ли поларност-тј. Наместимо ли катоду на супротну страну и лопатице ће се окретати у супротном смислу. Као што се види катодни зраци имају ове особине: П р о с т и р у ,се п р а в о л и н и ј с к и: Утиче на њих м а г н е т и з а м и из а ових м е х а н и ч к а к р е т њ а. Но осим тога ови зраци имају ту особину да изазивају л у м и н и с ц е н ц и ј у, која се овде зове е л е к т р о - л у м и н и с ц е н ц и ј а, за разлику од ф о т о - л у м и н и с ц е н ц и ј е, коју изазивају обични светлосни зраци. -Тако на пр. стакло Крусове цеви под утицајем катодних зракова флуорисцира зелено. -Но ако у цев метемо разних соли, које могу фосфорисцирати те и пошто прекинемо струју, ове ће соли још дуго светлети, пошто су катодни зраци изазвали у њима ф о с ф о р е с ц е н ц ј у. У најновије време примећена је једна нова нарочита особина катодних зракова, а то је, да они изазивају нове невидљиве зракове, који се називају К-з р а ц и или Рентгенови зраци. Ови зраци постају на месту, где катодни зраци ОБАЦАЈУ МЕТУ. НА ПРАКО КАТОДНИ ЗРАЦИ падну на једну равну плочу приметиће се на том месту тамна пега и од те пеге простиру се на даље ти нови Р е н т г е о в и з р а ц и.

Рентгенови зраци имају неке особине обичних зракова, а у нечему се разликује; тако:

1.) Шире се по правим линијама и због тога се и називају зрацима.

2.) Магнетизам не утиче на њих.

3.) Тамни су и не могу се видети али се могу констатовати на друге начине.

4.) Пролазе кроз извесна тела кроз која обични зраци не могу да прођу, на пр. дрва, месо хартија и т.д. Због ове особине највише су и пали у очи и она је учинила да се пронађу. Но има тела кроз која не могу проћи и таква тела могу дати сенку. Таква су тела олово и остали метали, животињске кости и т.д. Као општи знак, може се поставити, да у колико је већа специфична тежина неког тела у толико теже пролазе кроз њега Рентгеови зраци. Код 50 разних тела која су посматрана, овај је знак кон-

статован као тачан. Кроз кречна једињења теже пролазе у опште, те због
га и не могу проћи кроз животињске кости. Течност их у опште више апсо
бује него чиста зола:

5.)Не одбијају се ни од каквих површина.

6.)Не преламају се ~~при преламају~~ ее при прелазу но једне сре
дине у другу.

7.)Не могу се интерферисати, ни савијати, нити ослабити ни по
ларисати.

8.)Могу изазвати хемиске радње, тако дејствују (луминисценцију
НА фотографску плочу. Исто тако изазивају).

9.)Кад прођу или падну на електрисано тело они га исправне т
они имају особину да од ваздуха начине спроводник.

Из свега изложеног види се, да ови зраци имају само две пози-
тивне особине: праволинијско кретање и изазивање луминисценције и хе-
миских радња, остале су све особине негативне, те се због тога не би ни
смели назвати зрацима. У опште природа је њихова још загонетна. -Не може
се одредити, да ли су каква врста таласног кретања, пошто не интерферишу,
а исто тако не зна се да ли је таласање трансферзално или лонгитудијално
пошто се то питање може решити само поларизацијом. Како се данас сматра,
о в и с у з р а ц и л о н г и т у д и н а л н и т а л а с и,
к р а т к и, к о ј и д о л а з е и з а у л т р а - љ у б и ч а с -
т о г д е л а с п е к т р а. Таласи су тако кратки да их ни један мо-
лекул не може задржати у њиховом простирању. Но ова поставка није изве-
сна.

Као што смо већ казали Рентгенови зраци могу изазвати луминис-
ценцију. Једно такво тело које нарочито добро флуоресцидира под утицајем
Рентгеових зракова јесте б а р и ј у м - п л а т и н а - ц и ј а н и д. напр.
ако једну Крусову цев умотамо црним платном, па баријум-платин ацијанид
који је разливен на једном картону метнемо на пут ових зракова, то ће ис-
ти проћи кроз дрво, платно и картон, а баријум-платин-цијанид биће осве-
тљен зеленкастом светлошћу. Метнемо ли пред плочу комад олова добићемо
сенку скелета. Ако фотографишемо ову слику онда можемо добити р а д и о -
г р а ф и ј у скелета. При произвођењу ових зракова налазимо се у почет

ку на неке невгоде; тако се Крусова цев на месту где пада мрља лако загреје и цев може да прсне. Друга је невгода што сви зраци не полазе увек из једне тачке, већ са извесне површине услед чега не можемо добити чисту слику, пошто се поред сенке јавља и полусенка. Нама је пак често потребно да посматрамо детаље, што се не може чинити поред полусенке. Сад су те невгоде избегнуте прављењем тзв. ф о к у с н и х ц е в и (сл. 36) код њих се катодни зраци доведе на вогнуто огледало а онће се одбити и кретати конвергентно, да се у жижи скупе Под углом од 45° ставља им се на пут плоча од платине, али тако да зраци попадају на плочу баш у оном тренутку, кад се саставе у једну тачку. Ту ће сад ови катодни зраци изазвати Рентгенове, који излазе из једне тачке те према теме дају чисту сенку. Пошто се пак изазивају на платини, а не на стакленој цеви, која је изолована тако, да можемо употребити довољно јаку струју. Рентгенови зраци нашли су велику примену у хирургији. Тако се помоћу њих може тачно одредити, где се у човечијем телу налази куршум, коме је траг изгубљен. Треба само направити радиографију тела, па ће се на слици видети сенка метала, ако га кости не заклоне. Скоро су неки дечко сломио је руку, кад је рука била фотографисана помоћу Ретгенових зракова, констатовано је, да је кост сломљена на другом месту, а не онде где су лекари први пут мислили. У даље детаље о употреби Рентгенових зракова нећемо се упуштати, пошто то не спада у задатак наше науке.



сл. 36

У вези са Рентгеновим зрацима јављају се још две врсте зракова б е к е р о в и и Л е б о н о в и. Први постају као и Рентгенови у Круксовим цевима, крећу се праволинијски, пролазе кроз тамна тела као и Рентгенови, али се сем тога одбијају, преламају и интерферишу. -У извесним особинама су дакле слични катодним и Рентгеновим зракова. -Лебонови зраци су опет са свим нове природе. -Ако једну фотографску плочу затворимо у метални кутију и изложимо утицају сунца, плоча ће се покварити и ако је била затворена. Те су дакле морали постати неки нарочити (Лебонови) зраци, који могу пролазити чак и кроз метал, док Рентгенови не могу.

На крају можемо рећи, да сва три врсте зракова Рентгенови, Бекерови и Лебонови, још су неиспитани и да се још у опште не зна какве су

природе.

17.-Физиолошка дејства једносмислених и наизменичних струја.-Дејства која изазивају струје на човечијем телу зависе од интензитета. Једносмислене-континуелне-струје имају много мање дејства но наизменичне. Нарочито при спајању прекидању струја, наступају непријатне последице за тело, услед чега наизменичне струје и јесу опасније и можемо их пропустити кроз тело само у том случају ако су врло слабе. Оне се као такве употребљавају у медецини, при покретима обамрлих мишића или других услед болести некретљивих делова тела. Грана медецине, која учи о томе назива се електротерапија.

Обично се рачуна да је дејство наизменичних струја четрдесет пута јаче од једносмислених струја истог интензитета и напона.-У Америци се у последње време тражио начин, да се помоћу електричне струје извршују смртне пресуде. Но први експерименти са тим нису испали како се очекивало, јер струја није могла произвести моменталну смрт, као што то муња-гром-чини. Струја дејствује двојако као и гром: или при удару поквари какав део тела, поцепа на пр. срце, плућа и т.д. и тада наступа моментана смрт, или дејствује тако, да се све животне функције привремено прекину, но живот се после поново може вратити, и то повраћање у живот бива исто онако, као и код утопљеника-механичким путем се покушава, да му се плућа крену на рад

Прекидач струје код Румкорфог апарата не може дати више од 40-50 фрекфенција у једној секунди, јер толико највише може да затрепти перо у прекидачу. До скора се није могла произвести струја с већим бројем фрекфенција у секунду. Тесла је први успео, да конструише апарат за индуковање струје, чије фреквенције достижу и до 500000 пута у секунди. У његовом апарату има два примарна и два секундарна калема, а улогу прекидача врши пражњењем извесних електричних апарата у ваздуху помоћу варнице, те је тако и могао да постигне онако велики број фрекфенције. Услед тако великог броја фреквенција постају струје огромног потенцијала и оне имају нарочите особине. Код обичних апарата пражњење се врши између два жична спроводника и то између њихових крајева. Теслине струје имају ту особину, да се услед великог потенцијала пражњење врши дуж целе жице, а не само на крајевима. Услед тога постоји невгода и опасност,

шта се по струје могу пражнити између појединих завоја на калему. Да би се калеми осигурали од тога, наводе се у зејтину, који смета испражњивању.

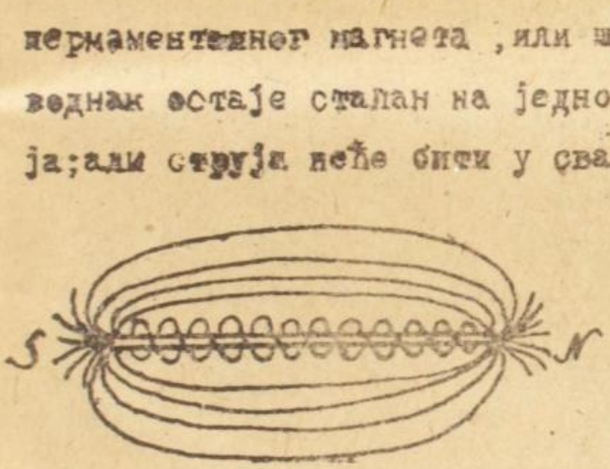
Топлине струје имају једну важну особину, да не шкоде телу. Изгледа чудновато да струје толиког потенцијала и толиког броја фреквенција не могу никта да нахуде човеку, док се зна да струја од 2.000 волта и 80-100 фреквенција у секунди изазива смрт. Та се појава објашњава аналогно сличним појавама у другим деловима физике.

Тако на пр. уво је осетљиво за трептање до 40.000 у секунди а даље не. Исто тако око осећа трептање 400 до 800 милона а преко те границе је неосетљиво. Па тако узима се да и струја може дејствовати на тело само до извесне границе.

18.- М а г н е т и н а и н д у к ц и ј а с т р у ј е.-
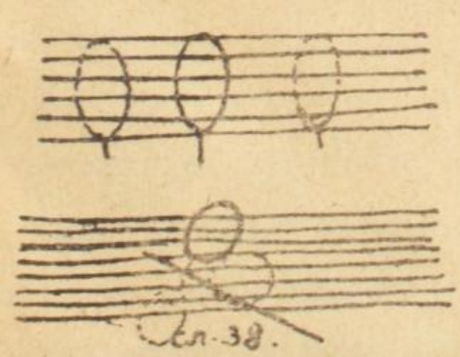
Производење струје помоћу магнета од много је веће важности за индустрију него производење Волта-индукцијом; због тога ћемо се на магнетској индукцији више задржати.

Ако се један жични спроводник -спирала креће у пољу једног перманентног магнета, или што је све једно, ако се магнет креће а са. воднак остаје сталан на једном месту, то ће се у спроводнику јавити струја; али струја неће бити у сваком случају. С т р у ј а ћ е п о с т а ти с а м о о н д а, к а д с п и р а д а п р о л а з е ћ и к р о з м а г н е т н о п о љ е, у и с т и м д и н а м и ц а м а в р е м е н а п р е с е ц а р а з л и ч и т б р о ј м а г н е т н и х л и н и ј а. Ако се број магнетних линија не мења струје неће бити. Тај ће се случај десити ако



сл. 37.

имамо једно хомогено поље (сл. 38) па кроз њега крећемо спроводник паралелно самом себи (а). Али ако спроводник окрећемо око осовине у хомогеном магнетском пољу, он ће онда пресецати различит број линија и у њему ће се тада јавити јасна струја



сл. 38.

(сл. 38 в) Место једне спирале можемо узети читаву серију, дакле један

калем и место да калем проводимо кроз поље магнета, ми ћемо магнет умета-
тать или водити из калема и на тај начин можемо такође индуковати стру-
ју. Смисао струје мења се према томе да ли примичемо калему пол магнета
или одмичемо од њега (сл. 39.) Према Ленцовом закону у спирали се јавља так
ва струја, која тежи да спречи кретање или удаљава. Услед постанка струје
магнетско поље којој се приближује

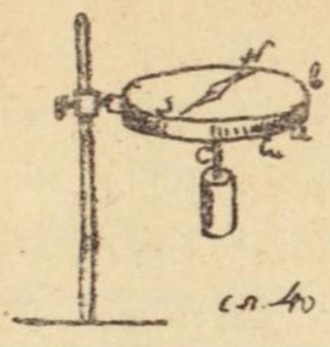

сл. 39.

калем се поларише и то ако на пр. приближимо спирали
северни пол (N) магнета, те ће и тај крај спирале пос
тати северан, те ће се та два пола као једноимени од
бијати и спречавати кретање. Ако пак удаљавамо пол N
онда се на калему ствара пол S па се та два пола
као разноимени привлаче и опет спречавају кретање.

Али струја се може индуковати и електромагнетом, да
како ови постају дејством струје, то је постављено ово
правило: С т р у ј а к о ј а с е в е ћ а, д е ј
с т в у ј е к а о м а г н е т, к о ј и с е п р и б л и ж у ј е;а
с т р у ј а, к о ј а с е п р е к и д а д е ј с т в у ј е к а о
м а г н е т, к о ј и с е у д а љ а в а.

19.-В и ј е р н е-Ф у к о л о в е с т р у ј е.

Видели смо како електричне струје постају у спроводним жицама.
Ће струја може постати и у телима од две или три димензије, дакле у пло
части површинским и кубним телима. Узмимо једну бакарну плочу (а) сл. 49),


сл. 40

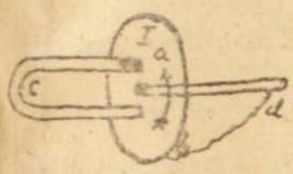
која се може окретати око осовине С а ви
ше ове нека је утврђена стаклена плоча б
на којој стоји магнетска игла (NS) Почне-
мо ли окретати плочу а игла ће скретати
из стакла меридијанског положаја и скрета-
ње ће бити толико веће, у колико је окрета-
ње плоче а брже. Скретање игле наступило је услед овога: магнетска иг-
ла као перманентни магнет има своје поље, плоча а окретала се у пољу
тога магнета услед чега је у њој постала струја. Ова је струја дејствовала
на плочу поларизујући је, услед чега је морало наступити скретање игле.

Ако имамо једно хомогенско поље у њега један комад бакра (сл.
41) управимо ли јачину поља у смислу стрелице а, у њему ће се појавити
струја управо на правац а тј. као ће у правцу б



сл. 41

Ако узмемо сад читаво бакарно поље тј. бакарни точак I и окрећемо у пољу потковичастога магнета C (сл. 42.)у смислу стрелице a, то ће у точку постати струја коју одводимо сисаљицем b. И ако спроводну жицу



сл. 42

вежемо са d то ће струја циркулисати кроз жицу. Ово тзв. Ф а р а д и - ј е в т о ч а к, о коме ће бити доцније још говора Ми не морамо имати поље већ једну обичну струју па да увек моћи изазовемо једну индукцију од три димензије тј. помоћу Волта индукције можемо такође изазвати струју у спроводнику од три димензије. На пр. имамо котур од дрвета bb



сл. 43

(сл. 43.)који се обрће у пољу спроводне жице a кроз коју иде струја. Котур нека се обрће у смислу стрелице d па ће у њему постати струја ,која тече у смислу управним на d тј. у смислу f и струју можемо помоћу спроводника c исисати (и)довести у циркулацију. Т а в е с т р у ј е о в е в р с т е у с п р о в о д н и к у о д т р и д и м е н з и ј е н а з и в а ј у с е Ф у к о л о в е и л и в и ј а р н е с т р у ј е. Све струје имају особину да дејствују на магнетску иглу као што смо у почетку видели. Сем тога ове струје могу произвести и топлоту . Тако на пр. клатно a клати слободно између полова електромагнета(NS сл 44)кад не пролази струја кроз спиралу. Али заклатимо клатно, па онда пустимо струју, клатно(a)ће се нагло зауставити између N и S јер у њему постаје Фуколова струја, услед које се клатно намагнетише и мора се зауставити али приметићемо, да се при томе ј а к о з а г р е в а тј. енергија његовог кретања претвара се у топлоту.



сл. 44

Све Фуклове струје корисне се употребљавају за кочење магнетске игле у галванометру тј. кад се жели да игла при скретању не клати много; за ту цељ се и прави т.зв. а п е р и о д и ч н и г а л в а н о м е т р и Код њих да би се спречило осцилловање, праве се кутије од бакра , магнетна игла индукује у бакарну плочу вијорну струју, која дејствује супротно кретању игле и одмах заустављ моту. Свака кочница ко ће се употребити код балистичких галванометара, код којих се баш жели д

за колике ће времена игла слободно клатити. Најсавршеније је кретање код галванометра са звонастим магнетом који је затворен у бакарну кутију



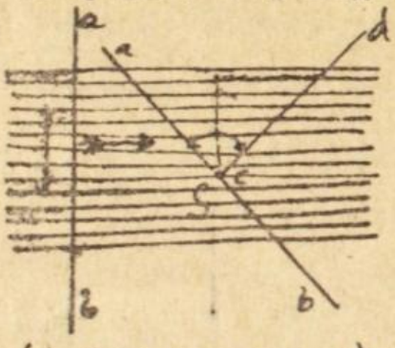
сл. 45

(сл. 45.). Ту магнет *a* изазива у кутији *b* при кретању такву струју, да ова одмах закотавља иглу. Да видимо сад како се крећу вијарне струје. - Ако један точак, какав смо имали на сл. 40. пресечемо на више делова радионалне, то ће престати његова дејство за магнетску иглу. Али ако само на ивици саставимо те делове каквим спроводним металом, појавиће се опет струје. Из тога изведимо закључак, да се вијорне струје крећу само по периферији точка, или у опште ако је тело ма какво, креће се ивицама његовим. Отуда се све струје и називају вијорне, што се не крећу једним правцем као кроз жицу, већ праве по спроводнику врло различне фигуре, према томе какав облик има спроводник.

20. З а к о н о и н д у к о в а н и м с т р у ј а м а.

Још Фаради је приметио да јачина индуковане струје зависи: 1) од броја магнетских линија које спроводник пресеца тј. од јачине поља 2.) од смисла сечења и 3). од брзине кретања спроводника Те три ствари утичу у опште на електромоторну снагу.

Пресецање магнетских линија може бити на два начина : или ће се спроводник кретати у односу на линије сила једног непокретног поља или обрнуто, спроводник ће ~~се~~ мењати, кретати се ~~,~~ појачавати или слабити. Ми ћемо у идућим одељцима говорити о индукцији струје помоћу кретања једног спроводника у магнетском пољу.



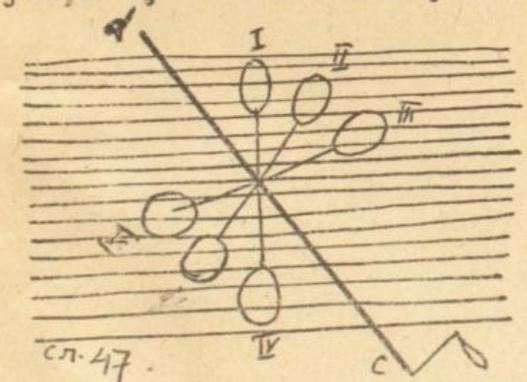
Узмимо прво хомогено поље и нека се један праволинијски спроводник *ab* креће у њему (сл. 46.) Кретање може бити тројако: п а р а л е л н о с е б и а у п р а в н о н а л и н и ј е с и л а : п а р а л е л н о с е б и а п р а в ц и м а л и н и ј а п о љ а (с т р е л и ц а) : и л и к р е ћ е у п р а в н о н а с в о ј п р а в а ц (у п р а в н о н а х а р т и ј у). У прва два случаја струја се неће јавити, већ само у трећем.

Ако је дужина спроводника равна l јачина поља тј. број линија $\mathcal{H}$ а брзина којом се спроводник креће v и ако се спроводник креће управно на свој правац и управно на правац магнетских линија, тада је

индукована електромоторна сила $\mathcal{E}_m = l.H.v$ 1

Ако се спроводник креће косо правцем cd тако да са линијама заклапа угао φ а да је правац кретања cd нагнут за угао φ према правој, која је управна и на линије сила и на спроводник, тада је електромоторна снага $\mathcal{E}_m = l.H.v \sin\varphi \cos\varphi$ ——— 2. Обе ове електромоторне снаге изражене су електромагнетним јединицама. Овај први случај индукционог дејства који с теоријског гледишта чини свакојако фундаменат осталом у пракси је без значаја. Покретањем праволинијског спроводника по себи се разуме, не може се произвести електрична струја у обичном смислу те речи, пошто недостаје затворен ланац. Овде се само количине електрицета преносе с једног краја жице на други и тако су оба краја спроводника супротно наелектрисана.

Крећимо сад кроз хомогено поље један затворен кружни спроводник (сл. 47.) Знамо из раније да, кад га крећемо паралелно његовој површини а дуж магнетских линија, да тада нема струје. Да би добили струју, ми ћемо спроводник скретати око осовине cd јер ће тада спроводник у овакоме узастопном моменту пресецати различит број линија. Из саме се слике види да у моменту, кад је површина спроводника управна на линије (положај I и IV) тада спроводник пресеца највећи број линија, и у том случају биће електромоторна снага највећа. Та електромоторна снага зависиће од јачине поља H и површине спроводника S јер у колико је већа површина спроводника, то ће и број пресецања линија бити у толико већа. С тога дакле за управан положај (I и IV) можемо написати: $\mathcal{E}_m = H.S$ Чим скрене спроводник из управног положаја и дође неки други, на пр. у II, одмах је број пресечених линија мањи, и према томе и електромоторна снага, а смањује се у толико, у колико је мањи синус угла кога спроводник у одговарајућем моменту заклапа са линијама, дакле је $\mathcal{E}_m = S H \sin\alpha$. Кад спроводник дође у положај III или V тада не пресеца ни једну линију и његова електромоторна снага мора бити равна нули а то се види по горњем обрасцу јер је $\sin 0 = \sin 180° = 0$ и онда је



сл. 47.

$\mathcal{E}_m = 0$.

Кад спроводник прође кроз тај положај струја се слаби онда само пошто су функције sinus-а од 0° до 180° негативне то ће се струја док се спроводник креће у том размаку имати смисао супротан не го док се спроводник кретао од 90° до 0°. Електромоторна ће снага расти до 270° и ту ће бити максимум, па онда спадати до 180°, где је равна нули, ту опет добија пробитан смисао, и расте до 90° и т.д. Sinus угла α од кога зависи индукована струја, као што се види јесте периодична функција, и то је она иста, коју смо нашли код кватна и у теорији таласа. Једног целог окретаја - дужа T, од времена t и од 2π, дакле је $\alpha = \sin 2\pi \frac{t}{T}$. Према томе можемо написати $\mathcal{E}_m = SH \sin 2\pi \frac{t}{T}$. Овде можемо још SH означити са $\mathcal{E}_0$ где ће $\mathcal{E}_0$ значити вредност електромоторне снаге за случај управности на линије т.ј. њена максимална вредност. Тада имамо: $\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_0 \sin 2\pi \frac{t}{T}$. Ово је образац за постајање једне такве т.зв. с и н у с н е с т р у ј е, која се тако назива по томе што Sinus угла регулише неку јачину, и која се понаша као тачка која трепери.

Представимо ли графички горњу једначину добићемо криву линију која се назива с и н у с о и д а (сл. 48.) и њена ординате претстављају електромоторне снаге. За ове синусне струје важе исти закони као и за треперење. С тога је стање те струје, у ма којој тачки дато изразом:



сл. 48

$$y = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

где је a амплитуда или равна максималној електромоторној снази T, равно дакле, времену целог окретаја, at = времену за које је струја доспела из разних положаја у ту фазу коју посматрамо, x = фази посматране тачке а λ равно дужини Целог таласа.

Ако са обичним струјама јавља се и с а м о и н д у к ц и ј а, која при везивању - као што знамо - изазива екстра струју супротног смисла која ће закашњавати главну струју. Закашњен талас има исту таласну дужину али се јавља извесна фазна диференција, те је тада $y = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \delta\right)$

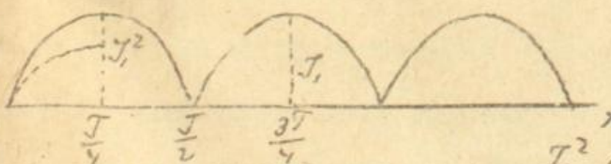
Ако би имали неку другу струју $y_1 = a_1 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \delta\right)$ па тражимо фазну диференцију између ове две струје, то окла из горњих једначина видимо да прва струја прелази кроз нулу кад је $t = \delta T$ друга кад је $t = \delta_1 T$. фазна диференције је $(\delta - \delta_1)T$ или ако тражимо фазну да

ференцију у јединици времена тада је она равна: $\frac{(\delta-\delta_1)}{T}T=\delta-\delta_1$ ..
Струје које смо индуковали на овај начин нису биле свагда исте јачине Видели смо како су достизале максимум ,спадале до нуле, па онда мењајући смисао опет расле и опадале и т.д.Дакле ,струје имају час један ~~~ час други смисао, због чега су и назване н а и з м е н и ч н и м с т р у ј а м а,струје пак које се крећу у једном смислу називају се ј е д н о с м и с л е н е.

Наизменичне струје не чине никакво дејство на обичан галванометар, јер је мењање смисла тако брзо, да игла нема довољно времена да скрене.Али се ове струје могу мерити т.зв.е л е к т р о д и н а м е т р о м справом коју ми већ познајемо.Сем тога ове струје имају топлотно дејство јер загревају спроводник кроз који пролазе,Према Џуловом закону количина произведене топлоте износи: $Q=I^2RT$ где је I равно интензитету, R равно отпору спроводника а T равно површини спроводне жице.Нашли смо мало раније образац : $\mathcal{E}_m=\mathcal{E}_0\sin 2\pi\frac{t}{T}$ или ако ставимо $\sin 2\pi\frac{t}{T}=\sin\alpha$ имаћемо $\mathcal{E}_m=\mathcal{E}_0\sin\alpha$. Такав ће исти однос важити и за интензитет дакле: $I=I_0\sin 2\pi\frac{t}{T}$ или кад се замена исте изврши $I_1=I_0\sin\alpha$ И ако би графички преносили интезитет, добили би исто онако синусоиду .Али ми нећемо преносити просто интензитете већ њихове квадрате.Тога ради квадрирајмо једначину $I=I_0\sin\alpha$ па ћемо добити: $I_1^2=I_0^2\sin^2\alpha$ ..1). Познато нам је из тригометрије,да је: $2\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha$ или $\sin^2\alpha=\frac{1}{2}(1-\cos^2\alpha)$ Кад сменимо то у једначину1) добићемо:

$$I_1^2=I_0^2\cdot\frac{1}{2}(1-\cos^2\alpha)=\frac{I_0^2}{2}(1-\cos^2\alpha$$

Покушајмо сад да контролишемо ову линију $I_1^2=\frac{I_0^2}{2}(1-\cos^2\alpha)$ или кад сменимо α његовим вредношћу и ставимо $I_1^2=y$ имамо:
$y=\frac{I_0^2}{2}(1-\cos\omega\pi\frac{t}{T})$ Да би ову линију,која нам претставља квадрирану струју нацртали, треба да узмемо за фазу t неколико вредности:Ми ћемо узети ове вредности: $t=0,\ \frac{1}{4}T,\ \frac{1}{2}T,\ \frac{3}{4}T,\ T,\ \frac{3}{2}T$ и т.д.



сл.49.

По оси x преносићемо времена,а по одговарајућим ординатама вредности за y. 1.)Ако је $t=0$ тада је $y=\frac{I_0^2}{2}(1-\cos 0)=0$, дакле линија ће почети од осовине Ox. 2) За $t=\frac{1}{4}T$ имамо $y=\frac{I_0^2}{2}(1-\cos\omega\pi\frac{1}{4}$ Израз у загради раван је 2 према томе је $y=I_0^2$ (сл.49.) 3.)-За $t=\frac{1}{2}T$,

имамо $y=\frac{J_0^2}{2}\left(1-\cos 4\pi\cdot\frac{t}{T}\right)$ линија се враћа опет ка осовини x

4) За $t=\frac{3}{4}T$ имамо $y=\frac{J_0^2}{2}(1-\cos 4\pi\cdot 3/4)=J_0^2$; 5) за $t=T$, $y=\frac{J_0^2}{2}(1-\cos 4\pi)=0$

и. т. д. Као што се види и на овај начин добијамо једну синусоиду, само што се она цела налази изнад осе X. Квадрирана струја коју ова линија представља, није дакле наизменична јер интензитет остаје увек неки позитиван. Ако тражимо топлотно дејство, које квадрирана струја производи, имаћемо: $Q=\frac{J_0^2}{2}=R\cdot T$ а за обичну струју: $Q=J^2R\cdot T$.

ако су производ исте количине онда имаћемо: $J^2R\cdot T=\frac{J_0^2}{2}\cdot R\cdot T$ а одавде је: $J^2=\frac{J_0^2}{2}$ или $J=\frac{J_0}{\sqrt{2}}$ / Ово се назива **стварни-ефектни интензитет струје**, за разлику од обичног интензитета на елементима.

Електромотарна снага је слична горњој $\mathcal{E}_m=\frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{2}}$ и ово се назива **стварна-ефектна-електромотарна снага.**

Да видимо сад каква је дејства самоиндукције. Она чини двоје. 1.) **Повећавајући отпор смањује електромоторну снагу**, и 2.) **дејствује на фазну диференцију.**

Кад не би било самоиндукције, онда би по Омове закону имали $J=\frac{\mathcal{E}}{R}=\frac{\mathcal{E}}{\sqrt{R^2}}$ али самоиндукција повећава отпор за количину ωL где је ω угловна убрзана окретања спроводника, а L је т. зв. коефициенат самоиндукције. Према томе је сад интензитет: $J=\frac{\mathcal{E}}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}$ или ако ω сменимо његовом вредношћу $\omega=\frac{2\pi}{T}$ имамо: $J=\frac{\mathcal{E}}{\sqrt{R^2+\frac{4\pi^2}{T^2}L^2}}$

Ова количина под кореном у интензитету назива се **привидни отпор или импеданција**. Из горњег израза се види, да је интензитет у толико већи у колико су мањи ω и L. Максимум интензитета постигли би, кад би било $\omega^2L^2=0$ Али ово може бити равно нули само кад би било $L=0$ јер ω не сме бити равно 0 пошто се без кретања не може добити струја. С тога се гледа да се код једне машине самоиндукција што је могуће више смањи, да би машина имала што већи ефенат.

Изазивајући фазну диференцију самоиндукција закашњава талас, те стога рецимо таласна линија не пролази кроз нулу, кад би електромоторна снага требала да има минимум. То одступање може да дође и до 1/4 талагне дужине т. ј. $\delta=\frac{\lambda}{4}$ Тада узме и вредност δ т. ј. имамо онда

Те када у једначину $y=a\sin 2\pi\frac{t}{T}$

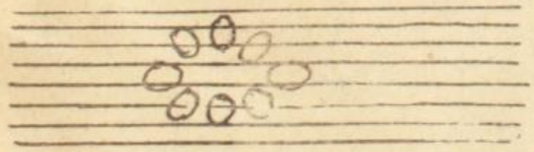
$y = a\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \delta\right)$ Све се нарочито јавља код с е к у н д а р н и х индукционих струја.

Ф а р а д и ј е в з а к о н.-ми смо до сад посматрали различита кретања спроводника кроз магнетско поље, и извадили разне законе за поједине врсте.-Сад ћемо пак изложити т.зв. Ф а р а д и ј е в з а к о н који важи за све могуће врсте кретања у свима.-Тај закон гласи овако: Е л е к т р о м о т о р н а с и л а, к о ј а н а с т а ј е п р и к р е т а њ у з а т в о р е н о г с п р о в о д н и к а к р о з м а г н е т с к о п о љ е, р а в н а ј е б р о ј у м а г н е т с к и х л и н и ј а, к о ј е с п р о в о д н и к п р е с е ч е у ј е д и н и ц и в р е м е н а.

Ако спроводник у једном моменту пресеца N_1 линија после времена t пресеца N_2 линија, то је онда број пресечених линија у промену t раван $N_1 - N_2$ а у јединици времена раван је $\frac{N_1 - N_2}{t}$ према томе је: $\mathcal{E} = \frac{N_1 - N_2}{t}$ На пр. при почетку кретања ($N_1 = 8$) при свршетку 3 линије ($N_2 = 3$) онда је спроводник пресеца 8 линија, он у теме размаку времена пресеће свега $N_1 - N_2 = 5$ линија и т.д.

Maxwell-ов закон регулише смисао струје. Он гласи:

А к о г л е д а м о п р а в ц е н и м а ј у м а г н е т с к е л и н и ј е т е ћ е с е у с п и р а л и м а п о ј а в и т и с т р у ј а у с м и с л у к р е т а њ а с а х а т н е о к а з а љ к е а к о б р о ј л и н и ј а о п а д а; а к о л и п а к б р о ј л и н и ј а р а с т е, е - ~~ј а р а с т е~~, струја има супротан смисао (сл. 50)



сл. 50.

Са овим смо завршили преглед закона који важи за индуковане струје.

21. ФАРАДИЈЕВ И БАРЛОВЉЕВ ТОЧАК.-

Раније смо говорили о вијарним струјама у масивним спроводницима, описали смо конструкцију т.зв. Фарадијевог точка (сл. 44). Код њега се окреће једна плоча од бакра око осовине d у пољу потковичастог електромагнета. Дуж спољашње (b и b') намештене су такође да

једне равни по осовини, јер точак пресеца известан број магнетских линија:Струја ће бити једноставна и непрекидна.

Електромоторна снага зависиће од броја магнетских линија пресечених у јединици времена -.Тај број износи $\frac{r^2\pi}{T}$ где је r равно полупречнику точка, а T равно времену једног обртаја.Ако Ако једначину $\omega=\frac{2\pi}{T}$ решимо по $\frac{\pi}{T}$ и сменимо у горњи израз $\mathcal{F}$ Сем тога електромоторна снага зависеће од јачине магнетског поља $\mathcal{H}$ и површине пресека S. Дакле $e=\frac{r^2\omega}{2}\mathcal{H}.S$ а за интензитет имаће : $i=\frac{r^2\omega}{2R}.\mathcal{H}.S$.

Б а р л о в т о ч а к,-конструисан је овако:Зупчасти точак B окреће се над судом са живом,тако да само по један његов зубац дедирује живу дакле да има прекидање.Из галвинског елемента C доведи се струја и те по један се пол води на основну точка,а други у суд,одакле кроз живу преко зубаца улази струја у точак. Чим струја почне излазити из елемента у точак овај ће се почети окретати.



сл.57

22.-И н т е г р а л н а с т р у ј а.-

Ми смо до сад претпостављали увек да имамо посла с хомогеним полем,али то се ређе дешава;сем тога и брзина кретања није никад стална већ се мења услед чега се електромоторна снага мења сваког момента Према Фарадејевом закону је електромоторна снага у ма ком моменту равна броју пречника магнетских линија да веома мали део времена подељеном с тим малим временом.На тај начин можемо утврдити моментално стање индукције.-

Ако желимо да нађемо целокупну количину електрицета која се у времену t произведе у једном затвореном спроводнику или т.зв. и н т е г р а л н у с т р у ј у,онда ћемо поступити овако.Дато време t разложимо на друга врло мала времена $\tau_1, \tau_2, \tau_3 \ldots$ за која се може сматрати да је кретање једнако.Ако у одговарајућим временима τ_1, τ_2, τ_3 број линија,које спроводник сече,износи $z_1, z_2, z_3 \ldots$ онда индукована електромоторна снага биће по Фарадејевом закону: $e_1=\frac{z_1}{\tau_1}, e_2=\frac{z_2}{\tau_2}, e_3=\frac{z_3}{\tau_3}$.

Ако спроводник стоји струји отпор ω онда ће по Омовом закону бити: $i_1=\frac{e_1}{\omega}, i_2=\frac{e_2}{\omega}, i_3=\frac{e_3}{\omega}$ или ако у овим једначинама заменимо $\frac{e}{T}=\frac{\mathcal{H}}{2}$ а број линија у јединици времена $=\frac{r^2\omega}{2}$.

$e, e_2 e_3$ добијемо у резултату. $i_1 = \frac{Z_1}{t_1 w}$, $i_2 = \frac{Z_2}{t_2 w}$, $i_3 = \frac{Z_3}{t_3 w}$.

Количина струје, која протече у извесном времену знамо да је раван интензитету умноженом са временом. Према томе имаћемо: $q_1 = i_1 t_1 = \frac{Z_1}{w}$, $q_2 = i_2 t_2 = \frac{Z_2}{w}$; $q_3 = \frac{Z_3}{w}$ .. Ово су елементарне струје, кад њих саберемо имаћемо целокупну-интегралну струју: $Q = q_1 + q_2 + q_3$ или пошто сменимо за q_1, q_2, q_3, $Q = \frac{1}{w}(Z_1 + Z_2 + Z_3 +$ $Q = \frac{1}{w} \cdot \Sigma(Z)$ или ако $\Sigma(z)$ означимо са Z онда је $Q = \frac{Z}{w}$ а пошто је $Z = N_1 - N_2$ тј. разлици броја линија пресечених у почеку и свршетку кретања то је онда: $Q = \frac{N_1 - N_2}{w}$. Овај нам израз представља вредност с а к у п љ е н е - и н т е г р а л н е с т р у ј е, која, као што се види, не зависи ни у колико од времена, кретања t већ само од броја пресечених линија и отпора.-

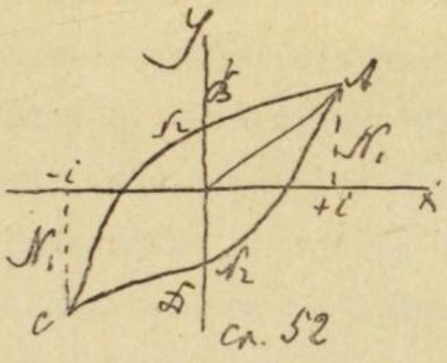
23.-М а г н е т с к о п о љ е з е м љ е.-О д р е ђ и в а њ е и н к л и н а ц и ј е п о В е б е р о в о ј т е о р и ј и.-

Познато нам је из раније да и земља има своје магнетско поље у коме л и н и ј е с и л а и д у о д с е в е р н о г м а г н е т с к о г п о љ а п а и д у к а ј у ж н о м.-Ако се на какав спроводник креће у пољу, и пресеца у узастопним временима различити број линија тада ће се моћи на тај начин добити струја. Знамо пак да струја неће бити ако оса спроводника иде паралелно са магнетским линијама. Сем тога познато нам је да угао који склапају магнетске линије са хоризонтом, јесте управо угао инклинације, и ако одредимо правац линија знаћемо и инклинацију. На основу овога Вебер је начинио свој м а г н е т с к и и н д у к т а р којим се веома тачно може одредити колика је инклинација. Тај се индуктар креће у разним правцима и окреће. У неким се случајевима јавља струја а у неким не што се констатује галванометром. Кад нема струје онда је оса око које окрећемо индуктор, паралелна магнетским линијама и према томе измеривши угао који та оса гради са хоризонтом, имаћемо у исто време угао, који магнетским линијама заклапају са хоризонтом, имаћемо дакле и н к л и н а ц и ј у. Овим се начином одређује инклинација сигурније него по раније показаним методама.

24.-Р а д п р и п о и з в е ђ е њ у с т р у ј е и н д у к ц и ј о м.-Г у б и т а к и з в е с н е к о л и ч и н е р а д а у с л е д х и с т е р е з и ј е.-При кретању једног спроводника у магнетском пољу врши се известан рад. Т р е б а д а н а ђ е м о о д

наћемо однос тога рада према јачини индуциране струје. Ако је H јачина магнетског поља, а l дужина спроводника, онда магнетска компонента која се противи кретању спроводника у пољу биће $H.l$ а на путу S биће $H.l.S$ Сем тога при кретању јавља се струја интензитета i која такође смета кретању. Према томе целокупан рад који ћемо извршити у времену t јесте:

$A = i.H.l.S$ т, ј, то је механички рад који ћемо извршити. Пут томе можемо изразити другојачије $S = c.t = v.t$ па је онда $A = i.H.l.c.t$ Раније смо нашли да је $H.l.c$ или $H.l.v$ равно електромоторној снази коју смо обележили са E према томе је $A = i.E.t$. Овај нам израз даје рад а ако тражимо е ф е к а т, тј. рад за јединицу времена, онда је: $\frac{A}{t} = i.E$. Знамо да се интензитет даје у амперима а E у Волтима, према томе ће се мерити у волт-амперама, или В о л т а м а, пошто је $1\ Voltamper = 1\ Volt$. Али иако што смо већ напоменули ми можемо водити рачуна и о губитку рада приликом х и с т е р е з и ј е при процесу магнетисања. У чл. 3 изложили смо шта је то хистерезија и графички представили један циклус магнетисања (сл. 23.). Према томе што нам је познато променећи по оси X интензитет поља по оси Y јачине магнета H (или што је све једно, N број линија) добићемо циклус $ABCD$ (сл. 52.). Ми ћемо претпоставити да су линије AC, BC и т.д. праве и да је према томе $ABCD$ паралелограм, N_1 и N_2 значи нам број магнетских линија у одговарајућим тачкама и те у A и C имаће N_1 а у B и D N_2. По Кирхофовом закону знамо, да је електромоторна снага $E = \frac{N_1 - N_2}{t}$ Треба још да нађемо интензитет да би могли наћи рад ($A = i.E.t$). Рад на комаду AB је позитиван јер иде у истом смислу са струјом, тј. струја опада од i ка 0, а и магнетизам опада. Интензитет струје у тачки A је раван i, а у тачки B једнак је 0. Према томе средњи интензитет на путу AB раван је $\frac{0+i}{2} = \frac{i}{2}$ Ефекат на путу AB износи: $AB = i.E.\frac{N_1 - N_2}{t}.\frac{i}{2}$ а целокупан рад за време t биће $R_1 = t.AB = t.\frac{N_1 - N_2}{t}.\frac{i}{2} = \frac{i}{2}(N_1 - N_2)$ Што важи за комад AB то исто важи и за комад CD јер и ту се јачина струје и рад крећу паралелно. На основу тога можемо написати. $R_2 = t.CD = \frac{i}{2}(N_1 - N_2)$ Али ми де-



Сл. 52

ковима пута BC и AB ствар је у неколико, другојачије, те имамо

$R_3 = t \cdot BC = (N_1 - N_2)\frac{i}{2}$ и $R_4 = t \cdot AB = (N_1 + N_2)\cdot\frac{i}{2}$. Из саме слике види се да је рецимо - док се [illegible] дође од B до C мора се прећи број линија $N_1 - N_2$ а док се дође од A до B број линија $N_1 + N_2$ и т. д.

Радови R_1 и R_2 исто су смисла, исто тако R_3 и R_4 ... исто су смисла међу собом а супротног су са R_1 и R_2. А пошто је $R_3 + R_4 > R_1 + R_2$ то одузимамо збир $R_1 + R_2$ од збира $R_3 + R_4$ па ћемо добити целокупан рад: $R_0 = \Sigma(R) = 2(N_1 + N_2)\frac{i}{2} - 2(N_1 - N_2)\frac{i}{2}$; $R_0 = 2N_1\frac{i}{2} + 2N_2\frac{i}{2} - 2N_1\frac{i}{2} + 2N_2\frac{i}{2}$ или $R_0 = 2(2N\frac{i}{2})$. Из слике се види да је израз у загради раван површини троугла ABD према томе целокупан рад раван је површини паралелограма $ABCD$ тј. $R_0 = ABCD$. R_0 представља рад изгубљен услед хистерезије и као што се види тај рад раван је површини паралелограма $ABCD$ или у опште раван је површини циклуса, која се добија при једном процесу магнетисања.

Овај изгубљени рад троши се на загревање магнетског језгра, и код сваког апарата можемо израчунати тај рад.-

25.-**Индукционе електричне машине за производњу струје.**-За производњу великих количина струје у индустрији праве се електричне машине, које су основане на принципима електромагнетне индукције које смо до сад излагали.-Главна је ствар да се удеси да се серија спирала од спроводнице кроје обрћу ротаторне у каквом магнетском пољу.-Све се машине деле на две велике групе. **Магнетоелектричне машине**, код којих магнетно поље гради какав перманентан магнет или електромагнет, али кога прави струја, која долази изготова с друге стране, а не из тога апарата; и **Динамоелектричне машине**, код којих поље долази од електромагнета, начињеног помоћу само те главне струје, која у машини постаје.

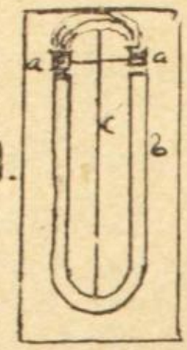
I. **Магнетоелектричне машине.**

Ове машине нису тако важне за праксу јер се данас готове кит де не употребљавају, већ се само помоћу с теоретског гледишта.-Конструкција једне такве машине састоји се у овоме:

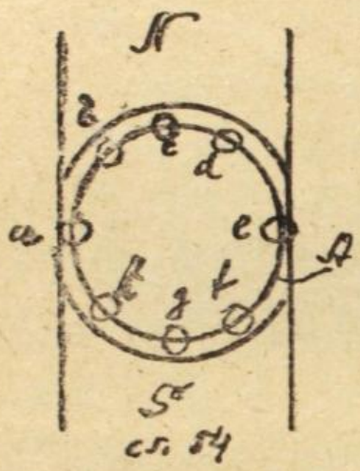
У кутији A (сл. 53.) налази се перманентан магнет b у магнетном пољу окреће се два калема (aa) око осовина (c, ...-Пошто ће калеми при окретању пресецати линије магнетског поља, те ће се у њима јављати струја коју можемо одводити за употребу.

II. Д и н а м о е л е к т р и ч н е м а ш и н е.

Све су машине дамас једнаке у употреби и код њих се, као што ре рекосмо електромагнетно право од саме главне струје која постаје у тој машини. Ми претпостављамо увек да је магнетско поље хомогено бар непосредно између полова ма да то у стварности никад није потпуно. Но та нам нехомогеност не утиче готово ништа на струју. Нека је А (сл. 54, кружна путања по којој се креће спроводник. Кад је спроводник у положају а он истина пресеца највећи број линија али је струја ту најслабија, јер је разлика просечног броја линија између њега и њему најближег (п) положаја врло мала. Кад је спроводник у b струја иде у смислу стрелице, на основи Maxwell-овог закона, пошто број линија између тога положаја и претходног ближег врло велики, те је ту струја максимална. Идући од c па даље расте број линија те струја мења смисао и т.д. Дакле за време једног обрта струја два пут мења смисао. На тај начин произведе струја јесте наизменична-синусна струја.



сл. 53



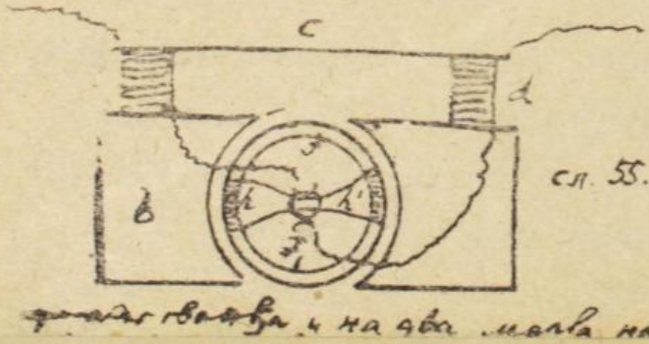
сл. 54

Све динамомашине деле се на две групе.

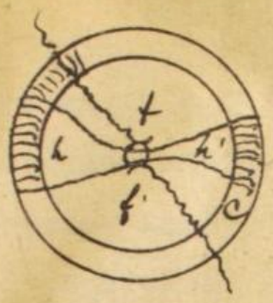
а.) Оне код којих се згодним направама може смисао струје извртати тако да добијемо једносмерну, и то су једносмерне или машине са комутатарима.

б.) Оне код којих струја мења смисао и то два пута за један обртај као што смо већ раније видели и то су т.зв. наизменичне машине.

Ми ћемо мало доцније говорити посебице о обима врстама динамомашина, а сад да изложимо опште принципе на коме се оснивају динамо машине. Имамо један електромагнет, чији су полови a и b (сл. 55.) између којих се окреће т.зв. индуктор (C) у коме се производи струја. На половима налазе се два отуба (d) обмотана жицом а спојени калугом тако од меког гвожђа (C) Индуктор је у овом случају састављен из једног хоризонтално и на крајеве полова насађеног



сл. 55.

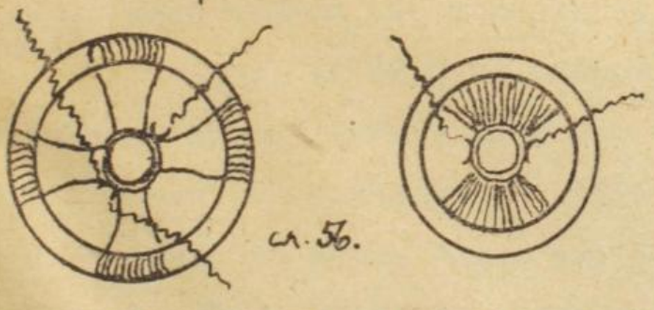


осовину, одакле је узимају т.зв. с и с а л и ц е (f u f') и одводе у стубове електромагнета а после со њега даље одводе. Машина ради овако: У електромагнету има увек извесна мала количина перманентног магнетизма коју не можемо никад истерати покренемо ли индуктор ≤ механичким путем, та мала количина из a и b изазива у стирали врло слабу струју. Спојна f - f' и даље жице одводе ту струју у стубове електромагнета, чији магнетизам услед тога сад ојача и поново изазива много јачу струју у спирали и котуру (C). Ова са своје стране појачава електромагнет и т.д. док се не достигне мак симум магнетисања.

Све дакле врши се само обртањем протона. Електромагнети се граде на рачун кретања и производе струју помоћу свога поља, које сами стварају уз суделовање механичког кретања.

26.-И н д у к т о р и.-Споменули смо мало час да се индуктори називају спроводници тј. они д е л о в и м а ш и н а к о ј и с е к р е ћ у к р о з м а г н е т н о п о љ е и с т в а р а ј у с т р у ј у. Најглавнија је стварна код свих динамомашина каке ће се намотити жице свих спроводника, који се крећу у магнетском пољу. Имамо у главном три врсте намотавања, према томе и три врсте индуктора.-

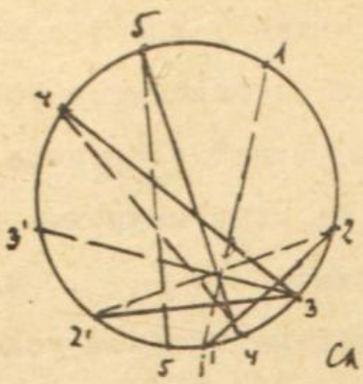
1. Г р а м о в п р с т е н.-то је колут меког гвожђа (сл. 56.) и



сл. 56.

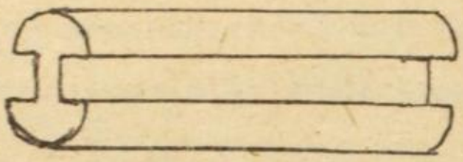
по периферији његовој намотава се изолована бакарна жица. Жица се може намотавати или делима на два, четири и т.д. места или по целој периферији на и више пута једне преко другог-Али у оба случаја мора бити спроводно везана са к о л е к т о р е м(е), који је на истој осовини са протоном и као што смо већ у самом имену каквоје има задатак, да скупља струју из спирала. Са колектора се помоћу двеју сисалица, које по њему клизе одводи струја даље.

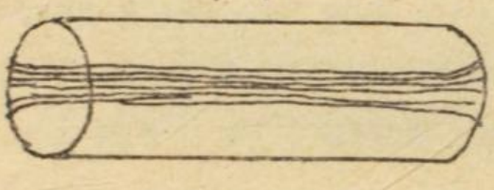
2.-Ц и л и н д р и ч н и и н д у к т о р.-Ова врста намотавања зове се "Н а м е т а њ е н а д о б о ш, које се овако изводи(сл. 57). Од тачке 1 иде жица на одговарајућу тачку 1' с друге стране цилиндра паралелно осовини његовој. Одатле на тачку 2 па на



сл. 57.

k' с све стране цилиндра и т.д. као што показује слика.-Обично се узима много већи број завоја но на слици.-Једна модификација намотавања на добош јесте т,зв. С и м е н с о в к а л е м (сл. 58).И те је цилиндрично намотавање само не по целој површини цилиндра,већ у једном уресу.Намотавање се врши све дотле док жица не испуни уресе цилиндра.На слици 59 имамо изглед Сименсовог калема као и попречни пресек(а)


сл. 58





сл. 59.

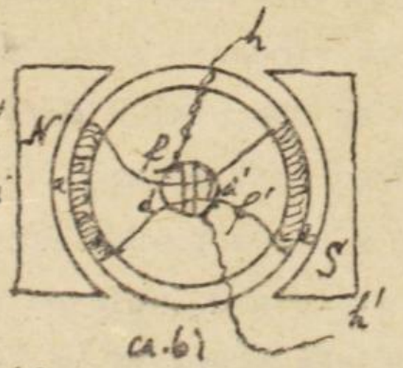
3.)П л е т и к а л е м.Код њега се намотавање жице врши управно на осовину,а не паралелно њој.Дакле жица се навија паралелно периферији цилиндарске осовине.

У практици се највећма употребљавају два индуктора:Г р а м о в п р с т е н и С е м е н с о в к а л е м.

27.)J е д н о с м и с л е н е м а ш и н е К а к о с е н а и з м е н и ч н а с т р у ј а п р е т в а р а у ј е д н о с м и с л е н у.-Конструкција једносмислених машина иста је као и код машина описане чл. 25.-Само место две спирале на индуктору узима се обично четири,а највише шест,док се код наизменичних узима увек више.Да би се пак наизменична струја претворила у једносмислену,поступа се овако.Колектор се расече на два дела d и d' ако имамо две спирале,или у онолико делова колико има спирала (сл. 60,61,62).Сисаљке непокретне су тј. стоје стално на једном месту,имају двоструке делезнике d и d' који се заједно са осовином окрећу.Кад се спирала d налази у положају према сев. полу N (сл. 61) тада у њој настаје струја једнога смисла.-Узимимо да је и ту смисао позитиван (+)Та ће струја одлазити на колектор d а одат

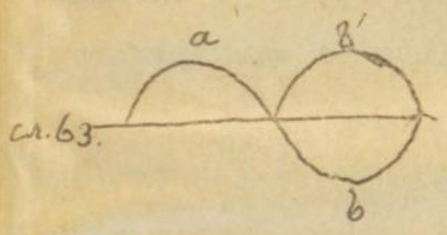


сл. 60

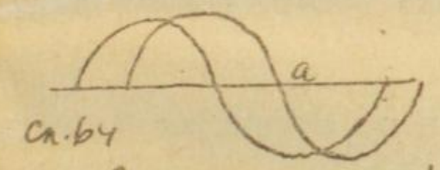

сл. 61


сл. 62.

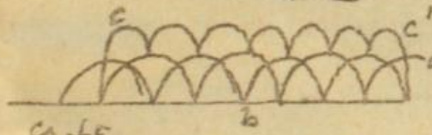
ће проћи сисаљка у жицу h. Дођеши спирала a крај пола S у њој постаје струја супротног смисла(-) и тражи струју одводити сасаљком f' у жицу h' Сад ће спирала b опет прећи поред пола N и у њој ће се стварати струја $+$ а одвађаће жицом h и т.д. Да видимо шта би било са спиралом b. Код ње је само обрнуто. Кад је a у положају код N тада је b у положају S и према томе у њему се ствара струја(-), која одилази сасаљком f' у жицу h' окрене ли се прстен тако да a дође у положај код S онда ће b бити код N те се сад у њему ствара $+$ струја, која иде у жицу h и т.д. Из свега изложеног види се да сисаљка f прима непрестано $+$ струју, а сисаљка f' струју(-), те ће рећи да је укупна струја која на тај начин постаје једносмислена и да се непрестано креће у правцу од f' преко жицу h, па се онда враћа жицом h' у f' као што показују стрелице. Графички имамо претстављен овај талас на сл.63, где је доњи део таласа b наврнут у положају b'. Да видимо како изгледају таласне дужине кад имамо четири спирале, тада добијамо два таласа (сл.64) Али други талас заостаје за четвртину тромина с тога ће та два таласа интерферисати. У наврнутом стању таласи су претстављени сликом a, а у наврнутом сликом b Из слике b види се уједно, какав изгледа резултујући талас(cc'). Узмимо сад осам спирала. Тада имамо четири таласа, где сваки има фазну диференцију $\frac{\lambda}{4}$ (сл.65.) Ако и ове таласе изврнемо тако, да добијемо једносмислену струју, резултујући талас биће претављен сликом 66.II. У опште узевши број спирала n добијамо резултујући талас IV сл.66. Тај се талас врло мало удаљава од праве линије, те струја која се добија на тај начин, тече готово као константа, не мењајући никако свој интензитет.



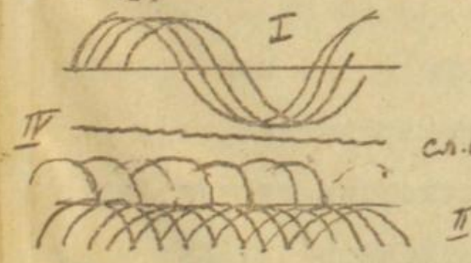
сл.63.



сл.64

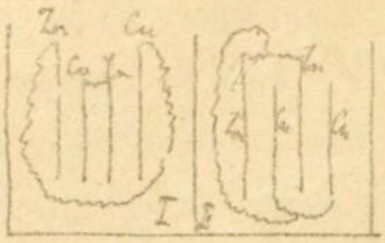


сл.65.

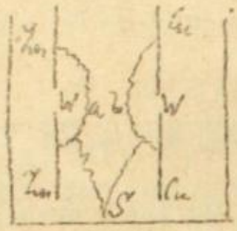


сл.66

28.-О д р е д б а е л е к т р о м о т о р н е с и л е к о д ј е д н о с м и с л е н и х д и н а м о м а ш и н а.-Пристајању галванских елемената у батерији нашли смо двојако везивање по н а п о н у и по п о в р ш и н и (сл.67.I и II). Са овим другим спајањем слично је уређење једне динамо-машине. Јер везивање по површини можемо представити

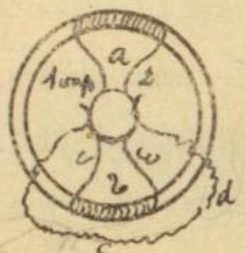


сл. 67



сл. 68.

ново на слици 68 тие је дакле Z_n спојен са Z_n а C_u са C_u па после та два спојема међу собом. Пресијемо ли пак магнетички индуктор једне динамо-машине, што имамо да су две спирале (а и број од којих сва ка има по два пола спојена међу собом, па после та два споја везана су жицом (сл. 69.) Из слике 68 и 69, види се да су та два везивања потпуно иста. За галвански елемената, као што смо рекли да је $J = \frac{E}{W+S}$ где је E радна електромоторној снаги, W отпору у елементу тј. течности и S отпору у спољном ланцу. Кад смо пак везали таква два елемента по површини имали смо: $J_1 = \frac{E_1}{\frac{W}{2}+S}$ Ово исто вреди и за динамо-машине, кад имамо један пар спирала. Овде нам само W значи отпор у жици c $\frac{W}{2}$ отпор у жици d једне је унутрашња а друге је спољашни. Узмимо сад два пара спирала. Тада је електромотор на снага радна $E_1 + E_2$ и имамо онда, $J_2 = \frac{E_1+E_2}{2(\frac{W}{2})+S}$ за три пара вредиће једначина $J_3 = \frac{E_1+E_2+E_3}{3(\frac{W}{2}+S}$ или у опште за n парова имаћемо ова



сл. 69.

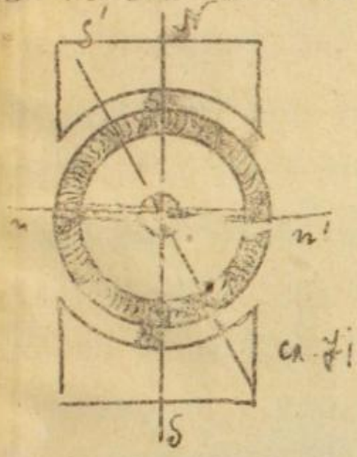
као образац: $J_n = \frac{E_1+E_2+\cdots+E_n}{n(\frac{W}{2})+S} = \frac{\Sigma(E)}{n(\frac{W}{2}+S}$ где је $\frac{W}{2}$ радни отпору сваког пара спирала.

29. - И н д у к т о р и и с п о а л и ц е. - Материјал од кога начињени индуктор ако кога намотавамо спроводну жицу може бити различит. Но има разлога што се најобичније у п о т р е б љ а в а г в о ж ђ е. Јер ако направимо нпр. индуктор од дрвета, у спроводнику се индуктује струја само у онолико, у колико је јако поље у коме се креће. Ако пак градимо индуктор од меког гвожђа, струја и од њега начини електромагнет, који са своје стране ствара ово поље, а тиме се појачава индукована струја, јер су спирале изложене утицају два поља. Али гвожђе употребљено за ту циљ и из весне невгоде, које наступају услед хистерезије (што се тако зове повесна појединих радова. Због утицаја хистерезије у толико је већи, у колико је гвожђе м е к ш е. Но корист од употребе гвожђа знатно превазилази што ту и стога се готово увек за индукторе употребљава гвожђе. Осим тога ми смо видели, шта су те вишарне струје и оне јако утичу на слабљење главне струје. - Оне постају у материјалу од кога је индуктор и у самој ствари не слабо струју али загревајући индуктор, смета ју раду машине. Да би те спре

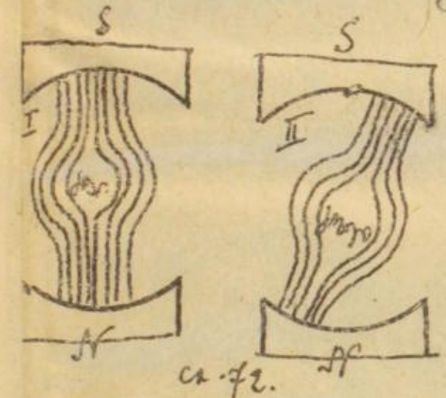
чке вала ставити смеђу преласку тих струја кроз индуктор. То се постиже тај начин што се индуктор прави од комада или плочица посечених управно на правац намотавања спроводне жице (сл. 70.) Тиме се потпуно избегава вртложно струјање. Узмимо један прстен са два спирала (сл. 71.), струја кроз спиралу индуковаће у свакој спирали по два пола а већ утицајем магнетских по-


сл. 70.

лова створиће се полови резултанта тих полова биће поново и неутрална линија неће бити више вертикална линија већ као (неутрална због тога што у том положају нема струја). Даље пока неутралне линије се померају се у правцу обртања.-


сл. 71

Кад би калем у хомогеном пољу био у миру а струја ишла кроз њега, онда би се линије сво скупиле око језгра а кроз њега не би пролазиле и при томе би задржале положај (сл. 72). Кад се пак машина креће, линије силе су померене из тог положаја и заузимају положај II.

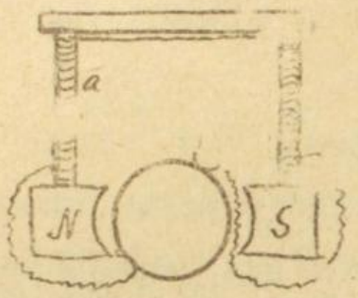

сл. 72.

У главне елементе код сваке динамо-машине долазе и сисалице-употребљује се обично од материјала, који је добар спроводник, а при том неваљало да се не квари брзо, обично се узима ч е л и к или б р а к а р. Важна је ствар како ће се намештати сисалице. Правило за то намештање, кад би неутрална линија била хоризонтална, састоја/ло/би се у томе да, кад је осовина котура у положају као на слици 73, онда сисалице треба да додирују оба до-


сл. 73.

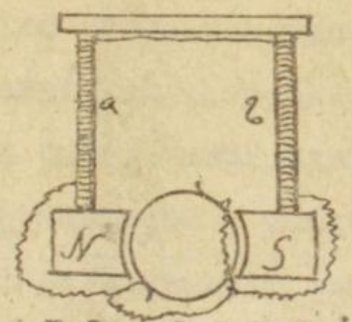
ма комутатора, јер у том случају сисалице чине са комутатором т. зв. к р а т к у в е з у (kurz schluss) што је потребно, на да машина добро ради. Према томе излази, да сисалице треба увек да леже у неутралној линији, јер би у другом случају између сисалице и комутатора прскале варнице, које штетно утичу на машину. Знамо пак да је неутрална линија увек помакнута у страну, због тога се и сисалице морају наместити увек косо, померене мало напред или назад према томе у ком се смислу окреће машина. То померање мора бити у толико веће у колико машина брже врши обртање.

30.-Начини произвођења поља код динамо машина.-Принцип произвођења поља код динамо машина знамо да је тај што се она иста струја ,која се произведи у машини употребљава за прављење електромагнета.Сама та употреба главне струје може бити разлика, према теме имамо три начина за произвођење магнетског поља код динамо машина: 1) Кад се сва струја употреби за прављење електромагнета.Узмимо на пр.једну Едисонову машину (сл.74)на каке да је гвожђе у индуктору често ипак у њему увек има мало магнетизма,јер је увек под утицајем земаљског магнетизма.Ако скренемо индуктор,то ће у њему постати врло слаба струја, место да ту струју одмах одводимо ми је спроводимо сву еко спирале a и b на електро магнету и тек кад пређе изводнике је на поље.Ова слаба струја створиће електромагнет,те ће се сад у индуктору произвести јаче струја,која опет прво обиђе кроз спиралу еко електро магнета,па тек онда излази на поље и т.д.Овакво намештање машине зове се намештање у сераји или у низу,а машине се зову још машине са главном струјом.Овакве се машине употребљавају за инсталацију електро лампи у низу.



сл.74

2.)Кад се сва главна струја не пре изведи еко електро магнета већ се дериви-ра извостан део и помоћу тање жице обави ја се електромагнет(сл75)Дериврана струја поново се враћа у главну струју.Овакво намештање машине зове се машине са дориви-раном струјом 3.)Може се употребити и главна струја и још дервирана спе-рођена струја,У овом случају имамо спојена прва два случаја због тога се и називају мешовите машине.Код свих машина може бити још разлика у теме,да ли се секундарна струја узима непосредно спасалицом или лампе већ изађе и да ли се секундариц жица намотава у истом смислу у ком и главна или у супротном.Но ово су све детаље,чисто конструктежно



сл.75

31.-Типови динамо-машина.-По облику електро

магнета разликују се типови динамо машина, који се биолошки не разликују, само:

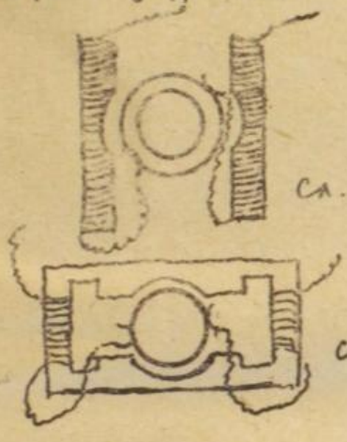
1.)Т и п Е д и с о н о в е м а ш и н е,о којој је већ било речи,те нам је познат:

2.)Т и п С и м е н с о в е м а ш и н е,деле се на више врста од типова за један на сл.76.

3.)Т и п Х е п к и н с о в е м а ш и н е,електромоторне су исте као и Едисонове престављене сл.77.

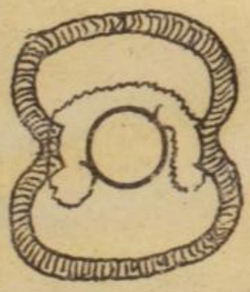
4.)Т и п Л а М а ј о р о в е м а ш и н е,приказан сл.78.

Све ове побројане машине имале су по 2 пола и с тога се зову б и п о л а р н е. С тога имамо још и м у л т и-п о л а р н е машине које се употребљавају више од 2 пола. Мало доцније. Ради будете говорили произвођење једносмислене струје о наизменичним машинама, видећемо да се ту [illegible] бити колико хоће полова.32.) К о н с т а н т е е л е к т р о м а ш и н е.Свака динамо машина има извесну количину електромоторне снаге интензитета и известан отпор. Посматрајмо све три количине код де сад по датих врста машина. I.М а г н е т и ч н о-е л е к т р о м а ш и н е.Струје из ових машина слажу се потпуно са струјем из галваског елемента,и влада се по Омовом закону,да је $J=\frac{\mathcal{E}}{R}$. Код ових машина имамо да водимо рачуна о отпору двоју врста,прво отпор у калемима ,који се окрећу у магнетском пољу то је:о т п о р у м а ш и н и,а други спољни отпор о т п о р у с п р о в о д и к у,којим одвајамо струју за разне потребе.Према томе је: $J=\frac{\mathcal{E}}{R}=\frac{\mathcal{E}}{v+w}$ где је v = отпору у машинама а w отпору у спољнем ланцу.Из једначине налази да је : $\mathcal{E}-J_v+J_w=e_1+\mathcal{E}$ где је J_v-J_w означене са e_1 и e. Као што се види електромоторна снага састоји се на 2 дела,од којих се e_1 троши у машини и тим не располажемо.Та се количина зове к о н с т а н т а м а ш и н е.Снага пак,којом из такве машине распола-жемо јесте e и назива се е л е к т р о м о т о р н а с н а г а н а п о л о в и м а,п о т е н з и ј а л н а п о л о в и м а или д е л а р н и н а п о н.Од енергије коју смо употребили на произвођење електрицитета,губи се не употребе $\mathcal{E}-e=e_1$, $J_v=e_1$. J_v је целокупни губи-



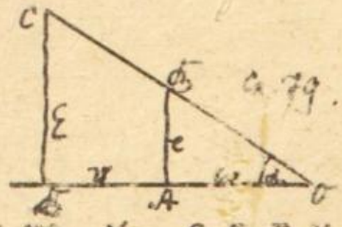
сл.76

сл.77



сл.78

тек у машини, а добија се из једначине: $\mathcal{E} = \mathcal{I}_v + e$ Све три количине ($\mathcal{E}, e, ue$) називају се константе електро машине. Представимо графички ове константе пренесимо на осн x отпоре v, ω а ординате ће електро покретне снаге (сл. 79) $\mathcal{E}, e$ Из сличности троуглева: $\Delta ABO \sim \Delta COD$ следује: $\frac{\mathcal{E}}{v+\omega} = \frac{e}{\omega} = tg\alpha$ Пошто је $\frac{\mathcal{E}}{v+\omega} = \mathcal{I}$ то из лази да нам тангента нагиба линије CO даје интензитет струје.



сл. 79.

II. Динамо електро машине: Машине у серији.

Код ових машина разликујемо три отпора v = отпору у калему 0 - отпорд у дебљој жици, која обилази око електро-магнета, а ω отпору у жици са струјом коју употребљавамо за практичне циљеве ($0 \sim \omega$ у истој жици код ове машине али их одвајамо из практичних разлога) По Омовом закону је: $\mathcal{I} = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\mathcal{E}}{r+0+\omega}$ Код ових машина не можемо мењати отпорност у спољној жици која даје отпор ω Јер на пр. ако место 30 лампи метнемо 100 онда услед повећања дужине жице повећава се отпор на штету интензитета, који тим опада к у жици са отпором 0, а ова у електромагнету чини слабије поље и струја слаби. Ако $v + 0$ означимо са S онда $\mathcal{I} = \frac{\mathcal{E}}{S+\omega}$ и S је Константна машина. Снага, којом располажемо јесте: $\mathcal{I}_u = \mathcal{E} - \mathcal{I}_v$ То је она енергија, која се троши у самој машини. Ако се деси да је $\omega = 0$ тј. спој је врло кратак и изведен на пољима, онда имамо највећи интензитет али га не можемо употребити на практичне циљеве. Ако је $\omega = \infty$ тј. пољови нису спојени онда је интензитет раван нули.

в.) Паралелне машине. Овде смо сравнивали струју к имамо три отпора (сл. 78) али по I Кирхофовом закону за дериваџију имамо $\mathcal{I} = i_1 + i_2$ а по II. закону $i_2 0 - i_1 \omega = 0$ Из једначине I ка најдемо $i_2 = \mathcal{I} - i_1$, заменом у једначини 2 биће $\mathcal{I}_0 - i_1 \omega - i_1 0 = 0$ или $\mathcal{I}_0 - i_1(0+\omega) = 0$ одатле је $i_1 = \frac{\mathcal{I}_0}{0+\omega}$. За електромоторну снагу имамо једначину $\mathcal{E} = \mathcal{I}_0 + i_1 \omega$ заменом имамо $\mathcal{E} = \mathcal{I}_1 + \frac{\mathcal{I}_0 \omega}{0+\omega}$, $\mathcal{E} = \mathcal{I}(v - \frac{0 \cdot \omega}{0+\omega})$ а одавде је $\mathcal{I} = \frac{e}{v + \frac{v-0}{0-\omega}}$ /

С.) Мешовите машине. - Овде се проводе струја па се дериват тек AB снага; стога ће за овај случај бити: $\mathcal{I} = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\mathcal{E}}{r + v_1 + \frac{0 \cdot \omega}{0+\omega}}$

33. - Ефекат магнетне и динамо-електричних машина. - Да би машина произвела струју потребно је да се утроши извастан рад на окретању индуктора. Та цела механичка снага развија се

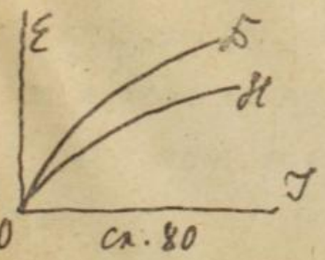
весну количину електрицитета, које у индуктору, које у жици ово електромагнета и у спољном ланцу. Цела изазвана количина електр. у јединици времена назива се т о т а л н и е ф е к а т т е м а ш и н е. Али ако водимо рачуна само о оној количини енергије, коју можемо употребити, она је то к о р и с н и е ф е к а т. Однос између корисног и тоталног рада зове и н д у с т р и с к а к о р и с н о с т м а ш и н е. Рад којим се производи извесна електрична енергија мери се в е л т-а м п е р и м а по обрасцу $R = J.E$ = ефекат.

I. М а г н е т н о-е л е к т р и ч н е м а ш и н е. - Код ових машина нашли смо, да је $J = \frac{E}{v+w}$. ако хоћемо да нађемо тотални рад, решимо једначину по E, па имамо $E = J(v+w)$. Тотални рад у јединици времена добићемо кад горњи израз помножимо са J према томе: $R = J^2(v+w)$ или $R = J^2v + J^2w$. Ако хоћемо користан рад онда не треба рачунати J^2v што се троши у машини већ само J^2w па имамо $S = J^2w$. Индустриску корисност машине налићемо, кад израчунамо однос између корисног и тоталног рада. Дакле: $K = \frac{S}{R} = \frac{x^2w}{x(v+w)} = \frac{w}{v+w}$. тј. корисност извесне м а г н е т н о-е л е к т р и ч н е м а ш и н е мери се односом између отпора у спољном ланцу и целокупног отпора.

II. Д и н а м о-м а ш и н е А) М а ш и н е у с е р и ј и. - Тоталан рад код ових машина је: $R_1 = J^2(v+o+w)$ а користан: $S = J^2w$. Индустриско корист је: $K_1 = \frac{S}{R_1} = \frac{w}{v+o+w}$.

Б) М е ш о в и т е м а ш и н е. - На истом начин као и код њих $K_3 = \frac{S}{R_3} = \frac{J^2w}{i_1^2v_1 + i_2^2v_2 + J^2w}$. Однос између механичног рада који се утроши на кретање машине и тотално струје обично је 30% до 93%. Губитак је дакле 20% до 7%.

34. К а р а к т е р и с т и к е м а ш и н а или к а р а к т е р и с т и ч н е л и н и ј е п о ј е д и н и х м а ш и н а. За графичко представљање карактеристика појединих машина има више начина:



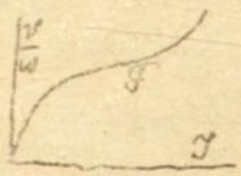
сл. 80

I. Хопкинсон је први поставио однос између броја обртаја индуктора интензитета струје и електричне снаге, добио је карактеристичну линију H (сл. 80.) то је Х о п к и н с о в а к а р а к т е р и с т и к а, а добија се, кад се по оси x преноси интензитет а по оси y електромоторна сила.

Б). Деривиране машине. Ако се i_1 разлаже на i_2 и J, корисан рад $R_2 = i_1^2v_1 + i_2^2v_2 + J^2w$; $S = J^2w$ а $K_2 = \frac{J^2w}{i_1^2v_1 + i_2^2v_2 + J^2w}$

II. Маквел је другчије конструисао ту линију. Он је у машину увео готову струју и пронашао да интензитет те струје добије линију δ (сл. 80.) која се од Хопсонове разликује у толико више у колико је слабија електромоторна снага.

III. Felch добија се када се ових пресека повезивања у дијаграму $\frac{v}{\omega}$ нова карактеристична линија где v значи брзину окретања машине а ω отпор (употребљене) у спољном кругу. На тај начин добија се карактеристична Felch-ова линија која је приказана на сл. 81. Од сва три ова линије Хопкинсова ће бити најтачнија.



35. Реверзивност динамо машина, закони за пренос снаге за даљину. Динамо машине употребљене су с корисћу у индустрији, али нарочито је важна једна њихова особина, која се зове реверзивност. Видели смо да кад другом машином каквом механичком снагом окрећемо динамо-машину у њој настаје струја, а кад тој струју будемо унесили у динамо-машину, она ће се окрети. Та особина назива се реверзивност, и на њој се оснива принцип о преносу снаге на даљину. Напр. на извесном месту имамо природну водену снагу, као што је водопад, па би желели да ту снагу не употребимо на том месту већ другом, које је одатле удаљено 30, 40 па и 100 км. То се постиже помоћу динамо машина.

За сваки такав пренос потребне су две машине: електрогенератор, који ће произвести струју и мотор, који прима струју из генератора (сл. 82.). У генератору A производи се струја а мотор B прима. Генератор располаже електромоторном снагом E_g а у мотор долази снага E_m и увек је $E_g > E_m$ пошто извесна количина електро енергије троши на савлађивање отпора у спроводнику.



По Омовом је закону $J = \frac{E_g - E_m}{\omega}$, те нама треба рад који ће дећи до мотора па имамо: $R_1 = J E_m = \frac{(E_g - E_m) E_m}{\omega}$. Рад кад код генератора јесте $R_2 = J E_g = \frac{(E_g - E_m) E_g}{\omega}$. Корист при пренашању снаге јесте утом: $K = \frac{R'}{R_2} = \frac{E_m}{E_g}$. Највећа је корист онда, кад је $\frac{E_m}{E_g} = \frac{1}{2} = 0,5$ јер је тада рад, који мотор прима максимум, а о томе ћемо се уверити на овај начин: $R_1 = \frac{E_m (E_g - E_m)}{\omega}$

Рад ће овај бити maximum кад је бројитељ тј.количина $Em(Eg-Em^2)$ максимум. Та се количина може написати а у овом облику $\frac{Eg^2}{4}-(Em-\frac{Eg}{2})^2$ а тај ће израз бити максимум ако је други члан раван нули тј.ако је $Em=\frac{Eg}{2}$ или $\frac{Em}{Eg}=\frac{1}{2}$ Према томе мотор треба удесити према генератору, јер сваки мотор не може да ради, кад се у њега уносе некаква струја.

Да би добили јасан појам о преношењу снаге, навешћу овај чувени експеримент преношења снаге, који је извршен између Лауфена и Франфурта. Даљина између та два места износи 175 км. дакле струја је имала да прође кроз жицу пут од 350 км. при своме одласку и повратку. Дебљина бакарне жице износила је 4 мм.

Снага, која је имала да се преноси износила је 300 парних коња а то ће рећи 200000 в о л т-а м п е р а. Пренос се може извршити тако да струја буде од:

I 100 Волт или 2000 Ампере или 100.2000 =200.000 Волт Ампере
II) 1000 " " 200 " " 1000.200 =200.000 " "
III) 10000 " " 20 " " 10000 20 =200.000 " "

Казали смо да је жица дебела 4 мм. она је стављала отпор од 500 ома, то значи, док протече 1 Ампер струје ~~струје~~ утроши се 500 Волт-а Ако узмемо први случај преношења, онда се на отпору троши 500.200=100000 Волт, дакле треба милијун Волти, само да се струја прене-се а да се не изврши никакав рад. Али ми немамо од толико Волти већ само од 100. Узмимо други случај: 500.200=100.000. Дакле за пренос треба струја од 100000 Волт-а, а ми располажемо са 1000 к као што се види ни овај случај не можемо употребити.

У трећем случају на отпор би се утрошило 500.200= 10.000 Волт-а, а ми толико свега имамо на расположењу. Ако узмемо трећи случај сав ће се рад утрошити на савлађивање отпора у спроводнику, а користи нема никакве. С тога ћемо узети још ове случајеве:

IV) 20000 Волт-а 10 Ампере 20000 Волт-Ампере
V) 40000 " 5 " 200000 " "

За IV случај трошило би се на отпор 500.10=5000 Волт-а а ми имамо 20000 Волта-а, на наше потребе можемо даље утрошити 15.000 Волт-а са 10 Ампере.

За V случај утрошило би се на отпор 500 5=2.500 Волт-а

то значи да ми располажемо снагом од 37.500 са 5 ампера и у отвори про
иос је извршен са 3000 Волт-а, јер би јачег струја пробила изолатор.

К Р А Ј