Ш4 42/5 4
УНИВ. БИБЛИОТЕКА
И. Бр. 586.

ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА

ФИЗИКА

ПО ПРЕДАВАЊИМА

Г. ЂОКЕ М. СТАНОЈЕВИЋА

ПРОФЕСОРА УНИВЕРЗИТЕТА

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА * БЕОГРАД *

ЛИТОГРАФИЈА
КОСТЕ М. БОЈКОВИЋА
ПОЕНКАРЕОВА УЛИЦА БР. 21.
БЕОГРАД.

ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА ФИЗИКА.

I.У В О Д.

Пошто је физика једна од природних наука,то ради саме дефиниције физике као науке,потребно је рећи неколико речи о томе шта је природа,и шта су природне науке.Појам природе објашњаван је веома различито: час се природом назива сав чулни свет,час све што постоји - цео свет; час се природа сматра као мешавина стварности и претворности (оног што у ствари не постоји); кадкад природу сматрају као царство мрака и злих духова.Међутим под природом у физици се најчешће подразумева све оно, што ми можемо опазити нашим чулима.Кант је објашњавао природу као скуп свију појава све док оне подлежу општим законима.Поједине ствари (тела) у природи зовемо природним телима,а утиске која та тела чине у извесним приликама на наша чула,зовемо природним појавама или феноменима Све се природне појаве не догађају без реда,већ по извесним утврђеним и постављеним природним законима,које испитујемо и доказујемо у науци коју зовемо физиком.Према томе сад бисмо могли одредити поље физике са неколико речи.Физика је она наука,која изучава појаве,које се дешавају на природним телима по општим законима,а због спољних узрока (погрешно због разноврсности самих тих узрока),као због разноликог кретања у разног агрегатног стања.Као спољни узроци до сад су нађени и испитивани: топлота,светлост,електрицитет,магнетизам и тежа.Из овога се довољно јасно види,да је искуство једини извор свих физичких испитивања.До тог пак искуства долазимо:

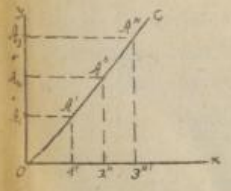
1/.- посматрањем са нашим чулима;и

2/.- репродуцирањем или експерименталним произвођењем већ примећених природних појава.То су у исто доба и два метода физике као науке. Први је метод довољно несигуран,као што ћемо мало час само на једном обичном примеру видети,а други је од њега доста поузданији и тачнији. Најтачније је пак испитивање у физици,које се врши у исто време по обе та метода.Тако на пр.кад посматрамо падање каквог камена и каквог листа

у ваздуху, а затим и у безваздушном простору, видећемо да ће у ваздуху са исте висине (пређени пут) камен пасти брже (= брзина) него лист, док међутим у безваздушном простору оба тела падају за исто време са исте висине, дакле падају једнаком брзином. У овоме примеру пут, брзина и време јесу оно што зовемо подацима при посматрању. Посматране падање тела у ваздуху је по првом методу, а у безваздушном простору по другом.

§2. Доводећи у везу податке посматрања, тако да ми постанемо тако рећи господари тих података, значи поставити природни закон посматране појаве. Податке доводимо у везу најчешће математиком, која је неразвојно помоћно средство физике при извођењу природних закона појаве. Тако ако за наведени пример падања пут (= висину падања) обележимо знаком s (*spatium*), време падања са t (*tempus*), и брзину падања са c (*celeritas*), онда, видећемо доцније, посматрањем појаве падања долазимо до односа, који постоји између тих количина, а тај је однос изражен једначином $s = c \times t$ из које сад по чисто математичким правилима можемо изводити и односе: $c = \frac{s}{t}$ и $t = \frac{s}{c}$.

Све податке можемо доводити у везу и г р а ф и ч к и п о с м а т р а њ е м т.ј. цртањем. Тако ако за горњи пример узмемо правоугли координатни систем XOY (сл.1) па по апциси x преносимо јединице времена, а по ординати y пређене путеве за поједине јединице времена сл.1.



онда ћемо добити низ тачака, које нам у опште одређују криву линију о, која нам представља тражени закон кретања.

(Види: Вл. Тодоровић Механика, аутогр. таб. 1904-1909)

Дакле посматрања природних појава тројака су: I.-чулна посматрања; II.-посматрања математичким обрасцима; и III.- графичким представљањем. Посматрајући разне појаве долазимо до разних закона, но увек ћемо запазити, да по неколико од тих закона имају неке сличности (везе) између себе тако, да их можемо груписати у један главни закон.

И у самој ствари: циљ је посматрања да дођемо до тих општих закона природних п о ј а в а. Такав је један општи закон Њутонов

закон гравитације (о томе ће бити говора у §57).

§ 3.- Кад је појава законом утврђена треба је још и објаснити т.ј.наћи јој узрок или другим речима поставити теорију посматрања.Често није могуће поставити теорију и онда се служимо х и п о т е з о м,чији је значај у природним наукама врло велики,јер је хипотеза водила наших посматрања све дотле,док се оно са ком слаже.Хипотеза је тим боља,кад она може да предвиди какву нову појаву,јер се она тада приближује теорији.Таква је на пр.хипотеза о светлости,са којом ћемо се упознати у своје време,јер је та хипотеза предвидела,да се светлост брже простире кроз гушћа него ли кроз ређа тела.Нема ни човека ни справе који би какво посматране свршити потпуно без грешке.Према томе су сва наша посматрања скопчана са погрешкама.Погрешке које чинимо могу бити двојаке:

I.- с и с т е м а т с к е,на пр.Неки предмет гледамо,али само са једним оком,онда ми чинимо систематску грешку,коју избегавамо тиме што ћемо предмет посматрати са обе ока.Овакве су погрешке врло честе код инструмената.Друге су погрешке с л у ч а ј н е,напр.кости ловац са истом пушком и истим барутом не може двапут да погоди исту мету само услед ових случајних погрешака.Случајне се погрешке не могу избећи.Речено је,да се систематске погрешке поправе у неколико више-страним проматрањем,те се тако добија бар приближна тачност,док се међутим случајне погреске правилом не могу поправити,али се ипак може добити средња,највероватнија тачност,кад се посматране врши више пута.Но о оваквим се погрешкама,које су у осталом обично и врло мале,води рачуна само у науци,док је за обични живот савршено свеједно хоћемо ли о тим погрешкама водити рачуна или не.

§ 5.-

Чега има у природи - Према ранијој дефиницији природе,јасно је,да у њој има материје (т.ј. материјалне природе или тела).Опажањима познајемо,да је та материја у кретању,кога мора бити,јер без кретања нема материје.У осталом природне појаве и нису ништа друго,до комбиновање кретања.Посматрањем такође дознајемо,да кретање није увек једно исто,већ да се мења с времена на време и оно што мења кретање зовемо

с и л о м.Сила може кретање да измени,али не и да створи.Силе у природи има,али она није њен нов састојак или нешто стваралачко - ванприродно. (види §.15).Сем материје и кретања у природи нема више ничег,а материја и кретање су нераздвојни.

§ 6.

МАТЕРИЈА И ЊЕНЕ ОПШТЕ ОСОБИНЕ.

Како се до данас количина материје у природи није могла никако ни увећати ни умањити,то је у физици постављен закон,да је целокупна количина материје у природи стална и непроменљива.Како је маса апсолутна количина материје то је и маса стална,и непроменљива.Материја се не може замислити без простора,те је п р о с т о р (дужина,ширина и висина) прва особина материје.Простор се мери дужинским мерама (метар) и мерама за правац (степени за вертикалне,хоризонталне и сложене правце).При мерењу метром при обичном мерењу тражи се мања тачност,обично до 1/10 мм.док међутим у науци потребна је већа тачност,коју можемо постићи справама:нониусом или в е р н и ј е м или м и к р о м е т а р с к и м з а в р т њ е м.Нониус или верније је проста али значајна справа,која прати многе остале инструменте.Нониуси су напредни или назадни;за прве важи образац $\frac{n-i}{n}$ а за друге $\frac{n+i}{n}$.Нониусом меримо мање ситне дужине тако и ситне углове(ВВ.О нониусу и о микрометру види М.Ј.Андоновић,Н.Геодезија I књ.223-246 стр.). Граница нониусове употребе је 1/100 мм. Микрометарски завртањ је тачнији од нониуса,његова је граница употребе 1/1000 мм.Основни су правци хоризонтални и вертикални;хоризонталан правац одређујемо л и б е л о м, која је цеваста или лоптаста.Ју треба увек поставити бар у два укрштена положаја,па да одредба хоризонталног правца буде тачна.

(И о либели види у Н.Геодезији I књ.202-297 стр.).Простор дакле меримо нонијусом,микрометром и либелом.Сложене справе из тих јесу:к а т а т о м е т а р (види Ђ.М.Ст.Екс.ф.I.књ.470 стр.) и т е о д о л и т (Н.Геодезија II.књ.I полов.641 стр.)Толико о првој општој особини ма

материје, о п р о с т о р н о с т и. Друга је општа особина материје д е-
љ и в о с т. Целови природне материје јесу тела. Деобом неке материје
(напр. с о л и) долази се до делова, који ако се даље деле не остају више
та материја, већ постају сасвим нове материје (хлор и натријум). Најмањи
део, који још има особине првобитне материје зовемо м о л е к и л, а де-
лове молекила називамо а т о м и м а. Атом је недељив. Код органских ма-
терија при деоби молекила наилазимо на ћ е л и ј е, о којима мора бити
говора, све док постоји разлика између органских и неорганских материја.
Тако дакле при деоби материје наилазимо на ове делове: е л е м е н т, ћ е л и ј е
м о л е к и л, а т о м. Најдељивија су мирисна тела; I гр. мошуса не
губи од своје тежине ништа ни за две године, ма да се та соба јаким
ветри. Материја постаје а г л о м е р а т о м - ређањем молекила једно
на друго. Но молекили се не додирују баш непосредно већ између њих остаје
извесни међупростор, због чега и запремина једног истог тела није увек
исте величине. Према томе би трећа особина сваког тела била п у п љ и-
к а в о с т са којом је у вези четврта особина с т и ш љ и в о с т, јер
се молекилска тела могу или збликити или још више удаљити.

Пета је особина материје н е п р о б о ј н о с т. Сваки део
материје заузима за себе, извесни део простора, који не може и друго тело
заузимати у исто време. За чврста и течна тела ова је особина тако рећи
општа, али није таква за гасове, ма да се та особина и код њих може
доказати напр. у изврнутој чаши неће вода ући до горе већ до некле, а даље
не да стиснут ваздух, који је у чаши. Већ смо поменули да постоје
чврста, течна и гасовита тела, чему ћемо сад додати и е т а р с к а т е-
л а са напоменом, да су та разна стања ш е с т а о с о б и н а м а-
т е р и ј е, која се зове а г р е г а т н а с т а њ а. Последње агре-
гатно стање материје - е т а р с к о узето је само ради објашњења teo-
рије светлости и електрицитета, о чему ће бити говора у своје време.
Прва три агрегатна стања - чврсто, течно и гасовито, сачињавају тако
зване п о н д е р а б и л н е м а т е р и ј е, а четврто је стање им-
пондеравилне материје. Молекили чврстих тела у јаком су вези међу собом -
привлаче се услед чега су тела чврста

и имају свој облик; код течних тела привлачење је већ слабије, али није
још сведено на нулу, као код гасова, мада га и код гасова има, само што
су свере привлачења гасова удаљене једна од друге и не додирују се;
тек се сфере привлачења код гасова додирну наступиће привлачење, тада ће
гасови проћи у течна и чврста тела. Чврста су тела најбогатија разноли-
кошћу по облику, тврдоћи, боји.....

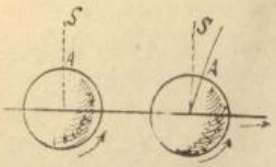
Идући редом осталим агрегатним стањима разноликости је све
мање и мање, тако да их код гасова готово већ и нема, а шта ли ће тек бити
код четвртог агрегатног стања - етра. По тој постепености може се
створити слику тог агрегатног стања. Седма и последња је особина мате-
рије п о к р е т љ и в о с т. У природи немамо апсолутног кретања јер
немамо ни апсолутног мира; све је у релативном миру па према томе и у
релативном кретању пошто се сва материја креће. Напр. човек се креће у
ваљи, ваљи по води, вода по земљи, земља око сунца и своје осе итд. те је
тако све у релативном кретању једно према другом.

§7

К Р Е Т А Њ Е.-

Општа је особина кретања в р е м е. - Без кретања не бисмо
имали појма о времену; мерење томе в р е м е м е р и м о к р е т а-
њ е м и то сталним (непрестаним) кретањем, а таква су кретања земље
око њене осовине и око сунца, те су мере времена дан и година. Трајање
дана није се промењило од како се зна, дан полазна тачка за мерење дана
јесте кулминација сунца (подне) те тако добијамо сунчани дан. Посматра-
њем звезда према меридијану добијамо тако звездани д а н
који је од сунчаног краћи за три минуте 55,909 сек., јер док се земља
једном обрне око своје осовине она пређе један део своје годишње пу-
тање. Због огромног даљина звезда то пренетање земље око сунца готово
нечувено, али према даљини сунца од земље о њему се мора водити рачу-
на, јер услед тога пређе мало више времена док сунце за неко тачно
место на земљи достигне своју највишу тачку на небу, но што би то било
кад се земља не би помицала. Услед обртања земље око осе с десна на
лево, место А на земљи рећи ће да има подне сутра дан, кад се земља

Сл.2.



обрне једном око себе, А неће пмаги још
једне, када се земља једном потпуно обрне
око себе. Услед тог задоцњавања звезда
је звездани дан краћи скоро 4 минута од
сунчевог. Ни сви сунчани дани у години
нису једнаки, јер дневна путања земљина
није исте величине за сваки дан тј. брзина земље није увек иста; стога
се ради веће тачности у науци узима средњи сунчани дан. Већа јединица
за мерење времена је година. За почетак године узима се у астрономији
пресек еклиптике са екватором, таквих пресека има два, те могу и бити
и две полазне тачке за годину (јесења и пролећна равнодневница). За по-
четак се пак године узима само пролећна равнодневница, и та се година
зове тропском или сунчаном годином, сем тропске имамо и т.зв. сунчану го-
дину. Годину не почињемо тачно у време свршавања земљиног пута око сун.
јер није погодно, пошто земља сврши свој пут за 365 дана 5 сати, 48 мин.
и 48 сек. Јулије Цезар заокруглио је годину на 365 дана 6 сати, због чега
је година била продужена за 11 мин. и неколико секунада, те му је онда
само било три године сматрети као просте, по 365 дана, а четврта преступ-
на са 366 дана, због оног вишка од 6 сати на 4 год. Због оних 11 минута
наступила је разлика од једног дана после 128 год. На то је обраћала
пажња на Никејском Сабору (за то време грешка је постала за три дана),
а на том је сабору та грешка исправљена тиме што су та три дана изба-
чена. Али у доба папе Гргура погрешка је опет била за 10 дана, те папа
избаци тих сувишних 10 дана и прогласи 5 октобар за 15. Да се пак исте
погрешке не би правилила и даље, он је наредио да се у сваких 400 год.
избаце по 3 дана. Тако је сад наступило ово:

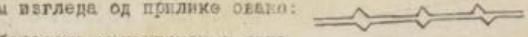
1582 год. разлика између Јулијевог и Гргуревог календара 10 дана;
1600 по Цезару преступна, а по Гргуру опет преступна; разлика 10 дана;
1700 " " " " " проста - разлика 11 дана;
1800 " " " " " " " 12 дана;
1900 " " " " " " " 13 дана;
2000 " " " " " преступна " 13 дана;

2100 по Цезару преступна,а по Грегору проста - разлика - 14 дана;.

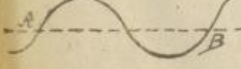
Али ни Грегурова исправка није тачна,јер је по Цезару за 128 год.наступила разлика од 1-ог дана,а он је пак увео на 133 год.тј.за 5 година више(кога то питање интересује нек чита:М.Трпковића,Реформу календара од 1900 год.) .Справе за ситно и тачно мерење времена.

1/.- Сат као клатно говоно је најтачнија справа за тачно мерење времена.Сат је добар онда кад иде или увек само напред или само натраг, стога сатове не треба дотеривати нити га натраг враћати.Сат са клатном није подесан за ношење,те се за ту сврху употребљава сат без клатна или џепни сат.За тачно мерење имамо х р о н о м е т р е удешене и за пренос;то су сатови,код којих је клатно замењено еластичним пером.Појмљиво је,да што је сат мањи тим мање правилно ради;сем тога,сат коме се често мења положај не може да ради тачно,те да се сатови,с те стране обезбеде удешено је да хронометри одржавају увек хоризонталан положај ,помоћу тзв.к а р д о н о в е о с е.За бележење времена на секунде служе нам х р о н о г р а ф и,који су обично са две писаљке,једна пише сама помоћу механизма,а другом пише посматрач притискујући по једном дугмету.

Бележење том справом изгледа од прилике овако:



иде је горња линија бележена механизмом,а доња притиском дугмета.Кад се неки хронометар пусти да ради не треба га заустављати.За мерење краћег времена служе нам х р о н о с к о п и,клатна која лупкају при клаћењу у свакој секунди. Ту долазе справе са кретањем песка,које су такође доста тачне,и помоћу посматрачи такним справама могу мерити време до 1/10 секун.Кад је потребна још већа тачност служимо се с т р о г о с к о п и м а.Најтачнија су и најбоља мерења времена графичким посматрањима и то тзв. д и м а п а з о н и м а.Инапазон је виљушка,која трепти по 100 и 1000 пута у једној секунди,и то се трептање бележи у виду таласа на пр.Ако виљушка трепери 1000 пута у секунди,онда ће један талас забележити за 1/1000 део од секунде.Дужину пак АВ можемо делити још бар на 10 делова,те према томе време меримо са тачношћу до 1/1000 сек.Дакле мере

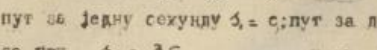


су као времена тачније од мерења простора.

§8.

Друга је општа особина кретања п о с т о ј а њ е с а м е ћ и в о с т - и н е р ц и ј е, по којој маса тежи да задржи свој положај и своје стање све потле док не дође каква страна сила, да јој стање промени тј. да је покрене или да је зауставн. (Услед инерције ми се нагињемо у назад, горњим делом тела, кад смо на колима и кад она нагло пођу, тј. кад нам се доњи део тела који силом извакне у напред нагло а горњи део услед инерције заостаје (седи назад).

§9.

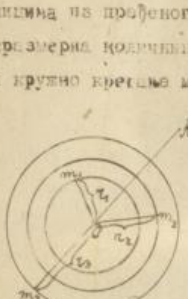
Опште су особине сваког кретања и брзина с и путања s ; то су карактерни знаци сваког кретања. Путању S замишљамо као траг тела, које се креће, а тај траг може бити права или крива линија било у равни било у простору. Брзина је пак онај пут тела, који оно учини у једној секунди свога кретања. Кад једно тело пређе друге секунде исти онолики пут, колики је прешло и прве секунде, па толики исти пут прелази и сваке идуће секунде, онда кажемо да се то тело креће с т а л н о м б р з и н о м, коју обележавамо са "c" (celeritas constans) Графички се стална брзина представља овако: 

Ако са s обележимо пут, онда је пут за једну секунду $s_1 = c$; пут за две секунде биће $s_2 = c + c = 2c$ за три $s_3 = 3c$ а за t" биће $s = c \times t$ ..... (1), Из једначине (1) добијамо $t = \frac{s}{c}$ ..... (1a) и $c = \frac{s}{t}$ ..... (1a). Кад имамо два кретања $s = c \cdot t$ и $s_1 = c_1 \cdot t_1$ можемо образовати сразмеру: $s : s_1 = ct : c_1 t_1$ Ако се узме да је $s = s_1$ и $c = c_1$ биће и $t = t_1$ тј. две тачке, које за исто време пређу исте путеве имају и брзине једнаке. Ако је пак $t_1 = t$ биће $s : s_1 = c : c_1$ пакле кад две тачке за једнака времена прелазе разне путеве њихове ће брзине бити право сразмерне са пређеним путевима. Кад се узме да је $c = c_1$, биће $s : s_1 = t : t_1$ тј. са једнаком брзином пређени путеви пр по су сразмерни временима кретања. Кад је $s = s_1$ добија се $ct = c_1 t_1$ или $c : c_1 = t_1 : t$ пакле кад две тачке, које се крећу једнаким крета-

има за разна времена пређу исте путове, њихове су брзине обрнуто сразмерне временима кретања.

Пошто је сразмера $s : s_1 = ct : c_1 t_1$ излази: $c : c_1 = \frac{s}{t} : \frac{s_1}{t_1}$ и $t : t_1 = s : s_1$, дакле, када су путови и времена двају једнаких кретања разна, онда су а) њихови пређени путови праворазмерни са производима из брзине и времена, и) њихове су брзине праворазмерне са количницима из пређеног пута и времена и 2) њихова су времена кретања праворазмерна количницима из пређеног пута и брзине. Како праволинијско тако и кружно кретање може бити са сталном брзином. У томе случају тачка

Сл.6.



m_1 пређе за 1" пут $s_1 = 2r_1\pi$

тачка m_2 „опет за 1" пут $s_2 = 2r_2\pi$

тачка m_3 пак $s_3 = 2r_3\pi$ итд.т.ј. свака тачка на правој ОА има разну брзину јер све те тачке за исто време пређу разне кружне путеве.

Нека су њихове брзине по реду $c_1, c_2, c_3 \ldots\ldots$ за меру таквих брзина, по кружним путањама, узимамо брзину оне тачке на правој ОА, која је на даљини $r = 1$ од центра О. Та брзина тачке на даљини $r = 1$ зове се угловна брзина. (§13). У колико је та тачка на већој даљини од О т.ј. у колико је r веће, у толико ће и брзина те тачке бити већа.

§11.

Најчешће су променљива кретања, која су или једнако променљива или неједнако променљива, затим убрзана или успорена. Од таквих кретања пређени брзине за једну секунду зову се убрзања, која су позитивна (полазна) за убрзана, и негативна или одречна за успорена кретања. Убрзање обележавамо са a (acceleratio). Брзину једнако убрзаног или успореног кретања на крају извесне секунде зовемо крајњом брзином, а обележавамо је са v (velocitas - varcabilis). За прву је секунду дакле $v = a$, за другу $v = 2a$, за трећу $v = 3a$ итд. За t'' биће $v = t.a$ .....(2). Наравно да ово резоновање важи само за она кретања код којих је убрзање једнако у свима секундама. Већ код неједнако кретања није онако лако извести образац за пут, као што је то био

случај код једнаког кретања (§9) Да бисмо дошли до обрасца за пут код неједнаког кретања морамо увести нов појам о средњој брзини. Узимо да неко тело са убрзаним кретањем пређе пут s за t'' онда кад би то, или друго неко тело прешло исти тај пут s за t'' са сталном брзином C, ту сталну брзину C звали бисмо средном брзином првог промен-ног кретања. Јасно је да ће се средња брзина за сваки појединн секунд добити, кад се узме аритметичка средина из почетне и крајње брзине у тој секунди; напр. средња брзина прве секунде за горњи пример биће : $C_1 = \frac{0+a}{2} = \frac{a}{2}$; у другој секунди је средња брзина $C_2 = \frac{a+2a}{2} = \frac{3a}{2}$; у трећој $C_3 = \frac{2a+3a}{2} = 5\frac{a}{2}$, итд. На тај начин променљиву брзину v претварамо у сталну брзину C , и сад можемо савршено онако исто како смо радили при изводењу обрасца за пут једнаког кретања, тако је:

пут за саму прву секунду $s_1 = C_1 t = \frac{a}{2} \cdot 1 = \frac{a}{2}$

" " " другу " $s_2 = C_2 t = \frac{3a}{2} \cdot 1 = \frac{3a}{2}$

" " " трећу " $s_3 = C_3 t = \frac{5a}{2} \cdot 1 = \frac{5a}{2}$ и т. д.

Пут од прве две секунде биће: $s_1 + s_2 = \frac{a}{2} + \frac{3a}{2} = \frac{4a}{2} = \frac{a}{2} \cdot 2^2$

Пут тек за прве три секунде биће: $s_1 + s_2 + s_3 = \frac{a}{2} + \frac{3a}{2} + \frac{5a}{2} = \frac{9a}{2} = \frac{a}{2} \cdot 3^2$

Пут за свих t'' био би дакле $s_1 + s_2 + s_3 + s_4 + \dots \dots \dots s_t =$

$= \frac{a}{2} + \frac{3a}{2} + \frac{5a}{2} + \frac{7a}{2} + \dots = \frac{a}{2} t^2 \dots\dots\dots (3)$

Образац (3) можемо написати и у облику $s = \frac{1}{2}(at)a$

те с погледом на образац (2) добијамо: $s = \frac{1}{2} v \cdot t \dots\dots (4)$ исти образац (3) може добити и облик: $s = \frac{a^2 t^2}{at}$ или опет с погледом на образац (2) добија се $s = \frac{v^2}{2a} \dots\dots\dots (5)$ где је пут s функција крајње брзине v и убрзања a, а не зависи од времена t . Из обрасца (5) добије се $v^2 = 2as$ и $v = \pm\sqrt{2as} \dots\dots (6)$

§12.

Постоји још једно кретање, које је сложено из прве две: једнос-ног и променљивог. Тако кад бацимо какав камен са високе, ми му дајемо сталну брзину C; али на тај камен дејствује одмах тежа земљина која ту брзину C повећава сваке секунде са g , тако да је брзина после t'' се-кунди $v = C + g \cdot t$

Ако пак камен бацимо одозго на више тела ће дејствовати

супротно и умањаваће брзину C тако тако да ће бити $v = c - gt$

Последња два обрасца обично пишемо уједно и добијамо

$v = c \pm gt$ ..... (7 и в).

Како је образац за брзину двојак за овакво кретање, то ће и образац за пут бити двојак и то: $s = \frac{c+c\pm gt}{2} \cdot t$

јер је средња брзина $c_s = \frac{c+c\pm gt}{2}$ дакле је $s = \frac{2c\pm gt}{2} \cdot t =$

$= ct + \frac{gt^2}{2}$ ..... (8)

Образац (8) показује нам, да тело, које се креће убрзано, односно успорено, а са извесном почетном брзином C пређе пут, који је раван збиру односно јединици на пута са сталном брзином и пута са убрзањем, и за сне време кретања. Из обрасца (7) добија се $gt = v - c$ и кад ову једначину помножимо са $s = \frac{v+c}{2} t$ добићемо: $gts = \frac{v^2 - c^2}{2} t$ или $2gs = v^2 - c^2$

одакле је $s = \frac{v^2 - c^2}{2g}$ ----- (9) тј. пређени пут код једнако успореног кретања раван је количнику на разлике квадрата крајње и почетне брзине и двогубог убрзања. За једнако успорено кретање са почетном брзином C крајња је брзина $v = c - gt$ ..... (9а) где је gt променљиво, а очевидно је да може наступити тренутак кад је $c = gt$ тј. $v = 0$ и то онда кад је $t = \frac{c}{g}$. За једнако успорено кретање образац за пут биће $s = \frac{c+c-gt}{2} \cdot t$ тј. $s = ct - \frac{1}{2} \cdot t^2$ ----- (10). Из обрасца (9б) добија се $t = \frac{c-v}{g}$ и заменом те вредности у $s = \frac{c+v}{2} t$

добија се: $s = \frac{1}{2}(c+v) \cdot \frac{c-v}{g} = \frac{1}{2} \frac{c^2 - v^2}{g}$

или $2gs = c^2 - v^2$ дакле $s = \frac{c^2 - v^2}{2g}$ ----- (11)

Кад у једначину (11) ставимо $v = 0$ што значи да је кретање успорено сасвим престало, добијамо образац $s = \frac{c^2}{2g}$ ..... (12)

који нам даје пређени пут успореног кретања за време $t = \frac{c}{g}$

§13.

Једнако кружно кретање

Кружно кретање има оно тело, које као целина не мења своје место, а чији поједини делови описују паралелне кругове разне величине (напр. ваљак на осовини, тело на осовини). Код таквог кретања има осовину окретања која може бити и тачка. Видили смо већ да брзина таквог кретања зависи од полупречника дужине од осовине тј. од полупречника кружне пу-

путање дотичне тачке.

У §9. нашли смо $s_1 = 22{,}5$ те заменом тога у обрасцу $C = \frac{s}{t}$ добије се: $c_1 = \frac{22{,}5}{t}$ исто је тако $s_2 = 22{,}5$ и с тога $c_2 = \frac{22{,}5}{t}$ Као што се види сви изрази за C имају $\frac{22{,}5}{t}$ као сталан члан, који смо у §9 назвали угловном брзином. Дакле је $\omega = \frac{22{,}5}{t}$ ....(13)

Према томе назначену добија се: $c_1 = \omega \cdot r_1$; $c_2 = \omega \cdot r_2$

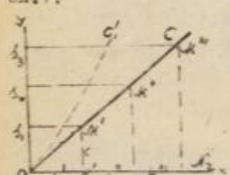
и у опште $c_n = \omega \cdot r_n$ .....(14).

§14.

ГРАФИЧКО ПРЕДСТАВЉАЊЕ КРЕТАЊА.

Свако кретање можемо представити графички помоћу две правоугле координатне осе (катхед и са три), од којих је једна Ox апциса, а друга Oy ордината. По апсиси преносимо целове времена кретања, а по ординати величине одговарајућих путева, усвојивши да јединица дужине представља

Сл.7.



и јединицу времена. На тај начин добијамо тачке $M' M'' M'''$ итд. које су све ближе једна другој у колико је t па према томе и s мање (управо у колико $t''-t'$; $t''-t'$ и $s''-s'$; $s''-s'$ итд. мање). Над су те разлике бесконачно мале тачке $M' M'' M'''$ итд. биће бесконачно близке једна другој и образоваће нам у опште једну криву линију C, која нам је графички представник посматраног кретања. Из сличних троуглова $OK : M' = OM'' : K_2$ добија се (сл.7) $s : c = t : s$ дакле $s = ct$ чије је тачност графичке представе доказана. Дужина $M'M''$ обележена је са c, јер је то пређени пут за једну секунду, што смо ми назвали брзином.

Ако ли пак брзину преносимо по у ординати, а време опет апсиси, добићемо за једнако кретање правоугаоник AOBC (сл.8) чија нам је страна

сл.8.

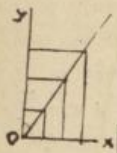


OA такозвана брзна линија.

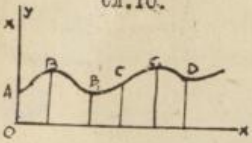
Код једнако убрзаног кретања нашли смо образац $s = \frac{at^2}{2} = \frac{gt^2}{2}$

графички представник овакве једначине биће

крива линија из сл.9.која нам у опште представља неједнака кретања. Кад нам је представник кретања каква неправилна крива линија (сл.10) онда ју делимо на такве делове (AB, BC, CD, итд.) који се без велике грешке могу сматрати као праве линије.



Сл.10.

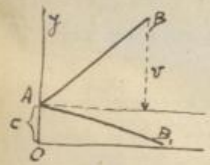


Ваља знати ово: Кад смо нашли брзину линију, онда ако је њена испупчена страна окренута апсиси, сигурно је, да ће кретање бити убрзано, напротив, ако је издубљена страна окренута ка апсиси, кретање је сигурно успорено.

Кад је пак брзна линија права, кретање је сигурно једнако, и тада је брзна линија у исто време и паралелна к оси. Где год брзна линија сече апсису, ту је за одговарајуће време брзина = с.

На слици 11. брзна линија је AB која је према горе реченом представник брзине једнако убрзаног кретања са почетном брзином с. Међутим права AB је брзна линија једнако успореног кретања са истом почетном брзином С.

Сл.11.



§15.

Ми смо до сада испитивали потпуно за себе материју, а за себе пак кретање, што није савршено исто са испитивањем природе, јер смо одмах у почетку казали да су материја и кретање неразвојни, и као такве треба их у исто доба обе испитивати. О тога сад морамо вршити испитивања, али тако, да водимо рачуна и о материји и о кретању у исто доба. Ако имамо тело масе m па нека сила да томе телу брзину с, онда ћемо производ из масе m и дате јој сталне брзине с звати количином кретања. Дакле је количина кретања $= mc$

Ако сила маси m не да сталну брзину с, већ неку променљиву брзину v очевидно је, да ће тај случај количина кретања бити $m.v$ Како је пак $v = at$ то заменом добијамо: количина кретања $= m.a.t$ или на једницу времена долази количина кретања

од a m. Напр. маса од 4 кгр. нека има брзину од 2 метара, онда је количина кретања те масе 4.2=8 мет.кгр. Како је количина кретања функција убрзања a (дакле $\mathcal{F}_{(a)}$), то да се неко кретање (то може бити и релативан мир) промени, мора дакле од некуд да дође a. Потребно је дакле нешто да то a изазове и да маси m да количину кретања $a.m$. То што изазива ту промену зовемо силом (*potestas*) тако да је $P = am$..... (15) Из обрасца (15) јасно се увиђа, да кад хоћемо да испитујемо силу, морамо водити рачуна и о маси m, и о убрзању те масе a.

§16.

НАЧИН КАКО СЕ СИЛА ПРЕСТАВЉА, МЕРИ И ПРОИЗВОДИ.

Силу графички представљамо дужином напр. ⟶ где стрелица показује правац, којим сила делује. Правац силе показује нам, да ли сила вуче тело: ⟵ или га гура ⟶ Величина сила представљена је величином праве напр. 1 см. дугачка права нека нам представља силу извесне величине, онда ће нам у истом примеру (задатку) права од 10 см. представљати 10 пута већу силу изражену истим јединицама.

Правац силе представља се графички правцем праве; напр. сила делује на (ниже ↓ (више ↑ итд. Тачка на коју сила непосредно делује зове се њеном нападном тачком, напр. А, односно В ⟵ (A B) ⟵

Најзад треба водити рачуна и о четвртом елементу сваке силе, а то је њен смисао. Сила напр. делује с лева на десно ⟶ с југа на север ↗ итд. Смисао нам показује стрелица. Код сваке силе треба најпре одредити правац па тек онда и њен смисао. Свака нам је сила потпуно позната, кад је окарактерисана са по четири своја елемента.

За мерење сила потребна нам је нека јединица мере, која наравно мора бити опет нека сила, јер силу можемо мерити само опет силом. За ту јединицу усвојена је земљина сила или т е ж и н а, јер земља, као и свако друго небесно тело има своју силу, којом привлачи свако тело. Дакле $P=am$ представља нам силу у опште, где а долази од ма које врсте кретања (једна-

(једнаког, убрзаног и успореног), а маса пак m очевидно у свима приликама је једно исто (материја). Код земљине силе која је просто привлачење, убрзање се не обележава са a, већ са g ($gravitatio$), а силе пак земљина не означава се са P већ са Q ($Quantitas$) те за земљину силу добијамо образац: $Q = g \cdot m$ ...(15в) а то је пак очевидно и права тежина тела коме је маса m. Убрзање g стално је за исту географску ширину, и за једну секунду износи: $g = 9{,}806$ за Београд. Тежине се мере кантарима са два таса (теразијама), који не мере силе, већ само масе.

Силе пак меримо д и н а м о м е т р и м а, и те су справе обично каква еластична тела. Кад је $P = a.m$, и $P_1 = a_1.m$, па се узме да су масе m и m_1 једнаке, дакле $m = m_1$, онда је и $P : P_1 = a : a_1$, тј. силе су правосразмерне убрзањима, које оне саопште истим масама. Ако ли је пак $a = a_1$, а m различито од m_1, онда је $P : P_1 = m : m_1$, или силе које масама m и m_1 саопште иста убрзања, стоје су сразмерне са тим масама. Најзад, кад је $P = P_1$ дакле $am = a_1 m_1$, или $a : a_1 = m_1 : m$, дакле, убрзања су обрнуто сразмерна са масама. Очевидно је да у свима овим испитивањима можемо место силе P ставити тежину Q, а место убрзања a, тежину убрзање „g". За поједине географске ширине није убрзање „g" исто, те с тога једно тело мерено динамометром на разним местима има и разну тежину, док то исто тело мерено на теразијама има увек исту тежину, па ма га на којој географској ширини мерили. Према томе тежина, коју меримо, зависи само од маса, а никако од привлачне силе (снаге); земљине; динамометрима се пак мери само сила земљина (тежа), а никако тежина.

§17.

ЗАКОНИ О СИЛАМА.

Кад претпоставимо, да на неко тело не дејствује никаква сила, онда нема разлога да се оно креће променитвом брзином, те ће се према томе кретати са сталном брзином, или ће пак бити у миру, дакле: без дејства силе те ће се увек кретати са сталном брзином. То је први закон о осуству сила. Питање настаје, да ли ће сила, која доцније дође имати каквога

утиче је на дејство силе,која је прва не деловала на то тело.Деловање прве силе остаје исто као и пре и онда,кад неће бити друга сила.То би било друго правило о силама,које се обично исказује овако:Свака сила изазива свој ефект савршено сама за себе,као и да нема никакве више силе,дакле, делује савршено независно једна од друге.Дејство неке силе на какво тело зовемо акцијом.Свако тело показује према сили извесан отпор,и тај отпор зовемо реакцијом.Постоји закон да је акција увек равна реакцији. Особина силе,да својом акцијом изазива исту толику реакцију зове се дејство силе у два правца.

§18.

КЛАСИФИКАЦИЈА СИЛА

Силе могу бити тренутне и трајне.Тренутак је овде мањи од 1/10 секунде.Кад на неке тело дејствује тренутна сила,она ће му променути стање - покренуће га.

Сила је успела,да крене тело,и оно мора сад да се креће са сталном брзином,коју је од те силе добило;ма да та сила не дејствује више на то тело.

Трајне силе дејством својим на неке тело изазивају неједнаке кретање тога тела.

Привлачна снага земљина тј.сила теже - спада у трајне силе, и изазива једнаке променљива кретања.За правац таквог кретала ваља приметити,да ако се тело креће у правцу теже,кретање ће његово бити по правој линији;ако се тело не креће правцем теже,кретање тела биће по извесној кривој линији.Дакле,кад стална сила заклапа са правцем кретања извесан угао,путања тела,на које та сила дејствује,биће крива линија. Према теме:Свако је кретање по кривој линији сложено,док праволиниске кретање може бити и просто и сложено.Израз P=a.m.преставља нам силу, те према теме силу можемо разликовати с погледом на a по величини, а с погледом на m разликујемо их на овај начин:Ако је маса неког тела у целини онда ћемо ту силу P звати м е х а н и ч к о м с и л о м.Ако је

маса молекула, сила P биће молекуларна; кад је пак прса атома сила ? добиће име атомске силе. Зат маса ћелија имаће ћелијску силу. Сем свих ти врста сила и мишићна је снага нарочита врста сила. Силе можемо реализовати још по дејству и по раду. Ако сила дела на нападну тачку, али тело не крене, она тада, кажемо дејствује. Ако пак сила деланем на нападну тачку крене и само тело, она онда, кажемо ради.

- §20. -

РАД

Ки кажемо, да је сила P извршила неки рад $\mathcal{R}$:

Кад је савладала на некој тачки макакав отпор или ма какву супротну силу; према теме рад је силе у толике веће, у колико је већи отпор у колика је дужи пређени пут. С тога се сваки рад силе мери производом из силе P и пута s тако да је $\mathcal{R} = P \times s$ ..... 16.

Каке се сила P мери кгр.а пут s метрима те се рад $\mathcal{R}$ мери меће килограмима. Не сем тога рад се мери и јединицом рада званом в а т

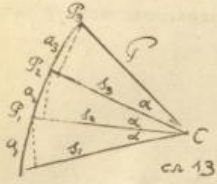
$$\text{Један џул} = \frac{1.\text{кгр.}}{9.81} \times \frac{1\text{динамија}}{9.81}$$

За мереље рада имаће још и јединицу у коју зовемо е р г е м, која може бити велики ерг или мали ерг. Однос између досад поменатих јединица за мереље рада јесте овај $1\text{ерг} = \frac{1\text{ ват}}{10000000} = \frac{1\text{м кгр.}}{98100000} = \frac{\text{Гарни кон}}{736000000}$

Израз $\mathcal{R} = P \cdot s$ важи за онај случај, када се тело креће у правцу, куда га сила вуче - или гура - али може бити, да правац силе и пут заклапају извесни угао α, то за тај случај израз $\mathcal{R} = P \cdot s$ постаје нешто другојачи. Тај је случај напр. код ниских кола (сл. 12). За овај је случај $\mathcal{R} = P \cdot s_1$, али је $s_1 = s \cdot \cos\alpha$ те заменом тога постаје: $\mathcal{R} = P \cdot s \cdot \cos\alpha$ ..... (17) треба дакле, силу пројектовати на правац пута и силу помножити. Са том пројекцијом, па ће нам добивени производ представљати величину рада те силе. Видели смо да путања тела може бити и крива линија, и рад у теме случају налази



мо кад ту криву линију, путању, поделимо на делове, које можемо сматрати као праве линије, па за сваки део нађемо рад, и збир свих тих појединих радова биће нам целокупни тражени рад за ту криву путању (сл.13). Појединачни ће радови бити:



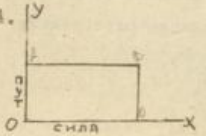
сл 13.

$R_1 = P_1 s_1 \cos\alpha$;
$R_2 = P_2 s_2 \cos\alpha$;
$R_3 = P_3 s_3 \cos\alpha$ . . . . . итд. а целокупан рад биће: $R = \Sigma(P s \cos\alpha)$
или како је P и α стално за све чланове, кад је путања део круга, то је $R = P \cos\alpha \cdot \Sigma(s)$ . . . . . (18)

§21.

ГРАФИЧКИ ПРЕДСТАВЉАЊЕ РАДА.

Рад се графички представља површином (14). По апсциси вања пренсе силе, и по ординати путеве па на сл.14.



правоугаоник ABCO представља величину рада. Ако сила није била стална, већ променљива, површина која нам графички представља рад, биће са једне стране ограничена кривом линијом, која зависи од несталности силе.

§ 22.

Рад извршен за јединицу времена зове се ефекат силе, и то је јединице мере рада, од мањих јединица. За веће радове имамо за јединицу једног коња, коју смо јединицу већ споменули и која је рад ефекта од 75 кил. Кад у обрасцу $R = P \cdot s$ ставимо раније нађене вредности $P = a \cdot m$ и $s = \frac{v^2}{2a}$ добићемо нов образац: $R = \frac{mv^2}{2}$ . . . . . (19) у коме је изразу рад представљен производом масе и квадрата брзине, а не силом и путем, као у раније образцу $R = P \cdot s$. Израз (19) због свог особитог значаја у Физици и Механици добио је нарочито име: Е и в а с и л а или е н е р г и ј а. Као што се види, по апсолутној (математичкој) вредности рад је сврсисходно једно исто што и енергија, али се ипак то двоје, као што ћемо ускоро видети, битно разликује јер у обрасцу $R = P \cdot s$ брзина не игра никакву улогу, што није случај и са обрасцем: $R = \frac{mv^2}{2}$.

Као пример за разликовање рада $R = P \cdot s$ и енергије $R = \frac{mv^2}{2}$, обично се наводи укуцивање јексера ударцем чекића - енергија - и просто терањем јексера одозго - рад. Из горе реченог, јасно је да је енергија врста брзога интензивног рада. Енергију можемо још дефинисати као нагомилани рад у телу, који је оно добило од силе која је на њега деловала тренутно; то тело мора негде да покаже ту своју енергију: дакле енергија тела је његова способност за рад. Раније смо то видели, да у природи постоји само материја и кретање, а обрасцем пак $R = \frac{mv^2}{2}$ спојили смо то двоје у једно, тако да нам тај образац показује, да у природи постоји само енергија.

§22.

ЗАКОНИ ЕНЕРГИЈЕ.

1.-Закон.-Енергија неког тела једнака је раду оне силе која је саопштила томе телу потпуну брзину;

Доказивање тога закона:-Узимо да сила P креће тело масом m по путу s, онда је њена величина $P = a \cdot m$, где је a силом саопштено убрзање томе телу. Даље је према раније $s = \frac{v^2}{2a}$ те како је $R = P \cdot s = a \cdot m \cdot s = a \cdot m \cdot \frac{v^2}{2a} = \frac{m \cdot v^2}{2}$ (заменом то добијамо) чиме је пак горњи закон и доказан.

2. Закон.-Енергија некога тела равна је ономе раду, који ће то тело извршити, док не изгуби сву своју брзину ДОКАЗ: Узимо, да је тело бачено вертикално у вис, дакле да губи од своје брзине сваке секунде по "g"; за t'' то ће тело од своје брзине изгубити према томе изд. ре ће тело од своје брзине изгубити према томе $t \cdot g$. Тај губитак пада на цело тела тежине Q, те на јединицу тежине пашће $\frac{tg}{Q}$. Но мисмо силом P дали баченом телу брзину, и што већа сила, већа ће бити и брзина, те услед те праве размерности, над се при рачунању губитка брзине увеле у рачун и сила P добиће се губитак $\frac{g \cdot t}{Q}$ Тај губитак бива све већи све док не постане $v - \frac{gt}{Q} = 0$ тј. док бачено тело, не изгуби сву своју брзину; из те је пак једначине: $P = \frac{Q \cdot v}{gt}$. Како је пак $s = \frac{v^2}{2g}$ то је и $R = P \cdot s = \frac{Q \cdot v}{g \cdot t} \cdot \frac{v^2}{2g} = \frac{Q \cdot v^2}{v \cdot 2g} = \frac{Q \cdot v^2}{2g}$.

Но зна се да је $Q = m \cdot g$ те је и $R = \frac{mgv^2}{2g} = \frac{mv^2}{2}$. Овим је доказан и други закон о

енергије, који ће осталом лакше доказује на овај начин:

Из обрасца $P = a \cdot m$ добија се $a = \frac{P}{m}$, те множењем са t биће: $at = \frac{P}{m} \cdot t$, а то је v. Гоно по горњем закону треба да је: $v - \frac{P}{m} \cdot t = o$ то је $P = \frac{mv}{t}$ Познати образац $s = \frac{v^2}{2g}$ вала последњим обрасцем помножити, па је $P \cdot s = \frac{mv^2}{2gt} = \frac{mv^3}{4v} = \frac{mv^2}{2}$ Чиме је пак закон доказан.

ПРИМЕР:- Нека је тежина неког чекића $Q = 1$ кгр.а брзина његова нека је $v = 10$ м.; онда из обрасца $Q = m \cdot g$ имамо: $m = \frac{Q}{g} = \frac{1}{9.81} = \frac{1}{10}$ (округло) јер овде није потребна баш тако велика тачност.

Образац $R = \frac{mv^2}{2}$ сад постаје према датим количинама: $R = \frac{\frac{1}{10} \cdot 10^2}{2} = 5$ кгр. Међутим, кад бисмо употребили чекић за рад а не за енергију онда брзина v неће имати никакав утицај и добиће се $R = P \cdot s$ Ако хоћемо на пример да укуцамо јексер за 1мм, онда је 5 мкгр. $= P \cdot 0{,}001$ ако узмемо нађену количину рада. Отуда $P = \frac{5}{0{,}001} = 5000$ кгр. Дакле да се какав јексер укуца за 1 мм без чекића - простим полагањем терета - потребно је да се на њега спусти - управо неосетно положи терет од 5000 кгр., док енергија тај посао свршти само са 5 кгр. с и л е. Кад се неко тело креће и кад врши рад, па на свом путу удари о какво друго тело, онда ће прво тело пренети од своје енергије и на ово друго тело; та пренета енергија биће равна разлици: $\frac{m_1 v_1^2}{2} - \frac{m_1 v_2^2}{2}$ где је $\frac{m_1 v_1^2}{2}$ првобитна енергија првог тела, а $\frac{m_1 v_2^2}{2}$ енергија која је после удара заостала у првом телу.

Сва су кретања у природи извесан начин преношења енергије из једног тела у друго.

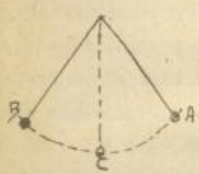
§23.

КАКВИХ ИМАМО ЕНЕРГИЈА.

Енергија $R = \frac{mv^2}{2}$ не јавља се свуда у природи на исти начин; кад се неко тело креће и кад врши рад оно има радну или к и н е т и ч к у енергију; кад ми неко тело уклонимо са његовог места, ми смо зато употребили известан рад, значи да смо томе телу дали онолико енергије колико одговара томе раду; али ми смо то тело оставили на такво место где оно не може да покаже своју добивену енергију због извесне какве

препоне (обичне какве подлоге), но оне је ипак готово, да увек ту енергију покаже, чим ту препону (подлогу) уклонимо. Такво тело кажемо, има потенцијалну енергију или енергију по положају. (Затегнутој еластичној жици дата је потенцијална енергија, као год и напуњеној пушци итд). Та нагомилана потенцијална енергија у каквом телу зове се још и х е м и ј с к о м е н е р г и ј о м.

Све природне појаве нису ништа друго до преноси енергије с једног тела на друго, или прелази енергије из једног од горњих стања у друго. Напр. К а м е н док се креће од С до А има кинетичку енергију, у тачки А, као год и у тачки Б има потенцијалну енергију, која одмах прелази у кинетичку опет. Кад неком телу дамо онолике енергије, колике оно у себе може највише да прими, (напр. навијемо сат савијем - докле се може), онда се каже, да то тело има т о т а л н ј е н е р г и ј у. Ако пак телу нисмо дали у оноликој мери енергије, колике оно може да прими, онда ће то тело бити са парцијалном или делимичном енергијом. П о т е н ц и ј а л (врста енергије; види §53) јесте она количина рада, коју произведи јединица масе (1кгр.) кад падне из б[illegible]начности или се са ма кога места пренести у бесконачност.



§24.

К О Н С Е Р В А Ц И Ј А Е Н Е Р Г И Ј А.

Казали смо, да се енергија преноси са једнога тела на друго, и да су све природне појаве, само тај пренос енергије, а сад пак да видимо, да ли се при тим преносу губи што од првобитне енергије количина. Кад камен падне са висине, али на какво тело које он може да разбије (напр. стакло) онда ми јасно увиђамо, да је он своју енергију показао у разбијању тела; али кад камен падне на земљу, не опажамо тако јасно те појаве његове енергије, али и тада чујемо удар када падне, место пада биће нешто. угњечено и топлије итд. опет ћемо моћи казати, да је сад енергија камена прешла у звук, топлоту, и да се сва утрошила на сабијање земље (на механички рад). Сума свих тих делова распарчане енергије камена; биће дакле

равна - енеј целокупној енергији,коју је тај комен имао,кад је почео да пада.На основу свих сваких опажања (опажања звучног"сорта")и поставили је у природним наукама (и посебно у физици) в а к о н о о х р а н ј е н и ј е е н е р г и ј е,који вели за сву васиону:како за сва мала тела и за сва велика (небеска)тела.Тај се закон обично исказује овим речима:"Енергија се не може ни створити ни уништити;она је увек ту (у природи)у стадној количини,само мења облик и место."Просте опажањем (или и тим искуством - општим)дошло се до закључка,да све врсте енергије нису исте постојаности;тако механичка енергија,врло лако прелази у молекилску енергију (енергију молекула,а то је топлота,звук и т).Сем тога опажамо да све врсте енергије у природи теже,да изгубе облик најпостојанији енергије,а то је топлотна енергија (врста пак молекилске енергије),те према томе и апсолутна количина топлотне енергије тежи максимуму.Та тежња енергије ка једној врсти у науци се зове опадањем или расипањем (degradatio et dissipatio)енергије.Извесни пак физичари ту тежњу енергије називају и ентропијом.Из горе реченог о енергији излази,да се и количина енергија налази у непостојаној равнотежи,јер и она такође тежи,да пређе у постојанију од себе енергију - у енергију топлотну.Дакле живот биљни и животињски,као врста непостојаног облика енергије,мора се угасити у целој васиони.Према томе ће у васиони наступити апсолутне мртвило,које ће бити од обичне смрти веће.Тада ће нестати количине енергије,али ће још постојати а т о м с к а и к о л и ч и н а,које ће пак енергије и даље тежити ка топлотној,док једном само не буде топлотне енергије.Када би се сунце угасило,живља би на земљи престао,али би се земља заједно са осталим планетама окретала још исто време ото охлађењем сунца;механички говорећи као би сунчани систем још био живи.Али над поменуте доба једнаке топлоте планете се па и земља морају запоставити.Ипак се па и тада се не може рећи да ће снага нестати,нити да ће све бити у потпуној непокретљивости у уском смислу,јер ће количина целокупне енергије бити непромењена,само ће она енергија бити у облику топлоте.То ће бити уништење приметног кретања, уништење сваке разноликости;то неће бити обична смрт,већ апсолутна мртвило,које је од обичне смрти још веће.

Видели смо прошлога часа, да у природи постоји само енергија, која је састављена из два чиниоца: из масе m која се креће, и брзине v (односно c) са којом се та маса креће. Према томе: природне науке могу испитивати само енергије у разном облику. Из обрасца $R = \frac{mv^2}{2}$ види да v може да утиче на целокупан израз на R само по његовој бројној вредности, јер v и није ништа друго до број. Дакле брзина v не може изразу за енергију дати класификацију, јер је и сама нема. Међутим маса m има својства класификације те их према томе и самоме изразу за енергију даје. Тако m може бити и маса тела, маса молекила, атома и ћелија; кад је m маса тела, његово се кретање зове механичко, а наука која проучава енергију тела јесте механика. Има пак појава, где се тела не крећу, већ само њихови делови молекила (напр. појаве звука) и таква молекиларна кретања проучава наука, коју ћемо овде проучавати, а то је ф и з и к а; дакле за физику је у обрасцу $R = \frac{mv^2}{2}$ m маса молекила, а цео образац престав ља енергију молекила, која може бити парцијална, тотална, кинетичка итд. што је напред већ поменуто. Енергија $\frac{mv^2}{2}$ кад је m маса атома јесте хемијска појава, и таква се енергија проучава у науци званој хемији. Најзад четврта група природних наука је она, која проучава појаве, за које је извр $\frac{mv^2}{2}$ те особине, да је у њему m маса ћелија, које се крећу, при том с кретању добија жив организам - а такве се појаве проучавају у биолошким наукама (зоологија и ботаника).

Из поменутих 4 група природних наука потичу услед још разних специјалности споредне групе као напр. а с т р о н о м с к е н а у к е (кретање "небесних тела") палеонтологија, минералогија итд....

Да дођемо до закона о кретању молекила што је задатак физике, морамо најпре проучити видљива кретања, дакле кретања тела, па ћемо кретања после лакше покушајима преносити на невидљива кретања молекила. Зато морамо се дакле најпре позабавити науком, која се, како рекосмо, зове М е х а н и к а.

Крај увода.

626.

О МЕРАМА.

Пре свега ваља нам се упознати са мерама, са којима ћемо се у току наших испитивања у физици служити. За сва наша мерења имамо тројаких мера: мере за дужину, мере за време, и мере за масу. На конгресу научника у Паризу 1881 год. утврђен тзв. с и с т е м а п с о л у т н и х м е р а, по коме је јединица мере за дужину сантиметар (c), јединица мере за време је секунда (s) и јединица мере за масу грам (g). Тим мерама меримо све Ради краткоће је својено је, да се дужине обележавају са L масе са M и време са T , И на основу тога дефинишемо ову таблицу:

дужине $= L$

површине $= L^2$

запремине $= L^3$

густине $= \frac{\text{маса}}{\text{запремина}} = \frac{M}{L^3} = M.L$

брзине $= v = \frac{\text{пут}}{\text{време}} = \frac{L}{T} = L.T^{-1}$

убрзања $= a = \frac{\text{брзина}}{\text{време}} = \frac{v}{t} = \frac{L.T^{-1}}{T} = LT^{-2}$

углове $= \alpha = \frac{\text{л у к}}{\text{полупречник}} = \frac{L}{L} = L^0$

угловне брзине $= \omega = \frac{2\pi}{T} = T^{-1}$ - - - - - - -(пошто је π отсталан број а не величина)

силе $= P = a.m = LT^{-2}M = LMT^{-2}$

количина кретања $= m.c = MLT^{-1}$

радове: $= P.s = LMT^{-2}.L = L^2MT^{-2}$

енергије: $=$ раду $= L^2MT^{-2}$

ефекти $= \frac{\text{р а д}}{\text{в р е м е}} = L^2.T.T^{-3}$

гравитациона поља: $= \frac{\text{п о љ а}}{\text{м а с а}} = \frac{LMT^{-2}}{M} = LT^{-2}$

Кретања тела проучићемо кад прво проучимо њихова кретања у релативном миру, дакле у равнотежном стању; то пак проучавамо у науци коју зовемо науком о равнотежи или "С т а т и к о м". Статика је дакле наука о условима за равнотежу тела. Прва пак кретања тела проучавамо у науци, коју зовемо "К и н е м а т и к о м". Како је сила $P = a \cdot m$ једини узрок промени кретања то се у механици прво о сили и говори. Због грчке речи сила д и н а м о с и механика често пута назива: д и н а м и к о м.

Према различитом стању тела чије се кретање испитује, механика се дели на ове групе:

1/.- механика чврстих тела - г е о м е х а н и к а.
2/.- " течних " - х и д р о м е х а н и к а,
3/.- " гасовитих " - а е р о м е х а н и к а.

Како су пак статика, динамика (наука о кретању) и кинематика делови механике, то се и оне деле на:

1/.- Статику чврстих, - г е о с т а т и к у;
2/.- " течних - х и д р о с т а т и к у; и
3/.- " гасовитих - тела - а е р о с т а т и к у;

Динамика се исто тако дели на:

1/.- г е о д и н а м и к у;
2/.- х и д р о д и н а м и к у; и
3/.- а е р о д и н а м и к у.

што је то и са кинематиком.

Најпре ћемо проучавати механику чврстих тела, и то њен први део статику чврстих тела т.ј. г е о с т а т и к у

I.

М Е Х А Н И К А Ч В Р С Т И Х Т Е Л А

или

Г Е О М Е Х А Н И К А.

1/.- Статика чврстих тела:

Г Е О С Т А Т И К А.

Казали смо, да кретање тела зависи од убрзања a, па према томе и од израза $P = a \cdot m$ који такође зависи од a, дакле је функција његова.

Ово пак израз, као што знамо представља силу. Стога кад је a_{xo}, a_{yo} када убрзања нема, онда је $P = 0$ што пак значи, да неће бити ни кретања. Да једно тело буде дакле у равнотежи релативној, потребно је да сила, која на њега дејује (могу то бити и више сила) буде равна нули. Како пак једну силу можемо разложити у више других сила, сматрати је као резултанту повољног броја сила, то ћемо ускоро видети како се ради - то горњи став можемо допуњен овако исказати: да неко тело буде у релативној равнотежи, треба да је резултанта свију сила, које на њега дејствују, равна нули, дакле да се све те силе одржавају међусобно у равнотежи.

Одредили смо шта је сила, и знамо која су њена четири елемента (види §16), који карактеришу сваку силу.

У природи махом имамо, да на једно исто тело за исто време делује по неколико сила, и нама сад треба да за сваки такав случај нађемо једну једину силу, која својим дејством потпуно може да замени све дате силе, које на то тело дејствују, треба нам дакле у сваком таком случају наћи резултанту датим силама, односно датој системи сила. Силе, које смо заменули једном силом (резултантом) без промене укупног дејства, зовемо к о м п е т е н т а м а.

При слагању сила које на једно тело дејствују можемо наћи на све случајеве:

1/.- Све силе имају исту нападну тачку; и

а).- у истој су равни, па чак истог правца и смисла;

в).- " " " " ; истог правца и супротног "

с).- " " " " ; а разних праваца и

д).- у разним су равнама и са разним правцима.

2/.- Све силе имају разне нападне тачке; и

а).- у истој су равни, паралелних праваца и истог смисла.

в).- " " " " " и супротног

с).- " " " " разних праваца и

д).- У разним су равнима и разних су праваца.

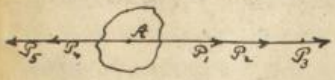
§27.

Слагање и разлагање сила.

Најпростији је случај, кад на тело делују више сила $P_1, P_2, P_3 \dots P_n$

са истом нападном тачком A и истог хоризонталног правца. Јасно је, да ће при кретању, ако га буде било, тј. ако дате силе $P_1, P_2 \ldots\ldots P_5$ нису у равнотежи, правац остати исти са правцем сила, јер нема никаквих узрока, да се тај правац мења.

Сл.16.

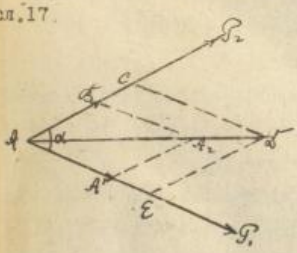


По првом правилу о силама (правило о осуству сила) имамо да свака сила делује независно од других сила, те је према томе сасвим јасно да ће резултанта свих оних сила бити равна њиховом алгебарском збиру: дакле да је $R_{1..5} = \Sigma(P) = (P_1 + P_2 + P_3) - (P_4 + P_5) \ldots\ldots (20)$

Из овога се обрасца види да се све силе једног смисла сумирају понаособ и силе смисла лево одузимају од сила смисла десно. Ако ли је збир сила лево раван збиру сила десно, онда ће резултанта тих сила R бити равна нули тј. те ће се силе одржавати у равнотежи, и само тело, на које оне дејствују налазиће се у релативној равнотежи. Главно је дакле, да се сила истога правца и исте нападне тачке алгебарски сабирају.

Ако две силе имају исту нападну тачку, а разне правце другим речима, ако те две силе делују у правцима под углом α, сложићемо их по тзв. п а р а л е л о г р а м у с и л а.

сл.17



И овде ћемо применити прво правило о осуству сила, пустивши прво само P_1 да делује за врло кратко време, тако да нападну тачку A премести у A'; затим ћемо по правилу (које ћемо мало час доказати) и које гласи: Нападна тачка силе, може се преместити на ма где по правцу те силе, пустити да сила P_2 делује у тачки A, за исто оно кратко време: Тако ће тачка A доћи у тачку A_1. На тај начин обадве силе дејствују-ће на тачку A довели су је у полонај тачке A_1; а узмимо, да је време за које силе дејствују на тачку A једновремено, онда се ствар неће у колико не мења. Из слике се пак види, да нам је полонај A после дејствовања силе P_1 и P_2 чији су правци под углом α одређен троугаоником AA_1A_2 чија је страна A_1A_2 паралелна правцу сила P_2 и AA' је правац силе P_1

питагориним)правилу, кад се уведу ова означена; $AE = P_1$ $EB = P_2$ $AB = R$ $\sphericalangle CAE = \alpha$; $R = \pm\sqrt{P_1^2 + P_2^2 + 2P_1P_2\cos(180-\alpha)}$ или како је: $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos\alpha$ то за бројну величину резултанте добија

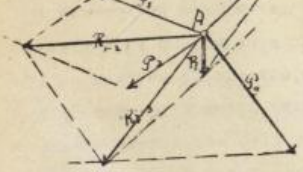
$$R = \pm\sqrt{P_1^2 + P_2^2 - 2P_1P_2\cos\alpha} \quad \ldots\ldots 21.$$

Овим обрасцем (21) можемо обухватити и онај ранији образац под (20) ако закључимо изведени тај образац и то кад у обрасцу (21) ставимо $\alpha = 0$ тј. да се правци сила P_1 и P_2 поклапају (или да су паралелни што нас се за сада још не тиче). Тада је $\cos\alpha = \cos 0 = 1$ и према томе: $R = \pm\sqrt{P_1^2 + P_2^2 + 2P_1P_2} = \pm\sqrt{(P_1+P_2)^2} = \pm(P_1+P_2)$ дакле је заиста резултанта сила, са истим правцем, равна алгебарској суми компонената.

Ставимо ли да је у обрасцу (21) $\alpha = 90^\circ$ или $\cos\alpha = \cos 90^\circ = 0$ добијемо $R = \pm\sqrt{P_1^2 + P_2^2}$ Када је пак $\alpha = 180$ (дакле опет исти правац, али смисла супротни) добијемо: $\cos 180^\circ = -1$ за резултанту $R = \pm\sqrt{P_1^2 + P_2^2 - 2P_1P_2}$ или $R = \pm\sqrt{(P_1-P_2)^2} = \pm(P_1-P_2)$ дакле исти резултат као и за $\alpha = 0$ тј. резултанта је равна алгебарском збиру сила.

После овога можемо узети да сложимо више од две силе, које су још у једној равни и са истом нападном тачком.

Нека су нам дате силе P_1, P_2, P_3, P_4 са нападном тачком A, а које су све у истој равни. Најпре ћемо по паралелограму сила сложити силе P_1 и P_2 у једну резултанту $R_{1,2}$ затим опет по паралелограму сила сложићемо ту помоћну резултанту $R_{1,2}$ са трећом силом P_3 и добити другу помоћну резултанту R_{1-3}, коју нам најзад треба сложити у дефинитивну резултанту R са силом P_4 опет по паралелограму с и л а. Исто се тако ради кад се слажу више од 4 силе.



Истина на овај начин - помоћу паралелограма сила - долазимо до резултанте

Над троуглом $A A_1 A_2$ можемо констатовати њему подударан троугао $A B A_2$ чија ће страна $B A_2$ бити паралелна правцу силе P_1 а страна $A B$ пак правац силе P. Тиме пак добијамо паралелограм који се у физи и зове П а р а л е л о г р а м с и л а.

На сасвим исти начин долазимо до паралелограма ACDE у коме ће нам тачка D показивати место тачке A после дејства силе $AE=P_1$ и $AC=P_2$ чији правци заклапају угао.

Силе P_1 и P_2 а доводе тачку A_1 дакле у положај тачака A_2 и D (ако је $AA_1=P_1$ и $AB=P_2$ односно $AE=P_1$ и $AC=P_2$ па према горе већ поменутом правилу о преношењу нападне тачке сила, и имајући на уму, да је дијагонала паралелограма AD односно AA^1 права можемо сматрати да је на тачку A деловала само сила AD и довела је је у положај тачке D или пак да је деловала само сила AA^1 и довела је у положај у тачке A_2. Из тога се пак види јасно, да је дејство сила P_1 и P_2 исто са дејством тих дијагоналних сила, што значи да силе P_1 и P_2 можемо заменути дијагоналном или силом, која је с тога резултатна сила P, и P_2. Отуда изводимо ово правило: Дијагонала паралелограма чије су стране увек дате силе, представиће нам правац стварног кретања и сем тога она је и резултанта тих сила одређена по правцу, величини, на њеној тачци и по смислу.

На тај начин врло нам је лако две силе, које имају исту нападну тачку, а правцемима својим заклапају угао увек сложити у једну резултанту графичким путем, кад само од тих сила конструишемо паралелограм (чији ће угао бити δ) и дијагонала тога паралелограма одређиваће нам резултанту са њена четири елемента.

Из сл. 17 види се да нам није увек потребно конструисати паралелограм сила, већ је довољан само троугао нпр. AA_1A_2 коме су две стране дате силе, али тако да им се стрелице не утичу у истом темену стр. 3 (затварајућа стр.) троугла биће тражена резултанта тих двеју сила. М резултанту двеју сила под углом не морамо изналазити по горе показаним графичким методама, већ је често израчунавамо тј. одређујемо аналитичким (рачунским) путем. Рачунско одређивање резултанте је теже од графичког.

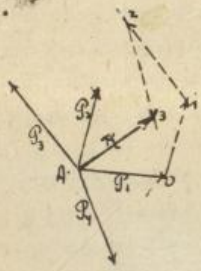
Из троугла ADE (сл. 17) добива се по Карнотовом опште пра-

резултанте, која нам је одређена са свих својих четири елемената: са напад-ном тачком A, правцем, смислом и величином. Ако бисмо били ради да рачунским путем одредимо резултанту $\mathcal{R}$, радићемо као и мало пре.

Најпре знамо да је: $R_{1-2} = \pm\sqrt{P_1^2 + P_2^2 + 2P_1P_2\cos\alpha_1}$

Зато је: $R_{1-3} = \pm\sqrt{R_{1-2}^2 + P_3^2 + 2R_{1-2}\cos\alpha_2}$ и најзад дефинитивна резултанта биће: $R = \pm\sqrt{R_{1-3}^2 + P_4^2 + 2R_{1-3}P_4\cos\alpha_3}$ У овоме би обрасцу требало још само заменути вредност за R_{1-3} пошто се најпре у обрасцу за R_{1-3} замени вредност за R_{1-2} и добије образац за дефинитивну резултанту $\mathcal{R}$ као функцију сила P_1 P_2 P_3 P_4 и њихова угла α_1 α_2 α_3 ако је α угао за P_1 и P_2 ; угао α_2 за P_3 и R_{1-2} и α_3 угао за R_{1-3} и P_4 . Из овог једног примера само са 4 сила види се како је овај аналитички метод налажења резултанте доста тешко неупотребљив; те се стога тај метод увек и избегава. Најлакши је пак и највећма употребљен је метод **п о л и г о н а с и л а** за већи број сила. Тај је Тај је метод основан на принципу паралелограму сила.

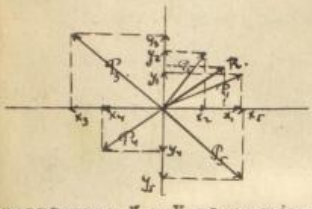
сл.19.



Из крајње тачке O једне силе P_1 вала повући паралелну силу P_2 и на тај правац пренети величину и смисао силе P_2 чиме се добива тачка 1. Из тачке 1 повући сада паралелну са правцем силе P_3 и пренети величину и смисао те силе, чиме добијамо тачку 2; Из тачке 2 повлачи се паралелна са правцем силе P_4 и преноси се величина и смисао P_4 чиме се добива завршна тачка 3 полигона сила 0123 Ту завршну тачку полигона сила вала сад спојити са нападном тачком A која је узета за почетну тачку полигона, и та затварајућа страна полигона сила биће тражена резултанта датих сила одређена по правцу, величини, смислу и са нападном тачком A. Смисао њен одређује се по правилу, да се њена стрелица мора увек сучељавати са стрелицем последње стране полигона сила. Као што се види овај је метод веома лак и погодан за брзо налажење резултанте дате системе сила. Види се даље да полигон сила није ништа друго до онај исте само мањи у троуглу сила (сл.17) и у паралелограму

паралелопипеду сила. Овај је метод одређивања сила резултанте дате система сила за сада највећма употребљен.

Силе, које имају заједничку нападну тачку А, а у истој су равни, могу се сложити још на један начин помоћу координатних оса. Ради тога ваља кроз њихову нападну тачку А повући две координатне осе под углом од 90° оријентисане. По правоугаонику сила (овде паралелограм сила прелази у правоугаоник сила) ваља сваку од датих сила $P_1 P_2 P_3 P_4 P_5$ растворити у по две компоненте, које ће падати у правац координатних осовина x и y. На тај ћемо начин место датих сила $P_1 P_2 P_3 P_4 P_5$ добити нових 10 сила: $x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 y_1 y_2 y_3 y_4 y_5$ од којих прва група пада у правац X осе, а друга у правац y осе, њих ћемо сложити у две резултанте X и Y по раније правилу за такав случај слагања сила, а добивене резултанте њихове X и Y по паралелограму (односно овде правоугаонику сложићемо у дефинитивну резултанту R, која ће нам на тај начин графички бити одређена за сва четири своја елемента.



Како смо већ имали да је $X = \Sigma_{(x)} \pm (x_1 + x_2 + x_3 + \dots)$

и $y = \Sigma_{(y)} = \pm (y_1 + y_2 + y_3 + \dots)$ и пошто је за овај случај међу је

$x = 90°$: $R = \pm \sqrt{x^2 + y^2}$ ---------- што добијамо замењујући вредности

x и y $R = \pm \sqrt{[\Sigma_{(x)}]^2 + [\Sigma_{(y)}]^2}$ ---------- ...(22).

Може се при сваком слагању сила удесити, да једна од датих сила - рецимо сила P_n - падне у правац X осе, онда су њене компоненте: $x_n = P_n$ и $y = 0$ Ако ли пак сила P_{n+1} ; пада у правац Y осе, њене ће компоненте бити $x_{n+1} = 0$ и $y_{n+1} = P_{n+1}$ . . Да би горе решени захватак о слагању силе помоћу правоуглог координатног система био потпуније решен, уводимо у рачун и поједине од углова $\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \dots \alpha_n$ и $\beta_1 \beta_2 \dots \beta_n$ (види сл.2 сл.21) које праве силе са осовином у односно са својим компонентама. Уводећи углове у рачун по сл.21., а на основу тригонометрије добијамо:

сл.21.

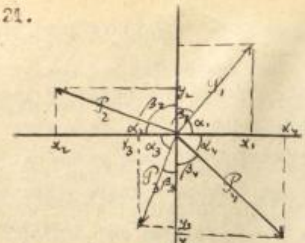
$x_1 = P_1 \cos\alpha_1$

$x_2 = P_2 \cos\alpha_2$

$x_3 = P_3 \cos\alpha_3$

$x_4 = P_4 \cos\alpha_4$

сл.21.



$Y_1 = P_1 \cos\beta_1$
$Y_2 = P_2 \cos\beta_2$
$Y_3 = P_3 \cos\beta_3$
$Y_4 = P_4 \cos\beta_4$

Кад пак саберемо све х компоненте за себе а све у компоненте за себе добићемо:

$$\Sigma(x) = X = P_1\cos\alpha_1 + P_2\cos\alpha_2 + \dots\dots + P_n\cos\alpha_n = \Sigma(P\cos\alpha)$$

$$\Sigma(y) = Y = P_1\cos\beta_1 + P_2\cos\beta_2 + \dots + P_n\cos\alpha_n = \Sigma(P\cos\beta)$$

Кад пак ове вредности ставимо у образац (22) за резултанту добићемо:

$$\sqrt{[\Sigma(P\cos\alpha)]^2 + [\Sigma(P\cos\beta)]^2} \quad \text{——— — — ——} \quad \dots\dots(23)$$

Пошто смо проучили како ћемо повољан број датих сила са истом нападном тачком и у истој равни сложити у једну компоненту, као и то, како можемо једну силу, сматрајући је као резултанту повољног броја сила, растављати у две силе, од којих опет сваку можемо растављати опет у две силе итд. докле хоћемо, то је тзв. разлагање сила, супротан посао слагању), то можемо прећи на слагање сила у простору, или ћемо опет узети да те силе, које су у простору (дакле више не у једној равни), ипак имају исту нападну тачку. Како две праве увек одређују једну раван (када се секу), то, пошто нам дужине представљају силе, ток три силе дају најмањи број сила за овај случај, и кад имамо три силе у простору онда пред собом имамо најпростији случај те врсте. Сем тога посматране бива доста упрошћено, кад се узме да су правци тих трију сила управни једно на друго.

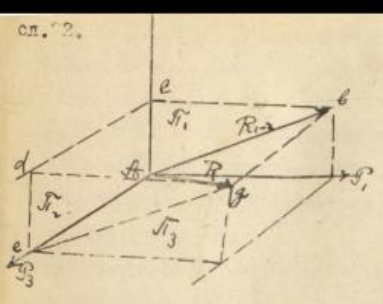
Правци силе P_1 и P_2 (сл.22) одређују раван $\Pi_1 = \mathcal{Abca}$ а силе P_2 и P_3 својим правцима одређују пак раван $\Pi_2 = \mathcal{Acde}$ Најзад правци с и л а P_1 и P_3 одређују нам и трећу раван.

Те су три равни Π_1, Π_2 Π_3 нормалне једна на другој дакле је:

$\Pi_1 \perp \Pi_2 \perp \Pi_3$.

На основу свега можемо за силе P_2 и P_2 – пошто су у једној истој равни употребити став о паралелограму, ако хоћемо, да им одредимо

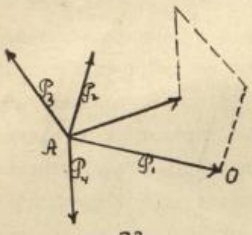
сл. 22.



резултанту R_{1-2} која ће бити представљена за сва четири своја елемента дијагоналом правоугаоника Π_1. Јасно је, да добивена резултанта R_{1-2} мора лежати у једној равни са силом P_3 јер њихови правци су представљени правама које се секу. С тога опет по паралелограму сила можемо наћи резултанту за R_{1-2} и P_3 која ће нам бити представљена дијагоналом правоугаоника $Abed$ и то за сва четири елемента. Из слике 22. види се да се оба паралелограма сила: $Aaec$ и $Abed$ могу и то врло лако повлачењем паралелних појединим правама, допунити до паралелопипеда (у овоме случају правоуглог) у коме нам је дефинитивна резултанта представљена као дијагоналом, дијагоналног пресека $Aeqg$, ако су три управне ивице тога паралелопипеда графички представници од сила P_1 P_2 P_3. Из свега овога добијамо правило: Три силе у простору са истом нападном тачком, и са правцима једно на друго, косе, дају за резултанту дијагоналу паралелопипеда, чије су ивице величине датих сила. Рачунским путем резултанту оваквих сила добијамо на основу ранијих образаца, јер је $AB = R_{1-2} = \sqrt{P_1^2 + P_2^2}$ и $R = A_3 = \sqrt{R_{1-2}^2 + P_3^2}$ те само треба заменити вредност за R_{1-2} па се добија: $R = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 + P_3^2}$ ....(24) или, ако због сличности паралелних једнових ивица са осама просторног координатног система x y z, ставимо: $P_1 = x$, $P_2 = y$, $P_3 = z$ добићемо образац који ће доцније врло бити потребан: $R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ ....(24a). За случај кад имамо више сила у простору, можемо сложити најпре две по паралелограму сила у једну нову силу са трећом датом силом, па нову помоћну резултанту сложити са четвртом датом силом опет по паралелограму сила и тако продужити посао док последњу од датих сила не сложимо с последњом од помоћних резултанта. Но ако што се види овај метод није толико употребљив; његова би се неупотребљивост још јасније очитала за случај на пр. пет сила, јер бисмо после четврте - пете силе имали читаву гомилу правих, да би се тешко могли наћи међу њима. Много је лакши а[нали]тички [пут]

случај метод п о л и г о н а сила, које смо
су силе биле у једној равни, само он сад бива п р о с т о р н и полигон сила, пошто оперише са силама у простору. Паралелне које сме повлачили из крајних тачака 0,1,2,....(сл.19) повлаче се и овде али само у простору тако да паралелна са својом одговарајућом силом дође увек у једној равни. Затварајућа страна таквог просторног полигона сила биће и у овом случају резултанта датих сила у простору, одређена потпуно са сва своја четири елемента (види сл.23).

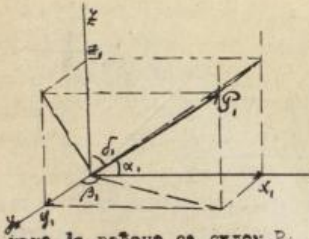
Као што се види слика 23 нема је са сликом 19, пошто ми и просторне силе не можемо без нацртне геометрије представити другојаче од сила у једној равни. О тога овде треба увек замишљати и имати на уму, да су ове силе у разним равнима. У осталом још је боље у сваком случају резултанту одређивати помоћу просторног координатног система, разуме се правоуглог. Кроз нападну тачку свих тих сила,



сл. 23.

ваља поставити три координатне осе $x \perp y \perp z$ и по паралелопипеду сила; сваку од датих сила треба раставити у по три компоненте, које ће падати у правац координатних осовина сл.24.

(ваља радити као и у нацртној геометрији: Дата тачка А у простору: конструисати пројектни паралелопипед, који ће нам на осовинама x, y и z отсецати компоненте x_1; y_1 и z_1; На слици 24. разложена је само сила P_1 на компоненте x_1; y_1 и z_1; ради веће јасности; у осталом



као је рађено са силом P_1 исто се тако ради и са сваком силом P_2, P_3, ...P_n тако да добијамо одговарајуће компоненте $P_1 = x_1 + y_1 + z_1$, $P_2 = x_2 + y_2 + z_2$ итд. Кад је то разлагање сила извршено, имамо случај већ познат: три силе у простору, чији су правци нормални један на други, наравно пошто најпре извршимо слагање свих сила x_1 x_2 x_3 ....x_n затим y_1 y_2 y_3 ..... y_n и z_1 z_2 z_3 ..... z_n пошто добијемо три силе $x = \Sigma(x)$, $y = \Sigma(y)$; $z = \Sigma(z)$

За сваки случај слагања сила нашли смо образац за резултанту.

за резултанту: $R=\sqrt{x^2+y^2+z^2}=\sqrt{[\Sigma(x)]^2+[\Sigma(y)]^2+[\Sigma(z)]^2}$

Ако углове, које заклапају правци сила са X осом обележимо са α (тј. углове силе P_1 са α_1; силе P_2 са α_2 и т. д.) углове сила са у осом са β углове сила Z осом са γ онда добијамо:

$X_1=P_1\cos\alpha_1$, $X_2=P_2\cos\alpha_2$ $\quad X_n=P_n\cos\alpha_n$

$Y_2=P_1\cos\beta_1$, $Y_2=P_2\cos\beta_2$ $\quad Y_n=P_n\cos\beta_n$

$Z_1=P_1\cos\gamma_1$, $Z_2=P_2\cos\gamma_2$ $\quad Z_n=P_n\cos\gamma_n$

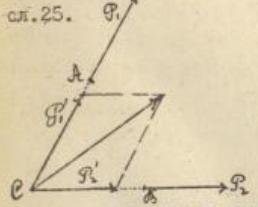
све вредности заменимо у горњи образац, добићемо најпре:

$X=\Sigma(x)=\Sigma(P\cos\alpha)$

$Y=\Sigma(y)=\Sigma(P\cos\beta)$ и

$Z=\Sigma(z)=\Sigma(P\cos\gamma)$ а зачим $R=\sqrt{[\Sigma(P\cos\alpha)]^2+[\Sigma(P\cos\beta)]^2+[\Sigma(P\cos\gamma)]^2}$

На овај начин видели смо у главном, како се слажу и разлажу) силе са истом нападном тачком, па биле да су оне у истој равни, било у простору. Сада пак можемо узети сложеније случајеве слагања сила, оне, кад силе немају исту нападну тачку већ, свака сила има своју засебну нападну тачку. Узећемо најпре да су такве силе, са разним нападним тачкама, у једној истој равни; напр. кад је A нападна тачка силе P_1, а B нападна тачка силе P_2. По раније поменутом правилу о премештају нападне тачке правцем силе, које је доказано при извођењу паралелограма сила, можемо нападне тачке A и B премаштити правцима сила P_1 и P_2 тако да обе те тачке падну у једну тачку C, која је пресек праваца сила P_1 и P_2

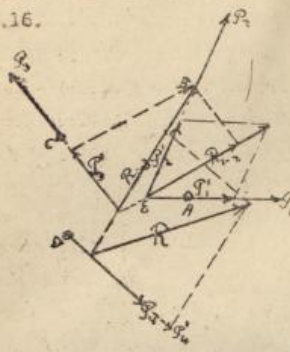


сл. 25.

Затим од тачке C пренесемо величине сила P_1 и P_2 те добијамо $P_1'=P_1$ и $P_2'=P_2$ које ћемо силе сложити просто по паралелограму сила и добити њихову резултанту. Како смо силама P_1 и P_2 премештали нападну тачку, то ће C бити премештена нападна тачка резултанте, а доцније ћемо видети, како можемо одредити право место нападне тачке резултанте оваких сила. За сада ћемо C сматрати као њену нападну тачку према горњем истом правилу. Према свему што је речено за две силе, види се да ничег новог нећемо добити ни за случај, кад имамо више сила у истој равни са разним нападним тачкама, јер ћемо, како је

ника је мало час показано сложити прве две, па њихову резултанту.

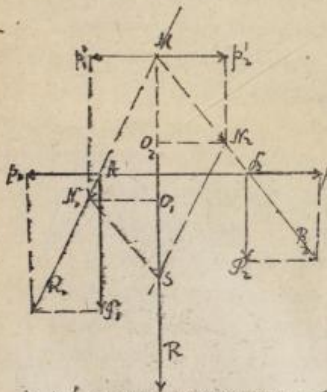
Сл.16.



на исти начин са трећом; нову резултанту, опет по горњем упуству са четвртом силом итд. продужавамо посао све док не дођемо до последње силе и последње дефинитивне резултанте. (сл.26). Узмимо сада да су нам дате две паралелне силе $P_1 \parallel P_2$ али истог смисла, па се од нас тражи, да их сложимо у једну резултујућу силу R.

Саставимо најпре *нападне* тачке А и Р (сл.27) и у А и В додајмо по једну силу p_1 и p_2 које су истих правца и величина а које се дакле одржавају у равнотежи истоне мењају.

сл.27.



Нађимо сада резултанте сила P_1 и p_1, и P_2 и p_2 што јест силе R_1 и R_2 по паралелограму сила, па ћемо те силе R_1 и R_2 продужити до њихова пресека М. У М ћемо опет додати силе p_1' и p_2' истог правца и величине (и са силама p_1 и p_2) али супротног смисла, које потпуно се дејство сила, R_1 и R_2 не мењате ни у колико.

Разложимо сад по паралелограму силе $R_1 = MN_1$ и $R_2 = MN_2$ али тако да по једна компонента буду дате силе p_1' и p_2'; друге компоненте добићемо тим разлагањем и оне су: MO_1; MO_2. Те две силе које ће пресек самом раду сабране дати исто дејство, Са датим паралелним силама, имају исти правац и нападну тачку, треба их дакле алгебарски сабрати, да бисмо добили резултанту. Ње до исте резултанте долазимо и образовањем паралелограма сила. $R_1 = MN_1$ и $R_2 = MN_2$

Пресек те резултанте са правом АВ биће право место резултанте нападне тачке те с тога треба праву MS пренети по њеном правцу од С па до

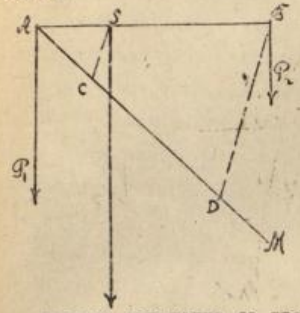
и дужина CD биће резултанта датих паралелних сила. Из овога се види да је резултанта паралелних сила равна збиру појединих сила, да је дакле: $R = P_1 + P_2$ Да бисмо одредили место нападне тачке резултанте и паралелних сила, послужићемо се сличним троугловима: $\Delta M_1 O_1 \sim \Delta ABC$ на сл.27. Из њихове сличности се добија: $MO_1 : O_1M_1 = MC : AC$ или $P_1 : p_1 = MC : AC$ .....(α). Исто тако је: $\Delta M_2 O_2 \sim \Delta MBC$ одакле је: $MO_2 : O_2N_2 = MC : BC$ или $P_2 : p_2 = MC : BC$ ....(β). Ако сразмеру (α) поделимо сразмером (β) добићемо: $\frac{P_1}{P_2} : 1 = 1 : \frac{MC}{BC}$ те отуда $\frac{P_1}{P_2} = \frac{AC}{BC}$ или $P_1 \cdot AC = P_2 \cdot BC$ и најзад $AC = \frac{P_2 \cdot BC}{P_1}$ Не најподесније је употребити сразмеру: $P_1 : P_2 = BC : AC$ ..... сл.26. у којој, ако дужина AC и BC назовемо *крацима* сила P_1 и P_2 налазимо оно правило: Паралелне силе истога смисла имају се обрнуто као њихови краци.

Из обрасца 26. увиђа се да ће резултанта бити увек ближе већој сили, а даља од мање; кад су пак силе једнаке и краци ће бити једнаки тј. резултанта ће бити на средини. На тај начин, ако знамо да је једна сила три пут већа од друге, па се тражи место резултанте, ми ћемо дужину 'B (сл.27) поделити на четири дела, а на трећој четвртини од мање - а на првој веће силе, биће нападна тачка резултанте, која ће бити паралелна са силама и равна њиховом збиру.

Како је резултанта паралелних сила паралелна са својим компонентама, то сваку од сила P_1 и P_2 (сл.27) можемо сматрати као резултанте паралелних сила, тако да је: $P_1 = Q_1 + Q_2$ и $P_2 = Q_1' + Q_2'$ те ће тада бити $R = P_1 + P_2 = Q_1 + Q_2 + Q_1' + Q_2'$ .....(27) образац на дефинитивну резултанту. Из обрасца (27) добија се правило: "Резултанта већег броја паралелних сила равна је њиховом збиру, кад су две силе истога смисла."

Нападну тачку резултанте паралелних сила лако изналазимо и овом графичком конструкцијом. Из нападне тачке A силе P_1 повучемо произвољну праву AM_1 и од A на њој пренети прво $P_2 = AC$ а затим $P_1 = CD$. Саставимо затим D са B и из C повучемо паралелну са BD; пресек те праве са правом AB биће нападна тачка S резултанте паралелних сила P_1 и P_2 . Сама резултанта знамо имаће правац паралелан са

сл.28.



са P_1 и P_2 и величина јој је $R=P_1+P_2$

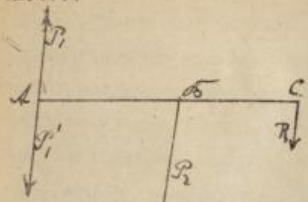
Доказ ове конструкције састоји се у овоме: $\triangle ACS \sim \triangle ABB'$ те је отуда: $AC:AD=AS:AB$ и $P_1:R-P_1=AC:AB-AC$ дакле $P_1:P_2=AC:AS$ чиме је с погледом на образац (26) конструкција ова доказана. Ако пак имамо више паралелних сила истога смисла сложићемо их, кад према горњим упутствима сложимо прво две, па њихову резултанту која је такође.....

са њима паралелна са трећом итд. до последње силе и до дефинитивне резултанте R, чија је величина као што је већ једном (образац 27) напоменуто, равна суми свих датих паралелних сила, дакле је $R=\Sigma(P)$.

Паралелне силе можемо слагати у резултанту и рачунским путем тј. а н а л и т и ч к и, и то помоћу косокутних оса разлажући сваку од датих сила у по две компоненте, које ће падати у правцу осовина x и y. Само ће у том случају сви углови α као и сви углови β бити једнаки између себе. Према томе добили би дакле: $P_1=x_1+y_1=P_1\cos\alpha+P_1\cos\beta$; $P_2=x_2+y_2=P_2\cos\alpha+P_2\cos\beta$ и т. д. ... те је сума свих x компонента: $x=x_1+x_2+\dots\dots x_n=\Sigma(x)=(P_1+P_2\dots P_n)\cos\alpha=\Sigma(P)\cos\alpha$; а збир свих y компонената биће: $y=y_1+y_2+\dots\dots y_n=\Sigma(y)=(P_1+P_2+\dots P_n)\cos\beta=\Sigma(P)\cos\beta$. Према томе и резултанта сила $x=\Sigma(P)\cos\alpha$ и $y=\Sigma(P)\cos\beta$ биће $R=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{[\Sigma(P)\cos\alpha]^2+[\Sigma(P)\cos\beta]^2}=\sqrt{[\Sigma(P)]^2(\cos^2\alpha+\cos^2\beta)}=\sqrt{[\Sigma(P)]^2}=\Sigma(P)$.

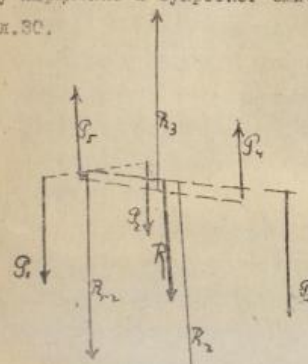
Паралелне силе могу бити и супротног смисла. Да бисмо добили резултанту таквих сила, састављамо им нападне тачке A и B (сл.29) и већу силу P_1 разложићемо на две компоненте, које ће са њом бити паралелне и истог смисла и од којих ће једна сила P_1' бити по величини и правцу једнака сили P_1 и да са њом има исту нападну тачку A, тако да се силе P и P_1' одржавају у равнотежи. Према томе остаје као укупно дејство сила P_1 и P_2 остаје компонента R_1 која ће према томе бити и тражена резултанта. Њена је величина очевидно $R=P_1-P_1'=P_1-P$ .....(28) дакле је и резултанта паралелних сила у опште (ма којега смисла оне биле) равна алгебарској суми појединих компонената.

сл.29..



Размотримо још један случај. Нека су силе $P_1 P_2 P_3 \ldots P_5 \ldots$ (сл.30), паралелне али да су $P_1 P_2 \ldots P_3$ једног смисла а $P_4 \ldots P_5$ супротног смисла сложимо најпре $P_1 P_2 \ldots P_3$ за себе у резултанту R_2 а ~~за себе~~ силе $P_4 \ldots P_5$ опет за себе у резултанту R_3. Силе $R_2 \ldots R_3$ су паралелне а супротног смисла, те је њихова резултанта равна њиховој

сл.30.



разлици, а налазимо је по мало пре показаној конструкцији. На крају овога излагања да напоменемо какви случајеви могу наступити при разлагању сила. Тако напр. може нам бити дато 1/.- резултанта R и величина компоненте, а траже се правац обеју компонента; 2/.- може бити дати резултанта и правци компонената, којима треба наћи величине; и 3/.- могу нам бити дате резултанта, величина једне и правац исте те компоненте итд. А осталом са тим основним стварима и задацима имаћемо прилика, да више пута радимо и у току даљих предавања.

§ 26.

СТАТИЧКИ МОМЕНАТ

Кад имамо неко чврсто тело, које је ма на који начин утврђено у тачки A, тако да сила P, која напада то тело у тачки H (сл.30а) из

сл.30а



може да га одвуче правцем своје нападне линије (MP), онда ће се дејство силе P показати у окретању тела око тачке утврђене за A, а то окретање меримо по количини. Најкраће одстојање тачке утврђења A од правца силе P; зовемо краком силе P у односу на тачку утврђења A и обележавамо га са ℓ

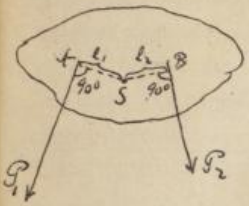
Производ из величина крака и интензитета

једне силе, којој тај крак одговара, зовемо с т а т и ч к и м м о м е н т о м. Јакле о статичком моменту, може бити говора само кад је тело утврђено бар у једној тачки. Пошто сила P изазива у свом случају окретање тела, то се статички моменат идентификује са називом моменат окретања, као и са називом моменат механички. Према горњој дефиницији статичког момента, једначина $M = Pl$ ...(28) даје нам статички моменат силе P чији је крак дужине l. Из те једначине видимо, да једна иста сила има разне статичке моменте, (у односу на исто тело) према разним крака l, односу према подножју тачке утврђења A и правца силе P. Кад је крак силе $l = 0$ тј. кад сила пролази кроз тачку утврђења, онда је и моменат M=0, другим речима у томе случају неће бити окретања. Кад везмемо тачку утврђења A са крајњим тачкама силе P (јакле са нападном тачком H и крајем P, добићемо троугао AHP, чија је површина $= \frac{HP \cdot AN}{2} = \frac{Pl}{2}$ јакле равна половини статичког момента силе P- која је основица троугла, кад јој је крак l раван висини тог троугла. Ако уз тај троугао, који се зове моментни троугао, подцртамо још један њему подударан, добијамо моментни паралелограм $KH2PM$ чија је површина $F = P.l$ тј. потпуно равна статичком моменту силе, која је равна основи тог паралелограма, а крак l силе P је висина тога паралелограма. Моментни паралелограм прелази у моментни правоугаоник, кад је моментни троугао правоугли а то ће бити онда, кад крак силе пролази кроз крајњу тачку. (обично кроз нападну тачку).

Статички моменат (моменат окретања) неке силе може бити позитиван (плусан) и негативан (одречан) према томе, да ли се тело дејством силе P окреће око тачке утврђења A с десна на лево, или с лева на десно. На сл. 36а моменат окретања силе P био би негативан, јер је окретање с лева на десно ↙ (правац окретања обележавано увек таквом стрелицом). Као што је ретко код сила, да имамо посла са једном само силом, тако се ретко јавља сасвим за се један статички моменат, већ готово увек имамо посла са два, три ... са n статичких момената. Кад је тело утврђено у тачки S, дејство сила P_1 и P_2 које нападају то тело у тачкама A и B, налазимо помоћу статичких момената M_1 и M_2 у односу на тачку A. Како су краци тих сила l_1 и l_2 то су њихови моменти

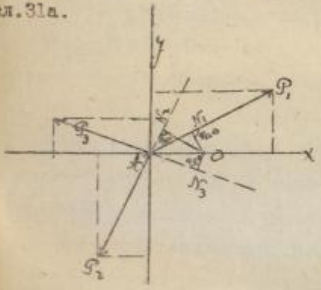
$M_1 = P_1 l_1$ - - - - - - - - (na sl.31 odrečan) i $M_2 = P_2 l_2$ - - - - - (položan) Kad bi postojala jednačina $M_1 = M_2$ jasno je da se telo ne bi okretalo, jer bi se dejstvo statičkim momanata - pošto su ravni imena - potrla; dok međutim ako je napr. $M_1 > M_2$ zna se da će se telo okretati smislom većeg momenta M_1 dakle u ovom slučaju s leva na desno.

sl.31



Prečrtajmo sliku 21 dobićemo sl.31 a i na x osovini odaberimo povoljnu tačku O, i iz nje povučimo upravne na pravce svih sila P_1 P_2 P_3 - - - - - - dobićemo dužine ON_1, ON_2 i ON_3.

sl.31a.



Sem toga jednačine $x = \Sigma(P\cos\alpha)$ i $y = \Sigma(P\cos\beta)$ pomnožimo istom AO, na ćemo dobiti.

$OA \cdot x = P_1 OA\cos\alpha_1 + P_2 OA\cos\alpha_2 + \dots$ i

$OA \cdot y = P_1 OA\cos\beta_1 + P_2 OA\cos\beta_2 + \dots$ i t.d.

No kako je $x = P\cos\alpha$ i $y = P\cos\beta$ a $OA\cdot\cos\alpha$; $OA\cos\alpha_1$; $OA\cos\alpha_2$ i t.d. normalne projekcije ostojava OA na pravcima pojedinih sila, koje su po redu: AN_1, AN_2, AN_3 - - - AN_n i sem toga $OA\cos\beta_1$, $OA\cos\beta_2$ - - - - - - $OA\cos\beta_n$ su odstojava tačke O od pravca rezultante R i datih sile P_1 P_2 ... P_n a ta su odstojava po redu ON_1, ON_2, ON_3 - - - - - - - ON_n, te dobijamo ove jednačine: $R \cdot AN = P_1 AN_1 + P_2 AN_2 + \dots$ (α) i

$$R \cdot ON = P_1 ON_1 + P_2 ON_2 + \dots \quad (\beta)$$

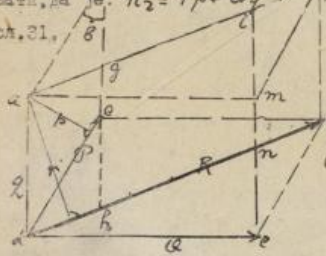
Za nas je sada važna ova druga jednačina (β) jer su u njoj pojedini proizvodi ravni statičkim momentima tih sila u odnosu na tačku O, te nam jednačine (β) pokazuje da je statički moменat rezultante - dakle rezultujući statički moменat - ravan zbiru algebarskom statičkih momenata pojedinih sila u odnosu na istu tačku. Ovo nam pravilo pokazuje da pri slaganju statičkih momenata imamo da radimo kao što smo radili i pri slaganju sila, samo ovde treba dobro paziti na znak svakog pojedinog momenta. Zajednička tačka O ima

статичких момената зове се њихово средиште. Као код сила, тако и код статичких момената тело ће остати у равнотежи, кад је резултујући статички моменат $M = \Sigma(M) = 0$ дакле, кад се поједини статички моменти одржавају у равнотежи тј. кад се пониште.

Кад моменти $M_1 = P_1 l_1$ и $M_2 = P_2 l_2$ одржавају неко тело у равнотежи, значи, кад је њихов алгебарски збир = 0 или $P_1 l_1 = P_2 l_2$ онда по овој једначини можемо увек одредити четврти члан, кад су нам само три члана позната. Тачније? Често се тражи крак l_1, односно l_2 Кад се зна моменат $M_2 = P_2 l_2$ односно $M_1 = P_1 l_1$ и сила P_1 односно P_2

Горње правило, да је статички момената резултанте раван алгебарској суми статичких момената свију компонената, зове се закон статичког момента, а сем горњег начина тај став доказујемо и овако: Ако су P и Q две дате силе, а p и q њихови краци у односу на тачку a, и R њихова резултанта а r њен крак, у односу на исту тачку a, онда нам треба доказати, да је: $R_2 = Pp + Qq$

сл. 31.



Нека је $decb$ паралелограм сила P: $db = P$ и $bc = de = Q$ дакле је $dc = R$ па изберимо новољну тачку a, и нађимо краке сила, тако да је крак силе P раван p, крак силе $Q = q$ и крак силе R нека је r тако да су поједини моменти $M_1 = Pp$, $M_2 = Qq$ и $M = Rr$.

Нацртајмо сем тога моментне паралелограме тако да је: паралелограм $adef = R.r$ а паралелограм $abod = P.p$ и $adem = Qq$ онда нам треба доказати да је: $abod + adem = adcf$

Најпре је $abod = aghd$ и $adem = adni$ јер ти паралелограми имају једнаке основице и исте висине, с тога је:

$$abod + adem = aghd + adni$$

Но како је $aghd = iflc$ и n јер и ти паралелограми имају исте основице и једнаке висине па је:

$$abod + adem = \underbrace{iflcn + adni}_{= adcf.}$$

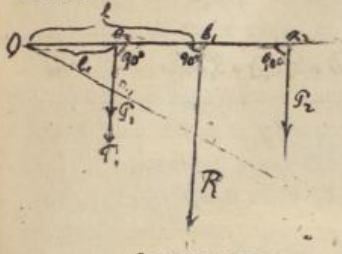
или

$Pp + Qq = Rr$ чиме је закон статичког момента доказан.

Ако силе P_1 и P_2 имају разне нападне тачке доказ закона статичким моментима биће овакав:

За паралелан положај сила ($P_1 \parallel R$) нашли смо да је $R = P_1 + P_2$ ..... (1) На слике 32 добијамо:

сл.32.



$Ob_1 = Oa_1 + \overline{a_1 b_1}$ или $l = l_1 + \overline{a_1 b_1}$

Али је $a_1 b_1 : a_1 a_2 = P_2 : R$ и $a_1 b_1 = \frac{P_2 \cdot a_1 a_2}{R}$ или $a_1 b_1 = \frac{P_2 \cdot a_1 a_2}{P_1 + P_2}$ дакле $l - l_1 = \frac{a_1 a_2 \cdot P_2}{P_1 + P_2}$

односно ..... $l - l_1 = \frac{P_2 (l_2 - l_1)}{P_1 + P_2}$ ... (2)

Кад једначине (α) и (β) помножимо добијамо: $R \cdot l = l_1 (P_1 + P_2) + P_2 (l_2 - l_1) =$

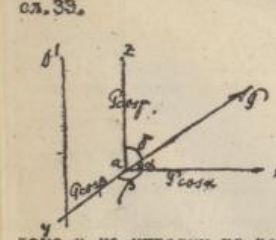
$= P_1 l_1 + P_2 l_1 + P_2 l_2 - P_2 l_1$, дакле $R \cdot l = P_1 l_1 + P_2 l_2$

чиме је став доказан.

Ово што смо доказали за два статичка момента важи и за више њих, јер сваки од њих можемо сматрати за резултујући статички момент за друга два. На основу тога закон о статичком моменту садржан је у општем обрасцу: $R \cdot l = P_1 l_1 + P_2 l_2 + P_3 l_3 + \cdots + P_n l_n$ .... (29)

За случај да имамо сила, које делују на тело учвршћено у једној тачци, напоменато је, да су те силе обично у простору, а тачка утврђена А прелази за тај случај у обртну осу $00'$

сл.33.



На сл.33 приказана је једна сила P са свима појединостима. Производ $P \cdot \cos\alpha \cdot a$ зове се овде статички моменат силе P у односу на обртну осу $00'$.

Дакле статички моменат дате силе P у односу на осу $00'$ добијамо кад њену компоненту, која је управна како на осу $00'$ тако и на управну из њене нападне тачке a, на ту осу, помножимо том управном.

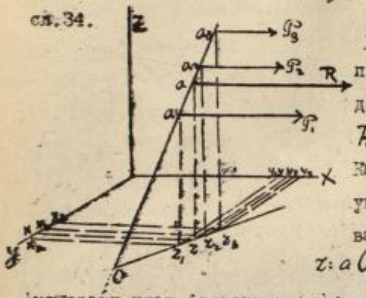
Кад је $\alpha = 0$ онда је и статички моменат силе P овај: $K = 0$, пошто правац силе и правац осе падају у исту раван.

Паралелне силе у простору, видели смо, да се могу заменити средњом силом (= резултантом), која је равна суми њихових, а њен статички

моменат раван је суми статичких момената појединих паралелних сила у односу на исту осу...

Нека су (сл.34) дате силе у простору P_1, P_2, ...P_n и њихова резултанта нека је $R = \Sigma(P)$.

сл.34.



Линију која везује све нападне тачке продужимо до тачке О, која нам представља пр дор осовине са равни ху, па ће бити:

$$R \cdot a0 = P_1 a_1 0 + P_2 a_2 0 + P_3 a_3 0 + \cdots\cdots (\alpha)$$

Кад из нападних тачака сила спустимо управне на раван xy због сличност троуглова $a_1 z_1 0; a_2 z_2 0; a_3 z_3 0$ добијамо:

$$z : a0 = z_1 : a_1 0 = z_2 : a_2 0 = z_3 : a_3 0 \cdots\cdots (\beta)$$

Како сваки члан једначине (α) помножимо са одговарајућим чланом сразмере (β) добићемо: $R \cdot a0 \cdot \frac{z}{a0} = P_1 a_1 0 \cdot \frac{z_1}{a_1 0} + P_2 a_2 0 \frac{z_2}{a_2 0} + P_3 a_3 0 \frac{z_3}{a_3 0} \cdots\cdots$

или $Rz = P_1 z_1 + P_2 z_2 + P_3 z_3 + \cdots\cdots (\gamma)$ пошто су $z = a_z$; $z_1 = a_1 z_1$; $z_2 = a_2 z_2$; $z_3 = a_3 z_3$

Ако су сада одстојања нападних тачака од равни zy ма којег x, x_1, x_2, x_3 а од равни xz пак $y, y_1, y_2, y_3 \cdots\cdots$ то истим посматрањем као мало час добијамо

$$R_x = P_1 x_1 + P_2 x_2 + P_3 x_3 + \cdots\cdots (\delta)$$

$$R_y = P_1 y_1 + P_2 y_2 + P_3 y_3 + \cdots\cdots (\Delta)$$

или краткоће ради:

$$R_x = \Sigma(P_x); \; R_y = \Sigma(P_y) \text{ и } R_z = y(P_z) \cdots\cdots (30)$$

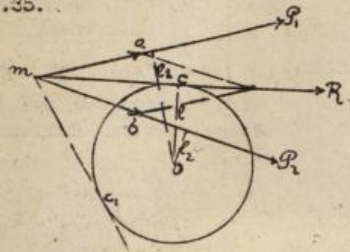
Ако у једначинама под (30) ставимо $R = \Sigma(P)$ добићемо нове једначине

$$x = \frac{\Sigma(P_x)}{\Sigma(P)}; \quad y = \frac{\Sigma(P_y)}{\Sigma(P)}; \quad z = \frac{\Sigma(P_z)}{\Sigma(P)} \cdots\cdots (31)$$

тј. одстојање средишне тачке паралелних сила, а то је нападна тачка резултанте њихове, код ма које равни, равно је алгебарској суми момената датих паралелних сила у односу на ту раван, подељеној са алгебарском сумом тих сила. Нећемо се задржавати на непаралелним силама у простору, јер и за њих важи закон: да је статички моменат резултанте раван суми статичких момената појединих сила у односу на дату осовину. Према горе изведеном правилу и обрасцима (31) статичке моменте корисно примењујемо за одређивање нападне тачке резултанте оних сила, које имају разне нападне тачке. За две такве силе P_1 и P_2 нађи смо

величину резултанте $R=\sqrt{P_1^2+P_2^2+2P_1P_2\cos\alpha}$ и њен правац, али нисмо мо-
ли одредити право место њене нападне тачке. Сад, кад имамо такве две силе
и правац и величину њихове резултанте узећемо произвољну тачку O (сл.35)
и из ње ћемо пустити управне на силе P_1 и P_2 као и на R тиме ћемо добити
краке l, l_1, l_2, па како знамо да је: $Rl=P_1l_1+P_2l_2$

сл.35.



то је отуда $l=\frac{P_1l_1+P_2l_2}{R}$, а $=\frac{P_1l_1+P_2l_2}{P_1+P_2}$

Овом израчунатом дужином

треба из O као полуполупречником описати круг, и из пресека m правац сила
P_1 и P_2 повући на тај круг дирке; додирне тачке могу бити нападна тачка
резултанте; али обадве додирне тачке пре одговарају једном истом за-
датку, те треба одредити, која ће од њих две бити. То се одређује по
моменту статичких момената сила и саме резултанте. Тако нпр. на сл.35
обе силе P_1 и P_2 имају позитивне статичке моменте и према томе, и
смисао момента резултанте може бити само позитиван чему пак одговара до-
дирна тачка C; друга додирна тачка C_1 мора дакле отпасти јер одговара
одречном моменту. Кад имамо више сила са разним нападним тачкама, ако
су те силе и њихове нападне тачке у једној равни, па се тражи резултују-
ћи моменат тих сила у односу на неку тачку (или осу) онда ћемо најпре
повући координатни систем, x у коју тачку утврђена о, и силу од датих
сила разложићемо на две компоненте, од којих ће једна бити паралелно X
оси, а друга паралелно са у осовином па ће бити: $x_1=P_1\cos\alpha_1$, $x_2=P_2\cos\alpha_2$;
$x_n=P_n\cos\alpha_n$ ..... и $y_1=P_1\cos\beta_1$, $y_2=P_2\cos\beta_2$ ... $y_n=P_n\cos\beta_n$ Према томе збир
компонената у правцу X осе биће: $x=\Sigma(x)=\Sigma(P\cos\alpha)$
а сума оних компонената у правцу у осовине биће: $y=\Sigma(y)=\Sigma(P\cos\beta)$
због тога се добија: $R=\sqrt{[\Sigma(P\cos\alpha)]^2+[\Sigma(P\cos\beta)]^2}$ ....

трећи члан поткореног збира отпада пошто је $=0$, стога што је угао између тих сила $= 90^0$ а $\cos 90^0 = 0$. Како сила $y = \Sigma(y) = \Sigma(P\cos\beta)$ има одређен моменат а сила $x = \Sigma(x) = \Sigma(P\cos\alpha)$ положај то ће моменат њихове резултанте бити раван њиховом алгебарском збиру - тј. разлици у овоме случају, те ако је λ крак силе y, а τ крак силе X, а ℓ крак резултанте онда је $M\cdot\ell = M_x - M_y = \Sigma(x\tau) - \Sigma(y\cdot\lambda) =$

$= \Sigma(P\cos\alpha\cdot\tau) - \Sigma(P\cos\beta\cdot\lambda)$ .....(32). Разгледајмо још последњи случај слагања статичких момената и то кад су силе с разним нападним тачкама и у простору. У томе случају узимамо просторни координатни систем и сваку поједину силу разлажемо на по три компоненте, које су паралелне са координатним осама - то постижемо онако: како је показано на страни ./. Знамо сад, да ће бити $x_1 = P_1\cos\alpha_1$; $x_2 = P_2\cos\alpha_2$ итд. као код $y_1 = P_1\cos\beta_1$; $y_2 = P_2\cos\beta_2$ и $z_1 = P_1\cos\gamma_1$; $z_2 = P_2\cos\gamma_2$ и ч.д. затим је $X = \Sigma(x) = \Sigma(P\cos\alpha)$; $Y = \Sigma(y) = \Sigma(P\cos\beta)$ и $Z = \Sigma(z) = \Sigma(P\cos\gamma)$ и што су резултанте појединих сила истога правца: те три резултанте X, Y, Z и то треба сад сложити у резултанту: $R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$. Кад смо, ово утврдили за силе, можемо видети шта ће бити са њиховим моментима и са моментом њихове резултанте. Нека је оса окретања паралелна z оси, очевидно је, да ће тада сила $Z = \Sigma(P\cos\gamma)$ бити тада на окретање тела без икаквог утицаја због те паралелности, те према томе остају за за разматрање само моменти сила X и Y. Узимимо ради тога испитивања на телу произвољну тачку A, која је са O у чврстој вези, то ће онда сила у окретати тачку A у једном, рецимо смислу, и то у толико јаче, у колико је већи њен интензитет, и у колико је веће остојање тачке A од осе OO'. Ако је то остојање x (= крак сила), моменат је силе $M_1 = Y_x$ На исти се начин изводи да је моменат силе X у односу на исту осу OO' и исту тачку A, кад је њен крак y, $M_2 = X.y$ само што овај моменат има положај смисао.

За моменат резултујући ваља образовати с тога разлику $Y_x - X_y$ или заменом вредности за X и Y добијемо: $M_x = \Sigma(x\cdot P\cos\beta) - \Sigma(y\cdot P\cos\alpha) =$ $= \Sigma[P(x\cos\beta - y\cos\alpha)]$. Ако ли ће тело треба одржати у равнотежи, мора да је: $M_x = \Sigma[P(x\cos\beta - y\cos\alpha)] = 0$ ..... (33) Ово би расматрање требало поновити и за осовине окретања, које су паралелне са другим двема координатним осовинама. Но ми

се у то овде нећемо упуштати,већ ћемо дати готове обрасце који гласе:

$$m_y = \Sigma[P(y\cos\gamma - z\cos\beta)] = 0 \quad \ldots\ldots (34)$$

$$m_z = \Sigma[P(z\cos\alpha - x\cos\gamma)] = 0 \quad \ldots\ldots (35)$$

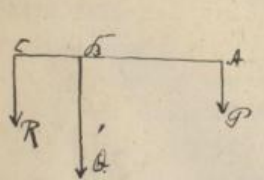
Кад смо нашли моменте у односу на осовини које су паралелне са појединим координатним осама,можемо их као силе сабрати у један резултујући моменат (и тако као силе управних праваца)тако да би резултујући моменат био:

$$m = \sqrt{m_x^2 + m_y^2 + m_z^2} \quad \ldots\ldots (36).$$

§29.

НАУКА О СПРЕГОВИМА.

При слагању паралелних сила,видели смо да ако су силе истог смисла,њихова је резултанта R равна збиру њихову,а ако су супротног, разлици - односно алгебарском збиру опет.Но тада нисмо специјално разгледали случај,када су силе P_1 и P_2 паралелне,супротног смисла и једнаке величине (интензитета).При тражењу резултанте паралелних сила супротног смисла нисмо чак ни водили рачуна ни о моментима,па ћемо то сад овде и учинити и на ту се ствар вратити.Кад неке силе P и Q можемо заиста заменити резултујућом силом R значи, да ће онда наступити равнотежа,коју представља једначина: $R.CB = P.AB$ пошто је моменат силе сл.36.



P у односу на тачку A раван нули,јер та сила пролази кроз ту тачку,те јој је дакле крак = 0.Из горње једначине и краке резултанте добијамо вредност:

$$BC = \frac{P.AB}{R} = \frac{P.AB}{Q-P} \quad \ldots\ldots (\alpha)$$

Из ове једначине(α) јасно је,да је нападна тачка резултанте R одређена за све случајеве,кад је $Q \geq P$ али ако је $Q = P$ добија се $BC = \frac{P.AB}{0} = \infty$ што значи,да тачка B није одређена,и нападна тачка резултанте таквих сила пада у бесконачност.Такве две силе,које су паралелне,једнаке по интензитету и супротног смисла,издвојио је Poinsot у механици као нов,засебни елемената,давши му име спрегнуте силе или просто с п р е г

Спрегнуте силе теже увек да изврше окретање и та се њихова техна изражава производом једне од спрегнутих сила и најкраћег остојања тих спрегнутих сила, које се зове к р а к с п р е г а.

Тај се производ зове м о м е н т о м с п р е г а.

Моменат спрега, према томе на коју се страну окретање врши, или је положан или одречан (у поређењу са окретањем сахатних сказаљака). Смисао момента спрега обележава се стрелицом ↶ и ↷ као што се то и на сл.37. види.

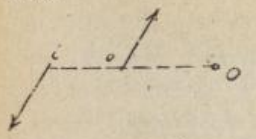
сл.37.



Спрегнуте силе могу имати и свој статички моменат у односу на повољну тачку O. Како је у опште моменат резултанте паралелних сила супротног смисла раван разлици момената појединих сила, дакле: $M = Pac - Pbc = P(ab-bc) - P(bc) = Pab - Pbc - Pbc = Pab \dots 37.$ (сл.38)

По једначини 37" моменат једнога спрега у односу на тачку O раван је статичком моменту једне од спрегнутих сила у односу на ту исту тачку."

сл.38.

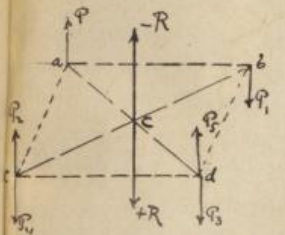


Утврдили смо да окретање спрега може бити положно и одречно, што сад допуњујемо и тиме, да то окретање мора бити у равни спрегнутих сила. Ако ли на ту раван окретања спустимо управну и то са оне стране откуда спрег гледан има положно окретање, па на тој управној пренесемо величину момента спрегнутих сила, онда добијамо у тој дужи тзв. о с у с п р е г а или обратну осу спрега која ће нам често пута потпуно заменивати свој одговарајући спрег. Из саме ове одредбе осе спрега излази, да је конструктивно лако одредити осу спрега, кад је дати спрег о обратно.

Да испитамо сад неколико важних ставова о спрегама.

1.-став.-"Сваки спрег можемо померити паралелно самоме себи, било у равни спрега или изван ње али ће дејство његово остати савршено непромењено."

Доказ.-Ако су P и P$_1$ силе једнога спрега у равни хартије, а $\overline{ab}$



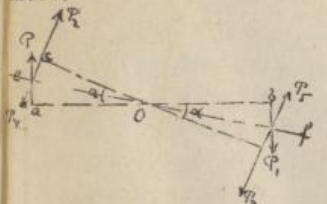
str.39.

крак тога спрега, онда померимо тај спрег паралелно самоме себи тако, да крак ав пређе у cd, а силе P и P_1; P_2, P_3 биле опет у равни хартије, било исван не, само да је ав и cd у чврстој вези између себе. Додајмо у c силу P_4 и у d силу P_5 које су истог интензитета са силама P_2 и Pз и истога правца, само супротног смисла, то ће онда све четири силе P_2.....P_5 бити у равнотежи, тј. стање се тела под њиховим дејством ни колико не мења. Како је пак абсd паралелограм, чије се дијагонале ac и ad, секу у C, то можемо у тој тачци поставити резултанте сила P_2 P_4 и $P_3+P_5=-R$; за те резултанте знамо, да ће бити $+R$. $-R=-(P_3+P_5)$

Силе пак $+R$ и $-R$ одржавају се у равнотежи, те остају према томе да делују само силе P_2 и P_3, које такле на то тело морају имати исто дејство као и спрег P P_1. Како силе P_2 и P_3 образују спрег паралелан и раван првобитне, то је тиме и горњи став доказан.

2.- с т а в.-"Сваки спрег можемо без промене његовог дејства, окренути око средине његотог крака или око његове осе у својој равни за поволан угао α, само да су нове нападне тачке у чврстој вези са старим."

Показ: Нека је ав крак спрега P P_1 (сл.40) па окретањем око



сл.40.

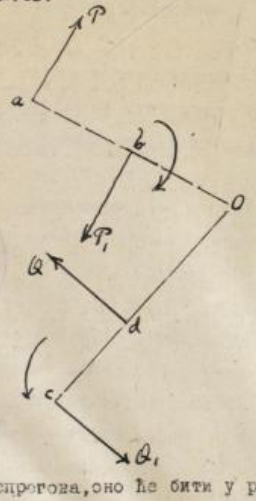
средине O за угао α, нека тај крак узме положај cd; у c повућимо силе P_2 и P_4, а у d пак силе Pз и P_5, које су у равни сила P (односно P_1). Пошто су те силе у равнотежи, то се дејство спрега P P_1 ни у колико не мења. Замислимо да смо силе P и P_4 пренели са нападном тачком у e, а силе P, и P_5 у f онда праве $\overline{eO}$ полове углове: $\angle aOc=\alpha$ и права Of полове угао $\angle bOd=\alpha$ из чега излази, да је Oc и Of једна иста права. Силе P и P_1 које

делају у тачки e, имају за резултанту r, која дели угао између P и P_4 те јој је правац исти са Oe; исто је тако r_1 резултанта сила P_1 и P_5 чији је правац права of. Те су две резултанте r и r_1, од једнаких сила, које склапају једнаке углове, а делају у истој правој супротног смисла; оне су дакле једнаке и одржавају се у равнотежи. Стога се и њихове компоненте $P\,P_1$, P_5 и P_2 морају одржавати међусобно у равнотежи. Преостаје дакле само дејство сила P_2 и P_2, које дакле потпуно замењује дејство спрега PP_1; чиме је став доказан.

У С Л О В И З А Р А В Н О Т Е Ж У С П Р Е Г О В А.

Нека у једној равни имамо два спрега супротних момената. Да би нашли кад ће бити то тело под њиховим дејством у равнотежи, узећемо повољну тачку O у равни спрегова, и из ње ћемо спустити управне на спрегнуте силе, чиме добијамо краке спрегнутих сила, - али не краке спрегова. Раније смо утврдили да ће равнотежа наступити онда, када је резултујући моменат сила раван нули, дакле кад је, према сл. 41):

сл. 41.



$$P.\overline{ao} - P_1.\overline{bo} + Q.\overline{do} - Q.\overline{co} = 0$$ или

кад ставимо: $ao = ab + bo$ и

$co = do + cd$ добићемо:

$$P.ab + P.bo - P_1.bo + Q.do - Q.cd - Q.do = 0$$

Да наступи дакле равнотежа, треба дакле да постоји услов: $P.ab - Q.cd = 0$

или кад ставимо $ab = l$ и $cd = l_2$

добијемо: $Pl_1 - Ql_2 = 0$

или боље: $P.l_1 = Q.l_2$ ... (38)

Једначина (38) показује нам, да ће равнотежа тела наступити онда, кад је моменат једног спрега раван моменту другога спрега. Једначину (38) и став уз њу можемо без даљег испитивања овако уопштити: "Кад на неко чврсто тело делује читав низ спрегова, оно ће бити у равнотежи, кад алгебарски збир момената свих спрегова буде раван нули."

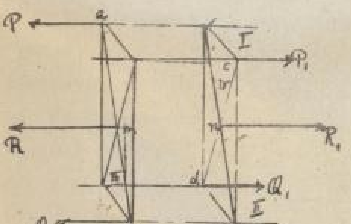
Крак спрега зовемо каткад и основом спрега.

Често се пута дешава,да имамо спрег са краком мавесне дужине a па га треба редуковати на спрег са основом в.Ако су силе за крак a биле $+P$ и $-P_1$,а за редуковани крак в пак $+Q$ и $-Q_1$ онда би та два спрега била једнака по дејству,кад је $Pa = Qb$. У овој је једначини непознато Q и решимо по Q па добијамо $Q = \frac{Pa}{b}$ што само треба још и конструисати,па је задатак решен.Но о томе ми се нећемо сад бавити.(види К.Јовановића "Граф.Статику I кв.стр.....).

Кад имамо више спрегова,и за њих као год и само за један спрег мора бити: $P_1a_1 = Q_1b$ тј. $Q = \frac{P_1a_1}{b}$ затим $Q_2 = \frac{P_2a_2}{b}$; $Q_3 = \frac{P_3a_3}{b}$ - - - - - - итд.а сабирањем тих једначина добијамо: $Q_1 + Q_2 + \ldots\ldots = \frac{P_1a_1}{b} + \frac{P_2a_2}{b} + \ldots\ldots$ или: $Q_1 + Q_2 = \frac{P_1a_1 + P_2a_2}{b} = Rb$ дакле и овим смо путем добили,да је статички моменат резултујућег спрега раван алгебарској суми статичких момената поједиких спрегова.

3.- с т а в.Ако ли имамо два спрега,који су у двема паралелним равнима,супротних момената,али једнаких по величини,онда ће они одржавати се у равнотежи.

сл.43.

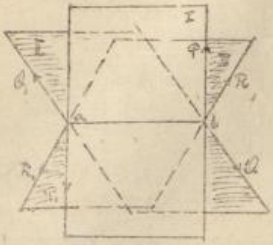


Доказ:- Ако су $P\ P_1$ и $Q\ Q_1$ спрегови у паралелним равнима (сл.43) то треба те две равни пресећи са двема упоредним равнима (III и IV) на њих,-и у пресечним тачкама дијагонала/на тих пресечних равни образујемо резултанте паралелних и једнаких сила P и Q и сила P_1 и Q_1 које ће бити истог правца али супротног смисла.Добићемо: $R = P + Q = 2P = 2Q$ и $R_1 = P_1 + Q_1 = 2P_1 = 2Q_1$ те се две резултанте потиру,што значи да се и спрегови,који су дали те резултанте,одржавају у равнотежи.

4.-став.-"Два спрега у непаралелним равнима - у равнима,које се укрштају - могу се заменити спрегом,чије ће силе по величини и правцу бити дајагонале обадва паралелограма,коме су стране силе датих

спрегова сведене на исти крак."-

сл.44.



Доказ.- Дате спрегове у равни I и II сл.44. можемо свести и преместити на крак ав, који је пресек тих равни. Силе које је делају у тачкама а и в сложимо по паралелограму сила у резултанте R_1 и R_2, које такође дају спрег у новој III равни. Ако обележимо пресек ав = l онда је моменат овог трећег спрега $M = Rl$

Ако је α угао нагиба између датих равни I и II по обрасцу (21) добијамо:

$R=\sqrt{P^2+Q^2+2PQ\cos\alpha}$ или кад обадве стране те једначине помножимо са l биће $Rl=\sqrt{P^2l^2+Q^2l^2+2PQl^2\cos\alpha}$ .....(40).

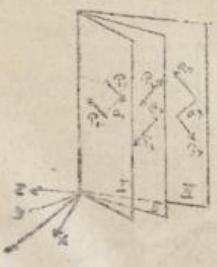
У овој једначини можемо ставити, да је за силу P крак $l=\varphi$ за силу Q да је $l=q$ а за R да је $l=r$ па је:

$R.r=\sqrt{(P.p)^2+(Q.q)^2+2PpQq\cos\alpha}$ .....(41).

Ако угао између осорина момената $R.r$, $P.p$ и $Q.q$ означимо са β односно са γ добијамо: $Pp:Qq:Rr=\sin\gamma:\sin\beta:\sin\alpha$ чиме је одређен и положај осовине резултујућег момента.

Узимимо сада више равни, које се све секу по једној правој (као ластови у кавезу) и у свакој од тих равни нека нам је дат по један спрег произвољног смисла (сл.45). Из произвољне тачке А на пресечној правој датих равни повучи осе спрегова x, y и z које ће дати систем сила (оса) са истом нападном тачком, те ћемо их сложити по паралелопипедној сили, или пак по просторном полигону сила, тако да добијемо резултујућу осу спрегова φ. До ње можемо доћи и помоћу просторног правоуглог координатног система, иста нам је већ позната, тако да је: $A_x=P_{1x}+P_{2x}=M_1$, $A_y=P_{1y}+P_{2y}=M_2$ и $A_z=P_{1z}+P_{2z}=M_3$ и т.д. — — — — ако има више оса. Али је даље:

сл.45.



$$m_1 \begin{cases} m_x = m_1 \cos\alpha_1 \\ m_y = m_1 \cos\beta_1 \\ m_z = m_1 \cos\gamma_1 \end{cases}$$

$$m_2 \begin{cases} m_x = m_2 \cos\alpha_2 \\ m_y = m_2 \cos\beta_2 \\ m_z = m_2 \cos\gamma_2 \end{cases}$$

и исто тако:

итд. за сваку осу.

Резултујућа оса била би:

$$Aq = m_R = \sqrt{m_x^2 + m_y^2 + m_z^2}$$

али како је даље:

$$m_x = m_1 \cos\alpha_1 + m_2 \cos\alpha_2 + \dots = \Sigma(m\cos\alpha)$$
$$m_y = m_1 \cos\beta_1 + m_2 \cos\beta_2 + \dots = \Sigma(m\cos\beta)$$
$$m_z = m_1 \cos\gamma_1 + m_2 \cos\gamma_2 + \dots = \Sigma(m\cos\gamma)$$

то је: $m_R = \sqrt{[\Sigma(m\cos\alpha)]^2 + [\Sigma(m\cos\beta)]^2 + [\Sigma(m\cos\gamma)]^2}$ . . . . . (43).

Овај нам израз даје резултујућу осу. Дакле са њом и резултујући моменат свију момената у датим равнима, које се секу.

Како се може написати:

$$m_x = m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + \dots = \Sigma(mx)$$
$$m_y = m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3 + \dots = \Sigma(my)$$
$$m_z = m_1 z_1 + m_2 z_2 + m_3 z_3 + \dots = \Sigma(mz)$$

итд.

то се добија од горњег обрасца још и:

$$m_R = \sqrt{[\Sigma(mx)]^2 + [\Sigma(my)]^2 + [\Sigma(mz)]^2} \quad \dots\dots(44).$$

§ 30.

ОПШТИ УСЛОВИ ЗА РАВНОТЕЖУ СИЛА У ПРОСТОРУ.-

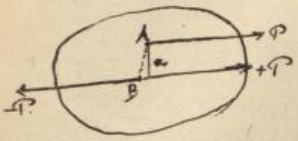
Најпре морамо утврдити став о тзв. премештају сила.-

Кад имамо силу P, видели смо, да јој нападну тачку A можемо премештити дуж њеног правца - тј. дуж оне нападне линије. Но ако оду берему на коме чврстоме телу произвољну какву тачку B, и у њој додамо две силе једнаког интензитета са силом P, али да су једна P а друга -P, дакле: да се одржавају у равнотежи.

Очевидно је да те додане силе не мењају дејство силе P, нити пак стање тела. Но сада првобитна сила P са силом -P чини спрег чији моменат био M = P.a; ако са a означимо даљину силе P од прве сила

P и - P, Ако је тело и пре било утврђено у тачци B, значи, да је сила P тежила, да га окрене у позитивном смислу ↻ баш као и спрег, који смо добили додавањем сила $+P$ и $-P$ у тачци B. Пошто дакле сила P и спрег P и - P имају исто дејство то спрег може заменити и силу и остаје дејство силе + P; отуда овај став. "Сваку силу можемо заменити спрегом, коме ће једна спрегнута сила бити дата сила и то без промене дејства, само ако је нападна тачка друге спрегнуте силе у тачци у којој је тело утврђено."

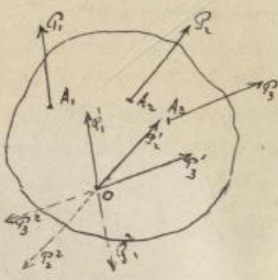
сл.46.



Овим ћемо се ставом послужити при испитивању општих услова за равнотежу тела на које дејствује више сила у простору.

Тело, на које дејствују повољне силе, може бити или слободно у простору, или пак утврђено на који начин. Ако је такво тело слободно у простору и на њега дејствују силе P_1 P_2 ... P_n (сл.47), и ми узмемо повољну тачку O на томе телу, па кроз ту тачку повучемо силе: $P_1' \parallel P_1$ $P_1^2 \parallel P_1$; затим $P_2 \parallel P_2' \parallel P_2^2$ па $P_3 \parallel P_3' \parallel P_3^2$ итд. Али тако да су одговарајуће силе опет једнакога интензитета, да је дакле: $P_1 = P_1' = P_1^2$ и $P_2 = P_2' = P_2^2$ итд. Тиме смо место датих n сила добили n простих сила: P_1', P_2', P_3' . — — — — — P_n' и n спрегова $P_1P_1^2$, $P_2P_2^2$, $P_3P_3^2$ . . . $P_nP_n^2$

сл.47.



Оних n простих сила са заједничком су нападном тачком O и лако можемо сложити у једну резултанту R, а за n спрегова можемо на сад познате начине наћи резултујућу осу спрега или резултујући моменат.

Али како смо утврдили, да је нападна тачка резултанте двеју спрегнутих сила у бесконачности, то излази, да се спрег не може заменити коначном силом, која дејствује у коначном остојању, те ће с тога за равнотежу тела бити потребно, да резултанта сила буде $= o$, као год

резултујућим моменат што мора бити за себе = 0.

Према томе најопштији услови за равнотежу кога тела у простору, на које дејствује више сила, биће изнети овим двема општим једначинама:

$$R=0 \quad \text{и} \quad M=0 \quad \text{——.....(45).}$$

Ако сада кроз тачку O (сл.47) повучемо координатни систем и резултујућу силу R, као и резултујући моменат M односно његову силу S раставимо у по три компоненте, које падају у правац координатних оса, добићемо: $R=\sqrt{P_x^2+P_y^2+P_z^2}$ и

$$M=\sqrt{M_x^2+M_y^2+M_z^2}$$

Према овим двема једначинама и с погледом на једначину (45) за равнотежу овога тела мора бити: $R=\sqrt{P_x^2+P_y^2+P_z^2}=0$ и

$$M=\sqrt{M_x^2+M_y^2+M_z^2}=0$$

Ово је могуће пак само онда, када је понаособ: $P_x=0$

$P_y=0$, $P_z=0$, ——————— затим: $M_x=0$

$M_y=0$, $M_z=0$ ——————— ....(46)и

(47) пошто поткорене количине у свом збиру не могу дати никада нулу, јер су све позитивне (квадрати); другим речима, ако не постоје једначине (46) и (47) горњи изрази неће бити индентички равни *нули*, и према томе и тело се неће налазити у равнотежи.

Како смо пак раније имали обрасце:

$P_x=\Sigma(P\cos\alpha)$; $P_y=\Sigma(P\cos\beta)$; $P_z=\Sigma(P\cos\gamma)$ —— итд. као обрасце $M_x=\Sigma(M\cos\alpha)$; $M_y=\Sigma(M\cos\beta)$. $M_z=\Sigma(M\cos\gamma)$

по једначинама (46) и (47) можемо дати специјалније облике:

$$\Sigma(P\cos\alpha)=0 \quad \Sigma(P\cos\beta)=0 \text{ и } \Sigma(P\cos\gamma)=0 \text{ —— ...(48)}$$

$$\Sigma(M\cos\alpha)=0 \quad \Sigma(M\cos\beta)=0 \text{ и } \Sigma(M\cos\gamma)=0 \quad ....(49)$$

Ових шест једначина садрже у себи све услове за равнотежу тога тела, кад на њега дејствује повољан број сила у простору.

Ако ли пак узмемо, да тело није слободно у простору, већ да је утврђено - рецимо у тачци O, онда, ако је то утврђење јако, оно ће само собом поништити дејства сила (оних простих) P_1', P_2' P_3'....P_n'

те према томе у овоме нам случају остају за разматрање само дејство оних n спрегова, наиме дејства спрегова:

$$P_1P_1^2\,;\ P_2P_2^2\,;\ P_3P_3^2\ \ldots\ P_nP_n^2$$

Због тога што у овом случају дејства сила отпадају за равнотежу тела и неће бити потребни услови: $P_x=0$, $P_y=0$, $P_z=0$ јер су они утврђењем тела дати сами по себи, остају дакле ови услови

$$\Sigma(m\cos\alpha)=M_x=0$$
$$\Sigma(m\cos\beta)=M_y=0$$
$$\Sigma(m\cos\gamma)=M_z=0 \qquad\qquad (50)$$

дакле свега та три услова.

Но тело у простору можемо утврдити и у две његове тачке у тачци О и рецимо још једној његовој тачци А. Ово сад не знаци ништа друго, до то, да се то тело може сада окретати једино око једне праве и то оне, која повезује те тачке његовога утврђења, дакле око осе обртања ОА. Услед овога два ће резултујућа момента - рецимо

$$M_x=\Sigma(m\cos\alpha) \text{ и } M_y=\Sigma(m\cos\beta)$$

бити сами по себи (без услова) равни нули, јер их поједине горње утврђење у двема тачкама. Оних n простих сила такође су утрђењем потрте и у овом случају, те како преостаје дејство последњег трећег спрега, то ће као услов за равнотежу тога тела, бити довољна само једначина:

$$M_z=\Sigma(m\cos\gamma)=0 \ldots\ldots (50a.)$$

Најзад кад је тело у простору али утврђено у трима својим тачкама које нису на истој правој, онда такво утврђење дозвољава ни прогресивно, нити пак кретање оно ће дакле потирати дејства оних простих сила, као и оних n спрегова. Према томе не треба је на то тело никакво дејство, то и нису потребни никакви услови за његову равнотежу; отпадају дакле сви шест општих једначина за ову тежу тела.

Ово исто бива и кад се тело утврђује у више од три тачке.

НАУКА ТЕЖИШТУ

§ 31.

Још одмах у почетку говорећи о материји и њеним општим особинама, казали смо, да је свако тело састављено из честица, који такође имају своју масу, на коју пак дејствује и земаљска тежа

Другим речима и молекила сваког тела имају сваки своју т
ку Како је пак раздаљина између појединих молекила једног тела
кала како ми привлачну силу земљину (дакле тежу) сматрамо као да је
нтрисана у средини земљиној, која је од њене површине јако удаљена
узимамо, да су све силе, које дејствују на поједине молекиле, пара-
лне.

Како је тело скуп свију тежина молекила, дакле резултанте
их тих паралелних сила, које дејствују на сваки молекил тога тела. Ми
резултанту, према нашим ранијим испитивањима, умемо да одредимо за
њена четири елемента.

Тако ако су P_1 P_2 P_3 . —— P_n привлачне силе које делају
поједине молекиле тела онда је $R = \Sigma(P) = Q = \Sigma(q)$
мина тога тела, ако је са q обележена тежина једнога молекила тог
ла.

Нападну тачку резултанте R свију тих тежних сила, које дејствују на поједине молекиле тела, зовемо његовим т е ж и ш т е м.
жиште није дакле ништа друго до средишна тачка паралелних сила.

Услед резултанте R тежних сила, тело ће се, ако је слободно
ретати ка центру земљином.

Ако га у тежишту подупремо - утврдимо, биће у равнотежи.
већ утврђеном у другој којој тачки било би основано окретање.).

Тежиште неког тела, наћи ћемо помоћу обрасца, које смо већ
вели правилом слагања нарочито паралелних сила. Нарочито ћемо
сто употребљавати обрасце:

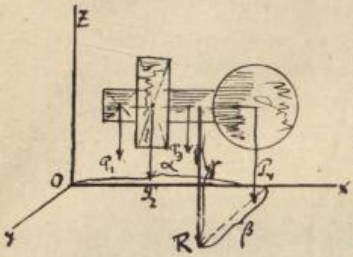
$$Rl = P_1 l_1 + P_2 l_2 + \cdots + P_n l_n \quad \ldots(29).$$
$$R_z = \Sigma(P_z) = 0 \quad \ldots(30)$$
$$R_x = \Sigma(P_x) = 0 \quad \ldots(31); \text{и}$$
$$R_y = \Sigma(P_y) = 0 \quad \ldots(31)$$

Према нашем досадашњем знању јасно нам је, да је тежиште па-
лелограма у пресеку његових дијагонала, лопте и круга пак у њиховом
нтру, праве линије на њеној средини итд. и да нам је у опште врло
лако одредити тежиште сваког било правилног тела.

Релативно је много теже одредити тежиште неправилног, као и

ваквог сложеног тела. У таквим случајевима одређиваћемо тежиште применом горњих образаца, помоћу којих му одредимо координате у просторном правоуглом координатном систему.

сл.43.



Тако нпр. ако имамо да одредимо тежиште сложеном телу представљеном на сл.48, ми ћемо наћи најпре тежиште појединих његових делова, који су правилна тела, и резултанте тежина свију тих делова. За те резултанте тежина: $P_1 P_2 P_3 \ldots P_n$ наћи ћемо по једном од горњих образаца резултанту R и њена нападна тачка S биће тежиште овог сложеног тела.

Нађено тежиште S треба пројектовати у све три координатне равни, дакле у xy, xz, yz и на тај му начин координантне α, β, γ.

Те координате пак налазимо одмах по напред већ одређеним обрасцима, који нам у опште одређују тежиште сваког тела;

$$\alpha = \frac{P_1 x_1 + P_2 x_2 + \cdots P_n x_n}{P_1 + P_2 + \cdots P_n} = \frac{\Sigma(P_x)}{\Sigma(P)} \quad \ldots(51).$$

$$\beta = \frac{P_1 y_1 + P_2 y_2 + \cdots P_n y_n}{P_1 + P_2 + \cdots P_n} = \frac{\Sigma(P_y)}{\Sigma(P)} \quad (52)$$

$$\gamma = \frac{P_1 z_1 + P_2 z_2 + \cdots P_n z_n}{P_1 + P_2 + \cdots P_n} = \frac{\Sigma(P_z)}{\Sigma(P)} \quad (53)$$

Ако је неко тело такве природе, да му на показан начин и помоћу ових образаца не можемо одредити тежиште, ми ћемо онда то тело разделити на такве делове, којима је лако одредити тежишта, и радити онако као мало час за пример тела на сл.48.

Често нам пута тело није дато својим обликом (или облицима својих делова: као на сл.48), већ својом масом, или што је исто, масом својих појединих делова, и таквоме телу ми хоћемо да одредимо тежиште

Употребимо обр: $P = m \cdot g$, како је g за једно исто место стално, добијамо: $P_1 = m_1 g$, $P_2 = m_2 g$ $\ldots\ldots$ $P_n = m_n g$. Ове вредности треба ставити у образац (51), (52) и (53), свуда место P односно P_1, P_2, P_n тако да добијамо за координате тежишта, па и нам датог тела са тежинама појединих његових делова:

$$\alpha = \frac{g(m_1x_1 + m_2x_2 + \cdots m_nx_n)}{g(m_1 + m_2 + \cdots m_n)} = \frac{\Sigma(mx)}{\Sigma(m)} \quad \ldots(54)$$

$$\beta = \frac{g(m_1y_1 + m_2y_2 + \cdots m_ny_n)}{g(m_1 + m_2 + \cdots m_n)} = \frac{\Sigma(my)}{\Sigma(m)} \quad \ldots(55)$$

$$\gamma = \frac{g(m_1z_1 + m_2z_2 + \cdots m_nz_n)}{g(m_1 + m_2 + \cdots m_n)} = \frac{\Sigma(mz)}{\Sigma(m)} \quad \ldots(56)$$

Ове нам дакле једначине одређују сасвим тачно положај тежишта таквог тела у простору.

Употребимо сад и образац (15в) $Q = mg$ кад у њему одредимо: $m = \frac{Q}{g}$ односно и поједине делове: $m_1 = \frac{q_1}{g}$, $m_2 = \frac{q_2}{g}$, $m_n = \frac{q_n}{g}$ ... па заменом тих вредности у горње обрасце (54), (55) и (56) добијамо:

$$\alpha = \frac{g(q_1x_1 + q_2x_2 + \cdots q_nx_n)}{g(q_1 + q_2 + q_3 + \cdots q_n)} = \frac{\Sigma(qx)}{\Sigma(q)} \quad \ldots(57)$$

$$\beta = \frac{g(q_1y_1 + q_2y_2 + \cdots q_ny_n)}{g(q_1 + q_2 + q_3 + \cdots q_n)} = \frac{\Sigma(qy)}{\Sigma q} \quad \ldots(58)$$

$$\gamma = \frac{g(q_1z_1 + q_2z_2 + \cdots q_nz_n)}{g(q_1 + q_2 + \cdots q_n)} = \frac{\Sigma(qz)}{\Sigma(q)} \quad \ldots(59)$$

Каткада нам је лако наћи запремине појединих делова неког тела, и помоћу тих запремина тражимо потом тежиште. Доцније ћемо имати образац: $Q = v \cdot \delta$ где је δ специфична тежина дотичног тела, а v његова запремина.

Ако су запремине појединих делова тога тела $v_1, v_2, v_3 \cdots v_n$ а њихове одговарајуће тежине $q_1, q_2, q_3 \cdots q_n$ онда је - пошто је δ за сваки део исто: $q_1 = v_1\delta$; $q_2 = v_2\delta$; $\cdots q_n = v_n\delta$. Заменом ових вредности у последња три обрасца (57, 58 и 59), добијамо координате тежишта тог тела изражене запреминама делова тог истога тела. Те су координате:

$$\alpha = \frac{v_1x_1 + v_2x_2 + \cdots + v_nx_n}{v_1 + v_2 + \cdots v_n} = \frac{\Sigma(vx)}{\Sigma(v)} \quad \ldots(60)$$

$$\beta = \frac{v_1y_1 + v_2y_2 + \cdots v_ny_n}{v_1 + v_2 + \cdots v_n} = \frac{\Sigma(vy)}{\Sigma(v)} \quad \ldots(61)$$

$$\gamma = \frac{v_1z_1 + v_2z_2 + \cdots v_nz_n}{v_1 + v_2 + \cdots v_n} = \frac{\Sigma(vz)}{\Sigma(v)} \quad \ldots(62)$$

При тражењу тежишта каквог плочастог тела, чије поједине плоче имају исту дебљину d, то ћемо наћи површине свих појединих плочица $f_1, f_2, f_3 \dots f_n$ па како је запремина плоче равна њеној површини помноженој дебљином, дакле: $v_1 = f_1 d$, $v_2 = f_2 d$, $\dots$ $v_n = f_n \cdot d$ то ћемо моћи појединe површине плочица изразити запреминама одговарајућих плоча, тако да је: $f_1 = \frac{v_1}{d}$; $f_2 = \frac{v_2}{d}$; $f_3 = \frac{v_3}{d}$ итд. Но ако горње вредности за запремине појединих плочица заменимо у последња три обрасца (60-61-62) добићемо нове обрасце за координате тежишта овог плочастог тела изражене површинама појединих плоча.

$$\alpha = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_n x_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} = \frac{\Sigma(fx)}{\Sigma(f)} \quad \dots (63)$$

$$\beta = \frac{f_1 y_1 + f_2 y_2 + \dots + f_n y_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} = \frac{\Sigma(fy)}{\Sigma(f)} \quad \dots (64)$$

$$\gamma = \frac{f_1 z_1 + f_2 z_2 + \dots + f_n z_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} = \frac{\Sigma(fz)}{\Sigma(f)} \quad \dots (65)$$

Најзад можемо имати пред собом какво линиско - жичасто - тело, чија је дебљина тако мала, да се може занемарити онда како је запремина жице равна производу из пресека S и дужине, дакле: $S \cdot l = v$ те ће за појединe делове тога тела бити: $v_1 = S l_1$; $v_2 = S l_2$ и т.д. пошто је пресек свуда исти. Заменом тих вредности у (605, (61) и (62) добијамо:

$$\alpha = \frac{S(l_1 x_1 + l_2 x_2 + \dots + l_n x_n)}{S(l_1 + l_2 + \dots + l_n)} = \frac{\Sigma(lx)}{\Sigma(l)} \quad \dots (66)$$

$$\beta = \frac{S(l_1 y_1 + l_2 y_2 + \dots + l_n y_n)}{S(l_1 + l_2 + \dots + l_n)} = \frac{\Sigma(ly)}{\Sigma(l)} \quad \dots (67)$$

$$\gamma = \frac{S(l_1 z_1 + l_2 z_2 + \dots + l_n z_n)}{S(l_1 + l_2 + \dots + l_n)} = \frac{\Sigma(lz)}{\Sigma(l)} \quad \dots (68)$$

у којима су нам обрасцима просторне координате овог жичастог тела изражене са дужинама l појединих делова жице.

Последња три обрасца (66, 67 и 68) показују нам, да је положај тежишта каквог жичнога тела потпуно независан од масе његове, већ зависи само од његовог облика и просторнога положаја; ово нас је управо и довело до појма о г е о м е т р и ј с к и м т е л и м а.

113.- Ако ли нам треба наћи тежиште каквог неправилно сложеног тела, али са много већом тачношћу од досадање, ми бисмо то тело мо-

рали замишљати подељено на бесконачно мале делове, чије ћемо тежине, ремине, масе, површине или дужине такође поредити са бесконачно им количинама (диференцијалима) и радити помоћу више анализе (инфи-тезималног рачуна).

При одредби координата тежишта дешава се да је једна од њих - α - равна нули, што ће, јасно је, - бити онда, кад је само тежиште у ра-ни оних других двеју координата - односно у равни zy

Таква раван, која пролази кроз тежиште тела зове се тешка ван.

Може се десити, и да су две од координата - напр. $\alpha=0$ и $\beta=0$. авне нули, што значи да је тежиште на једној од координатној осовини ове на z оси). Таква права, која пролази кроз тежиште тела зове се ешка права или боље т е ш к а л и н и ј а.

Ако се најзад деси, да су све три координате тежишта равне нули, дакле и $\alpha=\beta$, $\beta=0$, $\gamma=0$ значи, да ће се то тежиште на-ћи у самоме координатном почетку.

Врло се често дешава, да нам није потребно да на овакав ра-чунски начин одређујемо тежиште кога тела помоћу координата у просторном систему, већ је довољно каткад тежу одредити тежиште само експе-риментальним (практичким) путем.

Тако нпр: каквом линиском телу одређујемо тежиште експери-ментальним путем, кад га постављамо на какав шиљат ослонац, померајући га сво дотле, док не заузме потпуно хоризонтаман положај тачка ослонца у томе положају биће тражено тежиште тог линиског тела. Овако је по-требно одређивати тежиште хетерогеним линиским телима, ~~а хомогена ли-ниска тела~~, а хомогена линиска тела имају ту особину, да су им тежи-ша увек на њиховој средини.

Хомогеној паралелограмовој површини тежиште је у пресеку дијагонала; а хетерогеној површини, као и ма каквог облика хомогеној површини одређујемо тежиште овим експериментом: ту неправилну површи-ну обесимо о конац прво у једној правцу, и правац вертикално затегну-тог конца обележимо. Затим конац вежемо за тело на другом месту и опет обележимо правац вертикално затегнутог конца.

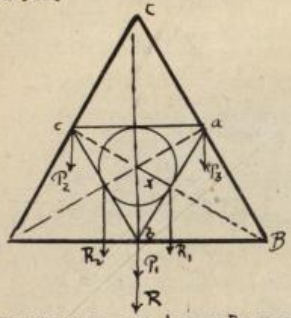
Пресек та два забележена правца биће тражено тежиште те неправилне површине било хомогене било хетерогене. Забележени правци конаца овде су тешке линије.

§ 32.

ОДРЕЂИВАЊЕ ТЕЖИШТА ЛИНИЈСКИХ ТЕЛА.

Потражимо тежиште једнога равностраног жичног троугла ABC (сл.49). Тежишта појединих страна као хомогених жица су на њиховим срединама: a, b, и c, а у њима ће делити тежине појединих страна P_1, P_2 и P_3. Те ћемо силе - тежине - сложити у резултанте R и R_2 чије су нападне тачке на срединама права, што састављају средине страна AB, BC и AC, дакле на срединама права, које везују тачке a, b, и c.

сл.49.



Из планиметрије се зна да су и мали троугли abc, Abc, abB; и acC равностранични и да су њихове стране:

$$ab = \frac{1}{2} AB \; ; \quad ac = \frac{1}{2} AC \; ; \quad bc = \frac{1}{2} BC \text{ и т.д.}$$

Ако је сад полупречник круга уписаног у троуглу abc: $Oz = x$ онда је

$$\Delta abO = ab \cdot \frac{x}{2}$$

$$\Delta acO = ac \frac{x}{2}$$

$$\Delta bOc = bc \cdot \frac{x}{2}$$

Сабирањем ових једначина добиће се:

$$\Delta abc = \frac{x}{2}(ab + bc + ac)$$ или пошто је: $ab = \frac{1}{2} AB$

итд. то је:

$$\Delta abc = \frac{x}{2} \cdot \frac{1}{2}(AB + BC + AC) = \frac{x}{4}(AB + BC + AC)$$

Површина датога троугла је: $ABC = P = \gamma abc$

дакле: $P = \alpha(AB + BC + AC)$ или: $P = x \cdot O$

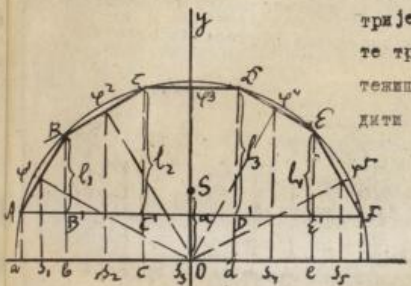
пошто је збир у загради раван обиму троугла, чије се тежиште тражи. Из те последње једначине добијамо: $X = \frac{P}{O}$ ....(69) као кординату тежишта овога жичног троугла, рачунату од које било праве, која везује средине страна тог троугла. Да би ту координату одредили, треба површину троугла

поделити неговим обимом.

Кад имамо правилан и страни полигон од пет хомогених жица, наћи ћемо му тежиште, кад из средине сваке стране (из њеног дакле тежишта) дигнемо унутрашње нормале. Пресек тих нормала је тежиште тог полигона. Према томе тежиште правилног жичног полигона је у центру описаног или уписаног круга, око или у томе полигону.

Ако је правилни жични отворен, тежиште му обично изналазимо у односу на произвољну хоризонталу - x осу.

сл.50.



Такав полигон добија (има) основу симетрије, на којој мора лежати њено тежиште, те треба још само одредити даљину тога тежишта, од узете x осе, треба дакле одредити кординату x.

Замислићемо да је овај полигон уписан круг, или још боље, да је око њега описан круг, полупречника r, а кроз центар тога круга повучимо координату x, и осу симетрије y.

Тежиште пологонових појединих страна је у њиховој средини ($\varphi', \varphi^2, \varphi^3, \varphi^4, \varphi^5$ ---------), и ако те тачке пројецирамо зајдно, пројекцирамо и темена појединих полигонових страна на кординату x, добијамо дужине: $y_1\ y_2\ y_3$ ---------- y_n и $l_1\ l_2\ l_3$ ..... l_n (види сл.50), које су нам потребне за ранији општи образац за кординату x: $x = \frac{l_1y_1 + l_2y_2 + l_3y_3 + \cdots + l_ny_n}{l_1 + l_2 + l_3 + \cdots + l_n} = \frac{\Sigma(ly)}{\Sigma(l)}$ ....(70).

Овај образац (70) можемо упростити, јер како је $\Delta ABB' \sim \Delta y_1 s_1 0$ то је: $y_1 : r = AB' : c$, Исто је тако $\text{и}\Delta B'CC' \sim \Delta y_2 s_2 0$ те је $y_2 : r = B'C' : l_2$

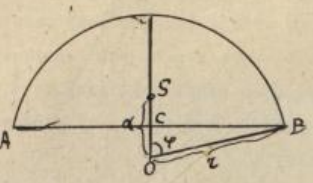
Затим се опет помоћу сличности троуглова добијају и остали обрасци: $y_3 : r = C'D' : l_3$; $y_4 : r = D'E' : l_4$ итд.

Отуда је пак по правилу о производу чланова у сразмери: $l_1y_1 = rAB'$; $l_2y_2 = rB'C'$; $l_3y_3 = rC'D'$; $l_4y_4 = rD'E'$ и ако даље

а заменом тога у обрасцу (70) добићемо:
$x = \frac{2(AB'+C'B'+C'D'+D'E'+E'F'}{l_1+l_2+l_3+\dots l_n} = 2\frac{AF}{\Sigma(l)}$ где је $A'B'+C'B'+C'D'+\dots = AP$
равно тетиви отвореног полигона.

Како је $\Sigma(l)=0$ тј.обим полигона то добијамо као дефинитивни образац: $x = \frac{2AF}{0}$ .....(71) који нам одређује координату тежишта S рачунату од x осовине која иде кроз центар полигона 0.

сл.51.



ТЕЖИШТЕ ЛУКА.

Како је лук полигон од бесконачно много страна,то ће очевидно горње разматране важити и за лук као год и једначина (71) која према слици 51.постаје:

$x = \frac{2\cdot AB}{\widehat{AB}}$; где је сад:

$\overline{AB} = 2r\sin\gamma$ и $\widehat{AB} = l = 2\gamma r$

те заменом у горњи образац биће:

$x = \frac{2r\sin\gamma}{2\gamma r} = \frac{2\sin\gamma}{\gamma}$ ...(72).то је образац за кординату тежишта лукаAB рачунату од центра 0.

Ако је у обрасцу (72) $\gamma = \frac{\pi}{2} = 90^0$;дакле,ако лук припада квандранту,онда кординате тежишта лука кичног квандранта биће:

$x = \frac{2\sin\frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{2}} = \frac{2}{\frac{\pi}{2}} = \frac{2r}{\pi}$ ----------....(73).

Ако ли је пак $\gamma > \pi$ боље: $x = \frac{2\sin\pi}{\pi}$ - ---------- ....(74) кординате тежишта полукружног лука.

Најзад,ако је $\gamma = 2\pi$ тј.ако лук постане цео круг,онда је: $x = \frac{2\sin 2\pi}{2\pi} = \frac{0}{2\pi} = 0$,дакле за круг тежиште је у самом центру.

§ 38.-

ТЕЖИШТЕ РАВНИХ И КРИВИХ ПОВРШИНА.

Све површине разликујемо на равне и криве површине.-Тежишта ћемо прво одређивати код равних површина а тек после код кривих површина,јер ћемо тако имати поступности у раду.

При одређивању тежишта код равних површина,делимо ту површину на саме линије паралелне између себе,и везивањем њихових тежишта - тј.њихових средина,ако је та површина хомогена - добићемо једну тешку линију.Повлачењем паралелних линија у другом правцу,добићемо и другу

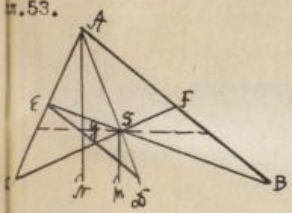
ешку линију, која ће са првом у пресеку одређивати тежиште те површине
сл.52.



(сл.52). На овај се начин налази да је тежиште сваке паралелограсне површине у пресеку дијагонала, које се према томе могу сматрати као две тешке линије. И при тражењу тежишта троуглове површине, повлачимо све паралелне линије и то обично паралелно са основом, и још са једном од страна. Код троугла долазимо до закључка да је средња линија сваке троугловe стране тешка линија те је према томе и тежиште троугловe у пресеку двеју средњих линија његових страна.

Још у планиметрији се доказује да је тежиште троугловог на једној трећини од основе, а и две трећине од темена на средњој линији. Ми ћемо образац и ми овде извести:

сл.53.



Имамо: $\triangle ASB \sim \triangle ESD$

отуда је: $AB : AS = DE : AD$

или како је: $DE = \frac{1}{2} AB$

то ће бити $2DE : AS = DE : SD$

или $2DE \cdot SD = AS \cdot DE$. дакле

$2SD = AS$ Над обема странама

ове једначине додамо исту количину SD

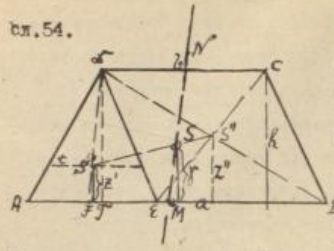
Биће $3SD = AS + SD = AD$ или: $DS = \frac{1}{3} AD$ ———— ... (74)

ime је доказ изведен.

Ако пак на основу BC спустимо управне из A и из S , а из S повучемо још и паралелну са BC, тако добијамо као карактеран пресек ачку "g ". Сада је $gN = \frac{1}{3} AN = \frac{1}{3} h$ (што се јасно из слике 53 ди) Отуда: "тежиште је троугла у пресеку средње линије и праве која је, а $\frac{1}{3} h$ од стране, чија је средња линија узета паралелна са том страном.

Већ је релативно теже одређивање тежишта трапезове површине. рапез је сложена слика, коју можемо раставити на троугао и паралелограм, ли дијагоналом на два троугла, или са двема висинама на два троугла и равоугаоник, а свима таквим деловима ми смо до сада већ одређивали тежиште. Узмимо напр: трапез АВСД (сл.54) поделимо га на троугао АДЕ и паралелограм ВСДЕ. Нађимо тежишта тог троугла и паралелограма; повучимо прво

Сл.54.



средину линију DF и висину ST па на $1/3h$ повучимо праву $t_1 \parallel AE$ и у пресеку са DF добићемо S' - тежиште троугла. Тежиште паралелограма BCDE је у пресеку његових дијагонала, дакле у S''.

Кад бисмо сад замислили, да смо трапез делили све на паралелне линије (танке крушчице), које би биле паралелне са паралелним странама a и b трапеза, онда бисмо добили M N као тешку линију. На њој дакле мора бити тежиште.

Кад би сад замислили, да у S' дејствује сила P' која би представљала тежину троугла, ADE, а у S'' сила P'' која би представљала тежину паралелограма BCDE, онда ће извесно P' и P'' бити паралелне силе (као тешке силе), а и њихова резултанта, видели смо, мора имати своју нападну тачку на везујућој линији за оба тежишта S' и S''.

Тежиште дакле трапеза биће у пресеку правих MN и $S'S''$ у тачци S.

На тај начин одредили смо трапезу тежиште конструктивним путем, а сада ћемо га одредити и рачунски, тј. аналитичким методом.

Ради тога обележимо AB са a; DC са b; па је: $AE = (a-b)$. Трапез нам је већ подељен на троугао и паралелограм, а тим његовим деловима можемо лако и врло просто наћи површине, и за одредбу тежишта трапезовог употребити затим образце (63, 64, 65). Али како нам овде није потребан просторни координатни систем, узећемо само две осе x и y и то такве, да оса y пролази кроз тежиште, дакле да и онаотпадне, и да нам остаје само да одредимо координату y.

Ако је f_1 површина троугла, а z' координата његовог тежишта од X осе (која се поклапа са основом AB); а f_2 површина паралелограма, а z'' координата његовог тежишта S'' од исте X осе, онда је:

$$y = \frac{f_1 z_1 + f_2 z_2}{f_1 + f_2} \quad \ldots\ldots (75).$$

Овај образац можемо још сад и развити, јер ако ставимо $f_1 = \frac{a-b}{2} h$ и $f_2 = b \cdot h$ затим: $z_1 = \frac{1}{3} h$ и $z_2 = \frac{h}{2}$

добићемо:

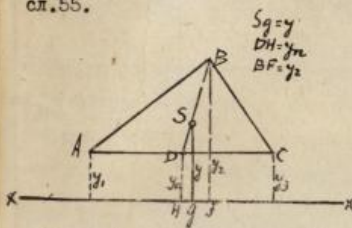
добијемо: $y = \frac{\frac{(a-b)}{2}h + \frac{b.h}{2}}{\frac{a-b}{2}.h + bh} = \frac{\frac{ah^2}{6} - \frac{bh^2}{6} + \frac{3bh^2}{6}}{a\frac{h}{2} - b\frac{h}{2} + b\frac{h}{2}} =$

$= \frac{\frac{ah^2}{6} + \frac{2bh^2}{3}}{ah + bh} = \frac{\frac{h^2}{3}(a+2b)}{h(a+b)}$ даклеј

$$y = \frac{h}{3}\left(\frac{a+2b}{a+b}\right) \ldots\ldots (76)$$

Тежиште троугла у односу ма на коју осу.

сл.55.



Увимимо повољну хоризонталу X X као осу. Зна се, да је: $SD = \frac{1}{3} BD$

тј. $SD : BD = 1:3$

Како је пак: $SD = Sq - SH$, $BD = BF - SH$

то је: $Sq - SH : BF - SH = 1:3$

или: $(y - y_n) : (y_2 - y_n) = 1:3$

Из слике се види, да је: $y_n = \frac{y_1 + y_3}{2}$

јер је Д средина стране АС, стога је:

$$\left(y - \frac{y_1+y_3}{2}\right) : \left(y_2 - \frac{y_1+y_3}{2}\right) = \frac{2y - y_1 - y_3}{2} : \frac{2y_2 - y_1 - y_3}{2} = 1:3.$$

$2y - y_1 - y_3 = \frac{2y_2 - y_1 - y_3}{3}$

$6y - 3y_1 - 3y_3 = 2y_2 - y_1 - y_3$

$6y = 2y_1 + 2y_2 + 2y_3$ даклеј

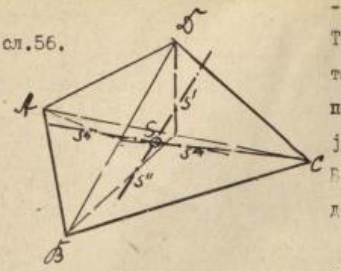
$$y = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \ldots\ldots\ldots (77).$$

Дакле, остојање тежишта једног троугла од једне праве која мора бити у равни тога троугла, равна је трећини суме остојања троуглових темена од исте праве.

Тежиште општег четвороугла најлакше је наћи деобом његовом на по два троугла, прво једном, а затим и другом дијагоналом. Тим троуглима одредићемо тежишта, која су на трећини висине и средњој линији; та ћемо тежишта повезати, па ћемо добити две тешке линије, које у пресеку своме дају тежиште четвороугла.

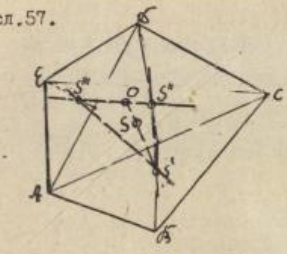
Тежиште четвороугла можемо одредити и помоћу образаца (63, 64 и 65), они ће гласити: $d = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2}{f_1 + f_2}$ где су f_1 и f_2 површине троуглова, на које је четвороугао подељен дијагоналом.

сл.56.



Тежиште ма каквог полигона налазимо кад тај полигон дијагоналама из једног темена поделимо све у саме троуглове (сл.57), којима ми можемо одредити тежишта S', S'', S''' Тежимо сад $S'' \cdots S''$ ту дуж поделимо по сразмери: $S''O : S''O = \triangle ABC : \triangle ADE$ и деону тачку O саставимо са S' и дужину OS' поделимо по сразмери $OS : SS' = \triangle ABC : \triangle ACD$ те је сад деона тачка тражено тежиште четвороугла.

сл.57.



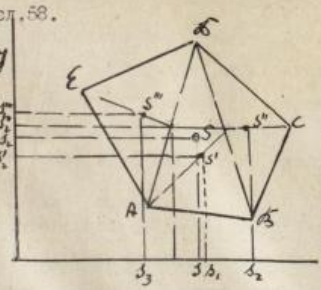
Но тежиште полигона ретко се одређује на тај начин, већ најобичније помоћу координатног система у равни, и опет деобом полигона у троугле дијагоналама из једне тачке (сл.58).

Нека су површине појединих троуглова f_1, f_2, f_3 а координате њихових тежишта нека су: $S'_1 = y_1, S''_2 = y_2, S'''_3 = y_3$

а $S'S'_2 = x_1$, $S''S''_2 = x_2$ итд. онда је:

$$\alpha = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + f_3x_3 + \cdots}{f_1 + f_2 + f_3}$$

сл.58.



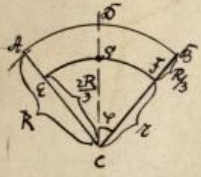
$$\beta = \frac{f_1y_1 + f_2y_2 + f_3y_3 + \cdots}{f_1 + f_2 + f_3 + \cdots}$$

За поједине је пак троуглове, као што смо мало час видели: $\alpha = S'S'_1 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$ ако су y_1, y_2, y_3 - - - - - - одговарајуће координате тежишта S', S'', S''' и $\beta_2 = S''S''_2 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$ - - итд.

Све бисмо вредности могли сада сменити у горњим једначинама за α и β и добили би нове изразе за те координате.

Све до сада проучаване површине биле су равне и ограничене са свих страна правим линијама; пређимо сад на равне површине ограничене правим и кривим линијама.

Таква је једна површина кружни исечак, који као што се зна има своју осу симетрије, на којој се тежиште његово мора налазити. сл.59.



Да нађемо баш која ће тачка на тој оси симетрије СД бити тежиште S можемо исечак полупречницима поделити на ∞ много узаних троуглова, чија су тежишта на 2/3 висине тј. на $\frac{2}{3}R$ од центра С. На тај начин везивањем тих тежишта појединих троуглова, добијамо тешки лук ESF који нам у пресеку са СД даје тежиште исечка АВСД.

Ако SC обележимо са r, онда је $r=\frac{2}{3}R$

Имали смо пак, да је тежиште лука одређено својом кординатом $\alpha=\frac{r\sin\varphi}{\varphi}$ те кад овде сменимо r добићемо:

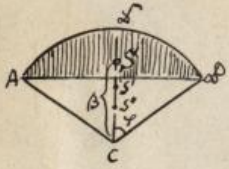
$$\alpha=\frac{2}{3}R\cdot\frac{\sin\varphi}{\varphi}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(78).$$

Но ординату α можемо још изразити и тетивом лука АВ, као и самим луком $\overset{\frown}{AB}$. Ако је $\overline{AB}=t=2R\sin\varphi$ и $\overset{\frown}{AB}=l=2R\varphi$ онда је: $\sin\varphi=\frac{t}{2R}$ и $\varphi=\frac{l}{2R}$ те заменом у (78) добија се:

$$\alpha=\frac{\frac{2}{3}R\cdot\frac{t}{2R}}{l/2R}=\frac{\frac{2}{3}R\cdot t}{l}\ldots\ldots\ldots\ldots(79).$$

Ако је кружни сектор АВСД потпун квадрат, онда је $\varphi=90^\circ=\frac{\pi}{2}$ те је и: $\alpha=\frac{\frac{2}{3}R\cdot\sin\frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{2}}=\frac{2\cdot\frac{2}{3}R}{\frac{\pi}{2}}=\frac{4R}{3\pi}\ldots\ldots\ldots\ldots(80).$

КРУЖНИ ОТСЕЧАК има такође своју линију симетрије, на којој се и тежиште налази (сл.60); тежиште ће према томе бити потпуно одређено, сл.60.



кад му се нађе ордината β рачуната од центра С. Ту ћемо ординату опет одредити по једначини (63), јер ако је f_1 = површина сектора АВСД и f_2 = површина троугла АВС (сл.60). Затим у, = S_1C ордината тежишта секторовог а $y_2=S_2C$ ордината троугловог тежишта, онда је ордината сегментовог тежишта:

$$\alpha=SC=\frac{f_1y_1-f_2y_2}{f_1-f_2}\ldots\ldots\ldots(81).$$

Знак је производа f_2y_2 и количине f_2 негативан, зато што површину f_2 треба одузети од f_1 и добити површину f сегмента.

Како је пак раније нађено $f_1 = r^2\varphi$;

$$f_2 = \frac{AB \cdot CE}{2} = \frac{(AE+BE)\cdot EC}{2} = \frac{(r\sin\varphi + r\sin\varphi)\cdot r\cos\varphi}{2} =$$

$$= \frac{r r\sin\varphi r\cos\varphi}{2} = \frac{r^2\sin 2\varphi}{2}$$

$$y_1 = \frac{2}{3}\cdot r\cdot\frac{\sin\varphi}{\varphi} \qquad y_2 = \frac{2}{3} r\cos\varphi$$

јер је троуглова висина ($EC = r\cos\varphi$), то заменом свих тих вредности у једначину (81) добијамо:

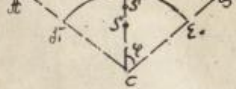
$$\alpha = \frac{r^2\varphi\,\frac{2}{3}r\cdot\frac{\sin\varphi}{\varphi} - \frac{r^2\sin 2\varphi}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot r\cos\varphi}{r^2\varphi - \frac{r^2\sin 2\varphi}{2}} =$$

$$= \frac{\frac{2}{3}r^3\sin\varphi - \frac{2}{3}r^3\sin\varphi\cos^2\varphi}{r^2\varphi - r^2\sin\varphi\cos\varphi} =$$

$$= \frac{\frac{2}{3}r^3\sin\varphi(1-\cos^2\varphi)}{r^2(\varphi - \sin\varphi\cos\varphi)} =$$

$$= \frac{\frac{2}{3}r\cdot\sin^2\varphi}{\varphi - \sin\varphi\cos\varphi} \qquad \text{.....(82).}$$

Одредимо сада кординату тежишта једног дела к р у ж н о г п р с т е н а, које се такође налази на линији симетрије те површине. Део АВДЕ кружног прстен раван је разлици два кружна исечка, те ако је сл.61



f_1 површина већега, а f_2 површина мањег исечка, а y_1 и y_2 ординате њихових тежишта, онда за ординату тежишта датог дела кружног прстена добијамо образац:

$$SC = \alpha = \frac{f_1 y_1 - f_2 y_2}{f_1 - f_2} \qquad \text{.....(83)}$$

Но знамо да је: $f_1 = R^2\varphi$ и $f_2 = r^2\varphi$

затим $y_1 = \frac{2}{3}R\cdot\frac{\sin\varphi}{\varphi}$

и $y_2 = \frac{2}{3}r\frac{\sin\varphi}{\varphi}$ те заменом свих

тих вредности у (83) добија се:

$$\alpha = \frac{R^2\varphi\cdot\frac{2}{3}R\cdot\frac{\sin\varphi}{\varphi} - r^2\varphi\cdot\frac{2}{3}r\cdot\frac{\sin\varphi}{\varphi}}{R^2\varphi - r^2\varphi} =$$

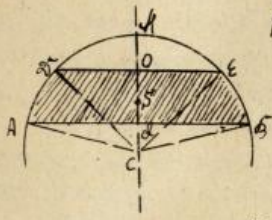
$$= \frac{\frac{2}{3}\cdot\sin\varphi(R^3 - r^3)}{\varphi(R^2 - r^2)} \qquad \text{.....(84).}$$

Ако ставимо: $R^3 - r^3 = (R-r)(R^2 + Rr + r^2)$ и $R^2 - r^2 = (R-r)(R+r)$

онда образац (84) добија облик: $\alpha = \frac{\frac{2}{3}\sin\varphi(R^3+R_2r_2^2)}{R+r}$ . . . . . (85).

Од равних површина узмимо још да одредимо тежиште једног дела кружне површине, која се налази између две паралелне тетиве. Тежиште је ове површине на линији симетрије његове, која је управна на обе тетиве; треба му одредити само ординату $SC = \alpha$ (сл.62).

Сл.62.



Ако је f_1 = површина сегмента AEM а f_2 = површина мањег сегмента ДЕМ, и ако је y_1 = ордината тежиште већег а y_2 = ордината тежиште мањег сегмента у односу на центар C, онда је ордината тежиште кружног дела ABDE одређена једначином: $\alpha = \frac{f_1y_1 - f_2y_2}{f_1 - f_2}$ где још ваља

специјалне вредности за f_1 и f_2 ; y_1 и y_2 - - - - - - и сменити их.

КРИВЕ ПОВРШИНЕ.

Међу кривим површинама (које нису у једној равни) разгледајмо најпре омотач једнога ваљка.

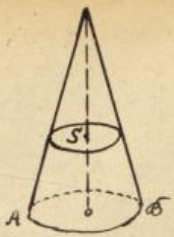
сл.63.



Ако омотач ваљка поделимо уздужним паралелама на саме паралелограме (сл.63) чији су тежиште у пресеку дијагонала, па им тежишта посастављамо, добићемо тежишни круг чије се тежиште према томе мора поклапати са тежиштем омотача ваљка. Његово је пак тежиште у центру S те је S тежиште кружног омотача. Како тежишни круг хомогену облицу дели на потпуно два једнака дела, то излази, да је тежиште омотача хомогене облице на средини њене осовине.

Исто тако излази да је и тежиште омотача купе и правилне призме на средини њене осовине, док је тежиште купиног омотача (и то пресек m и c) на 1/3 њене осовине од основе. То полази отуда што омотач купе можемо поделити на све саме узане троуглове, којима су тежишта на 2/3 висине од темена или на 1/3 од основе. Тежишта тих троуглова по везана дају опет тежишни круг, чије се тежиште S поклапа са тежиштем

сл 64.



купиног омотача.

К тежиште омотача праве и правилне пирамиде је на њеној осовини и то на 1/3 осовине од основе или на 2/3 од врха. Једино је та разлика од купе, што овде не добијамо тежиш круг, већ тежиш полигон, који је сличан са пирамидином основом.

Кад имамо зарубљени конус омотач му можемо поделити на све саме узане трапезе (сл.65), којима тежишта одређујемо на познат нам начин (образац 76), па је: $\rho = \frac{h}{3} \cdot \left(\frac{a+2b}{a+b}\right)$

сл.65.



где саме ваља ставити: $a = \frac{2R\pi}{n}$ и $b = \frac{2r\pi}{n}$ · где је n број узетих трапеза

Стога кад заменимо те вредности, добићемо

$$\rho = \frac{h}{3} \cdot \frac{\frac{2R\pi}{n} + \frac{4r\pi}{n}}{\frac{2R\pi}{n} + \frac{2r\pi}{n}} = \frac{h}{3} \cdot \frac{\frac{2\pi}{n}(R+2r)}{\frac{2\pi}{n}(R+r)}$$

$$\rho = \frac{h}{3} \cdot \frac{R+2r}{R+r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (86).$$

На савршено исти начин налази се и тежиште омотача зарубљене пирамиде, пошто се и ту стране пирамиде деле на n узаних трапеза.

Тежиште омотача куглиних зона добијамо кад зону поделимо све на саме узане елементарне зоне једнаких површина; тежиште је сваке те елементарне зоне на управном полупречнику на тетиви -(односно на висини зоне), Пошто свако појединo тежиште одговара једнакој маси, то је средина висине зонине уједно и тежиште њеног омотача.

Исто ово, што је речено за омотач зоне, вреди и за омотач калоте, јер је и тежиште њеног омотача на половини њене висине.

Најзад како је полулопта калота, за коју је висина једнака полупречнику, то је тежиште омотача полулопте на средини њеног управног полупречнику.

§ 34.

ТЕЖИШТЕ ТЕЛА.

При одредби тежишта пуног (масивног) цилиндра, делимо га равним паралелним са основама на све саме узане кружне плочице, којој

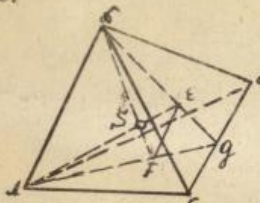
је свакој посебице њене тежиште у њеноме центру,-тако,да кад вежемо сва та тежишта добијамо осовину цилиндра као тешку линију.Тешки круг за омотач облице уједно је - тешки круг за пуну облицу,јер ми можемо замислити,да бесконачан број цилиндара,који су све један у другоме,саставља масиван цилиндар,и за сваки појединн цилиндар - односно његов омотач - добијамо тешки круг у равни тешког круга пуне облице.Стога је дакле тежиште,хомогеног пуног ваљка у пресеку његовог тешког круга и његове осе а та је тачка управо на половини његове осовине.

Ово што вреди за прав цилиндер,вреди и за кос,јер је и тежиште пуног хомогеног а косег цилиндра на средини његове осовине.

Савршено то исто вреди и за пуну хомогену призму,јер је и њено тежиште на половини њене осовине.

Узмимо да нам је дата пуна тространа пирамида АВСД (сл.66) са основицом АДС, да би јој нашли тежиште,морали бисмо је поделити на

сл.66.



на све саме троуглове са равнима,које би биле паралелне са њеном основицом.

Тежишта свих тих троуглова - ако је пирамида хомогена образују једну тешку линију $\alpha\mathcal{F}$,која везује теме пирамиде α са тежиштем њене основице $\mathcal{F}$.

Кад бисмо сад пирамиду тако наместили,да нам њена страна ВСД постане основица,а тачка А,да јој буде теме,па урадимо исто оно што и мало час,добили бисмо другу тешку линију АЕ.У пресеку тих двеју тешких линија биће тежиште S саме пирамиде.

Но ово би било графичко одређивање тежишта пирамиде,а сад да га одредимо и рачунски.

Из сл.66.имамо: $\triangle A\mathcal{S}S \sim \triangle \mathcal{F}S\varepsilon$ те је отуда:

$A\mathcal{S}:\mathcal{S}S = \varepsilon A:S\mathcal{F}$ Како је пак: $\mathcal{F}g = \frac{1}{3}Ag$ а $g\varepsilon = \frac{1}{3}\mathcal{S}g$

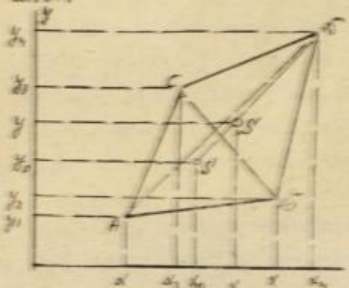
и $\varepsilon\mathcal{F} = \frac{1}{3}A\mathcal{S}$ или $A\mathcal{S} = 3\varepsilon\mathcal{F}$ те заменом тих вредности у горњој сразмери добијамо: $3\mathcal{F}\varepsilon : S\mathcal{S} = \varepsilon\mathcal{F} : S\mathcal{F}$

или $3\mathcal{F}\varepsilon \times S\mathcal{F} = S\mathcal{S} : \varepsilon\mathcal{F}$ дакле: $S\mathcal{F} = \frac{\mathcal{S}\mathcal{S}\cdot\varepsilon\mathcal{F}}{3\mathcal{F}\varepsilon} = \frac{1}{3}\mathcal{S}\mathcal{S}$ или

$3S\mathcal{F} = \mathcal{S}\mathcal{S}$.....(87).

Такле, тежиште пирамиде као тела је на једној четвртини од о
више оне праве, које везују теме пирамиде са тежиштем њене основице, ш
другим речима тежиште дели ту праву по размери 1:3.

Али тежиште пирамиде можемо одредити и у односу на осе коор
метског система. Према обрасцу (77) имамо за тежиште S' основице пира
сл.67.



дне праве у односу на x осу: y_s

$y_s = \frac{y_1+y_2+y_3}{3}$ затим у односу на y осу

$x_s = \frac{x_1+x_2+x_3}{3}$

На сл.67 добијамо: $y = y_s + \overline{y_s y}(\alpha)$

и $x = x_s + \overline{x_s x}$ . . . (78)

Међутим је по једначини (87)

$\overline{x_s x} = \frac{1}{4}\left(x_4 - \frac{x_1+x_2+x_3}{3}\right)$ . . . (79) и

$\overline{y_s y} = \frac{1}{4}\left(y_4 - \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$ (80) те је:

$$x = \frac{x_1+x_2+x_3}{3} + \frac{1}{4}\left(x_4 - \frac{x_1+x_2+x_3}{3}\right) = \frac{x_1+x_2+x_3+x_4}{4} \quad \ldots\ldots (88)$$

а

$$y = \frac{y_1+y_2+y_3}{3} + \frac{1}{4}\left(y_4 - \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right) = \frac{y_1+y_2+y_3+y_4}{4} \quad \ldots\ldots (89)$$

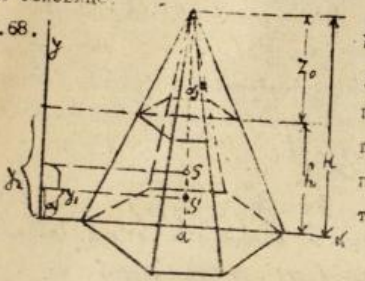
Ко ми смо могли узети и трећу као координатну осу уопште
оне две, јасно могли смо радити са просторним координатним системом, ни
јасно је према горњим обрасцима (88) и (89) да ће за ту трећу z ос
бити: $z = \frac{z_1+z_2+z_3+z_4}{4}$ . . . . . (90).

Из ових се последњих једначина види, да је потребно само на
одредити и апсисе темена пирамидиних површина у односу на осу
је тежиште те пирамиде одређено својом ординатом у односу на ту осу
нак, јер је та ордината једна четвртина од збира ордината, свих темена
комидиних површина.

Тежиште хомогене, пуне купе је на њеној оси и дели је по
размери 1:3, тако да је мањи део на основи, а већи врху купе. То нећемо
ни изводити ни доказивати, јер треба радити сасвим на исти начин к
и код пирамиде, што смо већ једном радили. Прибележимо само за употребљи

тежишта зарубљене пирамиде

Ако је пирамида правилна и хомогена, тежиште ће јој бити негде на осовини са ординатом α у односу на x осу која пролази кроз раван основице.



сл.68.

Употребићемо образац (60) увевши да је v_1 запремина потпуне велике пирамиде, а v_2 запремина горње, допунске мале пирамиде, тако да је запремина зарубљене пирамиде, којој се тежиште одређује дата разликом:

$$v = v_1 - v_2$$

Дакле је:

$$\alpha = \frac{v_1 y_1 - v_2 y_2}{v_1 - v_2} \qquad \ldots\ldots (91).$$

Ако ли пак са F обележимо површину веће (доње) основе, а са f површину горње (мање) основе, са H целу висину а са h висину зарубљене, тако да је $h_0 = H + x_0$ јер је x_0 = висина допунске пирамиде, онда је: $v_1 = F\frac{x_0}{3}$; $v_2 = f\frac{x_0}{3}$; $H = h + x_0$; ——— те и

$$v = F\frac{h+x_0}{3} \quad ; \quad y_1 = \frac{H}{4} = \frac{h+x_0}{4} \quad ; \quad \text{и}$$

$$y_2 = h + \frac{x_0}{4}$$

те заменом свих тих вредности у једначину (91) добијамо:

$$\alpha = \frac{F\cdot\frac{h+x_0}{3}\cdot\frac{h+x_0}{4} - f\frac{x_0}{3}\left(h+\frac{x_0}{4}\right)}{F\cdot\frac{h+x_0}{3} - f\cdot\frac{x_0}{3}} \qquad \ldots\ldots (92)$$

Кад се пак једначина (92) потпуно разради и уреди, добиће се на крају крајева дефинитивна једначина ординате тежишта:

$$\alpha = \frac{h}{4}\left(\frac{F+2\sqrt{Ff}+3f}{F+\sqrt{Ff}+f}\right) \qquad \ldots\ldots (93).$$

Овај исти образац (93) даје нам и ординату тежишта зарубљене купе, коју можемо сматрати као правилну пирамиду од ∞ много страна, само је сад: $F = R^2\pi$ и $f = r^2\pi$ те је

$$\alpha = \frac{h}{4}\cdot\frac{\pi}{\pi}\left(\frac{R^2+2\sqrt{R^2r^2}+2r}{R^2+\sqrt{R^2r^2}+r^2}\right) =$$

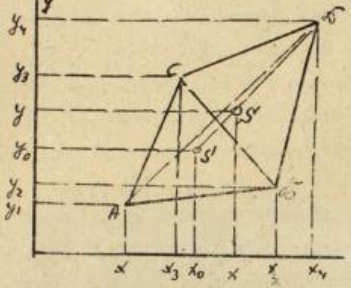
$$= \frac{h}{4}\left(\frac{R^2+2Rr+2r^2}{R^2+Rr+r^2}\right) \qquad \ldots\ldots (94).$$

Већ ми доказивали, да је тежиште хомогене лопте и кружне

Пакле, тежиште пирамиде као тела је на једној четвртини од ос
више оне праве, која везује теме пирамиде са тежиштем њене основице, или
другим речима тежиште дели му ту праву по размери 1:3.

Али тежиште пирамиде можемо одредити и у односу на осе коорди
натног система. Према обрасцу (77) имамо за тежиште S' основице пирам
дине прво у односу на x осу; y_z

сл.67.



$y = \frac{y_1+y_2+y_3}{3}$ затим у односу на у осу

$x = \frac{x_1+x_2+x_3}{3}$

Из сл.67 добијамо: $y = y_0 + \overline{y_0 y}\,(\alpha)$

и $x = x_0 + \overline{x_0 x}$. — (β)

Међутим је по једначини (87)

$\overline{x_0 x} = \frac{1}{4}\left(x_4 - \frac{x_1+x_2+x_3}{3}\right)$ ——(γ) и

$\overline{y_0 y} = \frac{1}{4}\left(y_4 - \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$ (δ) те је:

$$x = \frac{x_1+x_2+x_3}{3} + \frac{1}{4}\left(x_4 - \frac{x_1+x_2+x_3}{3}\right) = \frac{x_1+x_2+x_3+x_4}{4} \quad \ldots\ldots (88)$$

a

$$y = \frac{y_1+y_2+y_3}{3} + \frac{1}{4}\left(y_4 - \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right) = \frac{y_1+y_2+y_3+y_4}{4} \quad \ldots\ldots (89)$$

Но ми смо могли узети и трећу као координатну осу управну на
ове две, дакле могли смо радити са просторним координатним системом, но до
јасно је према горњим обрасцима (88) и (89) да ће за ту трећу z ос
бити: $z = \frac{z_1+z_2+z_3+z_4}{4}$ .....(90).

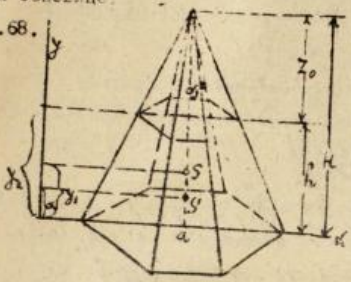
Из ових се последњих једначина види, да је потребно само зна
ординате и апсисе темена пирамидиних рогљева у односу на ону осу и
је тежиште те пирамиде одређено својом ординатом у односу на ту осту р
нан, јер је та ордината равна четвртини од збира ордината, свих темена пи
рамидиних рогљева.

Тежиште хомогене, пуне купе је на њеној осовини и дели је по
размери 1:3, тако да је мањи део на основи, а већи врху купе. То нећемо и
ти изводити нити доказивати, јер треба радити савршено на исти начин ка
и код пирамиде, што смо већ лак већ радили. Прећићемо одмах на одређивање

тежишта зарубљене пирамиде

Ако је пирамида правилна и хомогена, тежиште ће јој бити негде на осовини са ординатом α у односу на x осу која пролази кроз раван основице.

сл.68.



Употребићемо образац (60) увевши да је v_1 запремина потпуне велике пирамиде, а v_2 запремина горње, допунске мале пирамиде, тако да је запремина зарубљене пирамиде, којој се тежиште одређује дате разликом: $v = v_1 - v_2$ Дакле је:

$$\alpha = \frac{v_1 y_1 - v_2 y_2}{v_1 - v_2} \quad \text{.....(91).}$$

Ако ли пак са F обележимо површину веће (доње) основе, а са f површину горње (мање) основе, са H целу висину а са h висину зарубљене, тако да је $h = H + x_0$ јер је $x_0 =$ висина допунске пирамиде, онда је: $v_1 = F\frac{H}{3}$; $v_2 = f\frac{x_0}{3}$; $H = h + x_0$; te и

$$v_1 = F\frac{h+x_0}{3} \quad ; \quad y_1 = \frac{H}{4} = \frac{h+x_0}{4} \quad ; \quad \text{и}$$

$y_2 = h + \frac{x_0}{4}$ te заменом свих тих вредности у једначину (91) добијамо:

$$\alpha = \frac{F\cdot\frac{h+x_0}{3}\cdot\frac{h+x_0}{4} - f\frac{x_0}{3}\left(h+\frac{x_0}{4}\right)}{F\cdot\frac{h+x_0}{3} - f\cdot\frac{x_0}{3}} \quad \text{.....(92)}$$

Кад се пак једначина (92) потпуно разради и уреди, добије се на крају крајева дефинитивна једначина ординате тежишта:

$$\alpha = \frac{h}{4}\left(\frac{F+2\sqrt{Ff}+3f}{F+\sqrt{Ff}+f}\right) \quad \text{.....(93).}$$

Овај исти образац (93) даје нам и ординату тежишта зарубљене купе, коју можемо сматрати као правилну пирамиду од ∞ много страна, само је сад: $F = R^2\pi$ и $f = z^2\pi$ те је

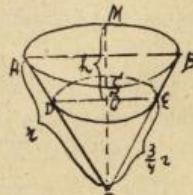
$$\alpha = \frac{h}{4}\cdot\frac{\pi}{\pi}\left(\frac{R^2+2\sqrt{R^2z^2}+3z^2}{R^2+\sqrt{R^2z^2}+z^2}\right) =$$

$$= \frac{h}{4}\left(\frac{R^2+2Rz+3z^2}{R^2+Rz+z^2}\right) \quad \text{.....(94).}$$

Лако ми доказивати, да је тежиште хомогене лопте у њеном центру...

тако нећемо наводити обрасце за тежишта кугличног масивног сектора, кугличног масивног сегмента, зоне и калоте, већ ћемо их само исписати готове.

Тако тежиште кугличног сектора (сл.69) има за ординату у односу на осу кров центар C



сл.69.

$$\alpha = \frac{3}{8}(2z-h) \quad \ldots\ldots (95),$$

а кад у томе обрасцу ставимо $h=z$ добићемо: $\alpha = \frac{3}{8}z$ ....(96).

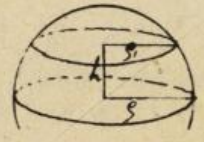
као ординату тежишта полукугле. Тежиште кугличног сегмента има за ординату:

$$\alpha = \frac{3}{4}\left(\frac{(2z-h)^2}{3z-h}\right) \quad \ldots\ldots (97).$$

Ордината је тежишта кугличне зоне:

$$\alpha = \frac{h}{2}\left(\frac{2\varrho^2+4\varrho_1^2+h^2}{3\varrho^2+3\varrho_1^2+h^2}\right) \quad \ldots\ldots (98).$$

сл.70



где је h висина зоне, ϱ и ϱ_1 полупречници пресечних кругова (види сл.70)

Напомена. Кад имамо да одређујемо тежиште каквог тела, које је сложено из оних проучених простих тела, радићемо онако како је показано уз сл.48 и уз обрасце (51) (52) и (53).

РАВНОТЕЖА И СТАБИЛНОСТ

Видели смо да је тежиште тела нападна тачка резултанте привлачних сила земаљских на поједине од молекула тог тела те кад знамо резултанту тих привлачних сила - дакле кад нам је позната тежина тог тела, - а тек тога и нападна тачка те резултанте, односно тежиште тога тела, онда нам је познато и само оно стање у коме се то тело налази а које физичари зову и природом тога тела, дакле онда нам је позната и природа самога тела.

Поимали смо, да ће се тело под утицајем тежине резултанте кретати ка центру земаљском, само ако није ни једном својом тачком утврђено, дакле ако је слободно у простору. Ако ли је тако тело утврђено у једној својој тачци, која се на поклапа са његовим тежиштем, може се и покретати услед дејства теже, а може бити и у равнотежи што зависи од тога да ли правац теже пролази кроз ту тачку а у исти пах и кроз тежиште

те или не.

Да постоји равнотежа у томе случају - с погледом на прогресивно кретање, треба још да је утврђено јаче од резултанте тежине, како би оно том својом јачином ту резултанту могло да потре.

Под кретањем каквога тела разуме се кретање његовога тежишта према томе, ако се тежиште каквога тела не креће, ни онда кажемо да се ни само то тело не креће: дакле да је у равнотежи. Како се тежиште не креће са места, кад се тело око њега као око осовине окреће, то окретање тела око његовог тежишта не сматрамо као кретање.

Дакле, кад је каквоме телу тежиште у равнотежи и само је тело у равнотежи, а кад тежиште тела није у равнотежи, онда не може бити говора ни о равнотежи тог тела све дотле док му се тежиште креће.

При даљем испитивању равнотеже треба нам водити рачуна о положају тачке утврђења према тежишту тј. о томе, да ли је тачка утврђена

1/ - у т е ж и ш т у;

2/ - и з н а д њ е г а, и

3/ - и с п о д т е ж и ш т а

Кад се тачка утврђења налази баш у самоме тежишту, кажемо да се тело налази у н е и м а р н о ј или и н д и ф е р е н т н о ј равнотежи, што значи, да ће оно увек остати у ономе положају који му ми будемо дали (види сл. 71). Нека је тело са тежиштем S утврђено баш том тачком S дакле нека се утврђење U поклапа са тежиштем S, онда кад тело из положаја I доведено у положај II оно ће опет остати пошто га наместимо - дакле у положају II. То долази отуда, што су тежиште S и тачка утврђења U увек на тешкој линији Qq

сл 71.



сл 72.



Ако ли је тело утврђено изнад тежишта за тај случај кажемо: т е л о ј е о б е ш е н о. Кад обешено тело изведемо из равнотежног положаја I у положај II, онда ће очевидно тачка утврђења U остати на свом месту (сл. 72) а тежиште S доћи ће у S' тј. прећи ће кружни лук SS'. Тежина тела

у равнотежном положају дејствује правцем gS а у положају II исто тако тежиште дејствује правцем gS' која је нагнута правцу Sg (ви... ...почетку науке о тежишту).

Тежину gS' разложимо на две компоненте, од којих ће једна бити у правцу uS', а друга у правцу управном на тај правац. Видимо одмах, да ће компоненту $S'c$ потрти утврђење у тачци u те ће права тоже остати само дејство компоненте $S'b$ која, како се са сл. 72 види тежи да врати тело из положаја II у равнотежни положај I. Та ће компонента бити увек извесне величине сем кад се правци Sgu и $S'u$ поклапају јер је тада то компонента равна нули.

Пошто се тело свако утврђено враћа увек у равнотежни положај (сем поменутог изузетног случаја) то се свака равнотежа зове

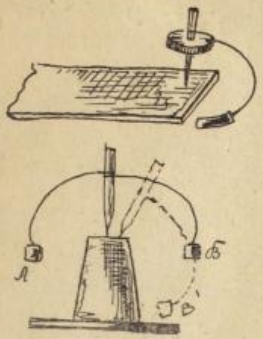
сталном или стабилном равнотежом.

Најзад ако је тело утврђено у тачци која је испод тежишта - ...ако тачно тело можемо да ће подупрто - и ако тако тело изведемо из равнотежног положаја I у положај II (сл. 73) тачка утврђења И остаје где је а тежиште S прелази у S' дакле чини пут SS'. У S' дела тежина тела у правцу $S'g' \parallel Sg$. Ако силу $S'g'$ разложимо на две компоненте, од којих ће је једна пасти у правац $S'u$ а друге у правац на тај управан. Прву компоненту AS' потире утврђење И на које она и притиснује (како се из сл. 73 види друга пак компонента bS' сачи тело све нити сва дотле, докле га не доведе у положај III стабилне равнотеже. Чим у који положај изведемо ми тако утврђено тело из равнотежног положаја, одмах ће заузети увек положај стабилне равнотеже. због тога се равнотежа свако утврђеног тела зове

стабилном, променљивом или лабилном равнотежом.

Да лабилна равнотежа пређе у стабилну, неопходно је потребно да се тежиште спусти испод тачке утврђења - односно тачке поду крана. То се пак у практици постиже додавањем разних жица, разних обешења

сл.74 и 75.



тела итд.томе подупртом телу (сл.74 и 75).Ово се додаваше врши нарочито код врло лаких тела - као напр.код плуте, јер се таква тела никад готово не могу поставити у лабилну равнотежу.

Тако заоштрен плајваз можемо поставити у равнотежу (према сл.75) додавањем или оба тела А и В са обадве стране или додаванем само једног тела - напр.В само ће у овом другом случају положај плајваза бити кос,а не потпуно вертикалан,као кад се додају оба тела А и В.

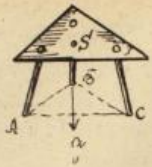
На основу овога играчи по конопцу служе се - ради одржавања равнотеже тешким мотком или другим чиме,чиме ће само спустити своју тачку тежишта испод тачке ослонца на конопцу.

Тело може бити утврђено и са две своје тачке и у томе се случају оно може окретати само око оне праве,која везује те две тачке утврђења.При таквом утврђењу могу наступити такође три случаја.Може поменута оса пролазити кроз тежиште - у коме случају добијамо и н - д и ф е р е н т н у р а в н о т е ж у овако утврђеног тела.Може оса бити изнад тежишта,која је равнотежа тако утврђеног тела с т а б и л н а;и најзад ако је оса утврђена испод тежишта равнотежа је лабилна.

Кад је тело утврђено у три и више тачака нема више говора о свакој или онакој равнотежи већ о с т а б и л н о с т и.

Ако имамо напр.троножац,коме су А,В,и С (сл.76) тачке подупирања,онда из обичног живота знамо,да се тај троножац неће претурати, и ако га донекле изведемо из равнотежног положаја;знамо да ће претурање наступити тек кад нога А дође у исту раван са ногом В и С,ако троножац претурамо око две ноге В и С;или тек онда кад ноге А и В дође у исту раван са С,ако око те ноге претурамо троножац.Према томе просто на основу искуства дошли смо до закључка,да је једини услов за стабилност тела,да правац његове тежине g пробија површину,која се добија састављањем тачака ослонаца,поред услова,да подлога буде толико

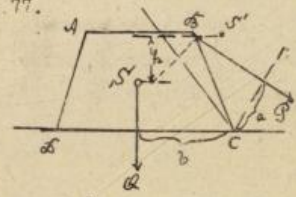
сл.76.



да потре тежину тела g. .У моменту,кад правац тежине тела прелази,кроз ивицу полигона ослоњаца,тело се налази у лабилној равнотежи.

Да видимо сад како можемо испитати величину стабилности каквог тела.Леži ли како тело на којој равни,то га нека сила извесног интензитета може превртнути око једне стране његовог полигона ослоњања.У колико је већа сила која је потребна да око те стране тело својим претури,и у колико је већи пут претурања тога тела,у толико је већа и стабилност тога тела (сл.77).Према томе производ P.a мерило би нам делом стабилност тела. Дејству силе P опире се тежина тела Q са својим моментом у односу на ивицу претурања,дакле са производом $Q.b$,тако да кад је: $Qb > Pa$ нема претурања - тело је стабилно; $Qb = P.a$ тело је у лабилној равнотежи и $Qb < Pa$ тело се претура јер нема стабилности.

сл.77.



Из тога се горњег види,да је стабилност тела већа у колико је тежина Q већа и у колико је основица подлоге b већа.

Ако ли пак тело АВСД у положај лабилне равнотеже,тј.тежиште S доведено у положај S',ми смо тиме извршили рад $Q.h$ а из тога је јасно,да је стабилност тела Q већа,у колико је потребан већи рад да то тело преврне,а тај је рад већи за исто тело у колико је h веће, дакле у колико више дижемо тежиште;то је пак очевидно онда,кад је тежиште тела што дубље.

Отуда ова три услова за стабилност тела;стабилност је већа:

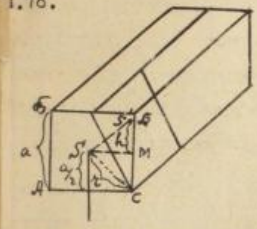
1/ - што је тежина тела већа

2/.- што му је основица ослонца већа;и

3/.- што му је тежиште дубље.

Због последњег услова,кад год се кола товаре тежа се тела нећу оздо а лакша горе,да би тежиште кола било што дубље,а стога стабилност што већа.

Саму стабилност тела зовемо статичком стабилношћу, док онај рад који је потребан да се једно тело изврне зовемо апсолутном или динамичком стабилношћу. Према томе статичка стабилност била би $Q.b$ .....(99) (тежина пута основица) а динамичка пак $Q.h$ ---(100) (тежина пута висина издизања тежишта). Из сл.78 добија се; $h = SC - \frac{a}{2}$; али је $SC = r = \sqrt{(\frac{a}{2})^2 + (\frac{b}{2})^2}$



сл.78.

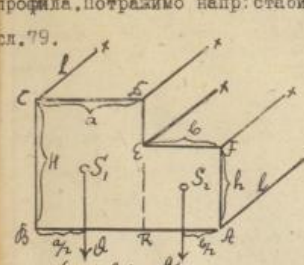
дакле је $h = \sqrt{(\frac{a}{2})^2 + (\frac{b}{2})^2} - \frac{a}{2}$ те према томе радна је стабилност

$$St_R = Q\left(\sqrt{(\tfrac{a}{2})^2 + (\tfrac{b}{2})^2} - \tfrac{a}{2}\right) \ldots\ldots(101).$$

Овај образац за стабилност важи за случај кад је тежиште тела на средини. Али ако се тражи радна стабилност каквог зида, очевидно је да не можемо наћи тежину Q тога зида, која се међу тим јавља у изразу (101) за радну стабилност; стога ту тежину за таква тела изражавамо запремином и специфичном тежином, пошто је $Q = V.\delta$ (о томе доцније) или како је $V = a.l.b$ то је $Q = abl\delta$ те образац (101) постаје:

$$St_R = abl\delta\left(\sqrt{(\tfrac{a}{2})^2 + (\tfrac{b}{2})^2} - \tfrac{a}{2}\right) \ldots\ldots(102).$$

Да пређемо укратко испитивање стабилности неколиких разних профила. Потражимо напр: стабилност профила каквог зида или насипа (сл. сл.79).



сл.79.

Превртање може бити око ивице Ах и Вх те према томе и имамо две стабилности таквог профила. Са равни ЕКх делимо профил на два паралелопипеда, који имају тежишта у половини висине у S_1 и S_2; стабилност већег паралелопипеда за ивицу Вх биће: $Q \cdot \frac{a}{2}$ а мањега за исту ивицу $q\left(a + \frac{b}{2}\right)$ те је укупна стабилност профила за ивицу Вх.

$$St_R = Q\tfrac{a}{2} + q\left(a + \tfrac{b}{2}\right) \ldots\ldots(103)$$ или ако из образца избацимо тежине Q и q добијамо: $St_B = aHl\delta \cdot \frac{a}{2} + bhl\delta\left(a + \frac{b}{2}\right)$

$$\text{или } St_B = l\delta\left[\tfrac{a^2H}{2} + bh\left(a + \tfrac{b}{2}\right)\right] \ldots\ldots(104)$$

стабилност овог профила за ивицу Ах биће

$$St_A = q\frac{b}{2} + Q\left(b + \frac{a}{2}\right) \cdot \text{—} \cdot \ldots\ldots (105).$$

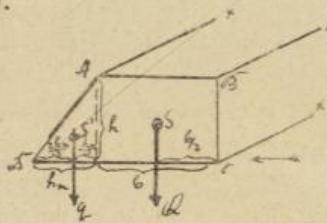
Како је десна страна једначине (105) већа од десне стране једначине (103) то је и стабилност овог профила већа за ивицу Ах него ли за ивицу Вх. Једначина (105) избацивањем тежина Q и q постаје:

$$St = 6.h.l.\delta\frac{b}{2} + H.a.l.\delta\left(b + \frac{a}{2}\right) \quad \text{или}$$

$$St_A = l\delta\left[\frac{b^2 h}{2} + aH\left(b + \frac{a}{2}\right)\right] \ldots\ldots\ldots (106).$$

Испитајмо стабилност и профила, представеног на (сл.80) који је у облику трапеза, и често се у практици наводи код насипа. Тај ћемо профил једном равни поделити на правоугласт и паралелопипедни део, који имају своја тежишта у S' и S'' код оваког профила волимо рачуна и о нагибу, а то је приближно ширине на јединицу висине; укупан нагиб профила нека је h_n код овог профила имамо да испитамо стабилност за две ивице Cx и Dx. Према сл.80 можемо одмах написати: $St_D = q\cdot\frac{2}{3}h_n + Q\left(h_n + \frac{b}{2}\right) \ldots\ldots (107)$

сл.80.



али је $q = \delta\left(\frac{h_n \cdot h}{2}\right)l$ где је δ специфична тежина материјала, од кога је насип; $\frac{h_n \cdot h}{2}$ површина правоугласт дела насипа и l дужина самог насипа; исто је тако: $Q = b.\delta.h.l$ где је нова количина само в, која представља ширину паралелопипедног профила. Рад те две вредности за Q и q заменимо у (107) добићемо:

$$St = \frac{2}{3}h_n.l.\delta\frac{h_n.h}{2} + bh.l\delta\left(h_n + \frac{b}{2}\right) \text{ или } St_D = l\delta\left[\frac{1}{3}h_n^2 h + bh\left(h_n + \frac{b}{2}\right)\right] \ldots (108)$$

Исто је тако стабилност за ивицу С:

$$St_C = Q\frac{b}{2} + q\left(b + \frac{h_n}{3}\right) \ldots \text{—} \ldots\ldots (109).$$

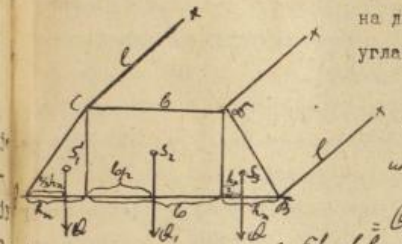
Десне стране једначина (107) и (109) показују нам да је стабилност око ивице Сх мања, па ће претурање око ње пре наступити него ли око ивице Dx.

Једначину (109) можемо написати и у облику:

$$St_C = b.h.l.\delta\frac{b}{2} + l\delta\frac{h_n.h}{2}\left(b + \frac{h_n}{3}\right) \ldots\ldots (110), \text{ где се не води рачуна о тежинама } Q \text{ и } q.$$

У профил свију обичних насипа (сл.81) има претурања око две ивице Ах и Вх, те према томе и две стабилности, али су обадве једнаке, јер

сл.81.



је профил потпуно симетричан.Такав профил као што се из слике види делимо на троје, на два троугаона дела и један четвороугласти.

Као код прошлих примера добијемо:

$$St_A = St_B = Q_1 \frac{2}{3} h_m + Q(h_m+b) + Q_2(h_m+b+\frac{h_m}{3})$$

$$\text{или } St = Q_1[\frac{2}{3}h_m + h_m + b + \frac{h_m}{3}] + Q(h_m+b) =$$

$$= Q_1(2h_m+b) + Q_2(h_m+b) \quad \ldots\ldots(111).$$

Ако ли пак ставимо: $Q_1 = \frac{b h_m . l . \rho}{2}$ и $Q_2 = b \cdot b \cdot h \cdot \rho$ добијемо:

$$St = \frac{b h_m . l . \rho (2h_m+b)}{2} + b^2 . h . l . \rho (h_m+b) \quad \ldots\ldots(112).$$

Обрасци за стабилност,у којима немамо тежине,већ могу надржати,а да не пропадну.

§ 36.

СТАБИЛНОСТ ЧОВЕЧЈЕГ ТЕЛА.

Стабилност човечјег тела,као и тела животиња управља се по истим оним три услова,као и стабилност осталих природних тела.Кад човек стоји право на обема ногама,његово је тежиште - које је у карлици човечјој,између кукова - на управној на његову подножну раван:кад човек стоји на једној нози,његова управна тешка линија мора бити у подножју ноге на којој стоји.Кад човек стоји на обема ногама,његове стопале праве трапез (сл.82),у колико је тај трапез већи,у толико је стабилност

сл.81.



човечјег тела већа;у толико он поузданије и чвршће стоји.

Кад човек иде,диже наизменце час једну час другу ногу,и тада му тежиште или нијо подупрто или се носи с једне ноге на другу;при томе човек савија тело нешто унапред,да би тим олакшао тежишту тежину, да падне у правац ножних прстију,а напрезању мишића,да крену тело у напред.То савијање расте,са брзином кретања,те би тако човек морао пасти.кад неби само брзо подупро тежиште другом ногом.Линија кретања тежишта при ходу приказана је сл.83;као што се види она је хоризонтална

сл.83.

одступа мало, тако да се висина тежишта при ходу незнатно мења.

Код људи који пак немају чашице (тј. код људи са једном или обе дрвене ноге) тежиште се креће по линији представљеној на сл.84, из које се види да се при сваком кораку висина тежишта знатно увећава, зато је пак потребан и већи рад, те зато код таких људи и видимо већа напрезања при ходу.

сл.84.

Сем тога клаћење тела (лакте и тежишта) зависи и од ширине карлице, те се зато женске више и клате при ходу што им је карлица шира него код мушких.

При трчању стоји се у неколико мења, јер се тада тежиште врло брзо преноси са ноге на ногу, и има тренутака, кад нисмо ни једном ногом наслоњени на земљу; тада тежимо да се што брже крећемо, и због тога је горњи део тела више нагнут у напред, те тежиша линија човечјег тела пада испред ногу, те зато при трчању брзо морамо да се у тим тренуцима ногом о земљу одупремо, да неби пали. Ми брже трчимо зато да такво падање спречимо. Пошто се при трчању тежиште брже преноша са једне ноге на другу, то је и линија кретања тежишта више права, јер нема времена за извршивање онога балансирања, које се јавља при ходу.

Кад војници иду стројем, морају ићи у корак, да би се код њих у један мах тежиште преносило на исту страну; кад неби пак ишли у корак, десило би се, да се код једнога тежишта пренесе на десну ногу због чега се и тело повије баш онда, кад се код његовог облинег са десне стране тежиште пренесе на леву ногу, због чега се и он повија лево; услед тога би се они мували и гурали, јер су и иначе врло бливу једно поред другог.

У осталом довољно је напоменути: да сви закони о тежишту, које смо већ изводили, вреде и за тежиште човечјег тела, као год што сви закони о равнотежи и стабилности тела што вреде за равнотежу и стабилност човечјег тела, те се због тога на овоме нећемо више задржавати.

§ 37.

На реду је да се упознамо са најглавнијим делом статике, која пак носи назив:

НАУКА О ПРОСТИМ МАХИНАМА.

Механичка или физичка сила не може се готово никад употребити за извршење каквог рада у свиком облику, у коме се она у природи јавља, увек је потребно на некакав начин снагу воде, паре, ветра, електрицитета, коња итд. претворити у корисан рад и таким природним силама заменити човечју снагу. Средства којима мењамо нападну тачку, правац и пак интензитет какве природне силе или којима преносимо рад зовемо м а ш и н а м а. Машине су састављене или из једног елемента - п р о с т е машине или из више елемената (простих машина) - с л о ж е н е.

Била машина проста или сложена (- с а в р ш е н о то не мора ни у колико-тора имати ова три дела.

1/.- део који прима у потпуности природну силу онако, како она дејствује у природи;

2/.- део који ту природну снагу мења - за нашу употребу прилагођава; и

3/.- део који ту снагу - већ прилагођену по нашој нашој - даље преноси на употребу.

Сасвим је јасно да ниједна машина не може дати више рада но што је примила, шта више свака ће машина услед савлађивања извесног отпора, увек дати мање рада, но што га је и примила. Савлађивање отпора који мора машина да савлада или је корисно или штетно; корисно је савлађивање оних отпора, који баш и сачињавају рад и задатак те машине; сва трења појединих делова машине сачињавају штетно савлађивање отпора. К о р и с а н р а д једне машине састоји се у савлађивању корисних отпора, а споредан рад машине је савлађивање штетних отпора.

Што се тиче машина вала имати на уму ове основне законе механике:

1/.- Ниједна машина не може дати рада све дотле, докле га сама не прими:

2/.- Користан рад (користан ефекат) једне машине увек је мањи од рада природне силе, услед овога закона механике јасно нам је и то, зашто је у природи немогуће *Perpetuum mobile* тј. зашто човек не може конструисати машину, која ће се, кад се једном покрене, без даљег дејства спољних сила радити вечито;

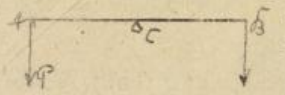
3/.- Рад силе раван је раду отпора тј. производ из силе и њеног

његовог пута, кад машина ради непрестано и са непромењивом снагом, тј. кад је машина у равнотежи. Ако је P сила, s њен пут; Q терет и s_1 његов пут онда је дакле: $P.s = Q.s_1$ .....(113) или $P:Q = s_1 : s$ .... (113а) из овога и излази: З л а т н о п р а в и л о м е х а н и к е: У колико се машином добије у сили, исто ће се толико изгубити на њој у путу или у времену." То се правило често изражава и овако: "Брзине сила и терета обрнуто су сразмерне својим масама или тежинама."

Све просте машине колико их год има делимо у две групе; у прву групу долазе машине са окретањем, као о з и б или п о л у г а, к о т у р и в р а т и л о ј а у другу групу са непрекидним кретањем сачињавају; стрма раван, клин и завртањ.

ОЗИБ или ПОЛУГА.

У свом најпростијем облику озиб је свака крута чврста шипка или тело, које је насловено у својој једној тачци о ослонац C, а на једном крају прима силу A, коју отпушта на другоме крају B. (сл.85). Озиб је

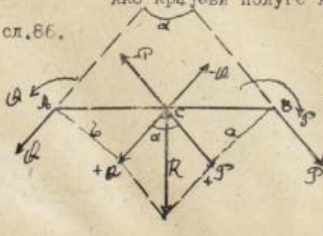


сл.85.

д в о к р а к кад је ослонац C између његових крајева A и B, или j е д н о к р а к, кад му је ослонац на једном крају. Двокраки озиб може бити равнокраки или разнокраки према томе да ли су му краци AC и BC једнаки или неједнаки.

УСЛОВИ ЗА РАВНОТЕЖУ ПОЛУГЕ.-

Узмимо двокраку полугу на чијим ће крајевима A и B. (сл.86) дејствовати сила P и терет Q .



сл.86.

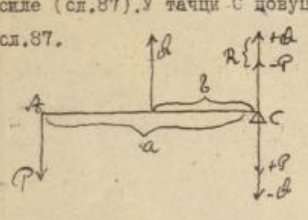
Ако крајеви полуге A и B леже са основицом C на једној правој такав озиб зовемо правим, а ако то није случај о з и б ј е н а л а к а т. На (сл. 86) узет је, као што се види прав озиб. Пошто ћемо овде имати посла с силама и спреговима то ослонац C узимамо за моментну тачку свију сила и спрегова, који ће се јавити.

Кроз C ћемо повући паралелне са правцима силе P и Q и са обе стране

пренети $+P$ и $-P$, $+Q$ и $-Q$ тако да све то нема никаквог свог дејства на њемо место сила P и Q добити две силе $+P$ и $+Q$ и два спрега $P,-P$; и $Q-Q$ чији је смисао окретања показат на слици стрелицама. Нама је познато, да ће овиб бити у равнотежи, ако је $Pa = Qb$ тј. $Pa-Qb=0$ тј. ако су моменти сила једнаки (а већ су супротног смисла) и ако се резултанта сила P и Q која је $R=\sqrt{P^2+Q^2+2PQ\cos\alpha}$ потре ослонцем C. Ова је резултанта највећа онда кад је $P \parallel Q$ јер онда излази: $R = P + Q$ (пошто је тада $\alpha = 0$ те ослонац треба да буде бар толико јак да се одупре тој сили R. Према томе тражећи услове за равнотежу овиба о силама $+P$ и $+Q$ нећемо ни водити рачуна, већ само о спреговима, односно моментима Pa и Qb. Из горње једначине $Pa=Qb$ добијамо: $P:Q = b:a$ .....(114) а то је основа једначина за равнотежу полуге, која речима изказана гласи: Сила се има према терету у обрнутој сразмери са њиховим крацима; тј. равнотежа овиба наступиће, кад је сила два пут већа од терета тек онда, кад крак терета буде два пута већи од крака силе.

Тај услов за равнотежу поставио је Архимед.

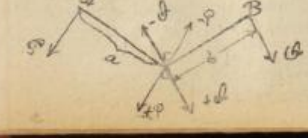
Кад је овиб једнокрак, имамо просто да сложимо две (паралелне) силе (сл.87). У тачци C довучимо правац паралелан са P и Q пренесимо



сл.87.

силе $+P-P+Q$ и $-Q$ те добијамо два спрега $P-P$ и $Q-Q$ и две силе $+P$ и $+Q$; за равнотежу спрегова треба да је $Pa = Qb$ или $Qb-Pa=0$ или пак $P:Q = b:a$ силе $+P$ и $+Q$ дају тек резултанту $R = Q-P$ која мора да се потре ослонцем C, која с тога треба да је толико јак, да савлада ту резултанту.

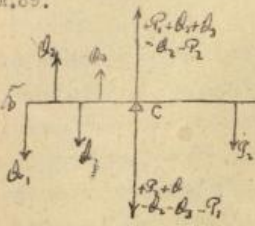
Нађени услови за равнотежу право полуге, вреде и за полугу на лакат, јер и ту (сл.88) додајемо у ослонцу C силе $+P-P$ и $+Q-Q$; те



сл.88.

добијамо опет два спрега, која су у равнотежи, кад је $Pa = Qb$ и две силе $+P$ и $+Q$ чија је резултанта $R=\sqrt{P^2+Q^2+2PQ\cos\alpha}$ потпре ослонцем C, који с тога треба да је

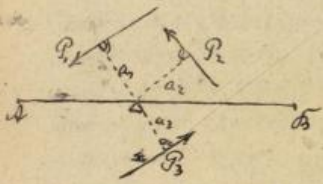
довољно јак, за равнотежу је свршено све једно, дакле, какве је сорте осиб, као год и то, колики је број сила и терета, јер ако имамо осиб са више сила (сл.89) па додавањем сила у С добијамо n спрегова и n сила; сл.89.



резултанта R_n потире се ослонцем, а резултујући моменат спрегова, треба да је раван нули, ако се хоће равнотежа, дакле је и овде услов за равнотежу: $\pm\Sigma(P_a) = \Sigma(Q_b) = 0$ ---(111)

Ма та више горњи услов за равнотежу полуге важи и онда, кад силе не дејствују непосредно на полугу, као до сад, већ посредно сл.90. Дакле и тада је услов за равнотежу садржан у једначини: $\Sigma(P_a) = 0$ ...(116).

сл.90.



Скраћивањем крака терета, а повећавањем крака силе у стању смо са врло малом силом да савладамо отпор врло великог терета. То се у физици зове **механичка корисност полуге**; али зато су путеви силе и терета, обрнуто њима сразмерни, (као год и њихове брзине) и та обрнута сразмерност ($P:Q = s:S$) (или $P:Q = c:C$) зове се **механична штетност полуге**. Добит у сили тачно одговара губитку у времену или брзини, те отуда и златно правило механике; код полуге као и код сваке друге машине, механичка корисност равна је механичкој штетности.

§ 39.

ПРИМЕНА ПОЛУГЕ.

Највећу примену полуге имамо код терезија. Терезије су справа којом меримо (одређујемо) тежине тела; терезијама управо не меримо тежине већ масе тела, јер је тежина тела променљива - у центру је земљином и нема - док је маса тела постојаног дејства. Пошто се пак на истом месту земље масе два тела имају као њихове тежине, то масе можемо мерити и поредити са тежинама.

Најпростије су терезије састављене из просте праве полуге, која

је обично равнокрака (а не искључује се могућност, да та полуга - која се употребљава за терезије - може бити и разнокрака). Често су пак терезије састављене и од полуге на лакат, као год што су честе и такве терезије, које су конструисане из више полуга.

Што је главно код терезија то је, да им ослонац буде што чвршћи и што шиљатији, те да је код њега што мање трења. Стога се ослонац тај прави у виду ножа, или од челика, или још боље од а х а т а.

Ми ћемо се позабавити само са осетљивијим терезијама, којима се служимо при научним мерењима. Код таквих терезија (сл.91) у вези је



са полугом једна казаљка, која се креће по луку подељеном обично на 20 ситних услова, тако да је подељена црта 10 у средини, а да на њу пада казаљка, када су терезије потпуно мирне, - дакле у равнотежном стању.

Ако је на једноме тасу терет Q, а на другоме нека су тегови P, па казаљка застане на десетој подели, тј. да су терезије у равнотежи, онда је по правилу о полузи $P.l_1 = Q.l_2$ или пошто је готово увек $l_1 = l_2$ то за равнотежног стања терезија мора бити и $P = Q$ тј. терет у једноме тасу, мора бити раван теговима у другоме тасу.

Сваке терезије, а нарочито оне, за научна мерења, морају испуњавати ова три услова:

1/.- морају бити тачне, 2/.- морају бити у стабилној равнотежи; и 3/.- морају бити осетљиве, па тек онда да се и са њима могу вршити тачна мерења.

I/.- Терезије ће бити тачне, кад су оба крака полуге потпуно једнака по материјалу, по дужини, и по осталим димензијама.

II/.- Стабилна се равнотежа терезија тражи за то, да се не би прету-

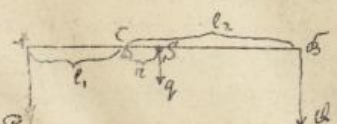
рале при најмањој неједнакости тежина на оба таса;

III/.- Трећи услов за сваке добре теразије - осетљивост - мора бити испуњен код сваких теразија за фина - научна - мерења, а осетљивост се теразија мери величином оне најмање тежине, која ће кад се стави на једна тас пореметити равнотежу теразија.

Услови за тачност.- Теразије су тачне онда, када је $P = Q$ а како ће то бити тек онда, када је $P \cdot a = Q \cdot b$ и када је $a = b$, то као први услов тачности теразија излази, да треба да су краци теразија савршено једнаки и по дужини и по тежини, као год и по материјалу и свима осталим димензијама. Сем тога главни је услов за тачност теразија, да су тачке вешања тасова са тачком ослоница на једној истој правој линији. Из тога пак излази, да ферам теразија не сме бити од какве витке материје, која би се при коме мерењу могла повити. Да овај услов буде испуњен у свако време код истих теразија ограничавају се терети, т. тј. поставља се извесна граница терета, до које се тек терети могу мерити тим теразијама без икаквих штетних последица, и преко које се границе не сме никако прећи, ако се хоће да теразије и даље остварају општим условима. Тако имамо теразије, које мере само терете од по неколико грамова (као што су фине апотекарске теразије, и хемиске аналитичке) док другима меримо терете од 2, 3.. па и од 10 до 20 кгр. За веће тежине немамо готово теразија, јер би се краци таквих теразија под дејством тако великих терета деформисали, услед чега би пак и горњи општи услов очевидно био повређен.

Ако ли краци теразија нису једнаки по дужини, тј. ако је $l_1 \geq l_2$ онда нам треба водити рачуна и о тежини самога ферма q, који дејствује у његовом тежишту S (негде на средини, јер се претпоставља да је ферам хомогене природе). Тежиште S од ослоница C нека одстоји за $CS = z$. Очевидно је да равнотежа код свих теразија наступа тек онда, када је $P.l_1 - Q.l_2 - q.z = 0 \ldots (117)$ или како се тражи да је $P = Q$ то једначина (117) постаје:

$$P.l_1 - P.l_2 - q.z = 0$$
$$P(l_1 - l_2) - q.z = 0 \ldots . (118).$$



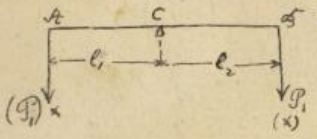
сл. 92.

Из једначине (118) види се, да се о величини $q.z$ мора водити рачуна све дотле, док је l_1 различно од l_2 а чим је $l_1 = l_2$ тј.

$l_1 - l_2 = 0$ онда и qz мора бити равно нули, односно $z = 0$ јер по самој претпоставци q не може бити нула ни за коју материју. Дакле, ако хоћемо, да нам теразије дају тачно $P = Q$ треба да је $l_1 = l_2$ и да је тежиште бермена на управној кроз тачку ослонца C, али никако не сме бити са њиме у истој тачци, јер би тада, због индиферентне равнотеже, теразије постале неупотребљиве.

При испитивању тачности теразија радимо овако: На један тас

сл.93.



мећемо тело тежине x па теразије доводимс у равнотежу са теговима P_1, на другом тасу; тада постаје једначина:

$$x \cdot l_1 = P_1 \cdot l_2 \quad \ldots\ldots(119).$$

Сад ћемо тело x преместити у онај тас, где су били тегови P_1 ; а тегове P_1 пренећемо у тас где је било тело x. Ако сад теразије буду у равнотежи, значи да су тачне, јер за овај други случај вами једначина:

$$P_1 \cdot l_1 = x \cdot l_2 \quad \ldots\ldots(120).$$

Из једначине (119) добија се: $l_1 = \frac{P_1 l_2}{x}$ ..... (121)

а из једначине (126) пак $l_1 = \frac{x \cdot l_2}{P_1}$ ..... (120).

Поређењем једначина (121) са (122) добићемо:

$$\frac{P_1 l_2}{x} = \frac{x \cdot l_2}{P_1} \; ; \quad \frac{P_1}{x} = \frac{x}{P_1} \; ; \; \text{ш.ј} \quad P_1^2 = x^2 \; \text{дакле} \; P_1 = x.$$

Када је пак $P_1 = x$ једначине (119) и (120) могу постојати само тада, када је $l_1 = l_2$ и то је, кад су теразије тачне.

Ако ли се деси, да кад приметимо терет и на други тас, тег P_1 не одржава равнотежу, већ ће равнотежу поставити тек тег P_2 тј. ако при правом мерену вами једначина (119), а при другоме

$$x \cdot l_2 = P_2 \cdot l_1 \quad \ldots(123), \text{онда ћемо праву равнотежу тела наћи ре-}$$

шењем једначина (119) и (123) по непознатој x. Множењем тих једначина добија се: $x \cdot l_1 \cdot x \cdot l_2 = P_1 \cdot l_2 \cdot P_2 \cdot l_1$ ..... дакле:

$$x^2 \cdot l_1 l_2 = P_1 \cdot P_2 \cdot l_1 \cdot l_2 \quad \ldots\ldots \text{дакле:}$$

$$x^2 = P_1 \cdot P_2 \quad \text{или} \quad x = \sqrt{P_1 \cdot P_2} \quad \ldots\ldots(124).$$

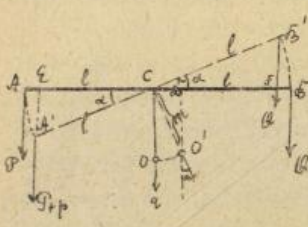
Једначина (124) показује нам, да праву тежину тела можемо одредити и са нетачним теразијама, кад прво меримо тело стављајући на

један тас, а тег на други, затим тело стављамо на тас где је био тег, а овај пак, на онај тас, где је био терет; из производа његова, који телу x одржавају равнотежу треба извући квадратни корен, који ће нам давати праву тежину тела x.

в).- Услови за осетљивост терезија.

Рекли смо, да терезије не треба да су само тачне, већ и осетљиве, што значи, да треба да буду такве, да их из равнотежног положаја покрене и најмањи тег. Терезије су по осетљивости врло разнолике.

сл.94.



Ако тегу P додамо и мали претег p терезије ће услед осетљивости скренути из равнотежног положаја AB у положај A'B' који са равнотежним заклапа угао α (сл.94). Очевидно је, да терезије морају имати своју тежину, која нека је q и која дејствује у тежишту (у овом случају, кад је $l_1 = l_2$ на тежном правцу кроз ослонац, C). Због тежине терезија q ослонац C треба да је довољно јак, те да ту тежину потре.

Јасно је, да кад терезије услед претега p скрену из равнотежног положаја, скреће и њихово тежиште, те тада крак тежишта (у односу на тежни правац кроз ослонац C) није више раван нули, као што је то случај за равнотежни положај терезија. Стога у образац за равнотежу морамо увести и количине q (тежина терезија), и $\varrho = C\mathcal{L}$ (крак тежишта за положај A'B'). С погледом на то, за равнотежни ће положај бити:

$$(P+p)\,CE = Q \cdot CF + q\,C\mathcal{L} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 125).$$

из које се једначине види да Q и q заједнички дејствују да поврате терезије у равнотежни положај. Ако су краци терезија; $AC = BC = l$, а угао скретања ако је $= \alpha$, биће је:

$$EC = l\cos\alpha; \quad FC = l\cos\alpha \quad \text{и} \quad \mathcal{L}\mathcal{B} = n\sin\alpha$$

(где је $n = CO'$ која је количина код истих терезија увек стална, па ма колико p било). Кад ове вредности сменимо у једначину (125) добићемо: $(P+p)\,l\cos\alpha = Q\,l\cos\alpha + q\,n\sin\alpha \quad \ldots\ldots$ или

дељењем са $\cos\alpha$: $(P+p)\cdot l = Q \cdot l + q\,n\,tg\alpha \quad \ldots\ldots \quad \ldots\ldots(126).$

За тачне теразије видели смо да мора да буде: $P.l. = Q.l$ те с тога једначина (126) прелази у: $pl = q.m.tg\alpha$ ..... (127) а одавде се пак за скретање α добија израз:

$$tg\alpha = \frac{p.l}{q.m} \quad \ldots\ldots (128).$$

Како нам $tg\alpha$ мери осетљивост теразија то из једначине (128) читамо: "Теразије су осетљивије:

1/.- што је претег већи;

2/.- што су краци теразија l дужи;

3/.- што је тежина теразија мања; и

4/.- што је тежиште T ближе ослонцу (тј. што је дужина m мања)."

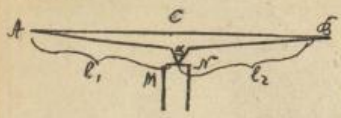
Код научних (тачнијих) теразија осетљивост се регулише помоћу једног тешког дугмета, које се може подизати и спуштати, чиме се добија час већа, час мања величина дужине $m = CO'$ а због тога исте теразије постају час више а час мање осетљиве.

Сувише велика осетљивост теразија не вреди и не препоручује се, јер такве теразије услед додавања претега p веома дуго балансирају и тешко се могу умирити. Готово је највећа осетљивост код хемиских теразија, које скрећу и кад се на њихов тас стави претег од 1 милиграма (= 0,001 грам).

Код теразија је потребно водити рачуна и о трењу, јер сем трења са ваздухом код сваких теразија имамо још на три места трења, и то на крајевима A и B и у ослонцу C.

У тим тачкама треба постојеће трење свести на најмању меру.

сл.95.



Код ослонца C то се смањивање трења на што је могуће мању меру, постиже тиме, што ће се употребити (као што смо једном већ и напоменули) призма од ахата или челика, која ће имати подесан облик (сл.95). Но и угао α призме, који је код њеног темена φ не сме бити врло оштар, јер би у томе случају ахатна (или челична) призма временом засекла подлогу MN, чиме би се пак трење на томе месту само повећало, што је пак супрот општим условима за добре теразије. Исто тако тај угао α не сме бити ни сувише туп јер би и тада трење

било врло велико. Угао α обично се узима између 45^0 и 60^0. Код најбоље осетљивих теразија не употребљавају се за ослонац призме, већ игле, јер такве теразије морају бити врло мале и врло мале тежине.

При сваком нам је мерењу потребно да одредимо равнотежни положај теразија. Због тога код свих теразија имамо једну казаљку, која је окренута или горе (сл.96) или доле (сл.91).

сл.96.



Рецимо сад, да смо на један тас ставили какво тело извесне тежине, а на други опет извесне тегове, онда ће осетљиве теразије пошто су тим нашим радом поремећене из равнотежног положаја, клатити неко време извесно. Ако ми пак немамо кад да их дуго чекамо, да се оне потпуно умире, мораћемо наћи начина, те да некако одредимо, где ће се казаљка зауставити кад се теразије буду умириле, раније но што ће се саме теразије зауставити. Ради тога посматрајмо положај казаљке или три или пет пута. Рецимо да је први пут казаљка с леве стране дошла до 2,7 (подсок на помиватој плочи мн), затим нека је с десне стране дошла до 14,2, па се на лево опет вратила до 2,9 итд. Већ из ова три учињена посматрања можемо одредити место где ће се казаљка зауставити, кад се теразије буду потпуно умириле. Ваља нам само за лева читања наћи аритметичку средину која ће за узети пример бити: $\frac{2,7 + 2,9}{2} = 2,8$. Сад из ове аритметичке средине и читања за десну страну треба наћи опет аритметичку средину, тј. образовати:: $\frac{2,8 + 14,2}{2} = 8,5$ те ће нам ова средина показати место, где ће се казаљка зауставити, када се теразије буду сасвим умириле.

Ради веће тачности при одређивању места, где ће се зауставити казаљка употребљава се образац: $n_0 = \frac{n_1 + 2n_2 + n_3}{4}$ .....(129)

где је n_1 прво читање (рецимо с лева), n_2 друго читање (које мора бити са десна); n_3 треће (опет с лева) итд.

Ако ли се хоће још већа тачност могу се узети пет читања (број читања увек треба да буде непаран), и наћи аритметичку средину по

обрасцу: $n_o = \frac{n_1 + 3n_2 + 4n_3 + n_4 + n_5}{5}$ ....(130).

или по другом,много тачнијем обрасцу:

$$n_o = \frac{n_1 + 3n_2 + 3n_3 + n_4 + n_5}{8} \text{ ....(131) који}$$

би одговорио обрасцу (129).

За одређивање тежине тела имамо још и овај начин:Са мање осетљивим теразијама измеримо прво веће тежине тога тела (дакле,што би се у обичном животу рекло,приближно му нађемо тежину).Нека је сад p_o прав. тежина тога тела,које меримо;ако најпре на један тас ставимо нешто више од праве тежине - рецимо ставимо тег P,и нађемо да ће се казаљка зауставити на месту ξ, .Сад од тегова P избацимо неке мање тегове p,тако на тасу имамо тег од $(P-p)$ јединица,па као место где ће се сада теразије зауставити нађемо подеок l .

Кад смо прикупили те податке,лако нам је по обрасцу:

$p_o = p + (P-p)\frac{l_o - l}{\xi - l}$ - - - - - - - — .....(132),израчунати место l_o где ће се казаљка зауставити при теговима,који су равни правој тежини тела,које меримо.

Напоменимо,да топлота,чије ћемо дејство доцније проучити има нарочити свој утицај на теразије;те се за свако тачно мерење мора израчунавати тзв.нулта тачка.

Јасно је,да је лако радити са теразијама,док се не трази фино - ситно мерење,напр.мерење са тачношћу до на делове милиграма,јер ми такве тегове не можемо ни направити.Но при таквим случајевима мерења служимо се овом методом.Теразије за таква ситна мерења снабдевена су једним ленирчићем,подељеним на ситне делове;а тај ленирчић може се окачити тег од 1-ог милиграма,који је начињен од платине у виду жице;та платинска жица од једног милиграма може се кретати по ленирчићу лево-десно.Подела на ленирчићу тако је удешена,да кад се платинска жица стави на подеок 10,он одржава равнотежу са једним милиграмом;ако се пак жица стави на подсок 5,одржаваће равнотежу са 0,5 милиграма.Тако тим померањем платинске жице можемо дакле мерити - десете делове од милиграма.

На реду је сад,да нађемо начин како ћемо тачно да измеримо извесно тело.

Утврдили смо да краци теразија морају бити апсолутно једнаки

rako po dužini, rako po materijalu i po tehnici, te ako hoćemo da izmjerimo pravu težinu tela Q, tj. ako tražimo da je $P = Q$ onda vidjeli smo da i statički momenti štapa i tela moraju biti jednaki, dakle, da mora postojati $P \cdot l = Q \cdot l$.

Kako pak ni jedan mehaničar nije u stanju da konstruiše potpuno tačne terazije, to slijedi, da ne možemo naći ni potpuno tačnu težinu Q kakvoga bilo tela. Stoga nama će biti uvek glavno to, da pravilnu izmjerenu i pravu težinu tela budemo što je moguće manje. Moramo dakle poći s toga gledišta, da su svake terazije netačne, da dakle moramo tela merити s netačnim terazijama, te da se postaramo, i nađemo način kako ćemo i pomoću pogrešnih terazija što tačnije izmeriti težinu svakog tela.

Ako se ne traži velika tačnost pri merenju (kao što je to slučaj sa svima merenima u običnom životu), onda se mere obično vrši privatnim saustavljenjem igle i to površno. Ako li se pak pri merenju traži veća tačnost, onda se služimo raznim metodama za takvo merenje, od kojih ćemo ovde pomenuti dva glavna, a ujedno najlakša metoda.

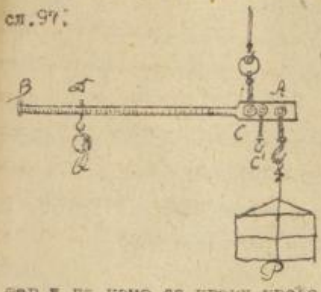
Prvi je metod d v o j n o g a m e r e n j a. U jedan tas meću tělo, koje merimo, a u drugi pesak ili sitnu sačmu dosipamo sve dotle, dok se ne postigne ravnoteža; zatim se tělo skine sa tasa, i na mesto njega stavljaju se markirani tegovi sve dotle dok se opet ne postigne ravnoteža. Ti nam tegovi daju pravu težinu merenoga tela, jer ako je težina peska m, a težina tela Q, i ako su tegovi P održavali ravnotežu, onda je za prvo merenje: $m \cdot l = Q \cdot l$, a za drugo pak merenje vazi jednačina: $Q \cdot l_1 = m \cdot l$. Iz ovih se jednačina vidi da mora biti $m = P = Q$.

Drugi se metod sastoji u tome, što ćemo prvo - recimo - s leve strane metnuti tělo Q, a sa desna tegove P_1 dok ne uspostavimo ravnotežu. Zatim ćemo obrnuto s desna metnuti tělo Q a s leva tegove P_1 - ili se tada može desiti, da P_1 ne održava ravnotežu telu Q već neki drugi teret P_2. Sad prema obrascu (124) prava težina tela Q jednačinom: $P = \sqrt{P_1 \cdot P_2}$

§ 40.

Осим теразија за мерење тежина тела служи нам и обичан римски кантар, који је у самој ствари двокраки равнокрака полуга.

сл.97.



По дужем краку те полуге креће се куле одређене тежине Q, а на крајем је краку кука A о коју се веша терет, P коме се хоће да одреди тежина. Крак терета P увек је сталан за један исти овакав кантар, док је крак тега Q променљив, и друге је величине за сваки други терет. Подела дужега крака BC полуге, која представља римски кантар, и пс коме се краку креће тег Q, извршена је тако, да кад је тег на првој подели, он ће одржавати равнотежу - рецимо једноме граму, (или са 10 грамова, са 1 гр. итд.), а када је пак на десетој подели, одржава равнотежу терету од десет грамова (односно 100 грамова, 10 кгр. итд.)

Једначина за равнотежу овакога кантара гласи:

$$P \cdot AC = Q \cdot CD \quad \ldots\ldots(133).$$

Пошто је Q и AC сталан за исти кантар, то онда, у колико је P веће у толико и CD мора бити веће, да би једначина (133) била увек тачна задовољена, и обратно, у коме ће P бити мање, у толико и CD мора бити и мање. На основу овога дакле, читавем линеарних димензија сазнајемо тежине тела.

Из једначине (133) добија се решењем по P:

$$P = \frac{Q \cdot CD}{AC} \quad \ldots\ldots\ldots(134)$$ где, ако је $Q = 1/2\rho$ и $CA = 10$ см. биће:

$$P = \frac{1}{10} \cdot CD \quad \ldots\ldots\ldots(135)$$ те за $CD = 10$, за ... см. имали бисмо $P = 1$ кгр. 2, 3, ... кгр. и у опште к свакој дужини $CD = 1$ см. одговарао би терет $P = \frac{1}{10}$ кгр., и дужини x см. одговараће терет $P = \frac{x}{10}$ кгр.

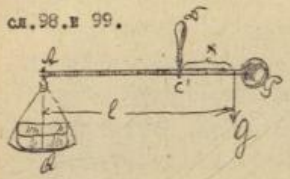
Код римскога кантара, а можемо имати даку и тешку страну, само ако у место једне куке за тега имамо две (A и C'), и ако место једне поделе имамо две - за лаку и тешку страну. Тешка страна, како јој и име каже; служи за мерење већих тежина, и она обично почиње одаиде, где лака

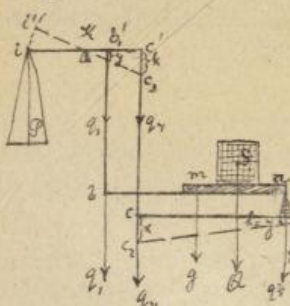
страна престаје, те кад при мерењу имамо посла са већим теретом ми ћемо тај терет обесити о бližу куку C′ и окренути тешку страну кантара.

За тешку страну римског кантара имамо једначину:

$P \cdot AC' = Q \cdot C'D$ .....(136) где је AC′ и Q стално, па је према томе: $P = \frac{a}{AC'} \cdot C'D$ ....(137). Како је Q исто тако и за лаку као и за тешку страну, а AC′ је пак мање од AC, и C′D веће од CD, то је и вредност P из једначине (137) очевидно већа од вредности P из једначине (134).

Напомиње се само, да римских кантара имамо и са непомичним тулетом P, а са покретним ослонцем A (односно C′), али су такви кантари мање употребљени. Употреба и конструкција таквих римских кантара види се сами јасно из слике 98.- сл. 98. и 99.





§ 41.

В А Г А.

Вага се састоји из неколико полуга (сл. 99); тако прва полуга cc′ има у свом тас за терове P, а ослоњен у K; о тачкама в′ и c′ на тој полузи висе гвоздени прутови вв′ и cc′, о чије се тачке в и c ослањају друге две полуге ав и сд, које с су хоризонталне, и имају ослонце у тачкама а и d.

Терет Q мећемо на полугу ав, и то на ма коме њеном месту, јер место терета Q на полузи ав не утиче ни у колико на услове за равнотежу ваге, што ћемо мало час и доказати. Терет Q има да се подели прво на компонујуће силе q_1 и q_2 које ће дејствовати на крајевима полуге в и в; гвоздена полуга вв′ преноси силу q_1 на полугу ic′ и то у њеној тачки в′, а силу q_2 разложићемо даље на q_3 и q_4 које ће компоненте дејствовати на крајевима полуге cd; сила q_3 биће потрвена ослонцем d, а силу q_4 пренеће гвоздена шипка на полугу ic′ у њену тачку c′.

Кад смо терет Q метули на полугу ав, он је својом тежином

R спустио полугу од у положај c_1d (ослонац d је непомичан; те тако добијамо сличне троуглове; $cc_1d \sim efd$ из којих је пак:

$x : h = cd : ed \ldots (133)$ (- ако је $cc_1 = x \neq efe_1$).

Услед померања тачака в и с морају се померити за исте дужине $x = h = y$ тачке в' и с', јер су то тачке истих гвоздених штапова - мора се дакле померити и полуга ic'. И при померању те полуге добијамо два слична троугла: $Rb_1b \sim Rc_1c$ из којих је:

$x : h = Rc_1 : Rb_1 \ldots (139)$ - јер је $c_1c = x \sim b_1b = h$.

Простим поређењем једначина (138) и (129) долазимо до једначине: $cd : ed = Rc_1 : Rb_1 \ldots (140)$.

Ова нам пак једначина показује, да услов за равнотежу зависи дакле ни у колико не зависи од положаја терета Q на полуги ав - јер нигде у овој једначини нема говора о тачки "0" у којој је тежина тела, које се мери, а сем тога и само дужине од, ед, о;к, и в;к, које се у једначини јављају не зависе ни у колико од положаја тела Q на полуги ав.

Како смо пак од терета Q добили дејства $q_1 \sim q_2$ то ће општи услов за равнотежу ваге бити:

$P \cdot R_1 = q_1Rb_1 + q_2 \cdot Rc_1 \ldots (141)$.

Овде су нам непознате количине $q_1 \sim q_2$ али их ми можемо одредити. Ако узмемо да је ослонац "а" стално, једначина за равнотежу полуге ав биће: $q_1 \cdot ab = Q \cdot ao$, одакле је пак: $q_1 = \frac{Q \cdot ao}{ab} \ldots (142)$ где су на десној страни све количине познате.

Ако ли пак ослонац в узмемо као стално за исту полугу ав, онда је нова једначина за равнотежу: $q_2 \cdot ab = Q \cdot bo$ одакле је: $q_2 = \frac{Q \cdot bo}{ab} \ldots (143)$, где су опет све количине десно познате. Али компоненту q_2 ми смо раставили на компоненте $q_3 \sim q_4$ од којих се q_3 потире о ослонац d, а остаје само компонента q_4. Стога кад поставимо једначину за равнотежу полуге cd сматрајући ослонац d као стално, добићемо: $q_4 \cdot cd = q_2 \cdot ed$ или одатле:

$q_4 = q_2 \cdot \frac{ed}{cd}$ или најзад, кад сменимо вредности за q_2 добићемо: $q_4 = Q \cdot \frac{bo}{ab} \cdot \frac{ed}{cd} \ldots (144)$

На овај смо начин одредили само оне пређе неодређене количине

из једначине (141), које ћемо у њој заменити, па ћемо добити:

$$P.Ri = Q\frac{ao}{ab}.RB_1 + Q.\frac{bo}{ab}.\frac{ed}{cd}.Rc_1 \quad \ldots\ldots\ldots(145).$$

Из једначине (140) пак добијамо:

$$ed = \frac{cd.RB}{Rc_1}$$

и кад то сменимо у једначини (145) добићемо:

$$P.Ri = Q.\frac{ao}{ab}.RB_1 + Q\frac{bo.cd.RB_1.Rc_1}{ab.cd.Rc_1}$$

$$P.Ri = Q\frac{ao.RB_1}{ab} + Q.\frac{RB_1}{ab}(ab-ao)$$

исто је ав - ао = во. $P.R_i = Q.\frac{ao.RB_1}{ab} + Q.RB_1 - Q.\frac{RB_1.ao}{ab}$

$$P.Ri = Q.RB_1 \quad \ldots\ldots\ldots(146)$$

$$P = Q.\frac{RB_1}{Ri} \quad \ldots\ldots\ldots(147).$$

Као што се из једначине (147) види, колики ће тегови P одговарати терету Q зависи од размере дужина кв, и Ri. Ако је вредност те размере, $\frac{RB_1}{Ri} = \frac{1}{10}$ тј. $10RB_1 = Ri$ онда ће бити и $P = \frac{Q}{10}$ што значи, да таквом вагом можемо терет Q мерити са десет пута мањим тегловима. Таква се вага обично и конструише, тј. да је $Ri = 10RB_1$ и зове се десетном или д е ц и м а л н о м в а г о м.

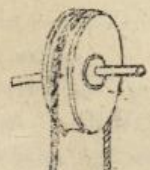
Ако ли је пак $\frac{RB_1}{Ri} = \frac{1}{100}$ тј. $Ki = 100.RB_1$

онда добијамо тзв. с т о т и ч н у в а г у - ц е н т е з и м а л н у.

§ 42.

К О Т У Р.

сл. 100.



Под котуром се разуме обично узана плоча од дрвета или метала, која се може окретати око неке осе ОО управне на њу (сл. 100) ако се само дејствује на једноме крају ужета или ланца, који је пребачен око тог котура.

Ако полупречнике једнога котура сматрамо као краковe једне дуге, онда налазимо да је котур дуга са бесконачно много кракова.

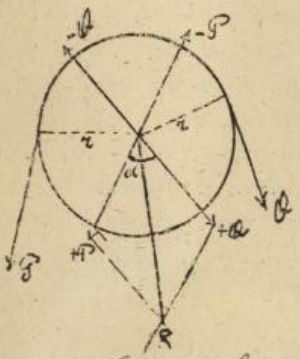
Котур може бити непокретан или покретан према томе, да ли му осовина ОО; око које се сам котур окреће или та осовина оста-

је увод на истоме месту.

Услови за равнотежу непокретнога котура.-Ако је око непокретнога котура пребачено уже, на чијим крајевима дејствује терет Q и сила P; услов за равнотежу котура наћи ћемо, кад у осовинској тачки C тога котура повучемо правце паралелне силама P и Q и додамо силе $+P_1$ $-P_1$ $+Q_1$ $-Q$ чиме се стање котура не мења ни у колико. На тај начин добијамо две силе $+Q_1$ $+P$ и два спрега P-P и Q-Q. Оба спрега имају једнак крак r, те су им моменти $P.r$ и $Q.r$. За равнотежу котура треба да је: $P.r = Q.r$ ...(148

или $P = Q$ .....(148 а)

сл. 101.

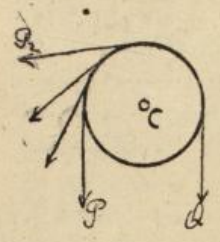


Силе пак $+P$ $-Q$ имају за резултанту силу $R = \sqrt{P^2+Q^2+2PQ\cos\alpha}$ коју ће потпирати утврђењем котура у тачки осовине. Из овога излази, да ће равнотежа код непомичног котура наступати онда, кад је сила равна терету. Оваквим котурима, као што видимо, не добијамо ништа у снази, и њима можемо само променити правац силе. Тако извесан терет можемо подићи у вис вучењем на ниже, а спустити га вучењем на више. Како се овим котуровима у снаву не добија ништа, - и нама је у практици баш добит главна - те се ови котурови ретко где употребљавају.

Сваким котуром не можемо подићи сваки терет, јер би при дизању великог терета осовина пукла. Резултанда $R = \sqrt{P^2+Q^2+2PQ\cos\alpha}$ показује нам колико треба да је јака осовина котура, па да њиме можемо подићи извесан терет Q.

Дакле, ми нашосмо да је услов за равнотежу непомичног котура $P = Q$, али морамо рећи да је то само са чисто теориског гледишта, док у ствари за равнотежу увек треба да је $P > Q$ или $P + p = Q$. То долази услед трења: 1/.- о с о в и н е; 2/.- у ж е т а, која ма да се подмазивањем смањују, ипак не могу никад бити сведени на нулу. Најзад да напоменемо да сила може дејствовати којим било правцем између праваца P_1 и P_2 (сл. 102) па ће увек остати услов за равнотежу $P = Q$

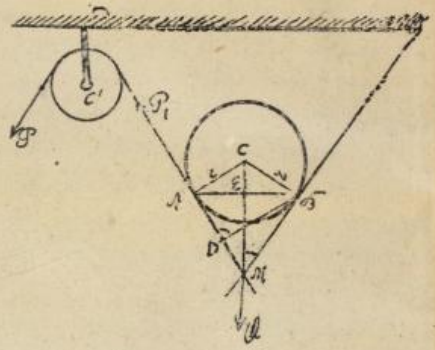
сл.102.



УСЛОВИ ЗА РАВНОТЕЖУ ПОКРЕТНОГ КОТУРА.

Покретан се котур не само окреће око своје осовине, већ се заједно са њом креће у простору. Код таквог котура терет дејствује у средишту његовом, а сам се котур креће по конопцу, чији је један крај утврђен за греду, а други пак крај тог конопца прелази преко једног осталног котура и ту пак на ово уже, које је пребачено преко непокретног котура дејствује сила P, (сл.103).

Продужимо правце PA и BC до пресека M, па смо котур C свели на једнокраку полугу с ослонцем у тачки B, која се кретањем котура премешта, по његовој периферији. Непокретан котур C, служи нам само, да променимо правац силе.



За равнотежу котура C мора постојати условна једначина

$P \cdot BD = Q \cdot BE$ ...(149). Како је пак $AB = 2AE = 2CE$ и

$BE = AB \cos\alpha$; $BE = r \cdot \cos\frac{\alpha}{2}$; $AB = 2BE = 2r\cos\frac{\alpha}{2}$;

$BD = 2BE\cos\frac{\alpha}{2} = 2r\cos^2\frac{\alpha}{2}$ . . . . , то је према једначини:

$$P = \frac{Q \cdot r \cdot \cos\frac{\alpha}{2}}{2r\cos^2\frac{\alpha}{2}} = \frac{Q}{2\cos\frac{\alpha}{2}} \text{ одакле}$$

$$P = \frac{Q \cdot r \cdot \cos\frac{\alpha}{2}}{2\cos\frac{\alpha}{2}} \quad \ldots\ldots(150).$$

Из једначине (150) види се да сила P као терет A зависи од угла $\frac{\alpha}{2}$; тако ли је угао $\frac{\alpha}{2} = 0$ тј. тако су конопци PA и AB паралелни онда је $P = \frac{Q}{2}$ .....(151) и у томе се одучају најмање и добија у онаки, стога такође треба тежити да ужета буду око ближе паралелном поло

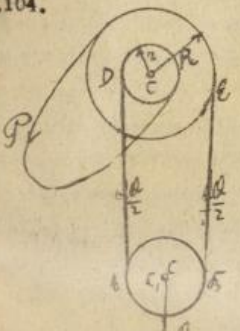
полови ју, тј. да $\frac{\alpha}{2}$ буде што мањи.

Везујући ова два основна типа котурова, добијамо разне њихове комбинације, које се врло често јављају у пракси.

Диференцијални котурови.

Овим се котурима у снази највише добија. Један се котур окреће око осовине С (сл.104), око које се окреће и други, мањи котур, причвршћен уз већи.

Испод тих котурова је трећи, покретан котур, о чији центар С, веша се терет А. На који је начин обмотано ужад тих котурова већ види се са слике. Због паралелности ужади АД и ВЕ терет А подељен је на $\frac{Q}{2}$ за уже АД и $\frac{Q}{2}$ за уже ВЕ.



сл.104.

Основна једначина за равнотежу је:

$$P \cdot R + \frac{Q}{2} \cdot r = \frac{Q}{2} R \quad \ldots\ldots(152) \text{ или}$$

$$P = \frac{Q}{2}\frac{(R-r)}{R} = \frac{Q(R-r)}{2R} \quad \ldots\ldots(153)$$

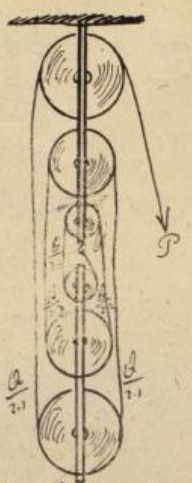
Из једначине (153) види се да величина силе P према терету А зависи од диференције $R-r$, због чега је ова комбинација котурова и названа диференцијалним котуровима. Што је већа разлика $R-r$ тим мање добијамо у снази а што је разлика $R-r$ мања, у снази ћемо, у том случају добити више.

Пример:- Ако је $R = 20$ см; $r = 18$ см. а $Q = 1000$ кгр. онда је по једначини (153) $P = \frac{1000(20-18)}{2 \cdot 20} = \frac{2000}{40} = 50$ кгр. Дакле, овим котуровима добијамо толико у снази, да 50 кгр. може одржати равнотежу наспрам 1000 кгр. Само што ми за сада не водимо рачуна о трењу, које при тачном рачунању мора безусловно да се уведе у рачун. Утицај трења види се велики је, што при дизању великих терета само трење често одржава терет на извесној висини.

Ако ли је пак $R = 20$ см; $r = 19$ см (дакле $R - r$ само 1 см) и ако је $Q = 1000$ кгр. онда је $P = \frac{1000(20-19)}{2 \cdot 20} = \frac{1000}{40} = 25$ дакле терету од 1000 кгр. можемо одржавати равнотежу, са оваким котуровима, само са 25 кгр.

Толико до сад ми код једне машине нисмо могли да добијемо у снази.

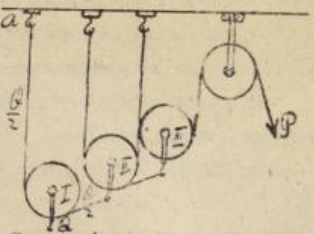
сл.105.



Ако напр.комбинујемо три покретна и три непокретна котура (сл.105).Кад постоји равнотежа сви делови ужета морају бити једнако затегнути,дакле терет мора да се подели на сва паралелна ужета једнако.Ужета има исто толико колико и котурова,а пошто су сва паралелна,то ако је број котурова n затегнутост једног дела ужета биће $\frac{Q}{2n}$ и тој затегнутости одржава равнотежу сила P,дакле је:$P = \frac{Q}{2n}$ ...(154).Овакви се котури зову а р и т м е т и ч к и.

Ако је један непокретан комбинован са више покретних,добијамо тако звани п о т е н ц и ј а л н е к о т у р о в е (сл.106).Непокретан котур има само правац силе;Котур I дели терет на $\frac{Q}{2}$ и $\frac{Q}{2}$;једна се компонента $\frac{Q}{2}$ потпре ослонцем a а другу дели II котур на $\frac{Q}{4}$ и $\frac{Q}{4}$ тј.на $\frac{Q}{2^2}$ трећи котур дели даље на $1/2.\frac{Q}{4} = \frac{Q}{8} = \frac{Q}{2^3}$ ..... итд.,у општем n-ти покретан котур дели терет Q на $\frac{Q}{2n}$ и тиме има сила да одржава равнотежу.Стога је услов за равнотежу код потенцијалних котурова:$P = \frac{Q}{2n}$ .....(155).

сл.106.



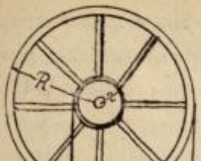
Потенцијални се котурови зову још и н а л о ж и л а ч к и (пошто број котурова јесте наложитих за 2.).

§ 43.

ТОЧАК НА ВРАТИЛУ.

Комбиновањем котура и полуге добија се точак на вратилу,која врло често виђамо код бунара.У точак са пречником R ,и вратило са пречником r окрећу се око исте осовине O.Овом се справом терет у

сл.107.



диже, када се онај крај ужета о који је је терет обешен (Q), одмотава око вретила, а спушта, кад се увијен крај ужета, о који виси терет Q одмотава.

За равнотежу вратила имамо једначину: $P:R = Q:r$ или $Q:P = R:r$ а још боље $P = \frac{Q\,r}{R}$ . . . .(156).

Као што се види, величина силе P зависи од терета, а уз то још и од количника $\frac{r}{R}$; кад је нпр. $R = 4r$ онда је $P = \frac{Q}{4}$ тј. са 4 пута мањом силом дижемо терет Q . Највећи се узима: $R = 10 \cdot r$. Но и овде ми нисмо израчунавали треће.

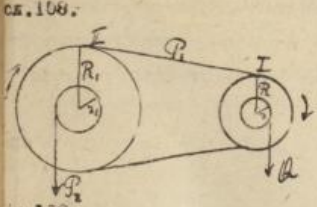
§ 44.

ФРАКЦИОНИ И ЗУБЧАСТИ ТОЧКОВИ.

Често је пута потребно да дејство једне машине пренесемо на другу машину; то постижемо за мало већу даљину бескрајним кајишем, а ако је даљина врло мала онда фракционим или вучастим точковима, који се додирују.

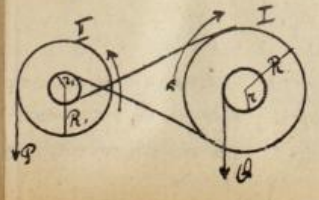
Преношење бескрајним кајишем не може бити на врло великој даљини; у Америци преносе чак силе на већу даљину него ми, али су њихови кајиши 1,5 м. широки. Сила од 1000 коњских снага не може се чак ни пренети кајишем. За равнотежу првог точка (сл.108 знамо да важи: $P_1 : R = Q : r$ или $P_1 = \frac{Q\,r}{R}$

сл.108.



За равнотежу точка II основна је једначина $P_1 \cdot r_1 = P_2 \cdot R_1$ или $P_2 = P_1 \frac{r_1}{R_1}$ кад пак заменимо горњу вредност за P_1, добијемо: $P_2 = Q \cdot \frac{r}{R} \cdot \frac{r_1}{R_1}$ — — —...(157).

сл.109.

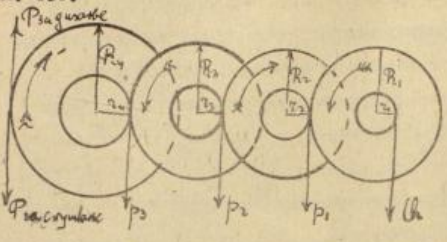


И кад имамо читаву серију точкова, који се тару, ствар остаје иста, као мало час, само је у великоме. За равнотежу свију точкова у опште постоји сложена једначина:

$P : Q = r_1 \cdot r_2 \cdot r_3 \cdot r_4 \cdot \ldots : R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot R_4 \ldots$ (158)

или $P = Q \cdot \frac{r_1 r_2 r_3 r_4}{R_1 R_2 R_3 R_4} \cdot \ldots$ — — — ...(159).

сл. 110.



До те једначине долазимо на овај начин: За равнотежу притог точка је $p_1 R_1 = Q r_1$,

или $p_1 = Q \cdot \frac{r_1}{R_1}$

та се сила p_1 преноси на други точак, за чију је равнотежу:

$p_1 \cdot r_2 = p_2 R_2$

или $p_2 = p_1 \frac{r_2}{R_2} = Q \cdot \frac{r_1}{R_1} \cdot \frac{r_2}{R_2}$

та се сила p_2 преноси сад на на III точак, за чију је равнотежу условна једначина: $p_2 \cdot r_3 = p_3 \cdot R_3$ или $p_3 = p_2 \frac{r_3}{R_3} = Q \cdot \frac{r_1}{R_1} \cdot \frac{r_2}{R_2} \cdot \frac{r_3}{R_3}$

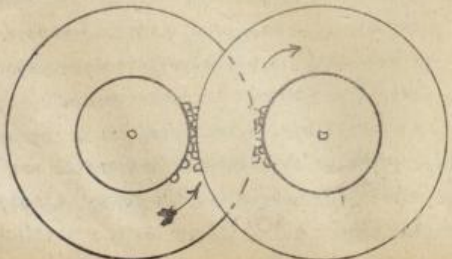
Напослетку се сила p_3 преноси и на IV. точак, за који је:

$p_3 \cdot r_4 = P \cdot R_4$ или $P = p_3 \cdot \frac{r_4}{R_4} = Q \cdot \frac{r_1}{R_1} \cdot \frac{r_2}{R_2} \cdot \frac{r_3}{R_3} \cdot \frac{r_4}{R_4} \ldots\ldots\ldots$

чиме је добивена једначина.....(159).

Како се услед дуге употребе фракционих точкова или угладе или њихит се место њих чешће употребљавају з у б ч а с т и т о ч к о в и.

Да би кретање зубчастих точкова било правилно, морају сви зупци и сви празници да буду једнаки. Број свих зубаца зависи и од полупречника притила и од полупречника точка. Условне једначине, које су потребне за равнотежу код фракционих точкова, остају исте и код зупчастих точкова, само што у једначинама за равнотежу код зупчастих точкова уместо се у рачуни број зубаца у место полупречника точкова. Тако, ако је број сл.111. I. точка N_1, другог N_2 итд.; а пречег притила n_1, другог n_2 итд. и ако су периферије тих точкова $t N_1$, $t N_2$ итд., а притила $t n_1$, $t n_2$ итд. сл.111.



итд. онда је:

$\frac{n_1}{N_1} = \frac{t n_1}{t N_1} = \frac{r_1}{R_1}$;

$\frac{n_2}{N_2} = \frac{t n_2}{t N_2} = \frac{r_2}{R_2}$

итд. и кад те замене у једначину (159) добијамо као услов за равнотежу зупчастих точкова:

$$P = Q \cdot \frac{n_1}{N_1} \cdot \frac{n_2}{N_2} \cdot \frac{n_3}{N_3} \cdots \quad \ldots\ldots (160).$$

Зубчасте су точкови справе, се којима се највише добија у снази јер из једначине (160) добијамо: ако је $\frac{n_1}{N_1} = \frac{1}{10}$ онда је $P = \frac{Q}{10}$; ако је и $\frac{n_2}{N_2} = \frac{1}{10}$ онда је: $P = Q \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{Q}{100}$

Узмимо најзад да је и $\frac{n_3}{N_3} = \frac{1}{10}$ онда је $P = \frac{Q}{10 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{Q}{1000}$

што значи да силом од 1 кгр. са три зупчаста точка, за која је $\frac{n}{N} = \frac{1}{10}$ одржавамо равнотежу терету од 1000 кгр., наравно ако не водимо рачуна о трењу.

Поред тога што са зубчастим точковима добијамо врло много у снази, они имају и ту добру страну што заузимају врло мали простор. Зупчасте точкове покрећемо или мишићном снагом (човечијом или животињском) или пак воденом снагом (ту се рачуна и водена пара) или пак каквим другим механизмом (као код сата).

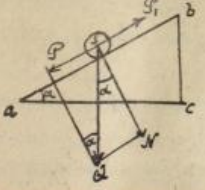
Све до сад проучене просте машине основане су на полуги а испитивали смо их помоћу статичких момената; сада да пређемо на другу групу простих машина, на машине са напредним кретањем којима је представник: *стрма раван.*

§ 45.

С Т Р М А Р А В А Н.

Свака чврста раван, која са хоризонталном равни заклапа α (која дакле није хоризонтална), зове се с т р м а р а в а н, па била она ограничена или бескрајна (неограничена).

Ако на стрмој равни замислимо неко тело нпр. стаклену куглу (сл.112) то ће се она под утицајем своје сопствене тежине Q, а због сл.112.



врло малог трења скотрљати низ ту стрму раван и по паралелограму сила можемо из тежине кугле одредити баш и величину оне компоненте P, која свалачи куглу низ стрму раван.

Од стрме и хоризонталне равни можемо добити правоугли троугао кад из ма које тачке стрме равни спустимо на хоризонталну раван управну, коју називамо висином те стрме равни. Део хоризонталне равни, коју одсецају стрма раван

и висина - дуж ас - зове се основа стрме равни. Основа и висина стрме равни су катете правоуглог троугла, коме је хипотенуза дужина стрме равни. Угао α између дужине и основе стрме равни; зове се у г а о н а г и б а.

Кад се неко тело налази на стрмој равни под утицајем своје тежине кретаће се паралелно са дужином стрме равни, само ако је раван толико нагнута, да да отпора тежини тога тела. Тежину тела G, које је на стрмој равни, можемо разложити у две компоненте, од којих је једна паралелна дужини стрме равни, а друга управна на тај правац (сл.112). Она прва компонента свалачи тело низ стрму раван, а ова се друга потире чврстином стрме равни. Компоненте P и N можемо и рачунски одредити из троугла SPQ и SNQ јер је на њих: $P = Q \sin\alpha$ а $N = Q \cos\alpha$. За случај, ако је $\alpha = 90^\circ$ онда је $\sin 90^\circ = 1$, а $\cos 90^\circ = 0$. О те по томе је јасно да је $P = Q$ а $N = 0$ што значи да ће тело падати паралелно стрмој равни својом тежином својом; јер је друга компонента, која притискује на стрму раван равна 0. Напротив кад је $\alpha = 0$, стрма раван прелази у хоризонталу и онда је $N = Q$ а $P = 0$ тј. тело се не креће већ притискује своју тежином на подлогу.

Сила, која ће неко тело на стрмој равни одржати у равнотежи, може имати правац 1/.- паралелан дужини стрме равни. 2/.- паралелан основи стрме равни; и 3/.- произвољан.

За случај, кад је сила паралелна дужини стрме равни, равнотежа наступа, кад се сила има према терету, као висина стрме равни према дужини њеној .....Д о к а з:

Како јачина стрме равни уништава компоненту N (сл. 12) то је потребна само сила $P_1 = P$ која ће имати исти правац али супротни смисао са силом P, и онда ће тело S остати потпуно у равнотежи. Како је пак: $\Delta SPQ \sim \Delta abc$ то је: $SP : SQ = bc : ab$ али је $bc = h$ а $ab = l$ тј. је:

$SP : SQ = h : l$ .....(161), чиме је горњи став доказан. Из једначине (161) добијамо да је $P = Q \cdot \frac{h}{l} = Q \sin\alpha$ ....(162).

За исти тај случај (кад је правац силе паралелан дужини стрме равни) притисак N на стрму раван има се према тежини тела Q

као што се има основа стрме равни према њеној дужини.

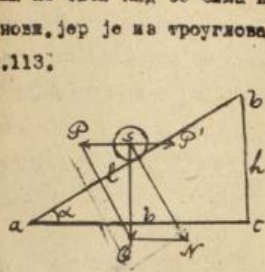
Д о к а з..... Из троуглова: $\triangle 1PQ \sim \triangle abc$ имаће се:

$1N : 1Q = ac : ab$ тј. $N : Q = b : l$ - - - - - .....(163).

а одатле $N = Q \cdot \frac{b}{l} = Q \cos\alpha$ - - - - - - - - - - .....(164).

Ако ли сила делимује хоризонтално - паралелно основи а - равнотежа ће бити кад се сила има према терету, као висина стрме равни према основи, јер је из троуглова: $1PQ \sim abc$ (сл.113)

сл.113.



$P : Q = h : b$ - - - (165)

(165), а одатле је $P = Q \cdot tg\alpha$ - - (166)

.....(166). У овоме је случају из истих троуглова $1Q : 1N = ac : ab$ тј.

$N : Q = l : b$ .....(167) или

$N = \frac{Q}{\cos\alpha}$ - - - - - .....(168).

Из једначине (167) имамо да је $N = Q\frac{l}{b}$

па како је увек $l > b$ то је притисак у овоме случају већи, него ли у прошлом (в.једн.164), те је услед тога и трење за овај случај веће.

Најзад, кад сила има потпуно произвољан правац, онда ћемо тежину тела Q опет разложити на компоненте P и N, по паралелограму сила, за равнотежу треба да је: $P : Q = S_n : S_m$ или $N : Q = S_o : S_m$

сл.114.



Према назначеним у сл.114. добија се:

$P : Q : N = \sin\alpha : \cos\beta : \cos(\alpha+\beta)$

одакле је: $P = Q\frac{\sin\alpha}{\cos\beta}$

и $N = \frac{\cos(\alpha+\beta)}{\cos\beta}$.

§ 46.

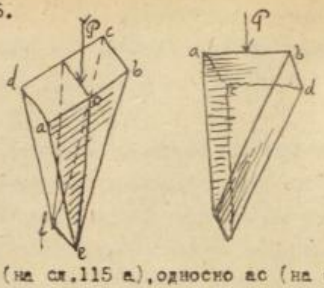
К и н а.

Стрмом сам се равни служили као непокретном машином, међутим има случајева кад нам стрма раван - ма и мало сложенија по облику - служи - као покретна машина.

Најпростији је облик покретне стрме равни са правим напредним кретањем тзв. к и н а. Клин у ствари није ништа друго до две стрме равни, које су састављене својим једнаким основицама, па да се и сама једна стрма раван може употребити као клин.

За цепање и за распрскавање највећма се употребљава клин, чији

сл.115.

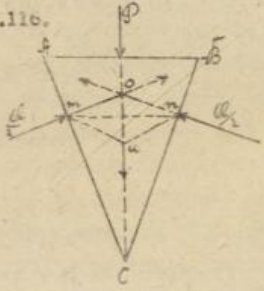


је пресек равнокрак троугао (сл. сл.115 а).

Висина клина α зове се о п т р и ц, или р е з клина, а површина abcd, која преко резу лежи зове се ч е л о или г л а в клина. Све се остале површине клина зову бочним странама. Дуж на ео (на сл.115 а), односно ас (на сл.115 в.). Зове се дужином клина или б о ч н о м в и с и н о м.

Отпор, који савладујемо клином, може дејствовати или нормално на стране клина или нормално на висину клина, и најзад на који правцем, који је дејство силе увек нормално на чело клина.

сл.116.



Кад отпор дејствује управно на стран клина (сл.116), онда се има према отп ру као површина чела према обема пов шинама са стране.

Отпор Q, који се ставља на с прот сили P, дели се на две поле, који дејствују на обе површине са стране Ако пресек O правца силе P и тих пора $\frac{Q}{2}$ и $\frac{Q}{2}$ узмемо заједничку тачку нападну и од отпорних сила $\frac{Q}{2}$ и $\frac{Q}{2}$ конструишемо п ралелограм mnu коме је дијагонала ou = сила P, то добијемо сразме

$$P : \frac{Q}{2} = \overline{on} : \overline{om} \quad \ldots\ldots (\alpha)$$

Како је још $omu \sim ABC$ то је и:

$$\overline{on} : \overline{om} = AB : AC \quad \ldots\ldots (\beta)$$

Поређењем тих д ју сразмера добија се: $P : \frac{Q}{2} = AB : AC \quad \ldots\ldots (164)$

Ако чело клина AB означимо са R, а страну $\overline{Ac}$ са S онда је

$$P : Q/2 = R : S$$

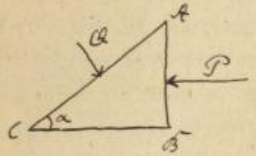
или

$$P = \frac{Q \cdot R}{2S} \quad \ldots\ldots (170).$$

$$Q = \frac{P \cdot 2S}{R} \quad \ldots\ldots (171).$$

Ако ли је клин састављен само из једне стрме равни, сав отпор дејствује само на једној страни (сл 117) то је по познатом закону о стрмој равни: $P : Q = AB : AC$

сл.117.



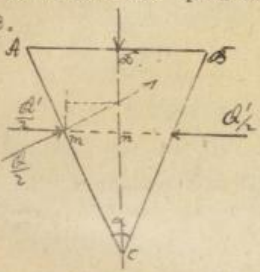
тј $P : Q = R : S$ ....(172).

одакле је $P = \frac{Q \cdot R}{S}$ ..(173)

или $P = Q \cdot \sin\alpha$ ..(173a) $\Rightarrow Q = \frac{P \cdot S}{R}$ ..(174) или

$Q = P \cdot \cos\alpha$ ....(174 a).

Када пак отпор дејствује паралелно челу дакле управно на висину, онда за равнотежу треба да се сила има према отпору као половина чела према висини клина сл.118.



Из сл 118 види се да је:

$\Delta mon = \Delta ABC$ то је $Q : Q' = AC : BC$

дакле $Q = \frac{AC}{BC} \cdot Q'$

или $Q = Q' \cdot \frac{S}{H}$ ако је

$AC = S$ и $BC = H$.

Ово нам треба заменити у једначини (170) па је:

$P = Q' \cdot \frac{S}{H} \cdot \frac{R}{S} = \frac{Q' \cdot R}{H}$ ....(175).

Образац (175) може добити и облик: $P = Q' \cdot tg\frac{\alpha}{2}$ ....(175a).

Најзад да напоменемо и то, да сила P врло ретко делује и косо према челу - рецимо под извесним углом β тако да је:

$P_1 = P \cos\beta$ и кад се то зна, онда нам свуда место P ваља стављати за овај случај $P \cos\beta$.

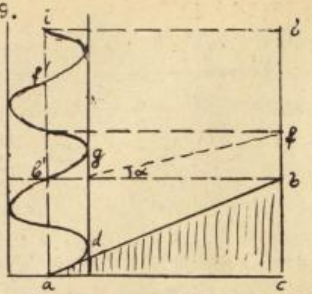
§ 47.

На стрмој се равни оснива и з а в р т а њ или т р а ф, који постаје, кад се стрма раван обмотава око каквога ваљка, (сл 119)

Обмотавањем стрме равни око ваљка добијамо тзв. з а в р т а њ - к у или т р а ф с к у линију $dB'gf'j'i$. ..... Висина стрме равни одређује нам и висину завртњевог хода. - $av = bc$.

Трафска линија између крајњих тачака висине завртњевог хода зове се један завртњев хсд. Основица с трме равни треба да је равна периферији ваљка, па да с трма раван једним својим обмотавањем изврши један

сл.119.



завртња ход .

Шроф се лакше завија, кад је висина хода мала, а и дебљина завртња кад је такође мања. Отпор Q дејствује паралелно осовини шрафа, било да шраф завијамо, било да га одвијамо

Док је сила паралелна са основицом стрме равни, и док дејствује на једној ручици (полуги), дотле и отпор дејствовати паралелно осовини шрафа.

Тај смо пак случај већ имали код стрме равни, те је за равнотежу потребан овај услов: $P : Q = h : b$ ч.ј. $P = Q \cdot \frac{h}{b}$

само што ћемо сад у место "b" ставити $2r\pi$, те ће бити:

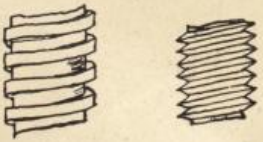
$$P = Q \cdot \frac{h}{2r\pi} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (176).$$

Али је даље $\frac{h}{2r\pi} = tg\alpha$ те је и: $P = Q \cdot tg\alpha$ ....(177)

Из обрасца (176) види се, да у колико је отпор већи, и у колико је висина завртња већа, у толико је потребна и већа сила P за одржавање равнотеже терету .

Шрафске су линије по облику различне или су четвртасте, или троугласте итд. (сл.120 и сл.121).

сл.120 и 121.



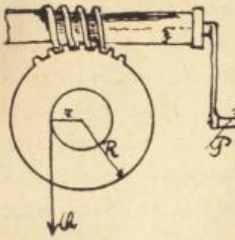
Код свих завртњева трење је у опште врло велико. Њих баш употребљавамо због тог врло великог трења ради у тврђења два тела - обично два дрва која зашрафимо у место да их јексерима укуцивамо.

Завртањ је био познат и пре Архимеда, за њега су знали још стари Египћани, а од самог Архимеда имамо тав. Архимедов завртањ или водени пуж.

Комбиновањем једног завртња са зупчастим точком на вратилу добијамо б е с к р а ј н и з а в р т а њ или б е с к р а ј н и к (сл.122), који нам служи за преношење кружног кретања при чему се пак губи доста у брзини, али се добија знатно у снази.

Ако је R полупречник точка, а r полупречник вратила, онда је

сл.122.



услов за равнотежу:

$$P_1 R = Q r \quad \text{или} \quad P_1 = \frac{Q r}{R}$$

Сила P_1 преноси се пак са вуваче на завртањ, где дејствује као терет. За равнотежу пак завртња имали смо једначи $P_2 = P_1 \frac{h}{2\pi r_1}$ или кад заменимо P_1, биће:

$$P_2 = Q \frac{r}{R} \cdot \frac{h}{2\pi r_1}$$

Најзад да уведемо и последњи услов за равнотежу полуге, на којој сам и дејује сила P непосредно. За ту је полугу: $P_2 : r_1 = P : R$ те је: $P = P_2 \cdot \frac{r}{R_1}$ или заменом P_2 једно за

$$P = Q \frac{r}{R} \cdot \frac{r_1}{R_1} \cdot \frac{h}{2\pi r_1} = Q \cdot \frac{r \cdot h}{R R_1 2\pi} \quad \ldots\ldots (178)$$

§ 48.

Са овим смо завршили преглед простих машина и испитали услов за њихову равнотежу; но готово код свих машина нашли смо да малом силом одржавамо равнотежу великом терету. Међутим ми знамо закон да ниједна машина не може дати више рада, но што је сама примила, па чак нека више ни онолико, колико је примила, већ увек нешто мање. Сада треба сада да испитамо да ли је код свих ових простих машина принцип о конзервацији енергије (односно рада) остао неповређен. Ради тога треба да израчунамо рад на оном крају механе, где га она прима и на оном крају где га она прима. па ако су та два рада једнака знаћи да је принцип о конзервацији енергије примењиван за све просте машине, као год и за сложене машине, које су из простих изведене.

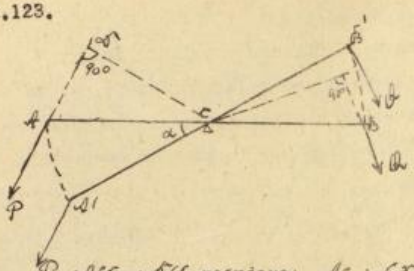
Почнимо испитивање са полугом. Код двокрако равнокраке полуге видели смо већ, да је сила равна терету, што нам већ само казује, да је код такве полуге принцип о конзервацији енергије сачуван. За двокраку равнокраку пак полугу нашли смо овај услов за равнотежу: $P \cdot CO = Q \cdot CE \ldots (\alpha)$.

. . . . . (сл.123). Померимо сад полугу за извесни мали угао α тако да нам сила P изврши рад P AD, а сила Q пак рад: $Q \cdot \widehat{BB'}$

Ако је принцип о конзервацији рада примењиван, мора бити

$$P \cdot \widehat{AA'} = Q \cdot \widehat{BB'} \quad \ldots\ldots (\beta).$$

сл.123.



Из геометрије је нам позна то, да су луци правосрезмерни са својим одговарају ћим полупречницима, те је:

$\widehat{AA'} : \widehat{AC} = \widehat{BB'} : \widehat{BC}$ тј.

$$\widehat{AC} = \frac{\widehat{AA'} \cdot \widehat{BC}}{\widehat{BB'}} \quad \ldots (\gamma)$$

Из сличних троуглова:

$\triangle ABC \sim \triangle BCE$ добијамо: $AC : CE = BC : CE$ тј.

$CE = \frac{AC \cdot CE}{BC}$ и над ову вредност заменимо у једначину (α) добићемо: $P \cdot \frac{AC \cdot CE}{BC} = Q \cdot CE$ тј. $P \cdot AC = Q \cdot BC$.

Ако сад у овој једначини заменимо вредност за AC из једначине (γ) биће: $P \cdot \frac{\widehat{AA'} \cdot BC}{\widehat{BB'}} = Q \cdot CE$

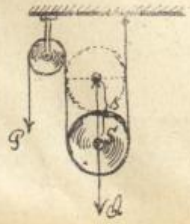
или пошто је $BC = CE$ то је: $P \cdot \frac{\widehat{AA'}}{\widehat{BB'}} = Q \cdot BB'$

Пошто је ова последња једначина (β), која у себи садржи (прећутно) услов о консервацији енергије, то значи, да је и код двокраке разнокраке полуге принцип о консерв. енергије сачуван.

Свима је јасно, да је и код свих осталих машина, које су основане на полуги (теразије, кантар, вага итд.) такође сачуван принцип конзервације енергије.

И непокретним котуром не добијамо ништа у снази, што значи да је и код те просте машине (која је само опет једна врста полуге) сачуван принцип о консервацији енергије. Међутим нашли смо да нам код покретног котура треба мање силе од терета, - дакле непосредно се не увиђа да је принцип сачуван; стога ћемо се потрудити и доказати.

сл.124.



Кад се центар покретног котура попне за висину S тј. кад терет Q изврши рад $Q \cdot S$ тада ће сила P намотати уже у дужини $2 \cdot S$ и њен је рад $P \cdot 2S$

Принцип конзервације енергије захтева да је $Q \cdot S = P \cdot 2S$ Међутим ми знамо да је код покретног котура $P = \frac{1}{2} Q$

те заменом добијамо:

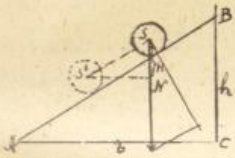
$Q s_1 = \frac{1}{2} Q \cdot 2s$ дакле $Q \cdot s = Q \cdot s$ чиме је за ову машину принцип консерв. енергије доказан.

Код аритметичких котурова видели смо да је: $P = \frac{Q}{2n}$ где је n број парова котурова. Кад терет пређе пут s - изврши дакле рад $Q s$ онда ће сила P намотати свих $2n$ делова ужета, дакле извршиће рад $P \cdot 2ns$ Принцип консервације енергије под условом је да је: $Q \cdot s = P \cdot 2 \cdot n \cdot s$ Заменимо овде горњу вредност за P, па је $Q \cdot s = \frac{Q}{2n} \cdot 2ns$ тј. $Qs = Q \cdot s$ чиме је принцип доказан.

За остале машине са окретањем може се исто тако лако доказати, да и код њих постоји принцип о конзервацији енергије.

Покажимо, да исти принцип вреди и за другу групу простих машина, чији је главни преставник стрма раван.

сл.125.



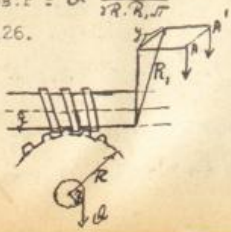
Тело S док је под дејством силе P склизнило до S' извршило је рад $P \cdot SS'$; а рад тог истог тела, кад би падало вертикално под дејством своје тежине био би: $Q \cdot SN = Q \cdot H$

Услов принципа консервације енергије садржан је у једначини $P \cdot SS' = Q \cdot H \ldots (\alpha)$ За равнотежу код стрме равни имали смо једначину $P : Q = h : l$ . . . .(161). Како је пак $\Delta SS'N \sim \Delta ABC$ те према томе и: $h : l = SN : SS'$ то поређењем добијамо даље: $P : Q = SN : SS'$ или $P \cdot SS' = Q \cdot H$

Како је ова једначина потпуно индентична са једначином (α) то је дакле доказано што се хтело доказати.

Да прегледамо још како стоји још у томе погледу мало сложенија машина - бескрајни завртањ. Нашли смо да је за равнотежу те машине услов: $P = Q \frac{2r}{2R \cdot R_1 \pi}$

сл.126.



Нацимо да смо полугу R окренули силом P за мали угао тј. нека је пут нападне тачке A оно "y", тада је рад силе оно $P \cdot y$.

Тим покретањем полуге дигли смо терет Q рецимо за висину x те је рад терета $Q \cdot x$,но за то се време покренуо и зупчаст точак - рецимо за Z ,која ду-

дужина z мора бити таква, да постоји сразмера: $x : z = z : R \ldots (\alpha)$

Кад полугу обрнемо једнапут, тј. кад је пут $y = 2R\pi$ цела периферија, онда се зупчасти точак помери за h - висину једног завртњевог хода; тада добијамо однос: $2R\pi : h = y : z$

одакле је пак: $h = \frac{2R\pi z}{y}$ Из једначине (α) добија се: $z = Q \cdot \frac{z^2 R^2 \pi^2 x}{2R\pi y} = Q \cdot \frac{2\pi R x}{2R\pi y} = Q \cdot \frac{x}{y}$

или према томе $P \cdot y = Q \cdot x$ - - - тј. рад силе раван је раду терета чиме је закон принципа доказан.

Овим смо завршили статику чврстих тела, у којој смо проучили све услове за равнотежу свих тела, а сад можемо прећи и на проучавање к р е т а њ а чврстих тела - дакле на д и н а м и к у ч в р с т и х тела или г е о д и н а м и к у.

Д И Н А М И К А Ч В Р С Т И Х Т Е Л А.

§ 49.

Још одмах у почетку помињали смо кретања са сталном и кретања са промењивом брзином. За ј е д н а к о смо кретање звали тада оно, где је $s = c \cdot t$; $c = \frac{s}{t}$; $t = \frac{s}{c}$. Казали смо тада, да кретање може бити п р о м е њ и в о (правилно) и н е ј е д н а к о п р о м е њ и в о (неправилно); затим, да правилно промењиво кретање може бити једнако убрзано и једнако успорено; и н е п р а в и л н о, пак неједнако убрзано или неједнако успорено.

Видели смо код једнако убрзаног - односно једнако успореног кретања, да је брзина п р о м е њ и в а, v , али да је прираштај брзине - акцелерација или убрзање - једнака за сваку секунду.

Сем тога смо нашли да ако је почетна брзина с једнако промењивог кретања била $v = 0$ онда је брзина на крају прве секунде била $v_1 = a$ а на крају друге секунде $v_2 = 2a$, треће $v_3 = 3a$ и у опште брзина на крају t-те секунде биће: $v_t = a \cdot t$

Како смо у §§ 9-14 извели све потребне обрасце и за ове две врсте кретања, то се на ту ствар нећемо више ни враћати, већ ћемо прећи

на проучавање кретања оних тела, која слободно падају, проучаваћемо даље д и н а м и к у м а т е р и ј а л н е т а ч к е.

§ 50.

С л о б о д н о п а д а њ е.

На свако тело делује стална - континуарна сила земљина, коју смо назвали т е ж о м и услед које тело, које је потпуно слободно у простору, које ни на који начин није утврђено, пада вертикално на ниже - правцем теже.

Поменуто је у почетку, да трајне силе изазивају неједнака кретања, те ће и земљина сила - тежа, као трајна сила изазивати увек неједнако кретање, које за слободан пад једнако убрзано, а за пењање у вис једнако успорено.

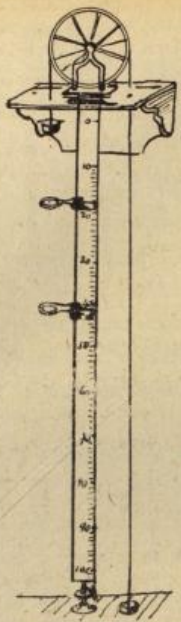
Сви обрасци изведени за неједнака кретања као и обрасци из §12. важе и за слободно падање тако је нпр: $v = g.t$, $s = \frac{gt^2}{2} = \frac{v^2}{2g}$, $v = \sqrt{2gs}$ итд. Нама је већ познато да смо ми све те обрасце изводили чисто теориски - математичким -, те их с тога и експрементално треба доказати пре него ли их примимо као готове. Тнапр: ако експрементално докажемо, да је образац $s = \frac{gt^2}{2}$ тачан, онда знамо лако израчунати пређени пут падања за произвољан број секукада, као год и време падања са одређене висине.

Експериментом - кватном - доказана је и тачно одређена вредност земљиног - теног - убрзања g и оно за сваку секунду износи у округлом броју за нашу географску ширину 9,806 мет. (Кат. кад се земљино убрзање теже заокругљава и на вредност $g = 10$ мет.).

Убрзање g одређивано је експерименталним путем, јер и као што се из величине тога убрзања види - слободно падање тела је врло брзо те му убрзања непосредно не можемо мерити, прек је данас физички метод неупотребљив.

А т в у д о в а м а ш и н а.-

Удешавале су разне справе, помоћу којих су могли посматрати кретања слободнога пада. Међу свима таквим справама нарочито се одликује атвудова машина (сл 127).



На дугом или крајем стубу налази с
озго точкић од алуминијума, преко кога ј
пребачен врло фини конац. Да би трење ко
осовине тога котура било што мање, осовин
му је постављена на четири стална а н -
т и фрикц ь о н а точкића.

Кад бисмо пустили, да каво тело пад
као и у природи са убрзањем $g = 9{,}806$ м. у
сек ; онда таква падања не бисмо могли
таква посматрати, стога брзину падања по-
дешавамо тако, да ново падање можемо по-
сматрати; а да закон за такво кретање на-
ведена вреде и за слободно падање у при-
роди Ради тога подешавања одавања тела, вешају се
о крајеве конца, који је пребачен око по-
менутог алуминијевог точка, завесни тело-
ви. Кад бисмо на једноме крају само обеси
ли тег и пустили га, он би сасвим слободно
падао као у природи, али ако и на другом крају истога конца обесимо ис
ти толики тег, онда ће један, кад се мало повуче, пошати, и уз то вући с
ваки други на више, услед чега му се очевидна брзина падања мора у неко
лико смањити.

Да би било правилности при падању, то се тело о концу претегн
једним покреће. На једном се месту стуба утврди прстен, кроз који може
проћи обешен тег, али не може проћи и прстен, који је у облику плоче, већ
ће се тај прстен зауставити ту на томе прстену.

Цео је стуб машине подељен на см.

На атвудовој машини треба удесити ово троје:

1/.- да се цео систем тегова креће.

2/.- да се претег на завесном месту заустави; и

3/.- да се и тегови заустаре где треба.

Кад се цео систем кренуо, нека је за прву секунду прешао 10см
на томе месту сад нека је био прстен, који ће претег задржати. Тег ћемо
пустити, да се креће још једну секунду и после тога времена заустав ићемо

га аставчићем;но аставчић можемо постављати и на такво место где ће тело стићи тек крајем друге,треће или t сек секунде.

Нека је пут прве секунде био 10 см.онда ће пут друга секунда бити 2.10 = 20 см.трећа 3.10 = 30 см.итд.јер претег ради дејство сталне силе.Пут t сек секунде биће у опште; $s = 10 \cdot t$ или како је овде 10 = с тј.почетна брзина то је $s = c \cdot t$ чиме је и експериментом доказан образац за пут једнаког кретања.

Већ је овим доказан и образац $v = a \cdot t$ јер у место што смо ставили $c = 10$,ставимо $a = 10$ то је $v = a \cdot t = g \cdot t$

При оверавању закона за пут неједнаког кретања не треба нам претег и прстен,већ само тегови - аставчић.Нека је тег за прву секунду прешао пут од 10 см.,јер га је ту аставчић на крају прве секунде зауставио.Пустимо по том,да тег пада две секунде,па ћемо видети да аставчић треба да зауставимо на 40 см.Ако хоћемо да тег падне 3" мораћемо аставчић ставити на 90 см.те је према томе за једну секунду било $s_1 = \frac{20}{2} \cdot 1^2$ . . . а за две секунде је $s_2 = \frac{20}{2} \cdot 2^2$ . . . за три секунда је $s_3 = \frac{20}{2} \cdot 3^2$ . . . и у опште за t" биће пређени пут $s_t = \frac{20}{2} \cdot t^2 = \frac{a}{2} \cdot t^2 = \frac{gt^2}{2}$ . . . . . пошто је $a = g = 20$ убрзање падања (падање на прву секунду).Ако подесимо да убрзање a буде равно $g = 9{,}806$ онда атвудовом машином оверавамо и образац слободног падања под утицајем теже,која гласи $s = \frac{gt^2}{2}$

Проблем слободног падања први је решио ГАЛИЛЕЈ,мада је и пре њега постојало неко решење тога проблема,само је то решење било на основу погрешно.Тнапр.Галилеј је утврдио да на истој географској ширини сва тела са истом висином падају истом брзином,те је према томе постављен закон:да сва тела у безваздушном простору за иста времена предаље слободним падањем исте путове,дакле,да су ти путови слободног падања независни од маса тела.

Мећутим пре Галилеја,а нарочито од Аристотела тврђено је:да тела у толико брже падају,у колико им је маса већа,или про је исто,у колико су та тела тежа.

Да још сумирамо обрасце слободног падања.Нашли смо најпре је $v = g \cdot t$ тј.да је крајња брзина падања сразмерна времену

падања (пошто је g сталан коефицијенат). Затим смо нашли и експериментом доказали: $s = \frac{g \cdot t^2}{2}$ да је пут слободног падања сразмеран квадрату времена падања. После да је $s = \frac{v^2}{2g}$ тј. пређени је пут сразмеран квадрату крајње брзине; после да је $t = \sqrt{2s/g}$ или да је време слободног падања сразмерно квадратном корену из пута; и најзад, да је $v = \sqrt{2gs}$ тј. крајња је брзина такође сразмерна квадратном корену из пута.

§ 51.

КРЕТАЊЕ БАЧЕНОГА ТЕЛА.

Путања баченога тела може се одредити само онда, кад се зна брзина, којом се креће тело у датом времену, и у датом правцу, јер простор, који је оно за време свога кретања прешло, зна се по законима о слободноме паду, да је сразмеран квадрату времена.

Кад ми неко тело бацимо право у вис, тренутним дејством своје мишићне снаге дајемо му извесну сталну брзину c, којом би се оно непрестано кретало, да само на њега не дејствује у супротноме правцу тежа, још од онога тренутка, чим смо га из руке пустили. Крајња је брзина тога кретања $v = c - gt$ Очевидно је, да ће се то тело кретати на више све дотле док v не постане равно нули, дакле док не постане $c - gt = 0$ или $c = gt$ одакле добијамо и време за које ће бачено тело бити на највећој висини, јер је оно $t = \frac{c}{g}$ Наравно ми овде не водимо ни мало рачуна о отпору ваздуха, који је доста великог дејства.

Како је $s = c.t - \frac{gt^2}{2}$ образац за пут једнако успореног кретања, то кад у њему заменимо горњу вредност времена пењања.; $t = \frac{c}{g}$ добићемо висину до које ће се попети тело бачено право у вис. Биће:

$$s = \frac{c}{g} \cdot c - \frac{g \cdot c^2}{2g^2} = \frac{c^2}{g} - \frac{c^2}{2g} = \frac{2c^2 - c^2}{2g} = \frac{c^2}{2g} = h \quad \ldots\ldots\ldots (179).$$

Али како знамо да је $c = gt$ то заменом тога у образац (179) добићемо:

$$h = \frac{g^2 t^2}{2g} = \frac{gt^2}{2} \quad \ldots\ldots\ldots (180)$$ а ово је значио и образац за пут тела, које слободно пада за време t. Према овоме долазимо до става; "Кад се неко тело баци право у вис (у бесваздушном простору) то је његова висина пењања равни висини слободног падања за исто време."

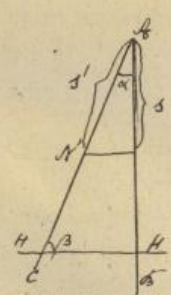
Другим речима, за исто време тело ће у бесконачном простору прећи исти пут, било да слободно пада, било да се вертикадно пење у вис. Овај је закон у физици познат под именом Galilei -овог Закона.

Код слободног смо падања имали за пут образац $s = \frac{v^2}{2g}$ а сад код пењања у вис имаћемо $s = \frac{c^2}{2g}$ па како мало час изведемо закључак, да су оба та пређена пута једнака, то је и $\frac{v^2}{2g} = \frac{c^2}{2g}$ односно $v = c$ дакле: крајња брзина са којом тело бачено право у вис пада, једнака је почетној брзини са којом се тело кренуло у вис.

У опште доказано је у свакој тачци свога пута бачено тело у истим околностима при пењању и при падању, ИМАЋЕ ИСТУ БРЗИНУ то ће рећи, да ако тело при пењању у тачци A има брзину m, то ће имати исту ту брзину И при враћању у истој тачци A.

Има случајева, када тело бачено вертикално не може да се тако и креће, већ услед каквих препрека принуђено је, да се креће по равни, која са вертикалном заклапа известан угао α.

сл.128.



За тај је случај пут $s' = s \cos\alpha$ или како је $s = \frac{gt^2}{2}$ добићемо:

$$s_1 = \frac{gt^2}{2} \cdot \cos\alpha \quad \ldots\ldots(181).$$

Исто је тако и $v' = v \cdot \cos\alpha$ или кад ставимо нађену раније вредност $v = \sqrt{2gs}$ добићемо: $v' = \cos\alpha \sqrt{2gs}$!!!!(180).

Дакле као што се види, и за овакво кретање добијамо исте обрасце као и за сва досад неиспитивана кретања, само што сад морамо уводити у рачун и угао α.

Кад бисмо увели у рачун и угао β тј. угао између равног кретања AC и хоризонталне равни HH (сл.12;), добили би смо исте горње обрасце, само се свуда место $\cos\alpha$ јавља $\sin\beta$ те је дакле:

$$s'' = \frac{gt^2}{2} \cdot \sin\beta \ldots(183) \quad \text{и} \quad v'' = \sin\beta \sqrt{2gs} \ldots\ldots\ldots\ldots(184)$$

§ 52.

Од кретања по прописаној - по у напред одређеној путањи поменућемо к л и з а њ е или кретање по стрмој равни. Овакво је кретање сферије од кретања слободног падања, јер се не дешава под дејством целе

тежине тела, већ само под дејством једне њене компоненте P, док другу ко
поненту N потпре подлога стрме равни. (О томе је у неколико било говор
у § 45.).

Ако стрма раван на свима својим деловима има исти нагиб, тел
ће по њој клизити једнако убрзано, тако да сви обрасци о слободном пад
му важе и за ово кретање - клизање с тим, да је само g увек мање
од 9,806 мет, и то у толико је мање у колико је мањи нагиб α стрме рав

" Убрзање клизања по стрмој равни има се према убрзању слоб
ног падања као висина стрме равни према њеној дужини."-Доказ овога с
састоји се у овоме. Зна се из образца (162)..... $P = \frac{Qh}{l} = Q \sin\alpha$
где је h = висина а l = дужина стрме равни са нагибом α. Ако је пак
са тела m, а убрзање које сила P даје томе телу g' онда је $P = mg'$
међутим истом телу масе m цела тежина Q даје убрзање g слободног пад
на је $Q = m \cdot g$ Заменом овога у образац (162) добиће се: $mg' = \frac{mgh}{l}$
тј. $g'l = gh$ одакле је $g' : g = h : l$ .....(185) у коме је
обрасцу садржано горње правило.

Опити је образац за пут убрзаног кретања: $s = \frac{gt^2}{2}$
и за клизање по стрмој равни ваља само ставити: $g' = g \sin\alpha = \frac{h}{l} g$
па је: $s_1 = \frac{gt^2 \cdot h}{2l}$ Из ових двеју вредности добијамо размеру

$s : s_1 = \frac{gt^2}{2} : \frac{gt^2 h}{2l}$ тј.

$s : s_1 = h : l$ .....(186) из чега се види, да и за пут кли
зања важи исто - правило за убрзање.

Кад неко тело клизањем пређе целу стрму раван, извршило је пу
$s = l$ а крајња је брзина слободног пада - као што се зна - $v = \sqrt{2gs}$
и овде ваља за клизање ставити $g' = g \cdot \sin\alpha = g \cdot \frac{h}{l}$ те је:
$v = \sqrt{\frac{2gh}{l} l} = \sqrt{2gh}$ Овим је пак доказано, да је крајња брзина
клизања иста као и крајња брзина слободног падања али са исте висине,
коју има стрма раван.

Најзад узмимо и ово. Из образца: $s = \frac{gt^2}{2}$ добијамо врем
слободног падања: $t = \sqrt{\frac{2s}{g}}$; ако ставимо: $g' = g \cdot \frac{h}{l}$ добићемо
за време клизања: $t_1 = \sqrt{\frac{2sl}{gh}}$ а од ове једначине добија се р
мера са горњом једначином да $t : t_1 = \sqrt{\frac{2s}{g}} : \sqrt{\frac{2s}{g}\frac{l}{h}}$; $t : t_1 = 1 : \frac{l}{h}$;

$t : t_1 = h : l$ .....(187) дакле време слободног падања

има се према времену клизање, као висина стрме равни према њеној дужини.

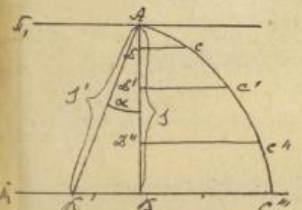
§ 53.

П О Т Е Н Ц И Ј А Л.

Нашли смо да је тело тежине Q, које је прешло пут s извршило рад $R = Q \cdot s$ за случај када се правац кретања подудара са правцем силе. Када та два правца међу се заклапају извесан угао α, рад, који то тело извршн био би: $R = Q \cdot s \cos\alpha$.

На основу тога узимо да расмотримо кретање неке тачке А која се налази у равни Π_1 (сл.129) а креће се ка равни Π_2, најкраћи пут тачке А од до Π_2 је нормално остојање АВ тих две ју равни, те је и рад тачке А, ако је само њена тежина Q, дат једначином: $R = Q \cdot s$

сл.12:.



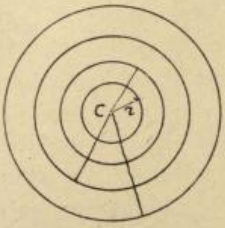
Али тело А не мора се кретати најкраћим путем од Π_1 до Π_2 већ се може кретати произвољним правцем $AB' = s'$ који са вертикалом АВ заклапа угао α. Знамо да је за тај случај рад тела А представљен обрасцем: $R = Q \cdot s' \cos\alpha$ но како је: $s = \frac{s'}{\cos\alpha}$ то је и за тај случај: $R = Q \cdot \frac{s}{\cos\alpha} \cdot \cos\alpha = Q \cdot s$ Отуда видимо, да је рад исти, па кретало се тело дужим, или краћим или чак и најкраћим путем.

До истог резултата долазимо и за случај, када је путања крива линија, јер сваку криву линију можемо сматрати као састављену из врло много елементарних правих, од којих за сваку поједину важи горњи став, па дакле и за све скупа. Укупна пројекција криве путање AC'' је права АВ. На део АС криве путање рад ће бити: $R_1 = a \cdot$ АД. Исто је тако за део СС' криве путање рад тела: $R_2 = Q \cdot \Delta b'$ за део С'С'' рад ће бити: $R_3 = Q \cdot \Delta' \Delta''$ итд. Целокупан ће рад тела А, које секрокекривом путањом $CC'C''$ бива: $R = Q(\Delta b + \Delta b' + \Delta' \Delta'' + \Delta'' B) = Q \cdot AB = Q \cdot s$

Овај нам образац показује, да се рад неког тела не мења било да му је путања права, било да је крива, само њихове исте пројекције морају бити једнаке.

Нисмо напред казали, али је то само по себи врло јасно, да рада

нема све док се тело креће по једној истој површини, другим речима, ра
јавља онда, кад тело прелази из једне површине у другу. За то буде јас
узећемо за пример земљу и њену тежу; сматрајмо земљу као лопту, и узмим
сл.130. неколико концентричних лопти
лоптом зрнје (z)



Знамо да је тежа g по
за сва места на површини
исте кугле, а то пак значи, да
да нема све дотле, док се тело
креће по површини једне исте
кугле. Међутим кад се тело
од површине једне кугле на по
шини друге кугле, па затим треће, четврте, итд. онда знамо да ће, са проме
ном полупречника кугле мењати и тежа g, што пак значи, да при тако
кретању постаје рад.

Свака површина појединих кугала - у опште свака површина по
којој се врши какво кретање без рада - зове се површина н и в о с к а
површина нивоа или још и е к в и п о т е н ц и ј а л н а површина Л
није пак по којима тело прелази из једне нивоске површине у другу зову
се л и н и ј е с и л а или т е ж и н е л и н и ј е. Тако нпр. површ
ну воде морске зовемо нивоском површином; јер тело које по њој креће
даје никакав рад. Линије сила морају бити увек управне на екипотенц
јалне површине (правац теже) о томе ће бити више говора код магнетиз
и Електрицитета).

Нивоске површине можемо одређивати барометром, јер докле год
барометар при кретању с места на место показује, на једном истом стању
дотле се кретање са барометром врши по једној нивоској површини.

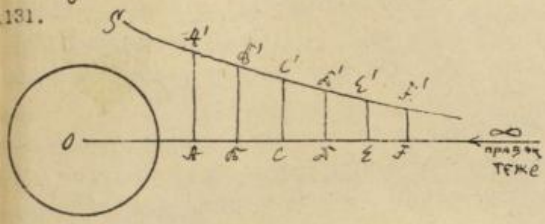
Јасно је да једну нивоску површину можемо поставити преко ко
било планете, као и то да такву нивоску површину можемо замислити и у
крајности. Ако сад замислимо, да се неко тело креће из те нивоске повр
не у бескрајности ка земљи - њеном центру - онда ће, речено је већ, то
тело вршити рад, који за овакав случај зовемо п о т е н ц и ј а л о м
или т о т а л н и м р а д о м.

Потенцијал је докле рад тела јединице тежине које пада из бе

бескрајности ка земљи до ма које тачке, или обратно то је рад тела које са ма кога места пошне у бескрајност.

Почетна брзина тела, које из бескрајности пада, биће само ова се брзина сваке секунде повећава убрзањем теже - дакле правилно убрзање " g ".

сл.131.



Ако времена пада преносимо као апсисе, а одговарајуће брзине као ординате па крајње тачке тих ордината посматрамо добићемо криву S (сл.131), која нам показује растење брзине, ако се тело пене са земље у бескрајност.

По § 21. знамо да је рад тога тела које пада простиранем површином између криве S, апсисе, која је овде правац тела - и крајних ордината за посматрано време пада; отуда налази, да је тоталан рад масе већи кад јој је и брзина већа, тј. што се то тело при паданју све више приближава земљи.

Да оксмо дошли до обрасца за потенцијал морамо најпре одредити количина ће бити рад јединице тежине напр. за време док ордината BB' пређе положај ординате AA'. Ако је M маса земље, а m маса тела за које тражимо потенцијал, а ρ_1 остојање AO и ρ_2 остојање BO, онда ће по Њутновом закону гравитације (о коме ће бити говора доцније) привлачна сила земљина бити правосревмерна масама, а обрнуто сразмерна остојања

Пошто је привлачна сила остојању

на тачку A ова: $f_A = \frac{Mm}{\rho_1^2}$ а за тачку B биће $f_B = \frac{Mm}{\rho_2^2}$

Рад биће ове силе f_A и f_B померивши јој се путања тачке A и B (а то су остојања ρ_1 и ρ_2) онда биће довољно израчунати радова тих тачака Ако је рад тачке A U_A а тачке B U_B онда је $U_A = f_A \cdot \rho_1$ и $U_B = f_B \cdot \rho_2$ или $f_A = \frac{Mm}{\rho_1^2} \cdot \rho_1 = \frac{Mm}{\rho_1}$

и $f_B = \frac{Mm}{\rho_2^2} \cdot \rho_2 = \frac{Mm}{\rho_2}$

Очевидно је,да ће рад за време кретања од B до A бити раван разлици $V = V_B - V_A$ тј. $V = \frac{Mm}{\rho_2} - \frac{Mm}{\rho_1}$ .....(189).

$$V = Mm\left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1}\right) = Mm\left(\frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 \cdot \rho_2}\right) \text{ ....(190).}$$

Ако претпоставимо да је $\rho = \infty$ тј.да је тачка B која се креће ка тачки A у бескрајности,онда ће рад кретања те тачке ти: $V = \frac{Mm}{\infty} - \frac{Mm}{\rho_1} = -\frac{Mm}{\rho_1}$ .....(191) а према ранијој дефиницији потенцијала,образац (191) није ништа друго до вредност потенцијала за земљу (масе M) и тело (масе m).

Образац (191) можемо речима изказати овако:кад се маса m креће из бескрајности ка маси M,и заустави се удаљена од обе за ρ_1 ,онда је њен потенцијал раван негативноме количнику из производа маса његових и раздаљине.

Зна се да се месец окреће по једној извесној површини око земље и ми можемо узети,да је он дошао у овај положај падајући из бескрајности ка земљи,те знајући масу земљину M и масу месечеву m,као и њихову садању раздаљину ρ можемо наћи потенцијал земљин на месец,као год и обратно потенцијал месечев на земљу.

На тај начин у стању смо наћи потенцијале између свих небеских тела,само ако им знамо масе и раздаљине.

§ 54.

СЛАГАЊЕ КРЕТАЊА.

У досадашним проучавањима занимали смо се само са простим кретањима,која су се дешавала под утицајем само једне силе,те према томе су то била кретања по правој линији.Али ако на једно тело дејствује више од једне силе,онда ће његово кретање бити сложено и то или из два једнака или из два неједнака,или најзад из једнога једнаког и једнога неједанког кретања.Сложена кретања могу бити и по правој и по кривој путањи.

Нека је сложено кретање састављено из два једнака кретања са брзинама C_1 и C_2 а једновременим путовима $S_1 = C_1 \cdot t$ и $S_2 = C_2 \cdot t$ онда ће резултујуће кретање бити: $S = S_1 \pm S_2 = C_1 t \pm C_2 t = t(C_1 \pm C_2)$ .....(192)

где је знак + за кретање истог правца (смисла), а знак - за кретања супротног смисла.

Исто ово добијамо и за слагања неједнаких кретања истог и супротнога смисла, јер ако су за два неједнака кретања почетне брзине c_1 и c_2 и убрзања p_1 и p_2 онда су једновремени путови $s_1 = c_1 t \pm \frac{p_1 t^2}{2}$ и $s_2 = c_2 t \pm \frac{p_2 t^2}{2}$. Резултујући пут биће раван алгебарској суми ових путова, дакле: $s = t(c_1 \pm c_2) \pm \frac{t^2}{2}(p_1 \pm p_2)$ .....(193), или ако ставимо $c_1 \pm c_2 = c$ и $p_1 \pm p_2 = p$ добијамо: $s = ct \pm \frac{pt^2}{2}$ ....(194) што значи да је резултујуће кретање опет неједнако.

Лако је извести и резултантно кретање из n једнаких простих кретања, јер је: $s = t(c_1 \pm c_2 \pm c_3 \pm \cdots \pm c_n) = \Sigma_n(c)\,t$ .....(195) а за једнака кретања биће:

$s = t(c_1 \pm c_2 \pm c_3 \pm \cdots \pm c_n) \pm \frac{t^2}{2}(p_1 \pm p_2 \pm p_3 \pm \cdots \pm p_n) = \Sigma_n(c)\,t \pm \Sigma_n(p)\frac{t^2}{2}$ .....(196).

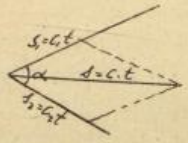
Али кретања не морају увек бити истога и супротнога смисла, већ могу бити и под углом α. За тај ћемо случај добити, као што ћемо видети, паралелограм кретања, кад неко тело у исто време добије ~~добије~~ два кретања у разним правцима, време добије два кретања у разним правцима - под углом α - онда је јасно, да се оно неће кретати ни једним ни другим, од та два правца, већ неким новим - трећим правцем, који је нека средина између прва два.

При слагању два једнородна кретања, увек ћемо добити као путању резултантног кретања праву линију; крива путања добија се као резултантно кретања од два распоредна кретања под углом. О томе се увераваћемо правилима аналитичне геометрије, јер ћемо за једначине оне линије, која нам представља геометријски - тј. графички резултантно кретање дођи, кад из једначина за путове компонујућих кретања избацимо време t. Тако ако су компонујућа кретања једнака и то $s_1 = c_1 t$ и $s_2 = c_2 t$ онда ћемо деобом тих једначина добити једначину $\frac{s_1}{s_2} = \frac{c_1}{c_2}$ из које је као што се види елиминисано време t. Ставимо ли сад $s_1 = x$ а $s_2 = y$ онда је $\frac{x}{y} = \frac{c_1}{c_2}$ или $y = \frac{c_2}{c_1} x = Cx$ ако се са C означи $\frac{c_2}{c_1}$

Последња је пак једначина аналитички преставник праве линије јер су координате x и y у првог степена.

Исто је то и са случајем ~~кад~~ кад су обе компоненте кретања

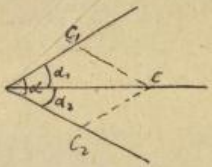
сл.131.



промењљиве, јер је: $s_1 = a_1 \cdot \frac{t^2}{2}$ и $s_2 = a_2 \cdot \frac{t^2}{2}$ а деобом биће t избачено, јер се добија: $\frac{s_1}{s_2} = \frac{a_1}{a_2}$ или $\frac{x}{y} = a$ одакле је $y = ax$ ~~одакле је y~~ дакле опет права линија. За случај да је једно кретање једнако напр. $s_1 = c_1 t$ а друго неједнако: $s_2 = g \cdot \frac{t^2}{2}$ природу резултанте путање опет ћемо наћи избацивањем времена t ; из прве је једначине $t = \frac{s_1}{c_1}$ те заменом тога у другу биће: $s_2 = g \cdot \frac{s_1^2}{2c_1^2}$ или по аналитичкој геометрији: $y = x^2 \frac{g}{2c_1^2}$ а ова нам пак једначина представља параболу, што значи, да је резултантно кретање у овоме случају збир по кривој путањ.

Како и брзине представљамо дужинама као и силе, то можемо лако увидети, да имамо паралелограм, полигон и паралелопипед брзина, као год и сила, према којима добијамо и обрасце за резултанту брзину, као и за резултујућу силу тј. за паралелограм брзина биће:

сл.132.



$c = \sqrt{c_1^2 + c_2^2 + 2c_1 c_2 \cos\alpha}$ ..... (197) а правац те брзине биће нам одређен једначинама: $\sin\alpha_1 = \frac{c_2 \sin\alpha}{c}$ и $\sin\alpha_2 = \frac{c_1 \sin\alpha}{c}$ које су сличне са одговарајућим једначинама за правац резултанте силе, за две силе под углом α .

И убрзања можемо слагати по паралелограму, по паралелопипеду и полигону. Резултантно би убрзање из два убрзања под углом α било: $a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos\alpha}$ ..... а правац тога резултантнога убрзања одређује се по једначинама $\sin\alpha_1 = \frac{a_2 \sin\alpha}{a}$ и $\sin\alpha_2 = \frac{a_1 \sin\alpha}{a}$

На овоме се дуже нећемо задржавати:

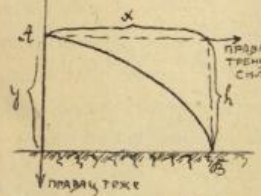
§ 55.

ПАРАБОЛНА КРЕТАЊА.

Параболна су кретања од врло великог, значаја у војничкој науци њеној балистици, јер су параболе путање свих пушчаних и топовских зрна.

Галилеј је показао, да ће се тело, које је тренутном силом покренуто (бачено) хоризонтално са ма којом брзином, кретати не по правој - по тој хоризонталној - путањи, већ по грани једне параболе.

сл.133.



Ако је тренутна сила дала неком телу А почетну брзину с, онда би хоризонталан пут тога тела био $x = c.t$ .....(∝) за t секунада. Али ће на то тело одмах дејствовати и тежа земљина, која ће га све јаче вући ка центру земље: кретање y правцу теже биваће по познатом нам закону пута, који је садржан у овој једначини: $y = g\frac{t^2}{2}$ .....(β).

Из једначине је (∝): $t = \frac{x}{c}$ ..... те заменом у једначини (β) биће: $y = g\frac{x^2}{2c^2}$ .....(198) а ово је пак једначина параболе.

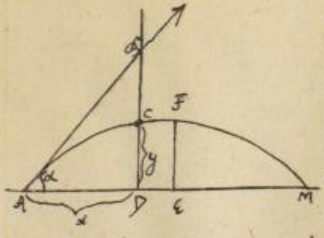
Из сл.133. види се, да ће тело, које је хоризонтално бачено, пасти на земљу, кад "y" буде равно висини h тј. када је $h = g\cdot\frac{x^2}{2c^2}$

Одавде је пак $x = c\sqrt{\frac{2h}{g}}$ .....(199). Ова нам једначина, као што се слике 133, види, одређује дальину бацања. Поређењем једначина (∝) и (199) добија ми: $c.t = c\sqrt{\frac{2h}{g}}$

или $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ .....(200)

ово је дакле време параболног падања, које је, као што се види, исто са временом падања слободног, а са висине h (види § 50.)

сл.134.



Ако ли је тело бачено косо под елевационим углом ∝, добићемо тзв. коси хитац, а путања тако баченог тела биће пуна парабола, о чему ћемо се уверити, кад нађемо координате ма које тачке те параболе, напр. тачке C, јер какав је однос између координата те тачке, такав је исти однос између координата ма које тачке те криве - то је дакле закон - једначина те криве путање. Нека су координате тачке C, x и y, онда је из ΔABC : $x = AB\cos\alpha$ ...(α)

AB је пак путања баченога тела под дејством саме тренутне силе, дакле је

je $AB = c.t$ te je $x = c.t.\cos\alpha$ .....(201).

Usled teže pak, koja na nas vuče bačeno telo, to će telo posle t sekunda biti ne u B, već u C te je: $y = BE - BC$ .....(3)

Iz trougla ABb je $Bb = c\,t\cos\alpha$ i $BC = g.\frac{t^2}{2}$ .....(4)

pa je: $y = c.t.\sin\alpha - \frac{gt^2}{2}$ .....(202).

Odnos između koordinata x i y nalazimo izbacivanjem vremena iz jednačine (201) i (202). Iz jednačine (201) je: $t = \frac{x}{c.\cos\alpha}$ te zamenom toga u (202) dobije se:

$$y = c\sin\alpha\frac{x}{c\cos\alpha} - \frac{g}{2}\cdot\frac{x^2}{c^2\cos^2\alpha}$$

$$y = x.\operatorname{tg}\alpha - \frac{gx^2}{2c^2}\cdot\frac{1}{\cos^2\alpha} \quad \text{.....(203) ili u}$$

obliku: $y = x.\operatorname{tg}\alpha - \frac{gx^2}{2c^2}(1+\operatorname{tg}^2\alpha)$ .....(204).

Obe ove jednačine nisu ništa drugo do jednačine parabole.

U proučavanju svoga kretanja za nas je najvažnija tačka M odnosno dužina AM koju zovemo daljinom dometa, a koje zavisi od početne brzine i elevacionog ugla. Za tačku M je; y=0 te jednačina (204) dobija:

$$0 = x\operatorname{tg}\alpha - \frac{gx^2}{2c^2}\cdot\frac{1}{\cos^2\alpha} \quad \text{ili}$$

$$x.\operatorname{tg}\alpha = \frac{gx^2}{2c^2}\cdot\frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$\frac{x.\operatorname{tg}\alpha}{x^2} = \frac{g}{2c^2}\cdot\frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{g}{2c^2.\cos^2\alpha.\operatorname{tg}\alpha}$$

$$x = \frac{2c^2\cos^2\alpha.\operatorname{tg}\alpha}{g} = \frac{2c^2\cos^2\alpha.\sin\alpha}{g.\cos\alpha}$$

$$x = \frac{2c^2\cos\alpha\sin\alpha}{g} \quad \text{najzad}$$

$$x = \frac{c^2\sin 2\alpha}{g} \quad \text{.....(205).}$$

Ova nam jednačina pokazuje, da dalina dometa zavisi od sinusa dvogubog elevacionoga ugla.

Još je za nas važna tačka T, za koju u ima maximum svoje visine. Za tu je tačku koordinata $x = \frac{x}{2}$ te je upravo polovina od AM.

Kako bačeno telo dostiže najveću visinu posle vremena:

$t = \frac{c\sin\alpha}{g}$ to kad tu vrednost za vreme stavimo u jednačinu

(203) добијемо као максималну вредност ординате y: $y = \frac{c^2 \sin^2 \alpha}{2g}$ ....(206)
и то нам је **висина косога хитца.**

Како је $\frac{c^2}{2g}$ стално за један исти хитац, то висина косога хитца зависи од елевационог угла. Ако узмемо да је елевациони угао $\alpha = 90^\circ$ тј. $\sin\alpha = 1$ то је висина домета maximum : $y = \frac{c^2}{2g}$ и тада је дужина домета: $x = \frac{c^2 \sin 2\alpha}{g}$ равна нули јер је

$\sin 2\alpha = \sin 180 = 0$

Ако једначину (204) решимо по $tg\alpha$ добићемо однос између домета и елевационог угла.

Дакле је: $y = x\,tg\alpha - \frac{gx^2}{2c^2} - \frac{gx^2}{2c^2} \cdot tg^2\alpha$

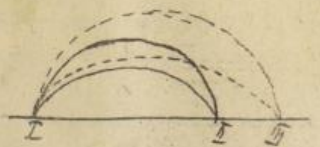
$$\frac{gx^2}{2c^2} \cdot tg^2\alpha - x\,tg\alpha = -y - \frac{gx^2}{2c^2}$$

$$tg^2\alpha - tg\alpha \cdot \frac{2xc^2}{gx^2} = -\frac{2c^2y}{gx^2} - \frac{gx^2}{2c^2} \cdot \frac{2c^2}{gx^2}$$

$$tg^2\alpha - tg\alpha \cdot \frac{2c^2}{gx} = -\left(\frac{2c^2y}{gx^2} + 1\right)$$

$$tg\alpha = \frac{c^2}{gx} \pm \sqrt{\left(\frac{c^2}{gx}\right)^2 - \left[1 + \frac{2c^2y}{gx^2}\right]} \quad \ldots\ldots(207).$$

Из ове 207*ме* једначине видимо, да за исту дужину домета x имамо две вредности елевационог угла, дакле да са две разне параболе можемо добацити исту дужину домета. (сл.135). Ако ли је поткорена количина у једначини (207) равна нули, дужину домета x можемо постићи само једном параболом под елевационим углом, за који је $tg\alpha = \frac{c^2}{gx}$



сл.135.

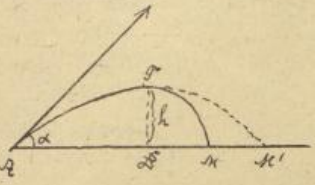
То је пак онда, када је $\alpha = 45^\circ$ за тај је случај дужина домета x, maximum. За сваки други мањи опет од тога домета имамо по два угла, од којих је један ($45 + \alpha$) а други ($45 - \alpha$).

Из оних досадањих обрасца можемо лако из споредних образаца за елевациони угао: $\sin 2\alpha = \frac{wg}{c^2}$ (*ако је* $c = \sqrt{\frac{wg}{\sin 2\alpha}}$ *где је* w *дужина бацања*.)

Но при сваком овоме испитивању нисмо ни најмање водили рачуна о отпору ваздуха, који је доста знатан, ипак толико већи, у колико је већа

маса ми смо дакле сва испитивања вршили до сад у безваздушном простору простору. Отпор ваздуха чини пак, да парабола није правилна, већ је већма крива у другој својој половини - у грани падања. (сл.136).

сл.136.



Крива линија праног кретања тела у ваздуху, није ни једна од познатих нам кривих, већ изгледа да је састављена из делова свих познатих нам кривих, и добила је име балистичка крива линија.

За сваки појединачни случај косог бацања морамо балистичку криву линију испитивати и прорачунавати понаособ, јер за балистичка кретања немамо још утврђених закона.

§ 56.

ЦЕНТРАЛНО КРЕТАЊЕ.

Тело ће се кретати по кружној линији, кад мења свој правац сваког тренутка под утицајем силе, која га привлачи једној утврђеној тачци - центру те криве путање. Такво кретање називамо централним.

Према томе, централно се кретање од криволинијског разликује у толико, што му је путања затворена, док код криволинијског може бити и каква отворена само крива линија.

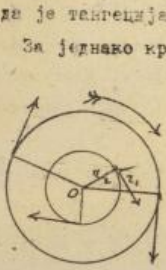
Код централнога кретања тачка која се креће, може тежити ка центру, - и такво се кретање зове **центрипетално**, или пак може тежити, да се све више и све јаче удаљава од центра - те се такво централно кретање зове **центрифугално**. Код центрипеталнога је кретања брзина све већа, док је код центрифугалнога све мања, а код кретања, које се окреће, али не тежи ни ка центру нити пак од центра, брзина ће бити увек стална. (Слично еквипотенцијалним површинама, за које немамо рада).

Узрок је централнога кретања у двема силама, које до сад нисмо поменули, а то су **центрипетална**, или средотежна сила и центрифугална или средобежна. Обе се пак те силе заједничким именом зову: централне силе; а кад су још те две силе, код једног истог кретања и једнаке по величини, добијају специјално име: **нормалне силе**.

При централном кретање, кад би у једноме моменту престала централна сила дејствовати на то тело, оно би се услед инерције кретало и даље са стеченом дотле брзином, еди од тога момента кретало би се правцем тангенте криве путање у тој тачки, која одговара томе тренутку) и то по правој линији и са једнаком брзином. Како пак, свако тело, које се креће, има у себи радне снаге којом савладује препоне, и ту смо снагу назвали живом силом или енергијом масе, то и тангенцијална сила није ништа друго до енергија, јер је она просто напон тела, којим оно има да савлада централне силе, како би се могло кретати по правој путањи. Из овога излази, да је тангенцијална сила узрок тангенцијалном кретању.

За једнако кружно кретање закон је пута: $s = c.t$ одакле

сл.137.



је $c = \frac{s}{t}$; али је само овде $s = 2r\pi$ за време T целог једног кружног обрта, те је $c = \frac{2r\pi}{T}$ или, ако сталан члан $\frac{2\pi}{T}$ обележимо као и раније са w, јер је то угловна брзина, добијамо: $c = w.r$

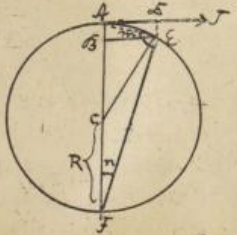
Но о томе смо једном већ говорили.

Од угла, који тангенцијална сила заклапа са једном од нормалних сила, зависи и облик путање централнога кретања; тако, ако је тај угао $\alpha = 90^0$ путања је круг ако није $\alpha < 90^0$ путања је елипса, а ако је $\alpha > 90^0$ путања биће парабола.

Ми силе меримо масом тела m, и његовом брзином c, коју нека сила (коју сам меримо) саопштава тој маси, па је према томе и величина тангенцијалне силе $T = m . c$ ....(208).

На једно тело, које се креће по централној путањи, дејствује две

сл.138.



једна од централних сила, односно нормалних сила и тангенцијална сила а резултанта тих двеју сила је права путања тела (на сл.138 лук АЕ). За врло мали део времена и резултанту криву путању можемо сматрати као праву АЕ.

Како је $\measuredangle m = \measuredangle n$

то је и $\triangle ABE \sim \triangle AEF$ одакле је: $AB : AE = AE : AF$ или

$AB : AE = AE : 2R$ .....(α)

Сад треба одредити вредност количина АВ и АЕ. Како је АВ пут, који би тело прешло под дејством трајне нормалне силе, то ће онда бити: $AB = \frac{a \cdot t^2}{2} = \frac{gt^2}{2}$ (искључимо ово друго за земљину тежу). Но ми убрзања од нормалних сила обележавамо са N па је $AB = \frac{N \cdot t^2}{2}$ ...(209).

АЕ је пак путања центрифугалног кретања за то исто време t, те је дакле: $\widehat{AE} = w \cdot R \cdot t$ ... или кад ставимо $w = \frac{2\pi}{T}$ добиће се:

$$\widehat{AE} = \frac{2R\pi}{T} t \quad \ldots(210).$$

Ове две одређене вредности за АВ и АЕ треба сменити у сразмер (α) па ће бити: $\frac{Nt^2}{2} : R = \frac{4R^2\pi^2}{T^2} : t$ или

$N = \frac{4R\pi^2}{T^2}$ .....(211) и ово је величина нормалног убрзања.

Сама пак нормална сила равна је производу из овога убрзања и масе тога тела, те је: $K = m \cdot \frac{4R\pi^2}{T^2}$ .../212/ ако нам K представља нормалну силу.

Образац (212) добија и други облик, ако се стави $m = \frac{G}{g}$ тада је $K = G \frac{4R\pi^2}{gT^2}$ ..... (213).

Из свих се образаца види да нормална сила расте са масом (или са тежином) тела, које се креће.

Кад коњаник тера коња у круг, онда се при томе јахању јавља централна сила $K = \frac{m \cdot 4R\pi^2}{T^2}$ која дејствује и на коњаника и на коња, и услед њеног дејства мора и коњаник и коњ да су погнути при таквом јахању, те да дејство те силе буде што мање. Исто се то јавља и код железничких кола при савијањима шина, куда воз мора ићи лакше него ли обично: воскови искачу из шина најчешће због ових сила.

У опште узето нормалне се силе у природи јављају врло често. Јављају се и при кретању земљином, пошто је и земљино кретање око сунца централно. Како је време једног земљиног обрта око своје осовине $T = 24$ часа, часа, то у једначини (213) треба сменити ту вредност за T, као год и остале вредности за G, g, R, и π па ћемо добити величину нормалне силе за поједине тачке на земљи за посматрања обртања земље око ове.

Због разне величине земљиног убрзања " g_n " за разне географске ширине, добијамо разне вредности и за силу K. Сила K има максималну вредност за екватор и износи 3,3916 см. а идући од полутара на север и

јут величина централне силе опада;а за поједине географске ширине налазимо централну силу још и по обрасцу: $K_\varphi = K \cos^2\varphi = 3,3916 \ldots$ ....(214) где је φ географска ширина.На полове је $\varphi = 0$ те је и $\cos\varphi = \cos 0^\circ = 0$ дакле и $K_\varphi = 0$ тј.на половима је нормална сила равна нули.

Из обрасца за брзину $c = a.t$ добијамо обично убрзање $a = \frac{c}{t}$ те аналого томе из обрасца за угловну брзину $w = \chi . t$ добијамо угловно убрзање $\chi = \frac{w}{t}$ Раније смо пак имали и образац: $c = w . r$ те је с тога: $a = \frac{c}{t} = \frac{w.r}{t} = \frac{\chi . t . r}{t} = \chi . r$

Како је пак $P = a . m$ то је: $P = m \chi . r$ ....(215) ово је пак величина угловне силе.

Најзад, још да испитамо статичке моменте тангенцијалне силе,који овде добијају нарочити назив м о м е н а т л е њ и в о с т и.Како је тангенцијална сила $T = m \chi . r$ а крак је њен очевидно раван полупречнику путање r „то је моменат лењивости: $M = m \chi r^2$ ...(216).

За поједине тачке некога тела,које се окреће добијамо:

$M_1 = m_1 \chi . r_1^2$, $M_2 = m_2 \chi r_2^2$; $M_3 = m_3 \chi . r_3^2$

а укупан моменат лењивости тога тела раван је алгебарској суми свију ових појединих момената;дакле је: $M = \Sigma (m \chi r^2)$

а како је χ стално,биће $M = \chi \Sigma (m r^2)$ ....(217).Овај се образац врло често пише и у облику: $M = \chi = MR^2$ ...(217a).

Рад пак тангенцијалне силе је $A = \frac{m \chi^2}{2}$ — јер је то рад трајне силе,која дејствује на неку тачку без почетне брзине,а тај је рад раван енергији,што смо још у почетку - (у своје време) - доказали. Али је $v = (c) = w . r$ то је и $A = \frac{m}{2} . \omega^2 . r^2$ — ..(218) величина тога рада.

Стога за поједине тачке неког тела добијамо радове:

$A = \frac{m_1}{2} . w^2 r_1^2$, $A_2 = \frac{m_2}{2} . w^2 r_2^2$; $A_3 = \frac{m_3}{2} . w^2 . r_3^2$

итд.те је целокупан рад тога тела:

$A = \Sigma (A) = \Sigma \left(\frac{m}{2} w^2 . r^2\right) . \frac{w^2}{2} . \Sigma (m . r^2)$ — .... (219).

Из образаца (217) и (219) види се,да и моменат лењивости као год и рад тангенцијалне силе зависи од израза: $\Sigma (m r^2)$ или што је исто од производа MR^2.

Овде ћемо само споменути тзв.својење момената лењивости,ко-

се проучава у грађевинској механици, а које се састоји у томе, да се наће остојање на коме треба ставити неку масу, па да она има исти моменат лењивости са неком другом одређеном масом, којој је дато и остојање. Да моменти буду исти очевидно је, да треба да је: $m_1 z_1^2 = m_2 z_2^2$ или пошто је z_2 непознато, биће $z_1^2 = \frac{m_1 z_1^2}{m_2}$ или $z_1 = \sqrt{\frac{m_1 z_1^2}{m_2}}$ ---

....(236). Цео рад свођења момената лењивости састојао би се у суштини својој у томе.

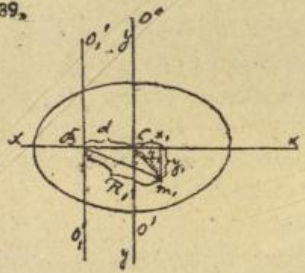
При одређивању момента лењивости разликујемо два случаја:

1/.- или се тело окреће око осе, која пролази кроз тежиште; и

2/.- или се тело окреће око осе, која пролази негде ван тежишта тог тела.

Пошто је први случај простији, то ћемо са њиме прво и почети.

сл.139.



Нека је тежиште неког тела у С (сл. 139) и кроз те тежиште нека пролази оса обртања О О, па се тражи моменат лењивости тачке, чија је маса m_1 у односу на ту осу. Како се обично узима да је $\chi = 1$ то је моменат лењивости $M = m z^2$ те над кроз С повучемо координатне осе $x x$ и $y y$, од којих ће ова $y y$ у исти тренутак обртна оса О О, с

да добијамо: $M = J_c = m_1 z_1^2 = m_1 (y_1^2 + x_1^2) =$

$= m_1 x_1^2 + m_1 y_1^2$ .....(221) пошто је $x_1^2 + y_1^2 = z^2$

Сад можемо прећи на одређивање момента лењивости исте те тачке у односу на другу неку осу, која је ван тежишта С напр. у односу на осу $O_1' O_1$, кроз произвољну тачку В. За тај је случај моменат лењивости:

$$J_b = m_1 R_1^2 = m [(x_1 + d)^2 + y_1^2] = m_1 x_1^2 + m_1 d^2 + 2 m_1 x_1 d + m_1 y_1^2$$

Ако од овога момента треба одузети моменат за осу кроз тежиште, те се за фактички моменат J добија. $J_c = J_b - J_c = m_1 d^2 + 2 m_1 x_1 d$ ---------....(222)

За другу неку тачку очевидно је: $J = J_b - J_c =$

$= m_2 d^2 + 2 m_2 x_2 d$ итд. Најзад моменат лењивости за цело тело у односу на ту осу биће:

$J = \Sigma(J) + \Sigma(m d^2) + \Sigma(2 m x d)$ или $J = d^2 \Sigma(m) + 2d \Sigma(m x)$

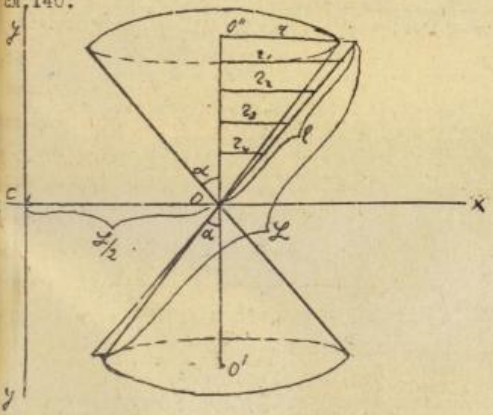
$J = d^2 M + 2 d S_x$ ---.....(223).

Други члан с десне стране једначине (223) је моменат девијације за осу кроз тежиште, а он је знамо раван нули, те је целокупан моменат за осу кроз тачку B: $\mathcal{I}_b = d^2 M$ или $\mathcal{I}_b = \mathcal{I}_c + M d^2$ ....(224) тј. моменат за ма коју тачку у односу на осу ван тежишта раван је моменту те тачке у односу на осу кроз тежиште више моменат те тачке за ту осу ван тежишта.

Ставимо себи у задатак, да одредимо моменат девијације једне жице, која је нагнута спрам осе обртања под углом

Оса пролази кроз тежиште жице, жица при окретању око те осе описује двогуби конус, чија се темена сутичу у средини жице (сл.140)

сл.140.



Колики је моменат девијације једне половине жице, толики је и друге половине, те ћемо наћи само за једну половину. Нека је дужина целе жице $\mathcal{I}$, а l дужина њене половине тј. нека је $l = \frac{\mathcal{I}}{2}$ па дужину l поделимо на n једнаких делова тако да је сваки део $\frac{l}{n}$ Остојања појединих тих делова од средишта жичане дужине O, биће: $\frac{l}{n}; \frac{2l}{n}; \frac{3l}{n} \dots \frac{n \cdot l}{n} = l$ - ми те треба наћи само остојања од осе, тј. дужине $z, z_1, z_2, z_3 \dots$

Ако је тежина целе жице $2Q$, онда је тежина сваког дела $\frac{Q}{n}$ Моменти ће појединих делова бити:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{Q}{n} \cdot z_1^2 = \frac{Q}{n} \frac{l^2}{n^2} \cdot \sin^2\alpha \\ &\frac{Q}{n} \cdot z_2^2 = \frac{Q}{n} \cdot \frac{2^2 l^2}{n^2} \cdot \sin^2\alpha \\ &\frac{Q}{n} \cdot z_3^2 = \frac{Q}{n} \cdot \frac{3^2 l^2}{n^2} \cdot \sin^2\alpha \\ &\frac{Q}{n} \cdot z_n^2 = \frac{Q}{n} \cdot \frac{n^2 l^2}{n^2} \sin^2\alpha \end{aligned}\right\} \dots\dots\dots(225)$$

Моменат девијације целе жице раван је збиру свих ових поје-

ичног момента, дакле је: $J = \frac{Q}{n} \cdot \frac{l^2}{n^2} \cdot \sin^2\alpha (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2)$

Из алгебарске се анализе зна, да је израз у загради раван $= \frac{n^3}{3}$, те је: $J = \frac{Q}{n} \cdot \frac{l^2}{n^2} \cdot \sin^2\alpha \cdot \frac{n^3}{3} = \frac{Q l^2}{n^3} \sin^2\alpha \cdot \frac{n^3}{3} = \frac{Q l^2 \sin^2\alpha}{3}$

То би био моменат ленивости за једну половину м
за целу пак мотку моменат ће бити: $J = \frac{Q}{3} \cdot \frac{L^2}{4} \sin^2\alpha$ и т.д.

$J = \frac{Q}{12} L^2 \sin^2\alpha$ .....(226) за $\alpha = 90^0$ дак

$J = \frac{Q}{3}\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{Q}{12} L^2$ - - ....(227)

Ако тражимо моменат ленивости исте мотке, али за осу, која
ван тежишта нпр. за $\frac{L}{2}$ удаљена од њега, добићемо:

$J = J_t + Md^2 = \frac{QL^2}{12} + \frac{QL^2}{4} = \frac{QL^2}{12} + \frac{3QL^2}{12} = \frac{4QL^2}{12} = \frac{QL^2}{3}$ --- ....(228) дак
за овај је случај моменат ленивости четири пута већи од прошлога (н
једначину 227).

Код мотке смо могли водити рачуна само о дужини мотке, а
код паралелопипедних (призматичких) тела са већом дебљином, мораме у
сти у рачун и дебљину његову B, па је израз за моменат ленивости так
тела: $J = \frac{Q}{12}(L^2 + B^2)$ - — — — ....(229).

Ако ли је тело истих димензија H, онда му је моменат лен
сти дат једначином: $J = \frac{QL^2}{12} + \frac{QH^2}{12}$ - - - - - - ....(230).

Свако тело има свој засебни моменат ленивости. Моменат кугл
за осу кроз тежиште био би: $J = \frac{2}{5} \cdot M r^2$ _ _ _ _ _ ...(231), а за ос
ван тежишта: $J = Md^2 + \frac{2}{5} Mr^2 = M(d^2 + \frac{2}{5} r^2)$ ....(232) где је d
остојање обртне осе од тежишта кугле.

(О моменту ленивости специјално се учи у науци, која се зо
г р а ђ е в и н с к о м м е х а н и к о м).

§ 57.

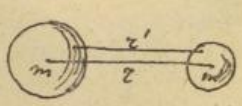
Г Р А В И Т А Ц И Ј А.

Више смо пута већ говорили, да сва тела теже ка центру з
и кад им никаква препрека није на путу, падају по закону једнаке убрз
ног кретања. Привлачна снага земљина - тежа - не дејствује само на т
која рецимо, ми бацамо, већ дејствује исто тако и на небеска тела, на П
те, звезде, месец итд. Но не дејствује на месец само земља својим при
чењем, већ и свако друго небеско тело, те се услед тога и цео свет одр

у овој равнотежи.

Познато је, да се сва небесна тела крећу не по правим путањама, већ по кривим, елиптичним путањама, које су производ тангенцијалне - или боље нормалних сила, које смо ми колико је потребно проучили.

Енглески математичар и физичар Њутон поставио је на основу својих запажања закон; "привлачна снага небесних тела сразмерна је управо са квадратима њихових раздаљина." Тај је закон у науци познат под именом Њутоновим законом гравитације. Тако ако имамо два небесна тела (сл.141), којима су масе m и m_1, а чија је раздаљина r, за њих ће закон гравитације бити одређен обрасцем; $K = \frac{m \cdot m_1}{r^2}$ ако са K обележимо привлачну силу између та два небесна тела. Како је даљина r различита кад се посматрају разне тачке само на тим телима, то ће очевидно и привлачна сила K бити другојача са сваке две тачке. Но о тој особини привлачне силе K имаћемо прилике да више говоримо код електрицитета.



сл.141.

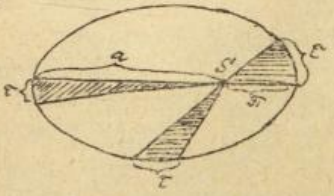
Све се слободне масе у природи привлаче узајамно по Њутновом Закону гравитације. Но у току даљих предавања видећемо да по њему се влада и звук, топлота, светлост, електрицитет.

Одавно се знало за кретање небесних тела, али се за дуго није знао центар тога кретања / с у н ц е. Кретања планета код небесних тела посматрана су у циљу испитивања од старих времена, и на основу таквих посматрања астроном К Е П Л Е Р поставио је ове законе, који су и познати у науци под именом К е п л е р о в и х з а к о н а, а који гласе:

1/.- Сва се небесна тела крећу по кривим затвореним путањама (већином елипсама, али ни једно по кругу), и центар таквих кретања увек је у једној жижи.- Како се земља креће по елипси око сунца, то је сунце увек увек у жижи те елипсе.

2/.- Површине, које описују *radius vectori* - (полупречници) - путање за иста времена једнаке су на целој путањи. Тај се закон графички представља сликом 142., на којој је највећи радиус вектор - афел обележен са "a", а најмањи перихел са "п".

3/.- Квадрати времена обилажења планета око сунца обрнуто су сраз-



мерни кубовима осе̌ојења;дакле: ако су времена двеју планета T_1 и T_2 а њихове даљине од сунца R_1 и R_2 тај ће закон бити садржан у обрасцу:

$$T_1^2 : T_2^2 = R_1^3 : R_2^3 \quad \ldots(234).$$

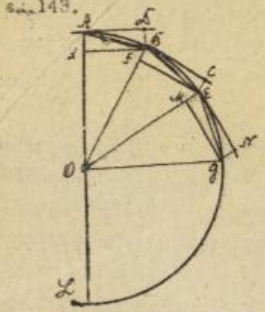
Тако време једног земаљског обилажења око сунца износи 365/1/4 дана,меркурово 88 дана, јупитерово 4383 дана (=12 наших година) итд.

Како нам је увек лакше да на који начин одредимо даљину каквог небеског тела од сунца,него ли време његовог обилажења,то ћемо из даљине тек по овом трећем кеплеровом закону одређивати и времена обилажења појединих планета.

Ми ћемо навести овде и доказе ових кеплерових закона.

Доказ за I.Кеплеров закон:

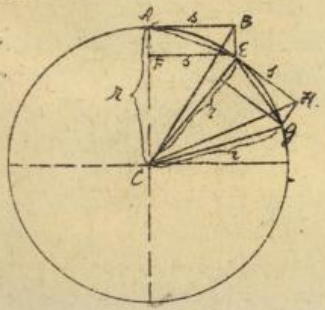
сл.143.



Простим се посматрањем увиђа да се сва небеска тела покрећу око неког извесног центра,дакле да врше кружна кретања,која,као што смо видели,могу постојати само под дејством централне и тангенцијалне силе.Нека је O центар,око кога се окреће која планета A (сл.143) и претпоставимо,да на тачку A дела само тангенцијална сила неко кратко време τ и довела тачку A у Д.Но за то исто кратко време на A дела и централна сила,која би сама за себе за то време τ довела тачку A у Н.Обе једновременим дејством довешће,као што смо то раније утврдили,тачку A у B.За други део времена τ, тангенцијална би сила довела B у C,а нормална у $\mathcal{L}$,обе једновремено дејствују на B и доводе је у E итд.На тај начин добијамо као пут тачке A криву линију $ABEGL$ ....Пошто се та крива продужава и на другу - леву страну,то бисмо посматрајући непрестано тачку A под дејством тих двеју сила видели,да јој путања мора бити затворена,и аналитичким испитивањем те путање нашли бисмо,да је елипса, којој је центар путање O увек једна њена.

Доказ за други Кеплеров закон.-

Видели смо да је путања сваког небеског тела елипса, који се пак за врло многа тела врло мало разликује од круга, тако да у нашим ("приближним" - односно "површним") испитивањем, сваку путању небесних тела можемо сматрати као круг и као са таквом и радити, сматрајући да су обе криве дотичне елипсе бесконачно блиске једна другој: ексцентрицитет нам је врло мала. Круг ћемо сада сматрати као полигон од ∞ много страна сл.144.



к сваку тако малу страну тог полигона очевидно можемо сматрати као праву линију $\overline{AE}, \overline{EG}$ итд.

Како троуглови ABC и AEC имају једнаке основице: $AB = EF = b$ а сем тога к једнаке висине - управо заједничку висину $IC = z$ то су та два троугла и по површини једнака. Исто тако троуглови ECH и CEG имају једнаке основине $EH = GC = b$ и исту висину и исту висину $CE = z$ па су и њихове површине једнаке Већ се види, да смо ми претпоставили, да је $AE = EH = b$ те је онда очевидно и: $\triangle ABC = \triangle AEC = \triangle CEH = \triangle CHG$ - - ——.....(235) или како су $\triangle AEC = \triangle CEH$ површине описане радиј вектором за исто време Θ, то је очевидно други закон Кеплеров доказан за тај део путање - од A до g. Но у осталом исто доказивање вреди и за целу другу путању тога тела.

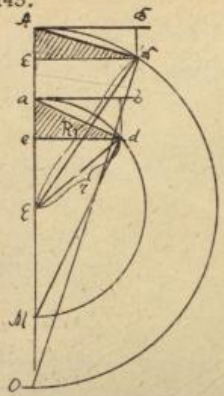
Доказ трећега закона.

Морамо посматрати две планете A и a, које имају разне даљине од центра њихових окретања, и нека су те њихове даљине R и r

Ако саставимо S и O, и a са M добићемо: $\triangle AEE \sim \triangle aeO$ јер су правоугли са заједничким углом код A. Из ет њихове сличности је: $AE : AS = ae : ar$ или $AE = \frac{ae \cdot R}{ar}$ - - .....(α).

Из другог пара сличних троуглова $\triangle aed \sim Mad$ добије се $ae : ad = ad : 2R$ или $ae = \frac{ad^2}{2R}$ - - —— ....(β)

сл.145.



Дужине пак Ab и ad нису нигта друго до пређени путови планета A и a за извесно кратко време τ. Како је пак пут = брзина пута време, и како је брзина централног кретања $\frac{2R\pi}{T}$ односно за планету "a" биће $\frac{2r\pi}{T_1}$ где је T време целога једног обрта око C, то ће очевидно бити: $Ab = \frac{2R\pi}{T}\cdot\tau$ ..... (γ) и $ad = \frac{2r\pi}{T_1}\tau$ ..... (δ).

Дужине пак AE и ae представљају нам величине централних сила, а по њутоновом закону знамо да постоји: $AE : ae = r^2 : R^2$ ... (Δ)

Кад се у (α) смени (γ) и у (β) смени (δ) онда сразмера (Δ) постаје:

$$\frac{4R^2\pi^2}{T^2 2R}\cdot r^2 : \frac{4r^2\pi^2}{T_1^2 2r}\cdot r^2 = r^2 : R^2$$

$$\frac{R}{T^2} : \frac{r}{T_1^2} = r^3 : R^2$$

$$R^3 : T_1^2 = r^3 : T_1^2 \quad \text{или} \quad T^2 : T_1^2 = R^3 : r^3 \quad \ldots\ldots (236)$$

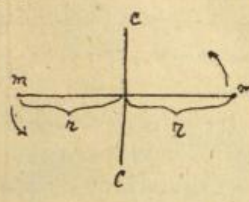
Овим је доказан и трећи Кеплеров закон, који је први пут измет 1618 год. Помоћу овога закона можемо изнаћи остојања сваке планете од сунца, ако претходно знамо колико је година те планете (= времену једног обилажења: T). Нека је нпр. земљина година t, а година Јупитерова T, из једначине (236) можемо одредити $R^3 = \frac{T^2 r^3}{t^2}$ Како ми обично узимамо да је за земљу $t = 1$ и $r = 1$ то ће бити: $R^3 = T^2$ или $R = \sqrt[3]{T^2}$ Кад се зна, да је година Јупитерова 12 пута дужа од наше, онда је $R^3 = 12^2$ или $R = \sqrt[3]{144} = 5{,}2415$ дакле Јупитер је пет пута даљи од сунца него земља.

§ 58.

СЛОБОДНЕ ОСОВИНЕ.

Када се маса m окреће око извесне осовине CC, онда центрифугална сила дејствује да ту осу премести у своме правцу. Ако и на супротној страни те осе CC постоји друга исто толика величина маса m и на истом остојању r од осе, па се и та маса окреће око исте осе у истом смислу, онда

Сл.146.



ће се дејства (притисци) центрифугалних сила на осу СС потрти;ако су само к те две силе једнаке;према томе систем ће цео остати на миру.

Таква оса обртања,око које су нагомилани молекили симетрично и једнако зове се **слободна оса**.Да нема привлачне снаге земљине (теже) слободне би осе могле

[illegible] кретати у простору,а да се и не подупру,но како тежа постоји,то осу морају [illegible] каквом подлогом тако рећи преградити од тежне силе.Слобсдне су осе независне од сваке друге силе осем теже.Ово доказујемо просто експериментом

Ско слободне осе окреће се и земља,и њена је та слободна оса - [illegible] и сваке друге планете - са том особином,што нису никако подупрте - нису дакле прегрђене нити од тежних сила.На слободну осу кога небеског тела,међутим,делују тежне силе свих осталих небеских тела,које се само одржавају у равнотежи,те и није потребно осу небеског тела подупирати.

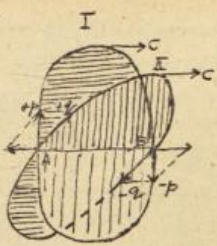
Кад је систем слободне осе у миру,довољна је врло мала сила са стране,па да се равнотежи полоњај система поремети.Но кад се систем већ налази у ротационом кретању,биће потребна знатно већа сила,па да се оса изведе из равнотежног полоњаја.

Сваки молекил ротационог тела скреће се око слободне осе,и тиме већ врши извесан рад,дакле показује извесну енергију.Сав пак систем моле кита теши да задржи своју путању за све време окретања,тј.тај систем има извесну стабилност,и баш због те стабилности и потребне су веће силе,па да се осовина изнести из свога полоњаја.

Слободна се оса може кретати у свакоме правцу,и оправдано изводе но је правило,да слободна оса заузима увек правац,који је управан на правац силе,која тежи да је изнести.Кад је слободна оса у равнотежи заузеће правац теже.То се може и доказати на овај начин.Посматрајмо кретање једнога молекила извесне брзине.Тај ће молекил према горе реченом при кретању пролазити увек кроз исте тачке своје путање.

Но ако ми обрнемо раван,у којој се тај молекил креће око осе АВ,очевидно је да ће правци тангенцијалних сила у тачкама С и С' бити исти,али тангенцијалне силе у тачкама А и В неће бити исте [illegible]

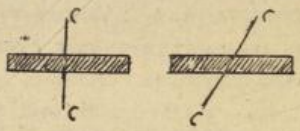
сл.147.



I и II, већ ће заклапати известан угао, та ће и резултанта тих сила, која ће очевидно стајати нормално на раван II даје правац слободне осе. Како се силе налазе у равни II то је горњи став доказан.

Тело, које се окреће око слободне осе неће променити своју раван окретања све дотле, док сила не постане већа од момента лењивости тога тела.

Свака слободна оса мора пролазити кроз тежиште, али то још не значи, да је увек свака она оса слободна, која пролази кроз тежиште тела, које се окреће. Оса, која пролази кроз тежиште може бити и слободна, а може и не бити. Али ипак оса кроз тежиште потпуно симетричног тела мора увек бити слободне; напр. узмимо симетричну четворасту шипку, онда ће она свака сл.148 а и б.



оса, која шипку симетрички дели, бити слободна (сл.148 а), а оса која иде кроз тежиште, но шипку не дели потпучо симетрички, не може бити слободна, јер кад такву осу подупремо, шипка неће остати у равнотежном положају, што за слободну осу мора бити. Сем тога, кад би шипку (сл.148 б), гаошијали, она се неби окретала, већ би пала - што такође није особина слободних оса.

Закон о слободним осовинама, да ће тело са слободном осовином задржавати своју раван окретања све док спољне силе не постану веће од стабилности те осе, вреди онда, када су силе потпуно симетрички према ос - односно - кад су одговарајући моменти једнаки. Треба нам дакле тражити нарочите услове, о симетричности тела према слободним осама. О тим условима говоре неколико закона, а нарочито је важан тај, да кад је једна осовина постала слободна, она једнако тежи затим, да задржи своју раван, односно правац кретања. Тако напр. кад заошијамо какво тело, које неће одмах пасти што значи, да је његова оса постала слободна, онда услед великога момента лењивости тога тела није тако лако променити раван његове сло-

лободне осе. Како је овде у питању моменат ленивости тела, то се напомиње да је он дат сумом момента ленивости свих молекила тога тела.

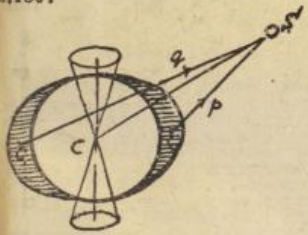
Пример за ово што смо говорили, имамо у обичној чигри (сл.149) сл.149.



која кад се нагне при при окретању неће пасти, већ ће се и даље окретати описујући конус, све дотле док привлачна снага земљина не постане већа од момента ленивости саме чигре, што кад наступи чигра пада. У колико се чигра све више коси (нагиње) у олико ће очевидно тежа бити већа (јер је тежиште ниже; а брзина пак све ава.

При окретању дакле телу са слободном осом даје се нека изв стабилност, која се зове стабилност слободних оса.

сл.150.



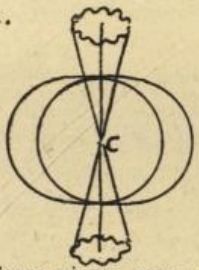
И наша се земља окреће око слободне осе, која при кретању остаје увек паралелна самој себи. На ту земљину осу дејствују тежне силе сунца, месеца и свих осталих небесних тела, која су дејства већа на полутару, јер је ту земља јаче испупчена. Услед тога већег дејства тежне силе-ћимо оса сунца - на тачке око полутара, и тачка земљине осе, која је на половима описиваће извесан круг: дакле ипак оса земљина строго узев не остаје увек паралелна самој себи. Свако кретање земљине осовине зове се прецесионо кретање, или п р е ц е с и ј а.

Да изближе испитамо откуда долази прецесија земљине осовине. Земљу поделимо како је то учињено на сл.150, на три дела, којима ће (центри) - тежишта бити у C C_1 и C_2. Тежни правци биће представљени линијама CS, C_1S' и C_2S'' и очевидно је да је тежа за део земље, коме је тежиште у C_1 најмања, а за део C_2 ~~а за део~~ —— највећа; услед те различите величине тежне силе сунчеве, која утиче на слободну осу земљину, која није подупрта, мора ова да мења извесан угао своју равни, чиме пак при окретању описује двогуби конус, који нам графички представља прецесију, која се свршава за 25800 година.

Тачним посматрањима утврђено је, да небесни пол није увек на периферији прецесионог круга земљине осовине, већ је час с поља, а час с круга; то се пак дешава опет по извесним законима. Та неправилност назива се н у т а ц и ј о м или колебањем земљине осе. Највећи део нутације показује месец и то с тога, што се његова путања не поклапа са путањом земље, већ је према њој нагнута (помиње се само круг месечев - од 19 година, који регулише нутацију).

Поменуто време од 25800 година за које се сврши једна прецесија, зове се велика, платонова година. Најтачнија би се могла представити

сл.151.



ласастим кругом, као што је и учињено на сл.151.

Прецесија и нутација повлаче за собом и мењање положаја звезде северњаче према земљиној оси. Северњача је α звезда у констелацији "в е л и к и м е д в е д - (кола), и она је најближа оној месту, где довољно продужена земљина оса пробија небо. Услед мењања положаја осовине и тај продор се мења, што се опажа тек у току дугог низа година, услед чега се положај северњаче мења, који због тога прелази из једне констелације у другу, тако да ће после 1200 година бити близу звезде Вега - α звезда у констелацији "Лира" - а тек после 25800 год. доћи ће опет на своје старо место, јер је потпуно завршена једна прецесија.

Слободна оса може бити и лабилна, а таква ће бити онда, када довољна маса и најмања сила, па да јој положај измени.

Када је тело кугла слободна ће оса бити индиферентна, јер ће моменат дењивости увек бити исти. Када моменат дењивости кугле достигне свој maximum њена ће слободна оса бити у стабилној равнотежи.

§ 59.

К л а т н о и к л а њ е њ е.

Свака материјална - тешка тачка обешена о какав конац, која ће кад се изведе из равнотежног положаја и остави дејству теже, клатиће око извесне време око какве хоризонталне осе, дакле клатно.

Клаћење,вибрационо или осцилирајуће кретање од централнога се разликује само у томе,што код клаћења кружна,путања није затворена,као код централног,већ је само извесан део кружне путање.

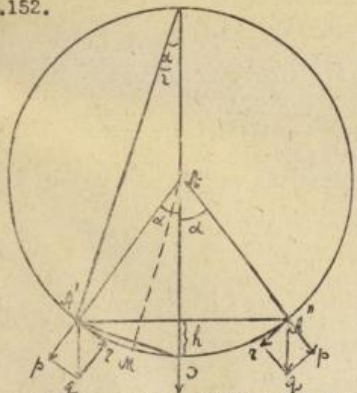
Клатна имамо у опште двојаких:м а т е м а т и ч к и х и ф и з и ч к и х;прва ми само замишљамо - то су идеална клатна,док друга у ствари и постоје.

Математичко би клатно било оно,које се састоји из тешке тачке без икакве димензије (величине) што је у самој ствари немогуће,а да је та тачка обешена о конац,који нема никакве тежине,и да се најзад цело то клатно креће око извесне (осе) утврђене тачке без икаквога трења,што је такође немогуће па ма како конац био фини и гибак.

Физичко је клатно пак оно,које ми у стварн можемо и створити.

Ми ћемо за прво време радити са математичким клатном дотле,док за њега не утврдимо неке теориске законе,које ћемо после лако пренети и на физичко клатно.

сл.152.



Узмимо напр.једну тежку материјалну тачку О,обешену и учвршћену о сталну тачку А.Изведимо ту тачку из њеног равнотежног положаја АО до положаја АА' ,па је пустимо.На ту тачку делује тежа q у правцу ка центру земљином.Разложимо ту тежну силу q на две компоненте,од којих једна имати правац конца АА' а друга са правцем управним на АА' .Прва компонента p биће поништена самим концем и утврђењем у А,ако је то двоје довољно јако,а друга компонента z дејством ће својим вратити клатно опет ка старом положају дајући му при томе враћању све већу и већу брзину - као трајна сила,тако,да кад тачка А' дође у О ,сама материјална тачка клатна стекла је извесну брзину,односно енергију,и услед инерције продужиће свој пут и преко равнотежног положаја О.Кретање материјалне тачке од А до О можемо

сматрати као клизање по стрмој равни, које даље мора бити убрзано, а кретање пак од тачке O па на даље ка тачки A" пошто се може сматрати као кретање уз стрму раван, мора бити успорено, тако, да кад буде $OA'' = OA'$ брзина ће постати равна нули и материјална ће се тачка клатна заустављати у A".

На материјалну тачку у положај A" дејствује тежа G, коју ћемо и сад разложити на p - у правцу конца A" и на q са правцем управним на A"; компоненту p потпре опет јачина конца и утврђење у A, а компонета q има дејство које враћа материјалну тачку клатна из положаја A" опет ка равнотежном положају O.

Но како се сад опет материјална тачка клатна креће од A" до O убрзано (као клизање по стрмој равни), то ће кад буде у положају O стећи извесну брзину, па даље и енергију, услед које ће се кретати и преко положаја O, - као уз стрму раван - до положаја A'. У положај A' бива оно исто што и мало час: и клатно се враћа преко равнотежног положаја опет у положај A" итд.

Такво се кретање зове клаћење или вибрирање - вибрационо кретање.

Непосредни је узрок клаћењу, као што се види, тежина материјалне тачке, те се с тога и у дефиницији клатна прецизира та материјална тачка.

Време једног клаћења $= T$ јесте оно, за које материјална тачка сде из положаја O у положај A" а одатле опет преко O у A".

Време клаћења за ма који положај, напр. за положај M, зове се фазно време, а обележавамо га са t. Ма који положај клаћења (тј. ма који део путање клаћења зове се **ф а з а к л а ћ е њ а**. Угао α пак за који се клатно највише удаљи из свог равнотежног положаја, зове се **а м п л и т у д а**, или **д о с е г к л а ћ е њ а**.

Приступимо испитивању закона клаћења.

Као год што код слободних осовинасваки молекил тела, које се окреће, тежи да задржи своју раван окретања, исто тако и сваки молекил материјалне тачке каквог клатна (па према томе и сва маса те материјалне тачке) има ту тежњу; да за све време клаћења задржи своју раван

клаћена. Доста је, само напоменути, да та особина клатна долази од момента
нерције како материјалне тачке, тако и целога клатна.

Ову особину има свако клатно, па било оно физичко, било математичко, и ма којих димензија.

Поменута особина сваког клатна позната је у физици као први закон о клатну.

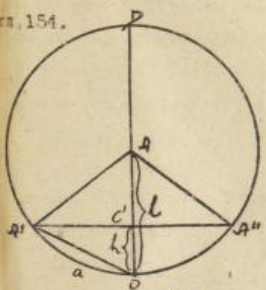
Други закон о клатну тиче се и з о х р о н и з м а (једновремености) клатна. Кад клатно изведемо из равнотежног положаја али за малу амплитуду - мали угао α - и пустимо га да клати, онда ће времена клаћења [illegible] од A' до A", и од A" до A' итд. бити једнака - и з о х р о н и з а. (сл. 152).

Изохронизам се може тумачити и на полуклаћења, тј. колико треба клатну из положаја O до A' исто му толико треба и из A' до O, из O до A", из A" до O итд. - Но опет се наглашава, да овај закон важи само за мале амплитуде.

Трећи закон о клатну. - За клатна исте дужине и величине, а од разног материјала (од олова, олуте, дрвета итд.) време клаћења је једно исто, јер као што ћемо мало час видети време клаћења зависи само од дужине клатна, и од привлачне снаге земљине, а никако и од масе.

ЧЕТВРТИ ЗАКОН. - Времена клаћења код неједнаких клатна управо су сразмерна са квадратним кореним из дужине клатна, а обрнуто са квадратним кореном из убрзања теже.

Д о к а з. - У неколико знамо да се клатно понаша као и тело
сл. 154.



које пада са висине $C'O = h$ (пошто се $A\,A'O$ сматра као стрма раван); та пак висина $h = C'O$ зове се брзином висином.

Раније смо имали прилике да видимо, да ће брзина материјалне тачке у O бити иста, па било да она слободно пада од C' до O, било да клизи по дужини стрме равни AO. Та ним је пак брзина одређена обрасцем $v = \sqrt{2gh}$

Из сл. 154 је $\triangle A'C'O \sim \triangle A'OP$ а из те сличности добијамо сразмеру

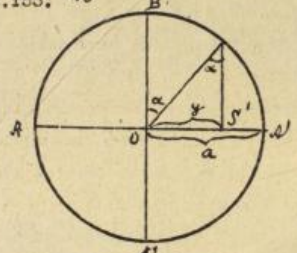
$h : A'O = A'O : 2l$ или како је: $OS = 2l =$ двогубој дужини клатна, и како се тетива $A'O$ и одговарајући лук $\overset{\frown}{A'O}$ за врло мале амплитуде поклапају, то горња сразмера прелази у: $h : a = a : 2l$ одакле је: $h = \frac{a^2}{2l}$

Заменимо ову вредност у горњи образац за v, па је:

$$v = \sqrt{\frac{2ga^2}{2l}} = a\sqrt{\frac{g}{l}} \quad \ldots\ldots$$

Но како је пак $t = \frac{1}{\nu} = \frac{s}{v}$ и ако ми сматрамо амплитуду као праву, па њоме опишемо круг, и пустимо да се једно тело хармонички креће по том кругу у односу са материјалном тачком клатна, тј. док материјална тачка пређе цео полукруг, тако да је $s = a\pi$ Замена вредности за s и v, у образац за t добија се:

$$t = \frac{a\pi}{a\sqrt{\frac{g}{l}}} = \pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad \ldots\ldots$$ овај нам образац потврђује горњи закон.



сл.155.

Да нађемо сада закон за ма коју фазу клаћења. Пројецирајмо полукруг ABA' на хоризонталној равни у правој AOA'. Пустимо да једно тело иде по периферији полукруга, а друго хармонички са њим да се креће по правој AA', то значи: обе тачке једновремено полазе из A, и једновремено стижу у A'; а кад је једно тело у B друго је у O, кад је једно у C, друго је у S'.

Нека се баш једно тело налази у C а друго у пројекцији те тачке - у S'. Означимо $OA' = a$, $OS' = y$ и $\sphericalangle COB = \alpha$, па је очевидно $y = a \sin \alpha$ Нека је T време које је потребно првом телу да пређе цео круг $2a\pi$ а другом телу да двапут пређе праву AA' (тј. да оде из A у A' и из A' да се врати у A), а нек је t време које је потребно првом телу да дође у C, а другом да дође у S' па је: $T : t = 2a\pi : \alpha\pi$ јер смо утврдили да су времена сразмерна са пређеним путевима. Одавде је пак $\alpha = \frac{2a\pi t}{T\pi} = \frac{2at}{T}$ Заменимо ову вредност за α у образац за фазу "y" па је:

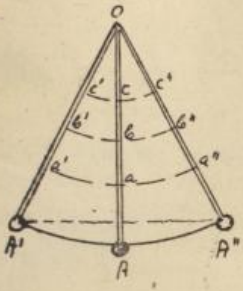
$$y = a \sin \frac{2at}{T} \quad \ldots\ldots$$

НБ. На овај ћемо се образац згодном приликом - при проучавању

десног кретања - опет вратити.

Ф и з и ч к о к л а т н о.- Утврдили смо у главном законе за математичка клатна,која ћемо сад покушати применити и за стварна - физичка клатна.

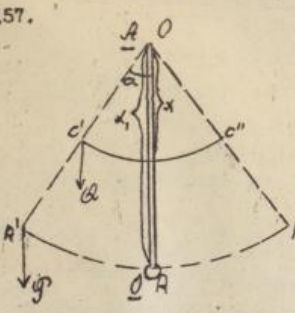
сл.156



Из слике 156.види се,да разне тачке физичког клатна за исто време прелазе разне путове,те су им дакле и брзине разне.Те смо и код математичког клатна нашли образцем $v = R\sqrt{2g}$.

Замислимо сад,да поједине тачке a,b,c,....не стоје ни у каквој вези, већ да клате свака за се,те ће онда тачке које су ближе тачци O клатити брже од даљих тачака.Кад су пак те тачке све у чврстој вези,онда та чврста веза довеђи у склад и брзине појединих тачака.Не очевидно је,да ће постојати извесна тачка на клатну чија се брзина због тог довођења у склад неће мењати.Та је тачка за физичка клатна врло важна и зове се средиште клаћења.Ну ћемо боље објаснити на овај начин.Нека је физичко клатно утврђено у тачци O,и нек је

сл.157.



амплитуда тачке C, C'C''.Обрнимо сад то клатно;тачка O нек је слободна,а A нек је утврђена,и нек је и сад амплитуда тачке C иста tj.C C'' - онда ће тачка C бити средиште клаћења.Остојање средишта клаћења од тачке утврђена зове се дужином физичког клатна x.

Очевидно је,да клатну можемо дати погодну дужину и такву,да такво клатно изврши једне клаћење за једну секунду,и клатно те одређене дужине зове се с е к у н д н о к л а т н о.

Ако сву масу физичког клатна замислимо концентрисану у средишту C,и нек је $J = m_1 \cdot x_1^2$ моменат тога клатна,па клатно извеж

изведемо из равнотежног положаја за α , онда ће очевидно C доћи C' и A у A'. Теже силе Q и P теже да клатно врате и њихови су моменти

$M_Q = Q.CC' = Q.x.\sin\alpha$ и $M_P = P.AA' = P.A\bar{D}\sin\alpha$

Ова два момента морају бити једнака због складности при клаћењу тачака C и A. Дакле: $Q.x.\sin\alpha = P.A\bar{D}\sin\alpha$

$mg.x.\sin\alpha = P.A\bar{D}\sin\alpha$

$P = \frac{mgx}{A\bar{D}}$; Нека је $P = m_1 g$ онда је:

$$m_1 = \frac{mx}{A\bar{D}}$$

Но из једначине за моменат лењивости добија се $m_1 = \frac{J}{x^2}$

те поређењем: $\frac{J}{x^2} = \frac{mx}{A\bar{D}}$

Како је пак $A\bar{D} = \kappa$, биће и $\frac{J}{x_1} = m_x$ или $x = \frac{J}{mx_1}$

Дужина пак x зове се дужином редукованог клатна за разлику од дужине x_1 ,целог физичког клатна. Та је дакле дужина равна количнику из момента лењивости и производа из масе и целе дужине клатна.

Ако је оса клаћења изнад тежишта клатна и то баш за дужину $d = x_0$ онда је $J = J_c + md^2$ где је само J_c = момен за осу кроз тежиште. Како је пак $x = \frac{J}{mx_0}$ заменом за J биће:

$$x = \frac{J_c + mx_0^2}{mx_0} = \frac{J_c}{mx_0} + \frac{mx_0}{mx_0} = \frac{J_c}{mx_0} + x_0 \dots$$

Дакле средиште физичког клатна је испод тежишта за $\frac{J_c}{mx_0}$ јер је даљина тежишта од утврђене тачке за толико мања.

Кад у обрасцу $t = \pi\sqrt{x_1/g}$ сменимо x_1 са $\frac{J}{mx}$ добићемо: $t = \pi\sqrt{\frac{J}{mgx}}$

Као време клаћења редукованог клатна.

Клатно, које извршује клати исто онако као и у правом ставу ве се реверзионо.

Примена физичког клатна.-

Физичко је клатно нашло знатне примене у физици; тако прва најважнија примена клатна је за одређивање убрзања земљине теже g тако да клатно клати; време је клаћења $t = \pi\sqrt{x_1/g} = \pi\sqrt{x/g}$ или како је $x = \frac{J_c}{mx_1} + x_1$ то је: $t = \pi\sqrt{\frac{x_1 + \frac{J_c}{mx_1}}{g}}$

Време t може се одредити, J_c се да рачунати, x_1 и m измерити, а π је стални број те се из ове једначине може као непознато наћи g

Нека су времена двају клаћења $t_1 = \pi\sqrt{\frac{x_1}{g}}$ и $t_2 = \pi\sqrt{\frac{x_2}{g}}$

или: $t_1 = \pi\sqrt{\frac{x_1' + \frac{J_c}{mx_1'}}{g}}$ и $t_2 = \sqrt{\frac{x_2' + \frac{J_c}{mx_2'}}{g}}$

Из тих се једначина добија: $\frac{t_1^2 g}{\pi^2} = x_1' + \frac{J_c}{mx_1'}$ и $\frac{t_2^2 \cdot g}{\pi^2 t^2} = x_2' + \frac{J_c}{mx_2'}$

$\frac{mx_1' t_1^2 g}{\pi^2} = mx_1'^2 + J_c$; $\frac{mx_2' t_2^2}{\pi^2} g = mx_2'^2 + J_c$

Одузимањем ових двеју једначина добија се:

$\frac{mg}{\pi^2}(x_1' t_1^2 - x_2' t_2^2) = m(x_1'^2 - x_2'^2)$ одатле је:

$g = \pi^2 \cdot \left(\frac{x_1'^2 - x_2'^2}{x_1' t_1^2 - x_2' t_2^2}\right)$ Пошто израз у загради није увек сталан, то и вредност за g неће увек бити иста, што је пак дало повода, да се посумња, да земља није потпуно округла. Но ипак под претпоставком, да је земља потпуна кугла, експериментом са клатном одређена је тежа $g = 9{,}806 m$

Ова вредност тежног убрзања расте идући половима, а ка полутару опада.

Та промена тежног убрзања опажена је први пут са једним сатом који је у Паризу показивао време врло тачно, а при кретању на југ - ка Кајени, није исти показивао време тако тачно, - ишао је нешто брже. Они који су саме сумњали, мислећи да се покварио у неколико, поправе га и дотерају како су мислили да треба да је. Но кад су се опет вратили са њиме у Париз, сат опет није био тачан према ономе времену у Кајени. Сад се није сумњало у поузданост сата, и одмах посумњају, да је узрок томе промена географске ширине. Па тад је нађено и доказано да је земља елипса, а такви експерименти тог доба се од места до места и одређивати кривина наше земље. Чим смо одредили g лако ћемо одредити и дужину l секундног клатна.

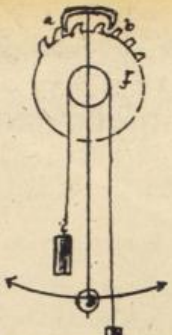
Ево неколико примера за величине тежног убрзања за разне географске ширине и разне дужине клатна.

На 0^0 - екватору	$g =$ 9,78009 м.....	$l =$ 0,990938 м.
„ 45^0.....	$g =$ 9,80552 м.....	$l =$ 0,993509 м.
„ 90^0 - половима	$g =$ 0,93089 м.....	$l =$ 0,996080 м.

За Београд је $g = 9{,}806$.

Друга је важна примена клатна за мерење времена код сата. Конструкција је сата: зупчаст точак око ваљка, око кога је обавијен ланац, на чијем је крају тег, који дејствује да обрће ваљак. Но металица која је у вези са полугом са два зупца а и в, који заилазе међу зупце точка E. Ти

сл.158.

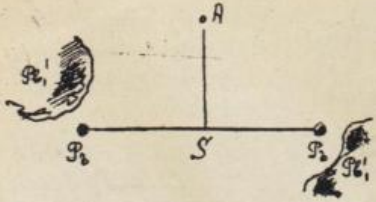


су зупци тако удешени, да кад ударе о зупце точка, они точак зауставе, а цео се механизам за један зубац окрене. Кл Клатно се услед удара зупца а и в о точак враћа натраг, и у томе тренутку зубац полуге, који је точак зауставио излази се, а точак се окрене за један зубац. Од броја зубаца на точку $\mathcal{F}$ и од дужине металице зависи које ће нам величине времена тај сат мерити. Ако точак има 60 зубаца, а металица за 1" изврши једно клаћење, онда такав сад мери секунде, минуте и сате, према точковима који су у зупчастој вези са точком $\mathcal{F}$. Такви су наши дуварски сатови; а такви су и џепни сатови, само код њих тег је замењен једном спиралом а металица точком, који се креће час на једну а час на другу страну одређеном брзином. Кад су спирала и точак џепних сатова везани полугом они се зову а н к е р, а кад је ваљак зову се ц и л и н д а р.

Да ли ће сат бити тачан зависи од израде механизма. Због разноликости убрзања g сатови са теговима разно показују време у Београду, Паризу итд. Међутим сатови са спиралом свуда показују једно време, јер на њих тежа нема дејства.

Трећа је примена клатна за одређивање земљине густине, која се састоји у овоме: На дрвеној хоризонталној шипци са крајева су оловне ку-

сл.159.



куглице Рв. О средини своје та је шипка обешена за конац, тако да шипка представља хоризонтално клатно. Нек је ово клатно слободно, па га изведимо из равнотежног положаја, па га пустимо да клати. То ће клаћења трајати неко извесно време $t_1 = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$

Принесимо сад куглицама Рв друге две оловне масе Рв$_1$, па изведимо клатно опет из равнотежног положаја, и пустимо га да клати између те две оловне масе. Тим масама ми хоћемо да изазовемо гравитационо привлаћење. Услед

маса $2l$, промениће се време клаћења, и биће сад $t_1 = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

Отуда $g = \frac{\pi^2 l}{t^2}$ имајући на уму ово и Њутонов закон гравитације добија се за густину земље: $\sigma = \frac{3.g.t^2.M}{4\pi^2 l.d^3 R}$

где је M маса земље, d дужина маса и R полупречник земље.

На тај су начин нађене ове густине:

За сунце... 1,38; за земљу; 5,5; за меркур; 5,7;
За венус.... 5,0; за марс; 5,3; за јупитер 1,25;
За сатурн....0,72 и за уран; 0,92;

Густину земље одређујемо и овако: Нек клатно клати на врху брега, и време клаћења нек је t_1; затим нек клати у дну тог брега, а време нек је t_2. На врху је клатно делало и тежа и маса брега, а доле само тежа, Сходно на то одређује се густина брега која је обично између 5,4 и 5,6 што је уједно и густина земље. Кад се зна густина земљина, лако нам је наћи и апсолутну тежину земље. Зна се да је R_p = 128 475 Км. - на полу, и R_e = 128 925 Км. на екватору, онда је површина земље 510 000 000 Км.^{2}, а запремина 1000 000 000 Км.^{3}, а апсолутна тежина биће: 5875000000000000000000 кгр. или 5875 x 10^{21} кгр.

Четврта је примена клатна за доказивање окретања земље око своје осе: То је доказао Foucault У Паризу је обесио о кубе у Пантеону о жицу (од 60-70 м.) тешку куглу са шиљком на дну. Испод таквог клатна стављено је сандук од песка тако, да шиљак клатна додирује песак; пустимо клатно да клати. После извесног времена примећено је, да шиљак клатна не пролази увек истом бразном, већ је таквих бразди било по песку више, и разликоване бразди бивало је све веће, што је клатно дуже клатило. Како се зна да клатно не мења своју раван клаћења, то онда значи, да је подлога променила свој положај према клатну. Ако се пусти да клатно клати у правцу меридијана, онда ће раван клаћења бити паралелна меридијанској равни. После неког времена место на коме смо, услед окретања земље описаће лук α, те ће и раван клаћења тада са правцем меридијана заклапати угао β. Но на полутару раван клаћења остаје увек паралелна меридијанској равни (тј. $\beta = 0$). На половима пак раван клатна и раван меридијана за 24 сата заклапају редом све углове од 0° до 360°. Важно је напоменути, да се окретање земље једино овим експериментом и доказује.

Пре се помоћу клатна одређивала брзина пројектила, и тако клатно звало балистичко. Тон се обеси као матер. тачка клатна, и после избацивања услед реакције он ће се заклатити за угао α. Помоћу тога угла, тежина топа итд. долази се до образца: $v = \frac{2 \cdot g \cdot M \cdot t}{m \cdot d} \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$ где је l = дужина тежишта топа од тачке утврђења клатна; t = време клаћења; m = маса пројектила; d = дужина клатна; α = угао скретања клатна на једну страну од равнотежног положаја, M = маса топа. У последње се време брзина пројектила не одређује никако на овај начин на овај начин балистичким клатном, који је као што се види доста и незгодан, већ се одређује помоћу електрицитета.

НАУКА О СУДАРУ ТЕЛА.

До сада смо увек узимали, да се тело у простору кретало сасвим слободно, не наилазећи ни на какве препреке, но може се десити, да тело у свом путу наиђе на друго које тело, које или мирује или се креће, и- тада настаје судар, који може бити централан и ексцентрични, први је онда, кад на правцу судара леже тежишта оба сударена тела; а други кад оба тежишта нису на тој правој. Сударе су испитивали још Галилеј и Декарт (Cartesius), а доцније Хигенс (Хајене), Валис, Брен и др. Под сударом у самој ствари ми не се разуме узајамно дејство двају тела. Која тиме мењају при кретању своја стања.

Поред тога што је судар централан и ексцентричан он може бити и прав и коси; први је кад се оба тела крећу правцем судара, а други кад то није случај. Сем тога судар може бити еластичних и нееластичних, слободних и неслободних тела.

Промена кретања после судара поред тога што зависе од природе тела, зависе још и од 1/.- маса; 2/.- брзина пре судара; 3/.- облика; 4/.- правца кретања и 5/.- правца судара.

Ако се с једне стране креће кугла маса m_1 и брзине c_1 тј. с количином кретања $m_1 c_1$ а са друге кугла m_2 са брзином c_2 (количином кретања $m_2 c_2$) онда је целокупна количина кретања пре судара $m_1 c_1 + m_2 c_2$. После судара обе масе $m_1 + m_2$ имаће исту је количина кретања после судара с ($m_1 + m_2$). На осн

основу принципа о консервацији мора бити: $m_1c_1 + m_2c_2 = c\,(m_1+m_2)$ одакле је: $c = \frac{m_1c_1 + m_2c_2}{m_1+m_2}$

То би тако било кад би се кугле сударале - кретале се пре судара истим смислом;а ако се сусрећу остаје све исто изузев знак у бројитељу,дакле: $c' = \frac{m_1c_1 - m_2c_2}{m_1+m_2}$

Над обадве масе буду једнаке $m_1 = m_2$ биће:

$$c = \frac{m(c_1+c_2)}{2m} = \frac{c_1+c_2}{2}$$

Кад једно тело пре судара мирује $c_2 = 0$ биће

$c = \frac{m_1c_1}{m_1+m_2}$, а ако су масе још једнаке биће

$c = \frac{mc}{2m} = \frac{c}{2}$ тј.оба ће се тела кретати са половином брзине оног тела,које се кретало и пре судара.Ако ли је једно тело зид тј.да је $m_2 = \infty$ према m_1, онда је: $c = \frac{m_1c_1 + \infty}{\infty} = 0$ тј.кад кугла удари о зид заустављиће се (разуме се нееластична).

Сасвим је ствар другојача за елестична тела - масе m_1 и m_2 еластична су,а крећу се брзинама c_1 и c_2. За време судара маса m_1 губи од своје брзине количину c,а исто толико губи и маса m_2 те се две масе због судара угну,али се брзо враћају у старо стање те због тог настаје поновни судар и поновни губитак у брзинама,тако су губитци $2(c_1 - c)$ и $2.(c_2 - c)$.

На тај начин за брзину кугле m_1 после судара,добија се:

$$c_0' = c_1 - 2(c_1 - c) = c_1 - 2c_1 + 2c = 2c - c_1$$

а брзина кугле m_2 биће: $c_0'' = c_2 - 2(c_2 - c) = c_2 - 2c_2 + 2c = 2c - c_2$

Но како за сваки судар важи $c = \frac{m_1c_1 + m_2c_2}{m_1+m_2}$ то сменом вредности за c_1 и c_2 биће:

$$c_1' = \frac{2(m_1c_1 + m_2c_2)}{m_1+m_2} - c_1; \quad \text{или} \quad c_0' = \frac{2m_1c_1 + 2m_2c_2 - m_1c_1 - m_2c_2}{m_1+m_2}$$

$$c_0' = \frac{m_1c_1 + 2m_2c_2 - m_2c_1}{m_1+m_2} = \frac{c_1(m_1 - m_2) + 2m_2c_2}{m_1+m_2}$$

брзина кугле m_1 после судара.Исто се тако за брзину кугле m_2 после судара добија: $c_0'' = 2c - c_2 = \frac{2m_1c_1 + 2m_2c_2}{m_1+m_2} - c_2 = \frac{2m_1c_1 + 2m_2c_2 - m_2c_2 - m_2c_2}{m_1+m_2} =$

$$= \frac{2m_1c_1 + m_2c_2 - m_1c_2}{m_1+m_2} = \frac{c_2(m_2 - m_1) + 2m_1c_1}{m_1+m_2}$$

Претпоставимо сад да је $m_1 = m_2$ онда је:

$$c_0' = \frac{2mc_2}{2m} = c_2 \quad \text{и} \quad c_0'' = \frac{2mc_1}{2m} = c_1$$

дакле кугле ће само узајамно измењати брзине.

Ако ли је $m_1 = m_2$ и ако је кугла m_2 у миру ($c_2 = 0$) онда је $c_0' = 0$ и $c_0'' = c_1$ тј. кад се сударе две једнаке еластичне кугле, од којих је једна у миру, онда ће се мирна кугла кретати брзином "кретајуће се" кугле, а ова ће се зауставити - после судара - Ово је у ствари опет само узајамна промена брзина.

Ако ли имамо читав низ еластичних кугала исте масе m, и нех само једна с краја има брзину c, а све остале да мирују, онда ће се удар пренети кроз све кугле и последња ће се кренути са брзином c;. Ако ли двема кугламa с једног краја дамо брзину c; после судара ће две са другог краја добити ту брзину, а остале и даље мирују итд.

Најзад нек је $m_2 = \infty$ (зид) и $c_2 = 0$ онда је $c_0' = -c_1$ тј. еластична се кугла од еластичног зида одбија са истом брзином.

Да видимо још само да ли се код судара еластичних тела одржава принцип о конзервацији енергије, тј. дали је количина кретања после судара иста онолика колика је била и пре судара.

Пре судара је количина кретања $m_1 c_1 + m_2 c_2$ а после судара биће: $m_1 c_0' + m_2 c_0''$ Но нашли смо да је $c_0' = 2c - c_1$ и $c_0'' = 2c - c_2$ те сменом тога:

$$m_1(2c - c_1) + m_2(2c - c_2) = m_1 c_0' + m_2 c_0''$$
$$2m_1 c - m_1 c_1 + 2m_2 c - m_2 c_2 = m_1 c_0' + m_2 c_0''$$
$$2c(m_1 + m_2) - (m_1 c_1 + m_2 c_2) = m_1 c_0' + m_2 c_0''$$

Али је: $m_1 c_1 + m_2 c_2 = (m_1 + m_2)c$ те је: $m_1 c_0' + m_2 c_0'' =$
$= 2(m_1 c_1 + m_2 c_2) - (m_1 c_1 + m_2 c_2) = m_1 c_1 + m_2 c_2$.

Заиста је дакле количина кретања иста као год и пре судара.

Крај механике чврстих тела.

МЕХАНИКА ТЕЧНИХ ТЕЛА.

МЕХАНИКА ТЕЧНИХ ТЕЛА.

ХИДРОМЕХАНИКА

И за течна тела проучићемо најпре статику - хидростатику, па тек онда науку о кретању течности - хидродинамику.

Хидростатика.

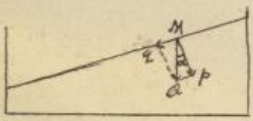
Да видимо најпре особине течних тела. Тако:

1/.- Свака течност има своју тежину, и док је у миру има и тежиште; течности такође падају на земљу по истом закону теже као и чврста тела;

2/.- При једнаким условима све течности имају сталну запремину, као год и чврста тела.

3/.- Све течности добијају облик суда у коме су - немају свог сталног облика (у томе се течности разликују од чврстих тела).

4/.- Течности у миру заузимају увек хоризонталан положај (и у томе је разлика између чврстих и течних тела, јер ту особину чврста тела немају сл.160.



Нека је ниво течности нпр.ос, и посмотримо један молекил М чија је тежина Q. Силу Q разложимо у две компоненте p и q те је $q = Q\cos\alpha$ и $p = Q.\sin\alpha$. Компоненту p потиру притисци молекила изнутра, а компонента q сваћиће молекил М све дотле, док не постане $q = 0$ а то је за $\alpha = 90^0$ тј. кад је вода са хоризонталним ниво-ом. Како је дакле течност у миру кад је њена површина управна на правац теже (а то су полупречници земље), то и та површина мирне течности мора бити кугла. Да је тако уверавамо се и посматрањем лађе на морском нивоу.

Површина мирне течности је дакле нивоска површина.

5/.- Кад какву течност посипемо по прашкавом материјалу, она ће се скупити у куглице, јер прашина не да води да се рашири у једну раван. Те су куглице правилније, у колико им је полупречник мањи, тј. у колико је мање дејство теже и привлачење од стране површине.

Слободна ће течност увек заузети облик кугле; ако у суду имамо алкохол помешан са нешто воде, и у ту течност успемо тако зв. [illegible], видећемо

да ће тај зејтин као слободна течност (јер се алкохол и зејтин не мешају колико), заузети облик кугле. Округао облик свих планета тумачи се, због ове особине течности, тиме, што се тврди да су сва небесне тела била некад у течном стању.

6/.- Све се течности могу стиснути, тј. да им се молекили приближе; стишљивост течности мања је но код чврстих тела, јер су молекили чврстих тела већ ∞ близу једни другима. Узмимо једну градуисану цев и успимо у њу неку течност, па ту течност калемимо притиску - видећемо на подели да ће се течност свести на мању запремину. Нека је v запремина пре притискивања, а v_1 после, и $v - v_1 = \omega$ разлика тих запремина, која је изазвата притиском P, онда се коефицијенат:

$$K = \frac{\omega}{P \cdot v}$$

зове коеф. стишљивости дотичне течности. Апарати, којима се одређује смањивање запремина - дакле ω - и притисак P као год и запремина v пре притиска, другим речима апарати за одређивање коефицијента стишљивости зову се пиезометри; најобичнији је ерстедов, колладонов и штурмов.

По Револу имамо за притисак од једне атмосфере ове коефицијенте стишљивости:

за живу на	0°C	0,000003
за воду на	0°C	0,000050
за " "	53°C	0,000044
за етар "	0°C	0,000111
за " "	14°C	0,000140 итд.

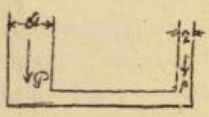
7/.- Још је једна нова особина течности, да преносе притисак на све стране једнако. Узмимо суд са више потпуно једнаких отвора, и напунимо га

сл. 161.



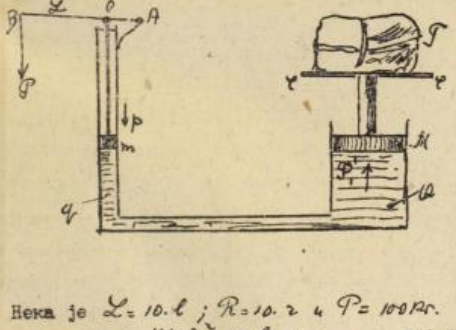
течношћу, коју ћемо клипом m притискивати; после тог притиска видећемо да су се сви запушачи на отворима a, b, c, померили за исту дужину, што је могло бити само ако се притисак P равнео свуда једнако и расподелио се на све запушаче. Нека је δ пут сваког запушача, и нек је p онај део притиска, који пада на један отвор онда је рад свак

свакога запушача: $? = p \cdot f$ Ако је број отвора n, онда је $P = n \cdot p$ или $p = \frac{P}{n}$ дакле $? = \frac{P}{n} \cdot f$ По принципу о конзервацији енергије мора бити: $p ? = \frac{P}{n} \cdot f$ Из овога се види, да заиста притисак на отвор q мора бити раван суми притисака на све остале отворе. Ако ли отвори a, b, c..... немају једнаке пресеке, онда и путови појединих запушача биће разни напр: $f_1 , f_2 . f_3 - - - - -$ За такве отворе важи правило, да су притисци сразмерни пресецима отвора тј. $p : P = q : \mathcal{A}$ Помоћу овога обрасца можемо одредити притисак за ма који отвор, јер је $p = \frac{P \cdot q}{\mathcal{A}}$ Тако ако имамо савијену цев (сл.162) за коју је $q = 1$ см.^{2} а $\mathcal{A} = 100$ см.^{2} па је $p =$ сл.162. онда ће P бити = 100 кгр.



На томе принципу и основана је хидраулична преса, којом производимо сразмерно малим силама p врло велике притиске P.

Полугом AB креће се клип m и притиском на течност дела силом P_1' на клип M који диже плочу pp сл.163. а ова притискује тело T



Нека је $q =$ и $\mathcal{A} = R^2 \pi$ онда како је $P_1' : p = \mathcal{A} : q$

$$P_1' = \frac{\mathcal{A}}{q} \cdot p$$

$$P_1' = p \cdot \frac{R^2 \pi}{r^2 \pi} = \frac{R^2}{r^2} \cdot p$$

За равнотежу је полуге: $P \cdot \mathcal{L} = p \cdot l$ или $p = \frac{\mathcal{L}}{l} P$

Заменом је: $P_1' = \frac{R^2}{r^2} \cdot \frac{\mathcal{L}}{l} \cdot P$

Нека је $\mathcal{L} = 10 . l$; $R = 10 . r$ и $P = 100$ кгр.

онда је $P_1' = \frac{100 \cdot 2}{r^2} \cdot \frac{10 . l}{l} . 100 =$ 100 000 кгр., дакле са силом од 100 кгр. производимо притисак од 100 000 кгр. Свакву хидрауличну пресу конструисао је Брамах 1796 год., а и данас се она готово искључиво употребљава.

Хидростатички притисак.-Притисак течности који смо до сад испитивали био је хидраулички притисак који се јавља при кретању течности; но и мирна течност производи притисак:

на дно суда; на бокове и притисак одоздо на више звани потисак.

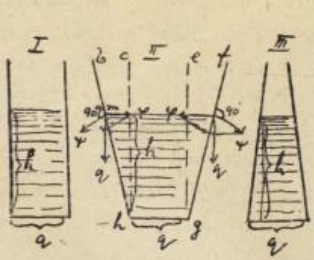
Мирна течност има хоризонталан ниво; таква се течност може поде-
сл.164. лити на све саме слојеве од по једног хори-

зонталног низа молекила. Сваки слој има сво-
ју тежину, којом притискује на своју подлогу
слој испод себе; тај доњи слој својом тежи-
ном притискује онај испод себе, и на њега
преноси тежину првог слоја итд. до последњег слоја, који на дно суда при-
тискује својом тежином и тежином свих горњих слојева, која се преко њега
преносе. Тај бисмо притисак на дно суда знали колики је, кад бисмо знали
број молекилских слојева и тежину једног слоја, те очевидно тај притисак
на дно суда зависи од висине течности h (број слојева), од природе
течности (= тежина једног слоја) и од величине дна.

Тежину јединице запремине зовемо специфичном тежином σ, те
ако је P = притисак на дно суда, h = висина течности у суду са специф.
тежином σ, и нек је q пресек дна, онда је $P = q \cdot h \cdot \sigma$

Из ове се једначине пак јасно види, да притисак на дно суда не
зависи ни у колико од облика суда, већ само од поменута три фактора

На томе је и основан тзв. х и д р о с т а т и ч к и п а р а д о к с.

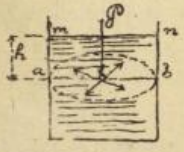
сл.164.


Нека су судови I, II и III са
истим дном и у њима нека је вода
до исте висине h. Притисци на
дно све три суда исти су
једнаки $P = q \cdot h \cdot \sigma$
Посматрајмо молекиле m у делови-
ма bcd и efg и њихове тежине q разложимо на компонен-
те φ и ψ (ψ = хоризонтално, а
$\varphi \perp bd$ односно fg). Компоненте ψ потиру се чврстином дуварова
а компоненте φ потиру се саме између себе, као што се са сл.164 види
Дакле ни један део тежине свих молекила у деловима bcd и ef
не дејствује ((притискује на дно суда) чиме се и даје објаснити хидро-
статички парадокс.- На сличан би се начин исто то могло извести и за суд

облика III.

Хидростатички притисак на бокове суда.-

Молекили течности делом своје тежине производе и притисак на бокове суда. Посматрајмо пресек ав и у њему део f на који је притисак од горњих слојева: $P = q.h.\delta$



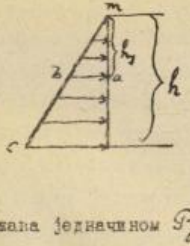
сл.165.

Тај се притисак граничи на све стране подједнако према ономе што је речено уз сл.161 па ће према томе онај део тог притиска, чији правци леже у пресечној равни ав притискивати на бокове суда. Како је притисак P већи што је h веће, то ће и притисак на бокове P_f бити већи кад је h и y веће. Притисак на бокове суда у тачкама нивоа m и n биће $P_1 = 0$ јер је ту $h = 0$, а $P_2 = 0$

сл.166.

Притисак на бокове суда све је већи што се силазимо дубље у суд (што је h веће) и кад преносимо те одговарајуће притиске на бокове у виду хоризонтала cf, ва.....добићемо линију mc притиска на бок; величина притиска представљена је површином

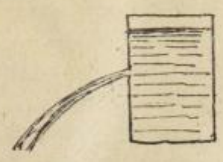
$$\Delta mcf = \frac{1}{2} cf . \overline{mf} = \frac{1}{2} mf^2$$



јер је $if = mf$ Тај се притисак обично изражава једначином $P_f = F . h_1 . \delta$ где је $h_1 = \frac{1}{2} h$ (ордината тежишта бочне стране mf) а F површина бока.

Притисак на бокове суда најлакше се констатује пробијањем бока, кроз који ће отвор вода одмах појурити - значи да она притискује на тај бок.

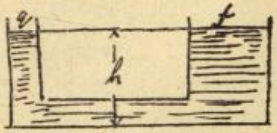
сл.167.



Из образаца $P = q.h.\delta$ и $P_f = F h_1 \delta$ види се, да се притисак на дно и притисак на бок равликује у висини h и h_1 (јер се може узети такав суд, да је $f = q$)

Притисак на бокове суда налаже је велике примене код тав.с п о ј н и х, к о м у н и к а ц и о н и х судова. То је просто цеп на оба краја савијена на лакат. (сл.169). Течност ће у оба

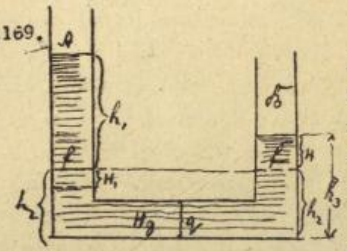
сл.168.



крака спојног суда доћи до исте висине h, па и ако пресеци q и F тих кракова нису једнаки.

На принципу комуникационих судова основани су водоскоци и артерски бунари.

сл.169.



Сипајмо у комуникациони суд живу, до висине h_2 ; затим у крак .А сипајмо воду, која ће својом тежином потиснути живу у суду А за висину h_1 ; на ниже, а у суду Б на више за H . За равнотежу мора постојати једначина:

$$q\sigma_1 h_1 + q\sigma_1 h_2 = q\sigma_2 h_3$$

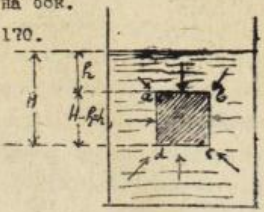
кад је σ_1 специфична тежина воде, а σ_2 специфична тежина живе. Отуда, деобом са q:

$$\sigma_1 h_1 + \sigma_1 h_2 = \sigma_2 (h_3 - h_2) = \sigma_2 H. \quad \text{или} \quad \sigma_1 : \sigma_2 = H : h_1$$

Ово пак значи: висине двеју течности у комуникационим судовима обрнуто у сразмери са специфичним тежинама тих течности.

Притисак на више - п о т и с а к. Притисци на течност преносе се на све стране, те ако косе притиске разложимо на хоризонталне и вертикалне остаје нам да дамо рачуна само о тим вертикалним и хоризонталним притисцима. Вертикални притисци могу бити одозго на ниже (притисак на дно) и одоздо на више - потисак. Хоризонталне смо притиске испитали као притиске на бок.

сл.170.



Потопимо у воду коцку авсд. Притисак одго на ав биће $P = q \cdot h \cdot \sigma$ (где је q = страна коцке са лицем ав).

Притисак на страну сд биће већи и то $P_1 = q \cdot \sigma \cdot H$ Потисак на тело (коцку) биће дакле $P_2 = q \cdot \sigma \cdot (H - h)$ или како је $H - h = h_1$ висина коцке, то је потисак раван производу из пресека, спец. тежине и висине тела. Како је пак $q \cdot h_1 = v$ то је $P_2 = v \cdot \sigma$ али је и $Q = v \cdot \sigma$ те је дакле [illegible] тј. тело потопљено у течност трпи потисак који је раван тежини

тела или тежини истиснуте течности;и тело потопљено у течност губи од своје тежине онолико колико је тешка истиснута течност.То је познато под именом А р х и м е д о в о г з а к о н а(-пронађен у купатилу).Овим законом можемо објаснити,зашто нека тела тоне,нека плове,а нека заузимају сваки могући положај у течности.Ако са δ означимо спец.тежину тела, са σ спец.тежину воде (течности) са v_1 запремину истиснуте течности и са v_2 запремину тела,онда кад је: $v_1 \cdot \sigma = v_2 \cdot \delta$ тело ће у тој течности остати онде где га ставимо.Како је $v_1 = v_2$ онда ће то бити,кад је $\delta = \sigma$ Ако ли је $\delta > \sigma$ тело ће потонути,а ако је $\delta < \sigma$ тело ће пловити.

Нека је v запремина тела;које плови,а v_1 онај део запремина тог тела,који је у води,и v_2 непотопљен део тела,онда је:

$$v_1 \cdot \sigma = v \cdot \delta = (v_1 + v_2)\delta = v_1\delta + v_2\delta;\ v_1\sigma - v_1\delta = v_2\delta;\ v_1(\sigma - \delta) = v_2\delta;\ v_2 = \frac{v_1(\sigma-\delta)}{\delta}$$

То је пак образац за онај део запремине тела,који остаје непотопљен.

Јасно је само по себи,да ће исто тело пре и више потонути у специфички лакшој течности.Ако су σ_1 и σ_2 спец.тежине двеју течности и v_1 и v_2 делови једног истог тела,који су у течности,онда је $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$

Кад хоћемо да какво тешко тело плови,ми га спајамо са специфички врло лаким телом (плутом).Ако је v_1 запремина тешког тела спец.тежина δ_1 а v_2 запремини тела специф.тежине δ_2 ,онда је:

$$v_1\delta_1 + v_2\delta_2 = (v_1 + v_2)\sigma = v_1\sigma + v_2\sigma;\ v_2(\delta_2 - \sigma) = v_1(\sigma - \delta_1);\ v_2 = \frac{v_1(\sigma-\delta_1)}{\delta_2 - \sigma}$$

толика треба да је запремина лаког тела,па да тешко тело запремине v_1 не потоне кад се споји са њиме.

НЗ.Специфична тежина воде је: $\sigma = 1$

Код пловних тела треба нам водити рачуна о стабилности њиховој која и у овом случају може бити:л а б и л н а, с т а б и л н а и и н д и ф е р е н т н а.

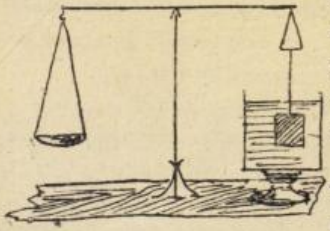
Кад тежиште тела потопљеног у воду - течност - **пада у исту** тачку са тежиштем истиснуте воде,онда је пловно тело у индеферентној равнотежи.Тежиште тела је испод тежишта њиме истиснуте течности - и стабилна је равнотежа.Лабилна је равнотежа,кад је тежиште тела више тежишта истиснуте течности.Код пловних тела (лађа) главно је да тежиште буде што ниже(стога су теже машинерија ону лађе).Кад је пловно тело у равнотежи па се споји тежиште тела S са тежиштем истиснуте течности S_1 добија

се осовина пливања за то тело. Кад тело није у равнотежи, S, пада изван те осе y S' и тачка, која се добија као пресек осовине и вертикале кро S' зове се м е т а ц е н т а р, по коме се такође одређује стабилнос јер кад је S испод М равнотежа је стабилна; кад је S изнад М - лабилна а кад је S у М индиферентна.

С п е ц и ф и ч н а т е ж и н а.

Како је специфична тежина тела δ тежина јединице запремине, то је цела тежина тела $Q = v \cdot \delta$; одакле је $\delta = \frac{Q}{v}$. На тај се начин изјалкше одређује специфична тежина тела. Кад је тело неправилне запремину v одређујемо му мерењем запремине неке истиснуте течности. На основу архимедовог закона, ако тело истисне 10 см.^{3} воде, оно губи од сво тежине $q = 10$ гр. јер је 1 см.^{3} воде = 1 гр. Пакле је $v = q$ те и $\delta = \frac{Q}{q}$ тј. треба мерити у ваздуху, и у води и количник тих тежина даје спец. његову тежину. За мерење тежине тела у води имамо х и д р о с т а т и ч к е т е р а з и ј е.

сл.171.



То су обичне теразије, чији је један тас кр ћи, и о њега се веша тело, које се мери у во ди (сл.171) Овим теразијама можемо тело ме рити и у ваздуху и у води, можемо дакле од дити специфичну тежину раствора у води, јер је $\delta = \frac{Q}{q}$.

Исти тај посао можемо свршити и помо ћу н а х о л з о н о в о г а р е о м е т р а. То је шупаљ метални цилиндер В и го и доле завршен у виду конуса. За доњи крај обешена је корпа С, у коју се

сл.172.



меће тело, које се испитује. Горњи део продужен ј у прут на чијем се врху налази тас за тегове. На том је пруту обележена тачка О до које се сме апарат потопити у воду. На тас А стави се тело додају се тегови све дотле, док апарат не потоп до О. Сад се тело скине са таса, а место њега ме се тегови док опет вода не дође до О; ти тегови дају тежину тела у ваздуху. Ставимо сад тело у

корпу C и додајмо на тас A тегове, док вода опет не дође до C; тада тегови дају тежину q тела у води; сад је $\delta_2 \frac{Q}{q}$

Сада је да овим апаратом, као и хидростатичким теразијама можемо налазити специфичну тежине тела, која тоне и не растварају се у води. За тела, која плове и растварају се морамо тражити нове методе. За тело које се раствара у води узећемо течност, у којој се неће растворити (алкохол зејтин итд.), и којој је специфична тежина 4, па је специфична тежина тела према тој течности: $\delta_1 = \frac{Q}{q}$, а специфична тежина према води $\delta = 4.\delta_1$. Тела која у води плове спајамо са каквим тежим телом спец.теж. δ_1 и нађемо спец.теж. тако сложеног тела - нек је то δ ; Онда је специф.тежина лаког тела: $\delta_2 = \delta - \delta_1 = \frac{Q}{q_1 - q_2}$

И за одређивање специф.теж. шупљикавих тела потребна нам је нарочита метода; у таква тела убрајамо и прашкове, барут итд. Та се метода састоји у употреби пикнометра, флакона, тј. флашице којој је позната тежина, као и тежине воде, која може стати у тај флакон. Прашак се измери најпре у ваздуху и нађе се Q, па га сипамо у флакон пун воде, те ће он истиснути извесну количину q_1 воде из њега. Измеримо сад флакон, и нађимо $Q = q - q_1$ где је q_1 тежина флакона пуног с водом. Према томе је: $\delta = \frac{Q}{Q + q - q_1}$. Помоћу хидростатичких теразија можемо одредити и специф.теж. течности, само се о краји тас обеси кугла од платине, која тоне у све течности и ниједна је течност не нагриза. Нек та кугла потопљена у води истисне q грама воде, а потопљена у течност, чија се специфична тежина тражи истисне q_1 гр., онда је $\delta = q/q_1$, спец.тежина те течности.

Специф.тежину течности одређујемо и помоћу пикнометара - узаних градуисаних цеви. Пикнометар се напуни до одређене белеге водом и измери: тежина је q_2; затим се испразни, осуши и напуни до исте белеге течношћу, за коју се δ тражи; тежак је тада q_1, те је $\delta = q/q_1$

У пракси се пак спец.тежина течности одређују, мере, ареометрима, од којих је најпознатији ареометар за алкохол, и за млеко - лактометар. То је обична стаклена цев при дну нешто раширена, и на самом је дну опет куглица пуна живе, или другог кога тешког тела, ради веће стабилности. Ареометар се прво замочи у воду и забележи се докле је утонуо, затим га замо-

замочимо у другу течност и опет забележимо докле је утонуо. Простор између тих двеју обележених црта подели се на извесан број делова. Тако градуисани ареометром можемо сад мерити густину (концентрацију) појединих раствора напр. с о л и: с о л о м е р (Бомеов), јачину алкохолних пића (вина; виномери) итд. Ареометар потопљен у води истисне воде $Q = V \cdot \delta$ ($\delta = 1$), а потопљен у другу течност истисне $Q_1 = V_1 \cdot \delta_1$, али мора бити $Q = Q_1$, те је $V \cdot \delta = V_1 \cdot \delta_1$, тј. $\delta_1 = \frac{V \cdot \delta}{V_1}$

Ако ареометар у води тоне до 100-ог подеока, а у другој течности до 80-ог, онда је спец. тех. те друге течности: $\delta = \frac{100}{80} = \frac{5}{4} = 1,25$

Ако је ареометар у другој течности утонуо до 125-те подеоне црте, онда је спец. тех. те течности: $\delta = \frac{100}{125} = 0,8$, дакле та је течност специфички лакша од воде.

Ареометри који се употребљавају у обичном животу подељени су за гушће и ређе течности; ареометри за гушће теч. имају 0° при врху, а за ређе 0 је на дну.

Специф. тех. гасова одређује се;

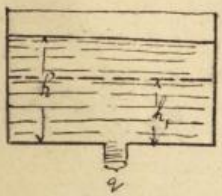
1/.- Помоћу флакона - али новчећег (балона) чија се тежина q. Балон се напуни ваздухом и има тежину q'; тежина самог ваздуха у балону биће $Q = q' - q$. Балон се испразни и напуни водом, тада је тежак "Q". Из тих се тежина налази за спец. тех. ваздуха према води $\delta = \frac{1}{770}$ тј. ваздух је 770 пута лакши од воде. За остале је гасове лакше одредити спец. тех. према ваздуху, па тек онда према води множењем са 1/770.

Ево неколико специфичних тежина појединих тела: иридиум 22,45; платина: 22,1; злато: 19,3; жива 13,59, олово: 11,9; сребро 10,5; бакар 8,9; месинг; 8,9; челик; 7,8; ковано гвожђе; 7,3 ; ливено; 7,2; дијамант; 3,5; лед; 0,8; растово дрво: 1,23; липово: 0,5; плута; 0,24; алкохол; 0,79, ваздух; 0,001293; кисеоник према ваздуху 1,1 према води 1,1 .1/770; водоник 0,07 и 0,07.1/770 итд.

ХИДРОДИНАМИКА
или
ХИДРАУЛИКА.

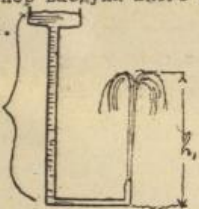
Ретки су случајеви да течност мирује; она се мора кретати. Течност у затвореном суду не може се кретати, већ суд мора бити пробушен било на

ну било са стране. Узмимо суд са отвором на дну, али да је пресек суда сл.173. врло велики према отвору суда тако да се за неко извесно време истицања течности кроз отвор q, висина течности h у суду може сматрати за непроменљиву, и у таквим приликама покушајмо, да израчунамо брзину



истицања, још и под том претпоставком да је притисак (атмосферски махом) на ниво течности сталан. Сваки ће молекил течности тежити да сиђе до отвора q даклe ће сваки молекил вршити макар рад, који ће бити $R = Q.h$ где је Q тежина молекила, а h висина са ко је се креће. Молекил овде као да слободно пада, те је $h = \frac{v^2}{2g}$ или $R = Q.\frac{v^2}{2g}$ Одатле је пак брзина $v = \sqrt{2gh}$ Овај је образац пр ви извео Т о р и ч е л и ј е. Видели смо за чврста тела да образац $v = \sqrt{2gh}$ важи и кад се тело баца у вис, то исто важи и за течности, ко је силом приморавамо да се крећу у вис (водоскоци, штрцаљке итд), само је сад отпор ваздуха много већи, јер се течност цепа (сл.174).

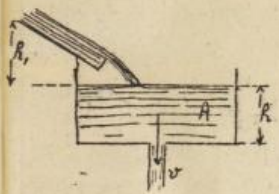
сл.174.



Као год што се чврста тела могу кретати убрзано, али са извесном почетном брзином, такав је случај и са течностима. Тај случај наступа онда, кад у суд, из кога истиче течност брзином v, непрестано дотиче течност брзином c. Нек је пресек суда A величине F_0 пресек отвора $q = F_1$, брзина дотицана c, а истицања v. Ако течност сл.175. која дотиче пада са висине h_1, онда је

$h_1 = \frac{c^2}{2g}$ или $c^2 = 2gh_1$,

рад те течности биће: $Q.h_1$, рад пак течности, која истиче из суда A биће $Q.h$ јер се претпоставља да у суд A дотече онолико воде колико истече. Целокупан рад биће: $Q.h + Q.h_1$, или $Q(h+h_1) = Q.\frac{v^2}{2g}$ тј. $h+h_1 = \frac{v^2}{2g}$



одакле је: $v = \sqrt{2gh + 2gh_1}$ или је $2gh_1 = c^2$ те је $v = \sqrt{2gh + c^2}$ Закон о к о н т и н у и т е т у течности. - Течно -

сл.176.



кора да испуни сваки део суда, ма кога об. ка он био, ма какви били његови пресеци. Услед тога и брзина течности у већем пресе ку мора бити мања и обратно, и то по закону

$F_1 : F_2 : F_3 : \dots = c_1 : c_2 : c_3 : \dots$

или $F_1 c_1 = F_2 c_2 = F_3 c_3 = \dots$ Тај је закон у хидраулици познат под именом закона о континуитету.

Како је енергија воде која дотиче (сл.175) $\frac{Mc^2}{2}$ а воде која отиче: $\frac{Mv^2}{2}$ то је постојећа енергија: $\frac{Mv^2}{2} - \frac{Mc^2}{2} = Mgh$

отуд $v^2 = 2gh + c^2$ или $v = \sqrt{2gh + c^2}$ Али је према назначеним у сл.175. $c = \frac{F_1}{F_0} \cdot v$ те заменом добијамо:

$$v = \sqrt{2gh + \left(\frac{F_1}{F_0}\right)^2 \cdot v^2}, \quad v^2 = 2gh + v^2\left(\frac{F_1}{F_0}\right)^2 ; \quad v^2\left\{1 - \left(\frac{F_1}{F_0}\right)^2\right\} = 2gh ; \quad v = \sqrt{\frac{2gh_0}{1 - \left(\frac{F_1}{F_0}\right)^2}}$$

То је брзина истицања, кад се води рачуна о неједнакости пресека суда и отвора. Кад је $F_0 = \infty$ према F_1 онда је: $\frac{F_1}{F_0} = 0$ и $v = \sqrt{2gh}$, дакле оно што смо нашли под условом за кратко време. Када је $F_1 = F_0$ онда је $v = \infty$

Но зна се да и ако је $F_1 = F_0$ ипак v не може бити ∞ што пак може бити само онда кад је F_1 разно од F_0 Тако је у ствари, јер вода не истиче кроз цео отвор већ једним његовим делом F' . Значи да сл.177.



млаз воде сужио - контраховао -, и та је особина млаза и позната под именом к о н т р а к ц и ј е м л а з а.

Како је $v = \sqrt{2gh + c^2}$ и $F_0 c = F_2 v$

и $v_2 = \frac{F_0 c}{F}$ то је:

$$\left(\frac{F_0}{F}\right)^2 \cdot c^2 = 2gh + c^2, \quad F_0^2 c^2 = F^2(2gh + c^2); \quad F = \frac{F_0^2 \cdot c^2}{2gh + c^2}$$

$$F = \sqrt{\frac{F_0^2 \cdot c^2}{2gh + c^2}} = \frac{F_0}{\sqrt{1 + \frac{2gh}{c^2}}}$$

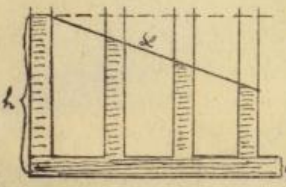
Ово је величина пресека истиҗућег млаза; и не се види да је увек $F < F_0$

Нашли смо обрасце $Q = F \cdot v$ који ће се због контра

ције млаза (која постоји увек, само не кад је $\varepsilon = 0$) у неколико измениги и постати: $Q = K \cdot f \cdot v$ где је K к о е ф и ц и ј е н а т к о н т р а к ц и ј е, који је увек мањи од 1.а зависи од врсте отвора.

Х и д р а у л и ч к и п р и т и с а к.

При кретању течности појављује се притисак на дно и на бокове суда, који се зове хидраулички за разлику од хидростатичког. Хидраулички притисак зависи на прво место од брзине кретања појединих молекила, и од пресека суда (јер брзина зависи од пресека $f_1 c_1 = f_2 c_2 \ldots$.). Узмимо суд (сл. сл.178.



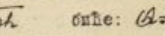
(сл.178); док је отвор q затворен, висина течности у свима стубовима биће иста h али чим се отвори и вода почне тећи, висина воде у стубовима, који су ближи отвору биће мања од висине у стубовима, који су даљи од отвора. Везивањем крајних тачака висина q добијамо линију $\mathcal{L}$ опадања хидрауличког притиска. За цеви једнаког пресека хидраулички је притисак увек мањи од хидростатичког.

На принципу хидрауличког притиска конструисани су шмркови за сисање ваздуха - но тиме се више занима грађевинска механика.

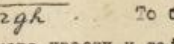
НЗ. Поједине цеви суда на сл.178. зову се п и е з о м е т р и.

Има случајева кад је хидраулички притисак раван атмосферском (тада вода неће отицати) - и такав се притисак зове н е г а т и в н и х и д р а у л и ч н и притисак. Ван на њима се и оснивају хидрауличне сисалице, које су у индустрији јако употребљене, само кад се место воде употреби жива. На негативном притиску оснивају се и хидрауличне дуваљке.

Количина истекле воде за t'' кроз отвор F а брзином v биће $Q = f \cdot v$ или како је $v = \sqrt{2gh}$ биће: $Q = f \cdot \sqrt{2gh}$ за t'' истећи ће дакле: $Q = F \cdot t \sqrt{2gh}$. То би све тако било, да нема контракције млаза, због које се мора увести у тај образац и коефицијенат контракције φ па је, $Q = \varphi \cdot F \cdot t \sqrt{2gh}$. Коефицијенат контракције зависи од облика отвора: За отвор облика



тај је коефицијенат знатно већи но за отворе облика



При посматрању млаза течности која истиче видећемо, да он неће бити свуда исте дебљине: часом је ужи па опет шири итд. Такакв млаз састављен је све из самих капљица, које су разних облика и разних димензија; то су елиптичне, кружне итд.

сл.179.

Такав је један млаз "грубо" представљен на сл. 179. Ковање облика млаза зове се **извртање млаза**. Кад је отвор q квадратан извртање млаза представља нам сл.180.



До сада смо испитивали истицање течности кроз отвор на дну суда, узмимо сад да је отвор на боку суда.

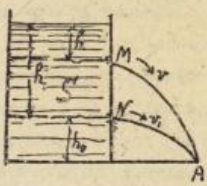
сл.180.

Суд S нек има два отвора M и N, кроз које ће истицати вода, али опет са претпоставком, да се за неко време истицања висине h и h_1 неће променити. Знамо да ће бити: $v_2 = \sqrt{2gh}$ и $v_1 = \sqrt{2gh_1}$



сл.181.

На млаз течности, који би требало да се креће хоризонтално, утиче тежа, те је вено дејство ($\delta = \frac{qt^2}{2}$) узрок што је пут млаза парабола. Може се рећи да су у опште сви млазеви воде параболе (па и код водоскока).



Из сл.181. види се да оба млаза могу имати исти домет, а то ће бити онда, кад је $h = h_0$ тј. остојање горњег отвора од нивоа равно остојању доњег отвора од дна суда.

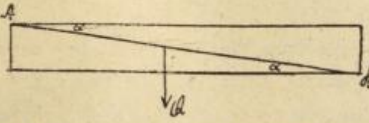
Кретање природне течности - река.

Посматраћемо сад кретање течности у природи напр. у рекама великим и малим (а не као до сад у судовима) у каналима итд. где се креће течност више мање сталном брзином. ~~При протицању кроз~~. При протицању кроз канале, течност се таре о зидове канала и главно је да знамо коефицијенат трења, који зависи од дужине и пресека канала (пошто је сразмеран са дужином и обрнуто, са пресеком канала) и падне висина кроз отвору (канала) резервоара.

Кроз реке тј. отворене канале треба при отицању течности знати

пад реке, уздужни и попречни пресек. Пад се изражава у метрима нпр. на 100 метара пада 1.м. или на 100 м. пада 5 м. - 5% пад итд. Угао α - падјесте угао стрме равнине (коју можемо и другојаче конструисати да је α).

сл.182.
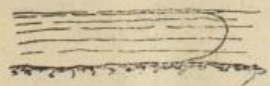


Пад реке је у колико ток њен одступа од хоризонта и за кретање њено мора бити стрма раван, јер ако је течност хоризонтална, онда, као што знамо стоји.

Код протицања реке треба водити рачуна о брзинама у оба пресека.

Посмотримо хоризонтални пресек реке.

Ако је ток реке крив, то ће највећа брзина реке бити ближе обали издубљеној и тада ћемо добити правилну параболу. Ако је ток реке прав онда молекили ближи обали спорије се крећу, јер се о ну тару, и онај до обале има брзину = 0, оном до њега је брзина већа и тако поступно расте до средине реке, па после опада тако да ћемо и на другој обали добити брзину = 0 и спајањем појединих тачака добијамо ону кривину. Ако су обе обале равне, спадање и растење брзине је исто и добијамо симетричну параболу. Онај део реке којом вода отиче највећом брзином, зове се матица. Посмотримо вертикалан пресек реке - брзину воде у реци и у дубини. На површини реке брзина није највећа, јер се вода стара

сл.184,



кроз ваздух, дакле компонента А није максимум, а и по дну није исто тако максимум, јер квасн дно и ту имамо брзине равне 0 (нули). У средини је брзина највећа и спајањем појединих тачака, добијамо опет криву линију - параболу, али несиметричну, јер јој теме није као оној горе на 1/2 већ на 1/3 дубине.

Ако би сио имали облик реке, као што је на слици, и испред раширеног дела камену преграду, онда настају вртлози. Ако замислимо да је

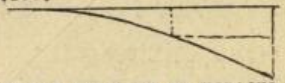
река састављена из слојева - конаца, онда слојеви који су ниже од С, моћиће слободно пролазити. Слој С проћи ће поред врха само препоне и онда услед наглог ширења речног корита, мораће да се савије као у неку спиралу. Исто ће се тако савијати слојеви испод С, на пр. А В итд. ударају у препону и савијају се.

сл. 185.



Ово кретање течности кроз реке тиче нас се ради корисне употребе рада при кретању течности. Ово примењивање рада зове се реакција воде - то је дакле рад, који вода изврши при падању. Тај рад преносимо ми на машине и он је $R = Q \cdot h$ тј. раван је тежини, помноженој висином. Она течност даће нам рад већи, која има већу висину. Или, при истој висини већи је рад, где је већа количина течности. Боли је и лакши пренос рада, где је пад већи, а количина течности мала. Ово је нашло примену код јазова речних. Пустимо течност да тече хоризонтално, па после непосредно да пада доле. Што је јаз дуги, већи је пад, а тиме већи и рад, па и корист је већа. Они се употребљавају при окретању воденице и разних турбина. Величину рада одређујемо, као што смо видели по висини и количини течности за извесно време. Губитак је при преносу рада код течности мањи но код парних машина, где најбоље парне машине извуку из угља само 8-10 процента корисног рада, а наше просте воденице 30-40 процената; турбина пак 80-90 процената. Овим смо завршили механику воде или течних тела, а сад да пређемо на одељак:

сл. 186.



III.

М Е Х А Н И К А - Г А С О В А - АЕРОМЕХАНИКА.

Гасови као чврста и течна тела могу се кретати. Но пре тога посматраћемо, услове за равнотежу гасова при мировању. Дакле прво ћемо изучити аеростатику па аеродинамику. Ми ћемо говорити у опште о гасовима, али ћемо сва наша испитивања вршити на ваздуху, као што знамо ваздух је у главном смеша кисеоника (20%) и азота 79%. Сем тога има у нашим количинама угљен диоксида, азота, водене паре, разних амонијачних једињења итд. У најновије време пронађен је још један битни састав ваздуха, који је назван а р г о н (0,79%). Према хемиским испитивањима, то је извесна

електронске модификација овога.

А Е Р О С Т А Т И К А

Опште особине гасова.

По неке особине гасова слажу се са особинама течности, али се неке и разликују. Као гасови као и течности преносе притисак на све стране; тело у ваздуху трпи такође притисак одозго на доле - потисак, и губи од своје тежине онолико колико тежи ваздух истиснута запремина тела. Тело мерено у безваздушном простору неће имати исту тежину као кад се мери на ваздуху. То се и доказује овим огледом. Направе се тегарица и о њен један крај вис велика шупља кугла, а о други крај масивна (пуна) кугла, тако да се те две кугле одржавају на ваздуху у равнотежи. Стављено тег ће радије под звоно и исисаће ваздух испод њега, па ћемо видети да ће се равнотежа тегарица покварити: масивна ће се кугла спустити јер мање губи од своје тежине пошто је мања. Овим се такође огледом доказује, да и за гасове важи а р х и м е д о в з а к о н.

Гасови се разликују од течности у томе, што немају сталну запремину, већ се ма који количина гаса распури по целом суду ма ког облика и ма које величине. Течности имају облик суда, али им је запремина стална.

Стишљивост код гасова много је већа него ли код течности, то је и то једна разлика између течности и гасова. Гасови се разликују од течности још и по томе, што су им молекили потпуно слободни и слободно се крећу по правим линијама - ако не наиђу на препону. Ако је брзина кретања молекила v била v' онда је енергија тога молекила $\frac{mv'^2}{2}$ та се енергија зове м о л е к и л с к о м е н е р г и ј о м г а с а. Молекили гасова при кретању удариће о дуварове суде, у које су и произвођиће на њима притисак; и ту постоји разлика између течности и гасова, јер течности производе притисак не дно и бокове у отвореном суду, а гасови само у затвореном. Скуп притисака свију гасних молекила зовемо а е р о с т а т и ч к и м п р и т и с к о м, који се јавља на свима деловима суда.

Свако количина гаса (ваздуха) има своју масу m коју је га-

тежак, те ће и гас - (ваздух) имати своју тежину, које је збиља експериментима чврстих и течних тела, али ипак није равна нули. Да је ваздух заиста тежак уверано се овако. Узмимо повећи балон и измеримо га кад је отворен, нек је тежак Q, испумпамо ваздух из њега и затворимо га, па ћемо наћи другу тежину $q < Q$, разлика тих двеју тежина биће равна тежини ваздуха, који је под обичним атмосферским притиском остао у балону. Стари су говорили да ваздух нема тежине; то је тврдио и Архимед, који је до тог закључка дошао овим опитом. Надувену бешику (дакле се ваздухом) измерио је; згњечио је бешику, да би из ње истерао ваздух, и измерио је, али добио је исту тежину. Сва је погрешка сад у томе, што је он узео тело, које мења запремину кад се из њега извуче ваздух.

Као што можемо измерити само извесну количину гаса, исто смо тако у могућности, да измеримо тежину целе атмосфере - свег атмосферског ваздуха. - тежина свег атмосферског ваздуха зове се **атмосферски притисак**. Да је атмосфера заиста тежка, дознало се једним случајним експериментом. У Италији је копан један бунар, који је требао да буде дубок преко 10 мет. Дотле су знали за бунаре до 10 м. и из њих са шприком извлачила вода, међутим из овог бунара дубљег од 10 м. шприк није могао извући воду. Вода се пела у шприк само за 10 м. а даље није хтела. Пре ће се увек говорило природа се боји празнине, а сад где не боји се, јер остаје празнину. Ту је појаву испитивао **Торичелије**.

Он је узео цев од 1м. и напунио је живом, и отворен крај цеви спустио је у широк суд са живом, и жива из цеви спустила се до 76-ог. см. Торичелије је извео закључак, да је у цеви стуб живе од 76 см. остао услед атмосферског притиска, који се јавља на површини живе у широком суду. Тај је оглед познат под именом **Торичелијевог огледа**. Ако ли ставимо звоно више торчилијеве цеви и извучемо ваздух испод њега, видећемо како ће стуб живе у цеви бити све мањи, док га сасвим и нестане притисак је дакле ваздуха на површину живе све мањи.

У нормалним приликама стуб је живин у цеви од 76 см. и за тај атмосферски притисак кажемо да је **нормалан**. Ако ли је пресек цеви 1 см.^{2} онда у цеви има 76 см.^{3} живе, те је тежина тога стуба 1033 грама, или 1 кгр. 33 гр. То пак није ништа друго до атмосферски притисак на јединицу пресека, а справа којом је Торичелије до тог доцао није ништа

друго је б а р о м е т а р (са судом).

Цев и атмосфера овде у ствари представљају два комуникациона суда, која комуникују кроз суд са живом. Видели смо, да у колико је спец тежина течности у једном суду већа, у толико ће у њој стуб бити мањи, али апсолутна тежина у оба суда мора бити иста. Према томе види се, да се место живе може узети за Торичелијев оглед ма која течност па и вода, само ће висина стуба воде бити 13,5 пута већа но висина стуба живе.

Сад је Торичелије могао објаснити зашто се из дубког бунара од 10 мет. није могла вода извући: зато што атмосферски ваздух одржава равнотежу са стубом од 10,33 мет. коју цифру треба још смањити због разних отпора и трења. Шмрковима можемо с тога црпсти воду на 8-9 мет., јер на ту цифру утиче и нетачност ширкова.

Кад знамо да је притисак атмосфере на 1 см.^{2} 1033 гр. онда нам је лако одредити колики ће бити притисак на ма колико површини, треба само ту површину изразити у см.кв. и помножити је са 1033 гр.

Торичелије је после првог свог огледа предузео други: са својим апаратом пео се на разне висине, јер је знао да се са висином мења атмосферски притисак, па је хтео да се увери, да ли ће и живин стуб бивати све мањи. И заиста он се није преварио, јер је убрзо увидео да живин стуб опада са висином.

На основу Торичелијевог апарата направљени су доцније б а р о м е т р и, са којима ћемо се ми сад изближе упознати.

Барометри се могу поделити на три групе: б а р о м е т а р са с у д о м, б а р о м е т а р на д а л а н т (Рајнсфов) и б а р о м е т а р ф о р т е н о в.

I/.- Б а р о м е т а р с а с у д о м.- Састоји се из цеви и из суда, који чине једну целину. Барометарски притисак цери се мења према разликом висине нивоа течности у суду и цеви. Код ових барометара нулта тачка тј. површина живе у овим барометрима није увек стална - на једној висини, јер она нагиње, која пада на цеви, подиже неку висину и обратно. Ово низање и спуштање живе само износи 0,1 мм. може се измерити кад је пречник суда велики, иначе се не сме занемаривати, и увек се тежи, да ће - колико је могуће, промена нивоа што мања. Рецимо да имамо барометар са судом и



сл 187.

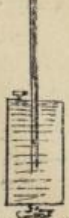
и нокп у цеви живе спадне за висину h ,у суду ће се о тога морати поћети за висину h' . Пресек цеви јесте $r^2\pi$ а пресек суда $R^2\pi$ Количина живе,која истиче из цеви износи $r^2\pi h$ а она количина живе,које има сад више у суду $R^2\pi h'$ Ове две количине морају бити једнаке: $R^2\pi h' = r^2\pi h$ одатле је:

$h' = \frac{r^2 \cdot h}{R^2}$ Само кад је R према r врло велико,може се узети да је $h' = 0$,дакле,да се замењари.Стога се и праве ти барометри са врло широким судом Сваки су барометри на сталним станицама и зову се **нормални фарометри**.Ако пак хоћемо барометар са судом да покрећемо,дакле на покретним станицама,мора суд бити мали,али тада се деша ју незгоде због пуле тачке.Да би ову незгоду отклонили праве се барометри са савијеном цеваи и тако је постао:

II/.- **Барометар над локат**(Гејлисаков).Он може бити двојак:1/.- или је други крај цеви раширен у суду и тада је исти као и барометар са судом,или је

2/ - други крај само савијен и горе затворен,а са стране налази се рупица.Код овог барометра нулта тачка може бити покретна.

III/.-**Барометар фортенов** и он је у минијату и барометар са судом.Дно је од коже и није стално.Увек пре читања ниво живе мора се свести на нулту тачку.Као нулта тачка служи један шиљак од



сл 188

слоновче кости.При читању треба покретати прстом дно докле доњи шиљак не додирне ниво живе.Горњи је део барометра од стакла,да би се видело и кад прочитамо колико је се низа попела или спустила у цеви,онда је стварготова тј величину атмосферског притиска знамо.Он је згодан за пренос,прстом можемо удесити,да жива напуни сву цев и суд те нема празног простора и жива не може да удара.Но ипак мерење атмосферског притиска није тако лака ствар. Барометар је врло ванна справа и често се деси да је нетачан.Да би био

што тачнији треба пазити:

1/.- да је жива апсолутно чиста, тј. да не садржи тела која могу лако да испаре. Нечиста жива има разну специфичну тежину и онда је различно трење о зидове суда. Она се чисти прво азотном или сумпорном киселином, па после водом, те киселина сва изађе, и доцније се она проклуча те да сву влагу отпусти и сад треба пазити, да је цев потпуно сува, јер ако је влажна, онда се образује водена пара која потискује живу.-

2/.- Да је цев чиста и сува, зато кад се пуни треба да жива проклуча. Ово проклучавање важно је и зато, што се ваздух, који се у цеви налази истера загревањем при пуњењу, а тако исто и вода, а тим се цев и жива осуше. Кад живу неби проклучавали, ваздушни би мехурови остали по дуваровима суда, јер је жива тешка и неда им да се кроз њу пену. Кад је цев овако напуњена онда се изврне и потопи у суд са живом. Извесну улогу игра овде:

3/.- ш и р и н а ц е в и и зато треба и на њу обратити нарочиту пажњу, јер жива може и да не заузме ниво који одговара притиску. Цев узана или широка показују сасвим различна стања. Живина је површина испупчена - меникс - и притискује површинским напором. Меникс живин опада са ширином цеви. Притисак тај назива се д е п р е с и ј а.

Осим свега овога утиче још на нетачност барометра, температура, географска ширина, одстојања од мора, напон живине паре у Торичелијевој празнини итд. Са повећем температуре - као што знамо, мења се запремина тела, те услед овога и температура утиче на мерење притиска барометром.

Увећавање или умалавање температуре и стуб се живин у цеви повећава или смањује, тј. показиваће већи или мањи притисак, а међутим он се није променио. Да би смо читали тачно барометарско стање увек се поред барометра налази и један термометар, те се барометарско стање своди на 0°. То ће бити изражено овим обрасцем: нек је b_0 барометарско стање - барометарски притисак на 0°, b_t на температури t°, α ширење живиног стуба од јединице дужине за сваки степен тј. коефицијенат ширења живе. За 1° имамо α, за 2° 2α, за 3° 3α за t° имамо $t\alpha$; $b_t = b_0 + b_0 \cdot \alpha t = b_0(1+\alpha t)$.

Пошто нам треба барометарски притисак на 0°, тј. b_0, то кад решимо ј
дначину по b_0 добијамо $b_0 = \frac{b_t}{1+\alpha t}$; α је за живу 0,00018. У место о
обрасца имамо још један, сличан овоме, који се употребљава у случајевим
где није потребна велика тачност, тај је образац: $b_0 = b_t(1-\alpha t)$.

Барометарско стање чита се, или на самој цеви барометарској,
која је ради тога градуисана, или се чита на штапу (жутом месинганом и
платинском), који је уз цев и који је градуисан на см. и мм.

Као што се повећавањем температуре шири живин стуб, исто се
ко шири и сама справа, па и штап, који измерен на 0° постаје сад дуж
због тога и о томе треба водити рачуна, да се и та мера своди на 0°.

Ма како да је барометар тачан, висина ће му се опет промени
особито, ако се премести с једног места на друго, јер стакло мења свој
коефицијенат ширења. Зато покретне барометре треба дотеривати увек пр
тав. нормалним - сталним барометрима, који се не крећу, те према томе и
су изложени оним променама, којима су изложени покретни барометри. Још
треба водити рачуна и о морском нивоу, јер притисак атмосферски неће б
исти кад мењамо надморску висину. Што се сад пењемо више у вис, и барометар ће све више опадати јер је и мањи број слојева ваздуха, који на ст
живин притискују. Зато при одређивању барометарског стања некога места
ваља водити рачуна и о надморској висини дотичног места. У науци барометарско стање кога места своди се увек као да је то место на висини м
морскога нивоа, те ваља имати на уму, да су све читања барометарског стања
кога места сведена на ниво морски, како пак земља није потпуно округла
пошто је пречник екватора већи од пречника полуса, то и сва мора нису
јим нивом подједнако удаљена од центра земљиног, стога је потребно изв
ти једно море, чији ће нам ниво служити за сводење барометарског стања
то је море узето на 45° геогр. ширине.

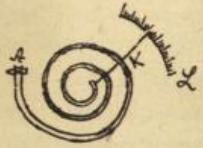
При читању барометарског стања треба учинити још једну кор
цију, на име треба водити рачуна о живиној пари, које увек има у тори
лијевој празнини, и та пара притискује својим напоном на живин стуб, т
смањује. Истина је да је тај напон врло мали, али ипак при тачном чита
барометра треба и о њему водити рачуна.

Мегалин барометри.

Металним барометрима - који су без живе служимо се при путовањима, ти се барометри зову **а н е р о и д и**.

Анероида имамо двојаких **м е т а л и к а** и **к о л о с т е р и к а**. Металик анероид састоји се из једне шупље савијене цеви (сл.188) у виду спирале попречног сочивастог пресека. Један крај те цеви отворен А, а други је у вези са једном сказаљком (K), која се при промени притиска креће уз градуисани лук L . Из цеви се извуче ваздух, те како су спољна и унутарња површина цеви неједнаке, то су и притисци на њима неједнаки те се услед тога при већем притиску цев још јаче увија и при томе увија ну покреће сказаљку K на више.

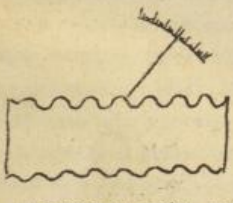
сл.188.



Очевидно је, да се са оваким барометрима можемо служити само за приближно одређивање притиска, док за тачнија - научна посматрања ови барометри остају неупотребљиви.

Друга је врста анероида холостерик; то је просто једна шупља кутија, чија горња и доња површина нису равне, да би добила већи простор. Из саме се кутије ваздух исцрпе, те при већем атмосферском притиску горња се површина приближује доњој и помера сказаљку која се креће поред градуисаног лука. И овај анероид није употребљив за научна посматрања. Сви су анероиди добри после дуге употребе, тј. кад су стари. Анероиде пре употребе треба увек сравнити са нормалним барометром са живом.

сл.189.



О д н о с и з м е ђ у ч о в е к а и а т м о с ф. п р и т и с к а.

Нашли смо да атмосфера на сваки $1см.^2$ притискује са 1кгр. и 33. грама, те како човечије тело има површину од по неколико хиљада $(15.-20000)см.^2$ то излази да је притисак атмосфере на човечије тело до 20000 кгр. Овај пак притисак ми не осећамо јер се он јавља са свих страна

дакле и из унутрашности нашег тела те се тако потире,и човечије тело осећа тај огромни притисак.Кад би из човечијег тела био каквим чудом исцрпен ваздух,па да га херметички затворимо онда би притисак атмосф згњечио такво тело и прешљаскао би га.Притисак атмосферски улази и у н ситније килице,те се тај притисак унутри изравнава се са спољним атмо ферским притиском,те тако тело у неку руку плива по ваздуху.

Кад се на балонима нагло пењемо у вис.тј.кад нагло мењамо а сферски притисак и то идући од јачег притиска ка мањем,онда како је услед ендосмозе притисак у унутрашности човечијег тела,врло споро мен то се не могу одмах изједначити спољни и унутарњи притисци,и услед то је унутарњи притисак већи од спољашњег,крвни ће судови набрекнути,усл чега пак наступа излив крви и нагла смрт.И заиста имамо много случаје такве смрти при пењањима на висине од 8-10000 мет.Исто се ово јавља и при силажењу у дубоке руднике,те радници који тамо раде не смеју се у њима дуго задржавати (обично само један сат) јер не смеју да допусте да разлика између спољњег и унутарњег притиска буде тако велика,да нас тупи крволиптеке.

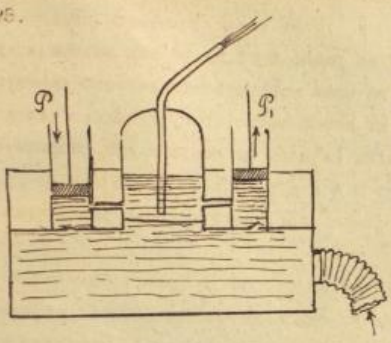
У склопу човечијег тела има појединих делова,који се једино због атмосф.притиска и држе,као што је напр.б у т њ а и р а м ' е н кост,које ће се одржавати и на самоме скелету,кад више не буде меса,м шића и жила.Ако бисмо пак на једној од тих костију пробушили ма и нај њу рупицу,онда више не би било разлике у атмосферском притиску спола унутра у кости,услед чега би пак кост била сасвим слободна,и због сво тежине би пала.

П р и м е н а б а р о м е т р а.

Како барометар опада при пењању у вис,то је прва његова при на за мерење висина појединих места (брегова).При томе реду само треб извршити све оне напред поменуте корекције,које су потребне за тачно рометарско стање.Кад тражимо разлику у висинама двеју тачака најбоље је пети се са барометром на обе тачке у исти мах.

Примећено је,да на сваких 10.мет.од прилике живин стуб опад за 1 мм.У осталом о одређивању висина - и разлика висина за разна мес нећемо више говорити јер се тај посао састоји само у читању барометр

сл.195.

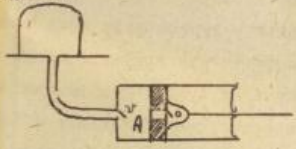


један казан који је херметички затворен. Из тог казана готово с дна када полази цев кроз коју шиба воде. Казан тај није ништа друго до Херонова лопта. Вода у њега доспева подизањем клипа тера се у саре, а спуштањем клипа из саре казан из кога шиба кроз цев.

Сем обичних ширкова за ци не никако и тав. центрифугалне ширкове или пулзометре. Састав ни су из цеви, чији доњи крај допире до нивоа воде, а који се на извесно висини шири. У томе проширавању окреће се коло са лопатицама, које својим окретањем црпи и избацује воду.

В а з д у ш н и ш и р к о в и.- Обичан ваздушни ширк састо ји се из једне саре вертикално или хоризонтално положене; од ње полази једна цев на лакат (сл.196) на чијем је горњем крају плоча са звоном. Повлачењем клипа на доле разреди се ваздух у делу сарета А и вентил v се отвори те ваздух из звона појури у А. Враћањем клипа затво ри се вентил v а отвори вентил о и ва здух јури на горе. Тим начином разређује о се ваздух испод звона, но никад се испод њега не може извући сав ваздух. Ако при тисак ваздуха под звоном и у цеви на лакат означимо са p, а ако је v_p количина гаса у реципиенту, онда кад једном извучемо клип та се количи на разреди на запремину v звона и цеви, а v_1 запремину задњег дела саре, притисак се сад мења у p_1 те је $v_p = (v+v_1).p'$ или

сл.196.

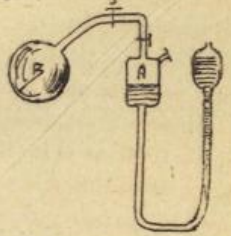


$$p_1 = \frac{v_p}{v_1+v} = \frac{v}{v+v_1} \cdot p$$

Кад клип вратимо, гас се враћа на запремину v а притисак p_1 остаје поновним вучењем клипа запремина постаје $v+v_1$ а притисак p_2 те је $v.p_2 = (v+v_1).p_2$ или $p_2 = \frac{v}{v+v_1} \cdot p_1 = \left(\frac{v}{v+v_1}\right)^2 p$

То се исто добија и за даљи рад, тако да је притисак гаса под звоном после n пут вучена $p_n = \left(\frac{v}{v+v_1}\right)^n \cdot p$. Из те се једначине види да n треба да је ∞ па да p_n буде равно 0 тј. да се сав ваздух из звона исцрпе. Сем тога никад се шприц не може конструисати математ. тачан, и при раду, колико ваздуха извучемо из звона често се пута готово толико исто враћа; па и вентили нису идеални. Највећа је невгода при разређивању ваздуха тзв. ш к о д љ и в и п р о с т о р, који се јавља кад је притисак под звоном сасвим слаб. Он се јавља због матем. нетачне конструкције шприца.

Да би се из реципијента извукла апсолутно цела количина ваздуха служимо се шприцовима са живом, који су основани на принципу торичијелове правнине, у цеви дужој од 76 см. Састоји се из цеви, чији је један крај раширен у суд A а други доведен у вези са судом са живом. Суд A доведемо у везу са реципиентом B из кога хоћемо да исцрпемо сав ваздух, и то помоћу цеви од каучука са славином. Славина се затвори, а суд са живом надиже дотле, док и у другом суду жива не дође до саме славине, што је могуће с тога што су то два комуникациона суда. Жива тад испуни целу цев: а кад се она спусти у суду испод висине од 76 см. онда ће над њом остати безваздушан простор; сад се славина s отвори и ваздух из реципијента уђе у тај безваздушан простор. Славина s опет се затвори и исти посао продужи све дотле, док се из реципијента B не извуче сав ваздух тј. док у њему не остане безваздушни простор.



сл. 197.

Само треба водити рачуна и о живиној пари, које има увек у Торичелијевој правнини.

Осим шприцова за разређивање имамо нетик за сабијање ваздуха, код њих је сва конструкција иста, само су вентили у супротном смислу. У колико је шприц за сабијање одређен за јаче сабијање, у толико његова пара треба да буде ужа. За врло јако сабијање ваздуха праве се саре од 1 $см^2$ пресека.

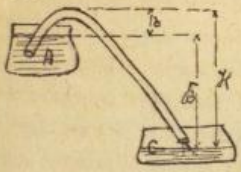
Код Бјанкиновог шприца било да се клип пење, било да се спушта ваздух се непрестано у исти мах и сабија и извлачи. Такав је шприц са 4

кана и примењивању нарочитих таблица за тај посао.

Спраже основане на атмосферском притиску.

Крива натега. То је просто пресавијена на лакат цев са једним краком дужим од другога, краћи се крак завуче у суд у коме је течност, а на другом се крају устима (или шмрком) извуче ваздух из цеви.

сл.190



Услед неједнакости притиска попеће се течност у цев и цурити на отвору другог крак све дотле док је (један) краћи крак у течности.

Нек је атмосферски притисак H водени стуб у дужем краку до нивоа воде у суду A нек је B, а у краћем краку в, тако да је $в = H - Б$ и $B = H - h$ Како је $б < Б$ то је и $H - Б > H - h$ и баш услед те неједнакости притиска и тече течност кроз криви натег из вишег суда A у нижи суд C. Кривим натегама у виду цеви од каучука служимо се за отакање вина и ракије (а никако воде).

сл.191.



Херонова лопта. То је флаша - може бити облика лопте - која је херметички затворена; пошто је сипато нешто течности у њу и ваздух ће бити у њој јаче стиснут - дакле он ће јаче потом притискивати на течност у флаши, те кад се одврне славина $б$ услед неједнакости притисака споља и изнутра у флаши вода ће шибати кроз цев, која је спроведена кроз запушач флаше.

сл 192.



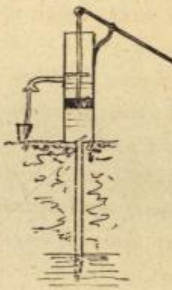
Мариотов суд.- Познато је да ће брзина течности бивати све мања што је дуже време истицала, јер је све мања висина h воде, која притискује на воду која истиче. Да би добио суд из кога ће вода истицати једнаком брзином

v=√2gh . Чернот је кроз запушач флаше спровео цев скоро до дна флаше , те при истицању воде улази ваздух кроз цев,и у колико је висина воде што притискује мања,у толико је притисак ваздуха у флаши већи - дакле брзина истицања v биће стална.

Ш и р к о в и.-

Ширкови могу бити двојаки,з а с и с а њ е,који течност узди зу у вис,и за п р и т и с к и в а њ е

Ширк за сисање се састоји из једне саре (цилиндра) која прелази у цев.У сари се налази клип;а на месту где сара прелази у цев имамо вентил,који се затвара одозго на ниже.Исти се такав вентил налази и на клипу.Кад је клип на дну саре,па га помоћу нарочите полуге подигнемо то ће ваздух,који је био у сари, разредити се и услед јачег притиске из цеви на доњу површину вентила који је онде где сара прелази у цев вентил ће се отворити и кроз њега ће проћи ваздух из цеви у сару.То значи,да се ваздух у цеви разредио.Кад клип пада,вентил се затвори,а онај вентил на самом клипу отвори се и зарођени ваздух под клипом налази кроз тај вентил на горе.То се понавља све дотле док место ваздуха не наступи вода.Од конструкције ширка зависи до које ће се висине моћи попети ниже вода,кад неби било разних трења,и кад би клип и вентили били херметички,онда би се вода могла попети на 10,33 м.Али због тих недостатака ширка и због трења достиже се висина воде на 8-9 мет


сл 193.

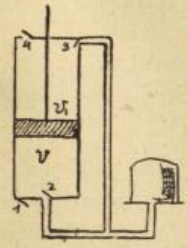
За већу висину извлачења воде имамо ш и р к о з а с и с а њ е и п р и т и с к и в а њ е (сл 194) Његова се конструкција види из сл 194.,цев А не сме бити дуга од 10 м Овим ширком мало већа сила Р може избацити воду на знатно већу висину


сл 194

Ш и р к з а г а ш е њ е п о ж а р а. Овај се састоји из два ширка за сисање и притискивање (сл 195) Оба су у једној води са водом.Од обе саре воде цеви у је-

вентила;кад је клип на дну цилиндра сва су четири вентила затворена,а чим се крене на више простор v остаје готово празан и вентил 2 отвара се,вентил 1 остаје затворен јер је притисак споља већи.Кад се клип враћа,вентил 2 се затвара,а 1 се отвара и ваздух јури на поље.У исто се то време отвара вентил 3 и ваздух из звона јури у простор v_1 итд.

сл.198.



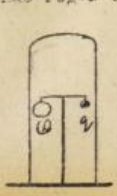
Једна сорта шмркова за сабијање и притискивање ваздуха јесу м е х о в и.Њима се махом служимо за сабијање веће количине кисеоника у огњиште.То су просто две даске између којих је разапета кожа;на тим даскама су вентили.Кад се мехови рашире ваздух се у њима разреди и кроз један вентил споља нагне ваздух појури у мехове. Кад се мехови скупе ваздух из њих јури кроз нарочити отвор у огњиште. Има мехова и са 3.даске а 2 вентила,који служе за непрекидно сабијање ваздуха.

На принципу згушњавања и разређивања ваздуха основана је и в а з д у ш н а п у ш к а,која је као и обична само са шупљим кундаком,јер се у њега сабија ваздух,који се пушке потом,нарочитим механизмом да отисне пројектил.И код ових се пушака чује пуцањ.

Само на основу разлике п р и т и с а к а дешава се и д и с а њ е,тј.кад се мишићи надуше,грудни се кош рашири,ваздух се тада у њему разреди и запремина му порасте,а унутри је притисак мањи од спољнега,те услед тога ваздух појури унутра - то је д и с а њ е.Кад се пак грудни кош скупи отвор је обратна - дешава се и з д и с а њ е.

А р х и м е д о в з а к о н.У своје време говорили смо о том закону,као год и о самој справи - б а р о с к о п у - којом се тај закон оверава.(види стр.230).Нек је велика шупља куглa тешка Q а мала масивна q : нек прва губи од своје тежине M,друга m онда за равнотежу мора бити: $Q-M=q-m$ тј. $Q=q-m+M$ При мерењу у ваздуху је $Q<q$ а за безваздушни простор $Q>q$.

сл.199.



услед те неједнакости сва су наша мерења нетачна; те ако тражимо тачну тежину тела сводићемо на безваздушни простор.

Ако је Q_0 тежина тела у безваздушном простору, а Q тежина његова у ваздуху, V запремина, а σ специф. тежина тога тела, а s спец. тежина ваздуха, онда је: $Q = Q_0 - V_s$; $Q_0 = Q + V_s$

али је $V_s = \frac{Q}{\sigma}$, $Q_0 = Q + \frac{Q}{\sigma}$, $Q_0 = Q(1 + \frac{1}{\sigma})$ дакле прави тежина тела већа је од тежине у ваздуху. То исто ваља учинити и са теговима тј. и њихове тежине треба свести на безваздушни простор.

В а з д у ш н е л о п т е. - Пре 100 и неколико година браћа Монголфијери у француској правили су лопте од хартије и пунили их топлим ваздухом и димом, те су такве лопте пеле се у вис. Доцније су видели да тај топал ваздух брзо охлади, те су лопте пунили водоником као специф. лакшим од ваздуха. Лопта напуњена водоником врло се брзо пене у вис; сем тога они више нису лопте правили од хартије већ од фине свиле, и још су ту лопту обмотавали мрежом од конопца. За пуњење ваздушних лопти може се још употребити светлећи гас јер је и он специф. врло лак, а лакше се добија од водоника. Нека је V запремина лопте, σ специф. тежина гаса, онда је потисак на лопту оздо на више $Q = V.\sigma$. С друге стране имамо $V.s = V.\sigma$ тј. тежину гаса у лопти; те ако је Q тежина целе лопте а q тежина људи у њој, за равнотежу мора бити: $Q + q + Vs = V\sigma$ Кад тако постоји лопта се неће пенати, већ ће стајати на извесној висини у ваздуху. Да би се лопта пела треба да је $V\sigma > Vs + Q + q$. Из једначине $V\sigma = Vs + Q + q$ је $q = V(\sigma - s) - Q$ а то је дозвољена тежина путника на лопти. Даље је $V = \frac{Q+q}{\sigma - s}$ запремина лопте за тежину $Q+q$ Висина до које ће се лопта попети зависи од σ, јер је специф. тежина ваздуха ближе земљи већа но горе. При пењању лопте σ постаје дакле све мање и неједначина $V\sigma > Vs + Q + q$ постаће једног тренутка једначина $V\sigma = Vs + Q + q$ и лопта ту престаје да се више пење. За висину до које ће се лопта пети имамо $\sigma = \frac{Vs}{V} + \frac{Q+q}{V}$; $\sigma = s + \frac{Q+q}{V}$

За висину пак на којој ће се лопта зауставити имамо образац:

$h = 2,30266 \frac{p}{\gamma} \log \frac{\gamma}{s}$ где је γ густина ваздуха на земљи, p је притисак на 1. см.^{2}, а s одређен нам је са $\varphi = \frac{1 + 0,2 \cdot \vartheta}{1 + 0,00367 \vartheta}$ где је пак ϑ барометарито стање места, одакле се полази, а ϑ температура тога места.

Пример: Нека је лоптин пречник $d = 10$ м, специф. тежина гаса за пуњење лопте нек је $\delta = 0,28$ и тежине целе лопте нек је $G = 150$ кгр. тежина вуди нек је $q = 100$ кгр. $b = 772$ мм. је барометарско стање при поласку и $\vartheta = 20^0$ C температура. Кад све ово заменимо у образац за h добијамо $h = 4375$ м

Лопта је обично на дну отворена, јер гас сав свој напон управља на горњу површину лопте. Сем тога отвора на дну лопте имамо на врху лопте вентил којим се гас може испустити из лопте. Да пак балон не би нагло падао на балону се понесу терети од песка, који се у згодном тренутку избацују.

Казали смо да кад се гас налази у затвореном суду, молекили притискују и на дуварове суда, а тај је притисак раван брзина х маса. Нек је првобитна запремина v , а притисак p; у колико запремина порасте притисак ће очевидно опасти; а за запремину v_1 , притисак је p_1 те је $v : v_1 = p_1 : p$ (α) или $p \cdot v = p_1 v_1$ Ово је закон који гласи: притисци су обрнуто сразмерни запреминама; то је Мариотов закон. Познато је, да у колико је запремина већа, густина је мања тј. $v : v_1 = d_1 : d$ (β) С погледом на једнач. (α) и (β) је $p : p_1 = d : d_1$ тј. притисци и густине стоје у правој сразмери. За Мариотов се закон претпоставља да је температура стална; чим се пак води рачуна и о промени температуре, добија мо Г е й л и с а к о в З а к о н, о коме ћемо више говорити у науци о топлоти.

Манометри су справе којима се мере притисци гасова. Имамо их две врсте: Металне и живине. Метални је манометар истог састава као и метални анероид. Манометри са живом састоје се из једне кукасте цеви, у чијем је краћем краку затворена извесна количина ваздуха. Кад се успе мало живе, она ће у оба крака бити на истој висини, ако је у оба крака притисак једнак. У колико се у дужем краку притисак буде повећавао, у толико ће и запремина ваздуха у краћем краку бити мања. И баш према тој запремини и мери се притисак.



А Е Р О Д И Н А М И К А.-

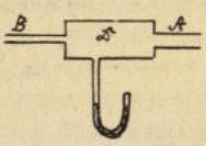
Под кретањем гасова разумемо кретање извесне масе гаса а не појединих молекила. За истицање течности кроз известан отвор имали смо:

$F \cdot c = F \cdot v = F_1 v_1$ или $F : F_1 = v : v_1$ тај исти образац има примене и код гасова, само морамо увести и специф. тежине, те је:

$F \cdot c \cdot \gamma = F \cdot v \cdot \gamma = F_1 v_1 \cdot \gamma_1$ брзина је пак овде стална количина тј. $c = v$ те кад место специф. тежина ставимо притисак p добијамо: $F c p = F v p = F_1 v_1 p_1$ За чврста тела смо имали $v = \sqrt{2gh}$ за гасове је пак $v = \sqrt{2gH}$ где H нема исту вредност као h ; то H треба изразити тако, да се чита у стубу течности напр. барометром и $H = \frac{h}{\delta}$ где је h стуб течности, а δ специф. тежина тога гаса према тој течности. Дакле је: $v = \sqrt{2g \frac{h}{\delta}}$

$v_1 = \sqrt{2g \frac{h}{\delta_1}}$; $v_2 = \sqrt{2g \frac{h}{\delta_2}}$ итд. $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{2g \frac{h}{\delta_1}}}{\sqrt{2g \frac{h}{\delta_2}}} = \frac{\sqrt{\delta_1}}{\sqrt{\delta_2}}$ дакле, брзине истицања два гаса обрнуто су сразмерне квадратним коренима из њихових специф. тежина према води.

Као што смо у миру гасова имали аеростатички, тако исто при кретању њиховом имамо а е р о д и н а м и ч к и притисак, који као и код течности меримо пиезометрима, и мења се према пресеку отвора, кроз који гас истиче. То се доказује апаратом представљеним на сл. 200. сл. 200.



Кад ваздух улази на ужу цев B а излази из шире A, жива ће у манометру M бити на истој висини у оба крака. Ако ваздух улази кроз ширу A а излази кроз ужу B, онда ће се жива више пењати и краћи крак манометра.

П р и т и с а к у а т м о с ф е р и. - Ветар није ништа друго до протицање ваздуха, који има своју енергију $\frac{mv^2}{2}$. То је реакција гасних молекила или гасова, тј. то је пренашање кретања гасних молекила на предмет. Чим се крене једна извесна маса гаса, онда сваки молекил саопштава другом мирујућем телу горњу енергију, као што ради и вода при удару о крила какве воденице; услед тога удара гасних молекила могли смо и добити ветрењаче. Пошто ваздушних молекила има много, то ће они дати телу извесно кретање, и оно ће се покренути. Исто је то и кад се тело креће кроз ваздух, јер кидлаши кроз молекиле ваздуха, које мора прво да уклони, па тек да се крене. Због тога губи оно од своје брзине пренашајући своје кретање на ваздушне молекиле; то ће се тело кретати дотле, док не изгуби све своје кретање, дајући га ваздушним молекилима. Трење тела о ваздух зависи од брзине, којом се. Тело креће мање да за 1" уклони испред себе

већи број молекула ваздуха, због чега је и трење веће. Ово губљење брзине услед трења о ваздух нарочито се опажа код тела специф.лаких. Од два тела исте величине брже ће падати оно које је теже. Отуда и снег лакше пада од кишних капљица. На ово трење утиче још и површина падајућег тела. И услед тога утицаја површине, прашине, која је до 2000 пута тежа од ваздуха лебди у њему. Нек коцка од 1 $см^3$ има тежину q; њој се опире отпор који одговара атмосф.притиску на 1 $см^2$. Узимимо другу коцку q од 1 $мм^3$, чија је тежина $q = \frac{q}{1000}$, те отпор,који ће се противити овој другој коцки неће бити 1000пута мањи од отпора који се противи првој површини једна се другој површини опире отпор који одговара 1 $мм^2$, а у 1 $см^2$ има 100 $мм^2$, те према томе је и отпор,који се противи другој површини 10 пута већи од отпора који се противи првој површине,ма да је тежине 1000 пута већа.

Водени мехури падају врло споро, јер је за њих отпор врло велики;они дуго балансирају и одржавају се у ваздуху, а не падају онако брзо,као просута вода из чаше. Ово се исто јавља и код облака,који такође лебде у ваздуху.

Кишне капљице падају обично са висине од 1000 метара, и крајња брзина није обично већа од 10-15 мет.

Р е а к ц и ј а б а р у т а и барутних гасова.

И ова реакција јавља се исто онако као и реакција гасова. Продукти загрејавања употребљавају се на терање пројектила. Рачуном је нађено да 1 $см^3$ чврстога барута даје 300 $см^3$ барутних гасова. Ови гасови могу да се загреју до 1000°, али пошто су затворени у 1 $см^3$ то је притисак на сваки 1 $см^2$ од 1000 кгр., а то је баш она снага која избацује пројектил. Но тако барут не сме да сагори, тако сагорева динамит и друге експлозивне материје. Барут пак мора да сагорева постепено, а не на један пут, и сав напон од 1000 кгр. не преноси се одједанпут на сваки $см.кв.$, због чега и сав барут треба да сагори тек онда, кад пројектил изађе из цеви.

Ако граната изађе, па барут тек после сагори, онда се само штети, јер сва реакција гасова није корисно употребљена, и што у томе

цев од пушке или топа лако може да пресе.

Сагоревање барута зависи од његове каквоће, затим од тога да ли је влажан или сув итд. Најтачније одређивање брзине гранате је експериментално.

И ракетле се крећу у вис због реакције гасова, само са том разликом барут сагорева за време самог летења ракетле. Барутни гасови дејствују одоздо на ракетлу, и што више барута сагори, у толико је ракетла лакша, услед чега ће моћи и да се пење на већу висину.

Крај механике.

Део други:

ФИЗИКА у ужем смислу.

Пошто смо у механици проучили енергију тела, можемо сада у физици проучавати енергију м о л е к и л а.

Као год и у механици, тако исто и у физици у ужем смислу уводимо поделу на м о л е к и л с к у с т а т и к у и м о л е к и л с к у д и н а м и к у.

Молекилска је статика наука о угловима за равнотежу, молекила и прво ћемо ну проучити:

I.- С Т А Т И К А.

М О Л Е К И Л А.-

Статику молекила делимо на статику м о л е к и л а ч в р с т и х; т е ч н и х и г а с о в и т и х т е л а.

1/.- С т а т и к а м о л е к и л а ч в р с т и х т е л а.

Да заиста постоје какве молекилске силе имамо више доказа; тако при цепању једнога листа картије морамо употребити извесну силу, па тек да раздвојимо молекиле те картије; истина та употребљена сила за овај случај биће прилично мала, али за друга извесна тела она је куд и камо већа. Сем тога та је сила чисто механичке природе, јер је можемо лако измерити, можемо је другом неком силом потрти, појачати је, ослабити итд.

С и л е, које држе молекиле извесног тела у већој или мање

чврстој вези, зову се м о л е к и л с к е с и л е, те су силе двојаке п р и в л а ч н е и о д б о ј н е. Привлачне молекилске су силе оне које се опиру свакој сили, која тежи да раздвоји молекиле кога тела једно од других, такве се силе јављају при ломљењу, цепању и кршању или извлачењу извесних тела.

Одбојне молекилске су силе оне, које се опиру свакој сили посебице, која тежи да молекиле каквог тела зближи једно другоме. Према томе такве се силе показују свуда при гњечењу, притискивању, ударању итд.

Обадве ове врсте молекилских сила можемо испитивати на три начина:

1/.- Изучавајући их онакве какве су не мењајући их ни у коми-ко; такве су силе к о к е з и о н е и а т х е з и о н е.

2/.- Ако су те силе сувише јаке испитујемо (њихова) (славећи их) известан начин, а ако су слабе јачајући их. Тако нпр. парче гвожђа већ само по себи има известан степен јачине, а ковањем та његова јачина постаје по неколико пута јача - дакле сила молекилска је појачана дејством какве стране силе (ковањем).

3/.- Молекилске силе испитујемо и апсолутним мерењем тј. испитивањем у каквој се снази привлачности држе молекили некога тела. При таквом испитивању водимо о извесна тела по један терет одређене тежине, по неко ће тело услед тог терета раскинути се тј. молекили ће му се раздвојити, а по нека ће се само нешто издужити, док ће нека под тим теретом ипак остати потпуно непромењена. На основу тога и судимо о већој или мањој ч в р с т и н и појединих тела.

К О Х Е З И О Н Е И А Т Х Е З И О Н Е С И Л Е

Кохезионе су силе оне, које дејствују између молекила (појединих) једног истог тела; а ако посматрамо привлачење или одбијање молекила разних тела, онда имамо посла са тзв. атхезионим силама.

I.- К о х е з и о н е с и л е.

а).- Е л а с т и ч н о с т.- О еластичности може бити речи, кад нека страна сила поремети положај молекила у једном телу, али тако,

да кад те сила престане дејствовати на то тело, његови се покренути молекули враћају опет на своје место, где су били у првобитном положају. Но може се догодити да се молекули тела, изведени каквом силом из свог положаја, по престанку те силе не врате у своје првобитне положаје, већ да задрже и на даље свој новодобивени положај. Према томе - пошто ничег трећег не можемо добити, и делимо сва тела на две велике групе, на:

1/ - е л а с т и ч н а ; и

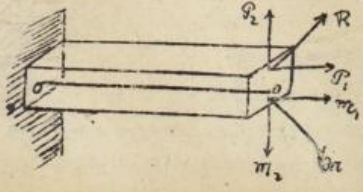
2/ - н е е л а с т и ч н а т е л а.

Строго "узев" нема ни апсолутно еластичног, нити пак апсолутно нееластичног тела; сва су природна тела ма и у најмањој мери еластична. Међутим ако на тела која смо одредили као еластична пустимо да дејствују бескрајно велике силе, видећемо да ће се она понашати као нееластична; кад пак на нееластично тело делују бескрајно мале силе, онда ће се оно право понашати као еластично. Већ је то јасан доказ да немамо ни апсолутно еластичних нити апсолутно нееластичних тела.

Еластичност се може простирати или само у једноме правцу - л и н е а р н а еластичност, каква је код жице, штапа итд. јер таква тела узимамо да имају само једну димензију. За тела са две димензије - дакле за површине постоји тзв. п о в р ш и н с к а еластичност, као нпр. код плоче и најзад за просторна тела морамо водити рачуна о њиховој т е л е с н о ј или к у б н о ј еластичности, јер таква тела имају три димензије.

1/ - л и н е а р н а е л а с т и ч н о с т. - Кад узмемо један паралелопипедан штап, па га изложимо свима могућим силама у простору онда на основу изведених принципа у статици све те силе можемо заменити једном силом R и - пошто је тај штап утврђен - једним спрегом, коме је осовина представљена на сл. са дужином m

сл



Ради лакшег испитивања, разложимо силу R на силе P_1 и P_2 кад је P_1 паралелно са осовином тела, а $P_2 \perp P_1$. Исто тако разложимо спрег m на две компоненте m_1 и m_2 истих осо-

особина као P_1 и P_2. Дејства тих сила и тих спрегова биће равна дејству саме еластичности.

Сила P_1 вуче тело правцем осе, и ако је она само довољно јака моћи ће успети да тај штап истегне мање или више, и дејство те силе P_1 и јесте оно што називамо линеарном еластичношћу или еластичношћу истезања.

Дејство пак силе P_1 састоји се у притискивању, - и та ће сила, ако је довољно јака сабити у неколико молекиле овог штапа; еластичност, коју изазива дејство силе P_1 — својом реакцијом, зовемо еластичношћу притискивања, која је такође линеарна. Дејства сила код еластичности притискивања увек су супротна дејству сила, код еластичности истезања, тј. ако су дејства сила за еластичност истезања позитивна (+), дејства оних других биће одречна (-). При свем том, често се обе све еластичности сматрају као једна и зову се једним именом: еластичност истезања или притискивања. Те две врсте еластичности увек се прате и једна се без друге никад не може ни замислити.

Друга компонента P_2 управна је на осовину тела и теки увек да својом јачином смакне - отцепи (управо пресече) молекиле тог тела једно од другог и то по слојевима; еластичност коју изазвана зове се еластичност смицања, о којој треба нарочито водити рачуна код мостова, парних казана и при другим разноврсним техничким конструкцијама.

Остаје нам још да дамо рачуна о спреговима M_1 и M_2. Очевидно је да спрег, који нам је представљен осом M_1, има тежњу да тело увија око његове осе OO, и еластичност, која се услед дејства тога спрега јавља зове се торзиона, увојна или упредна еластичност.

Спрег пак чија је осовина M_2 управна на осу тела OO - као и сила P_2 - теки да тело што више повије - савије - и при томе се јавља еластичност савијања или повијања.

То су сви могући резултати ма мог броја и ма каквих сила на ма какво паралелопипедно тело, према томе и побројане врсте еластичности

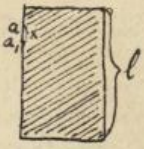
садрже сваку могућу еластичност;но није искључено и да се код истог тела јаве две,три.....врсте еластичности,и тако комбинована еластичност добија опет нарочити назив.

Испитаћемо сад мало изближе све ове врсте еластичности.

1/.- Е л а с т и ч н о с т и с т е з а њ а и л и п р и т и с к и в а њ а.



Узећемо једну металну жицу,утврдићемо је на једном крају,а о други обесићемо један терет P;жица ће се сад услед дејства ове силе истегнути за извесну дужину.Овим смо већ изазвали врсту еластичног истезања.Сад ћемо узети два конца;или то катетометром учинити,и измерићемо тачно прву дужину жице,док је нисмо оптеретили, па онда другу кад смо је оптеретили.При том мерењу, више упоређивању,видећемо да дужине комада нису једнаке - дакле да ни жица у оба та случаја није подједнако дугачка.Ако је напр. прва њена дужина била l ,она ће се у другом случају истегнути на дуж λ Сад је према томе целокупна дужина жице $l+\lambda$. Нама је потребно да знамо количину истезања која долази на јединицу дужине (оп.на 1м) тј.к о е ф и ц и ј е н а т л и н е а р н о г и с т е з а њ а или - п е ц и ф и ч н о и с т е з а њ е.Оно је за ову жицу $\delta = \frac{\lambda}{l}$ Ако бисмо сад обрнуто жицу притискивали,па би добили знак -.Да бисмо ово мало боље објаснити,узећемо место жице једно тело,и пустићемо да на њега овго дејствује сила P.Тело ће се под утицајем њених згњечити и слој на



а,дођиће a_1 ,прешав пут x.Овде је првобитна дужина а друга ће бити $l-\lambda$;специфично је истезање $-\delta = -\frac{\lambda}{l}$. Све је ово у опште,не водећи рачуна о дужној дужини,пресеку,-пречнику,у овој или оној равни,од које је тело састављено.Да узмемо сад и то у обзир.Ако смо имали дужину l ,истезање је дејством силе P било λ .Узмемо ли сад жицу дужине $2l$ Узмемо ли сад жицу дужине 2 ,појмљиво је свима да ће и истезање бити 2λ .Свако се дакле истеже засебно;за $3l$ истезање је 3λ ,за $4l$ .....4λ итд.дакле:и с т е з а њ а с у у п

управно сразмерна дужини ж. Ако сад место l мењамо тежину, тј. силу P, то ће, ако је први пут била само P са извађеним истезањем λ, за 2 P бити истезање 2λ, за 3P. 3λ ....итд.- дакле као и у првом случају: истезања су управно сразмерна силама. Ако је даље у првом случају жица била у пресеку 1 мм. онда ће једна чиста сила P = 1 кгр. дејствовати на другу коју жицу у пресеку од 2 кв.мм. са упола мањом снагом, јер се она у томе случају дели на двоје, пошто имамо 2 кв.мм. Према томе да се лако увидети, да ће у колико је жица добља, у толико истезање истом силом бити мање. Ако је пресек жице три пута већи, истезање је три пута веће, ако ли је он три пута већи, истезање је три пута мање, итд.

Дакле имамо правило: истезање је извршуто сразмерно пресеку. Остаје нам још да видимо, како количина истезања зависи од материјала δ Ово је δ специфично истезање и оно је за разна тела различито; код гвожђа је на пр. једне, а код дрвета друге вредности.

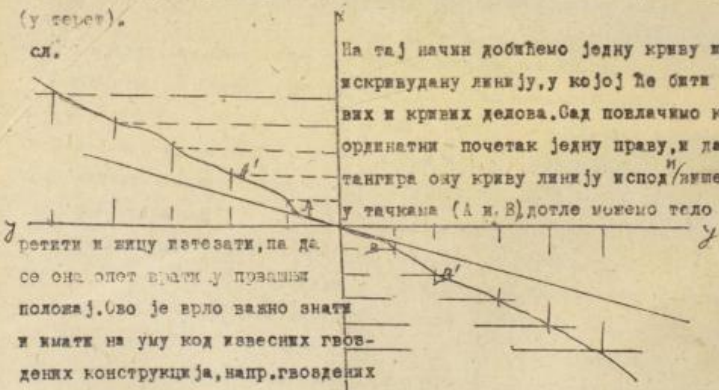
У колико је пак то специфично истезање веће или мање, у толико је и само просто истезање веће или мање, из чега видимо да је: истезање управно сразмерно специфичном истезању, које зависи од материјала посматраног тела.- Кад све ово средимо и сведемо у једно добићемо једначину за истезање $\lambda = \frac{l.P.\delta}{q}$ Ако ставимо да је: $l = 1, q = 1$ и $\lambda = 1$ тј. ако је дужина жице 1 м. пресек жице 10 мм. к издужење такође 1 м. дакле $l = \lambda$ добићемо $\lambda = \delta.P$ или $P = \frac{1}{\delta}$ Ово се обеђенава са $\mathcal{E}$ и имамо онда $P = \frac{1}{\delta} = \mathcal{E}$ Ово је познато под именом: *модел еластичности*. Ту се тражи, да се жица извесне дужине, кад се оптерети извесном силом, истегне још за онолико, колико је била пре оптерећена. Та се сила зове *модио*

Тела са оваквим особинама врло је мало. Ми смо извели само теоријски, а то се у практици неда остварити, јер ће се неко тело пре прекинути него што ће се истегнути за још једну своју дужину.-

Модуо се одређује по обрасцу $\mathcal{E} = \frac{1}{\delta}$ За бакар је *он* напр. 9827 кгр. тј. једну бакарну жицу треба оптеретити са 9827 кгр. па да

се истегне још једанпут колико је дугачка. На сваки начин, пре ће се та жица прекинути него се за толико истегнути - или ми га свакојако можемо да одредимо. За челик је даље $\varepsilon = 19014$, а за гвожђе још већи 21900 кгр. и тд.

Но, еластичност се, поред свега овога, може изазвати само до неке извесне границе, иначе кад се она пређе, настаје најпре стална деформација па онда и сам раскид молекила. Према томе, дакле, овде има још једне појаве, при којој се молекили тела не раскину, али се и не враћају у свој првашњи положај, кад дејство силе престане, другим речима при којој еластичност престаје, пре него што се молекили тела раскину. Границе, дакле неко тело треба оптеретити, па да се при престанку оптерећења, његови молекили врате у пређашњи свој положај, зове се г р а н и ц а е л а с т и ч н о с т и. Графички можемо ово представити помоћу једног координатног система, у који по једној оси (x) преносимо истезање, а по другој (у терет).



сл.

На тај начин добићемо једну криву или боље искривудану линију, у којој ће бити и правих и кривих делова. Сад повлачимо кроз координатни почетак једну праву, и дакле, она тангира ову криву линију испод/ниже осе X у тачкама (A и B) дотле можемо тело и оптеретити и жицу истезати, па да се она опет врати у пређашњи положај. Ово је врло важно знати и имати на уму код извесних гвоздених конструкција, напр. гвоздених мостова. Ту несме бити никаквог перманентног истезања, Стога треба увек конструисати ову криву линију и одредити границе еластичности, преко које се несме мост или друго што оптеретити.

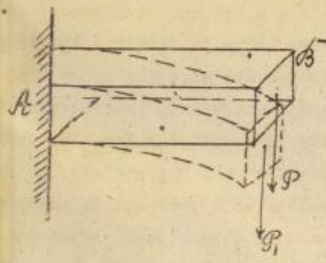
Права у тачкама A' и B', не додирује криву линију, већ у A и B.

Сем тога, кад неко тело оптеретимо извесним теретом дуж његове осе, да бисмо нашли модуо његове еластичности, па га пустимо да под утицајем тога терета стоји што дуже, то ће дејство продужена после једног

сата бити дружчије но после по сахата, тј. тело $\hbar\epsilon$ се све више и више изду
вати, истезати - исто је познато под именом м а к и м а л н о д е ј-
с т в о е л а с т и ч н о с т и. Оно зависи како што се да лако видети
на првом месту од времена, на које време треба нарочито пазити и рачунати
при истезању какве шипке, прута, итд. Оно поред тога зависи од материјала
с којим имамо посла. Ово се дејство нарочито опаша код извесних конструк-
ција. које се кваре, кад известан терет остане дуже на њима, но што би у
ствари требало. Зато овде треба увек употребити т.зв. к о е ф и ц и ј е-
н а т с и г у р н о с т и, која показује да се напр. за гвоздје узме
најмање 7 па до 10 пута јачи материјал, него што то рачун показује итд.

Е Л А С Т И Ч Н О С Т П О В И Ј А Њ А И Л И С А В И Ј А Њ А.

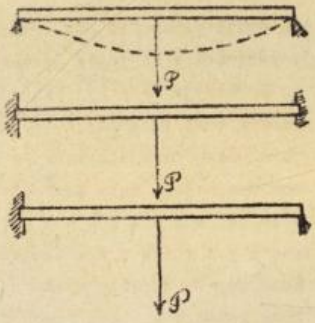
Она дилази услед спрега, чија оса стоји управо на оси тела. Да
би је изазвали треба тело на једном крају утврдити, а на други пустити
да.



дејствује сила P_1 која ће
савити тело у смислу P_1. Ако се
тело овако савије, делови на гор-
њим површинама тела издужују се
и то је е л а с т и ч н о с т
и з д у ж и в а њ а, а слојеви
доње стране постају краћи тј.
доле имамо: е л а с т и ч н о с т
с а б и ј а њ а. У првом се дакл
учају тело издужује за λ са знаком +, а у другом стешњава, сабија
се λ са знаком -. Но како ми пошавши од $+\lambda$ па идући дола ка $-\lambda$
морамо проћи кроз $\lambda = 0$, то, према томе, има слоја, који се није ни издужио
ни скупио, и који се због тога зове н е у т р а л н и м с л о ј е м.
Ако је тело са свим хомогено, тај је слој у средини, пошто немамо разлога
да кажемо, да ће бити ближе једном или другом крају. Таква линија звала
се е л а с т и ч н а л и н и ј а. Кад бисмо нашли њену једначину
даље је дискутовали, показала би нам, да је ово тело од А до В најраз-
ичније оптерећено, тј. на неким местима је оптерећење велико, а на другом
ако; у А је највеће и ту има највише опасности да се сломиће. Идући даље

та опасност отпада све више тако,да је у В најмања,и ако бар ту дејствује сила Р.То је услед кривине саме оне еластичне линије.Она је најстрмија у А; тј.ту јој је полупречник најмањ,а по том полупречник расте и све је већи и већи,и линија се приближила правој,тако да је она на другим крају готово сасвим права.Код оваквих оптерећења,сигурности ради помажемо се тзв. т е л и м а ј е д н а к е ј а ч и н е,то ће рећи, удешавамо,да су сви делови једнако напрегнути,и да је за све делове подједнака опасност на се слом,а то ћемо доцније видети.

Ову еластичност повећања можемо показивати још на један начин. Подупрећемо тело место на једном,сала на оба краја,а силу Р пустићемо да дејствује у средини растојања подупртих тачака.



Тада ће се горњи слојеви издужити,а горњи сабити.Оваква је конструкција јача од оне прве,и још је јача ако су оба краја у з и м а н а.Сад ово даље зависи од тога,да ли је сила подједнако удаљена или не,тј.да ли су оба краја подједнако узидана или не, или је можда само један узидан а други не - подупрт итд.Ова је еластичност употребљена код динамометра за мерење јачина навесних сила.Она служи за мерење правих тежина - као што већ знамо - и састоје се из по два еластична пера,према чијем се већем или мањем збликавању или удаљавању мери и израчунава величина навесне силе или чега било,над ову пустимо да на тела дејствује.



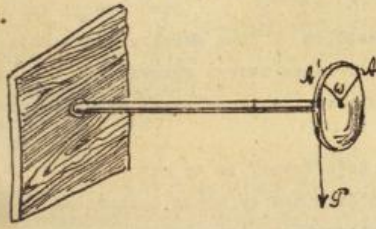
Овако мерење дејство силе помоћу молекилских делова тела,која су од теже скоро независна.Помоћу теразија то већ не можемо учинити,јер се ова зависи од привлачне снаге земљине,те се услед ве весна мењају и дају доста нетачне мере.Није сасвим свеједно,да ли ће тело бити утврђено на само једном крају,а на другом да дејствује сила Р,или да је на оба краја утврђено или подупрто,а да сила дејствује на средини.То се ви

искуства зна. У свака пак та три случаја дејства силе образац за истава- ње биће; $\lambda = \frac{4Pl^3}{bh^3E}$ где је l дужина прута или ма ка- квог тела, а његова ширина, h његова дебљина (или висина) и P сила ко је дејствује на све то.

УВОЉНА, УПРЕДНА ИЛИ ТОРЗИОНА ЕЛАСТИЧНОСТ.

Да бисмо овакву еластичност изазвали, узећемо једну шипку и на једном је крају утврдити, а на другом крају узећемо један котур, па чемс око њега обмотати један терет.

Чим терет попусти, тело (к о т у р) се опет врати, али ми дејствујемо да га увијемо око његове осе, која је сама шипка. Да видимо од чега зависи ова еластичност. Дејство силе P мерићемо према углу ω, за који се на пр. тачка A пренести у A'. Ако је P = 1 кгр. и $\omega = 1'$, онда за P = 2 кгр. изазваће $\omega = 2'$



сл.

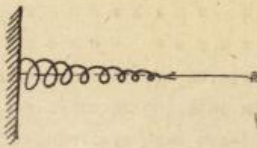
Овде је место силе боље употребити моменат. У г а о ј е п о т п у н о с р а з м е р а н с и л и, и д и у в и ј а њ е ј е п о т п у н о с р а з м е р н о т е р е т у. Овде се сваки део независно увија, па ако је цела шипка два пута дужа, онда ће и угао ω бити два пута већи, јер се сваки део за себе увија - слично ономе - да је дејство једне силе независно од дејства других сила - дакле: у г а о и л и у в и ј а њ е ј е п о т п у н о с р а з м е р н о д у ж и н и ш и п к е. Још је овде у питању и пресек.

С и л а ј е и з в р н у т о с р а з м е р н а п р о с е к у, али не у простом односу, већ у ч е т в р т о м с т е п е н у т ј. два пута дебља шипка $2^4 = 16$ пута је мањи угао итд. Дакле као што се види увијање нагло опада са растењем дебљине пресека. - Оно сем тога зависи још и од материјала. Коефицијенат његов обележаваћемо са $\frac{1}{\gamma}$ и он се зове м о д у о т о р з и о н е е л а с т и ч н о с т и. (-тор- зија). Према свему ономе, образац, који би показивао од чега зависи т о ј

торзиона еластичност, изгледао би овако: $\varphi = \frac{m.l.1}{J\delta}$ где је φ угао увијања, m моменат силе, l дужина жице, $1/J$ материјал и δ пресек жице. Ово је код шипака које могу издржати извјесна терет; но код танке жице то не може да буде, јер би се она сасвим деформисала (растегла). Код танких жица имамо једну сасвим другчију методу одређивања. Од те жице направи се клатно да клати и да се креће око осе. Оно се клати на висинама тј. не прави амплитуде у страну, као она клатна која смо раније изучили, већ се окреће око уздужне осе, остаје на истом геометријском месту и изазива торзиону еластичност. Образац за време клаћења вреди и код овога клатна: $t = \pi\sqrt{\ell/g}$, само што g има овде други значај. Ово је торзионо клатно, те g ваља смењити силом, која торзију изазива (7). Ова је еластичност нашла велику примену код челичних пера или опруга, где треба ударе ублажити. Она могу имати најразличитије облике.

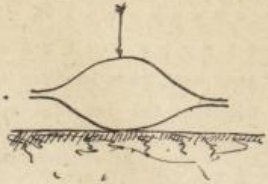
Увећемо једну спиралу и дејствовати на њу силом ⟵ ; у почетку удар сабије спиралу врло јако, али су после молекилске силе све веће и веће, а удари све мањи и мањи, док најзад сасвим не ослабе.

сл.

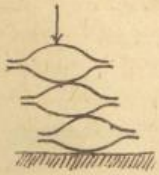


Та је спирала утврђена на једном крају. Такве су спирале нашле велику примену на железничким вагонима и томе слично, те се ударци између самих вагона у неколико ублажују. Сем спирала у овом облику имамо их и другчијих, - као што су нпр. код обичних кола; оне се састоје из две шипке и изгледају као динамометар. Терет удари озго, спирала га одо враћа, те се тако удар у многоме ублажава, а напоје нахаве.

сл.



Кад хоћемо да сила дејствује на што краћем путу, онда ћемо узети један пар ових дебелих пера. Иначе ако хоћемо да ублажимо ударце, на много већем путу, узимамо много више оваквих спирала.



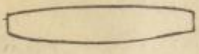
Да потражимо сад тело,које ће у свима пресецима,на свима местима бити подједнако напрегнуто(јер овај случај није код ових спирала испуњен).да тражимо дакле тело једнаке јачине.То нећемо учинити рачунским путем,јер нисмо потражили ни једначину оне поменуте линије еластичне,већ ћемо нешто о том рећи,што се из искуства дознало.

Ако је неко тело (на пр.стуб од балисна) само на једном крају утврђено,онда пресек његов не сме никако бити параделопипедан,већ п а р а б о л и ч а н;у том случају,као што смо видели,по целој дужини једнака опасност,да се тело сломиће.Сво се зове т е л о ј е д н а к е ј а ч и н е.Употреба је њихова обична и понајвеће код оних п о д л о г а (трегера) на балконима итд.Но та парабола не мора бити математички тачна.То се у осталом неможе лако постићи.Зато се таквим телима у више прилика даје троугласти облик,тј.висина му-оста не иста,а ширина се мења (обрнуто пређашњем).-

Ово је примењено и код поменутих већ спирала,нарочито где се има да издржи већи терет,као код колских спирала.



Онакав им облик није ради каквог украса, већ само због троугластог пресека.Спирала је та утврђена у средини а на крајевима где силе дејствују,слободна.На првој је слици она представљена у вертикалном пресеку,а у хоризонталном пресеку, озго гледана,изгледа четвртаста,како би у свима деловима била подједнако напрегнута.



Ако се и код оваквог једног тела једнаке јачине деси да се сломиће,то може бити само услед материјала,од кога уједно зависи и место где ће да се сломиће,а никако од облика његовог.

2/.- ПОВРШИНСКА И КУБНА ЕЛАСТИЧНОСТ.

2/.- ПОВРШИНСКА И КУБНА ЕЛАСТИЧНОСТ.

До сад смо посматрали код тела само линеарну еластичност, т. j. закључивали смо да се силе простиру само у једном правцу, посматрајући при том само једну димензију, а на остале се две нисмо обазирали. Али, као што смо у почетку рекли, сем линеарне постоји још површинска и телесна (кубна) еластичност. Код површинске еластичности силе, које изазивају деформисање молекилских сила, иду у два правца двема димензијама, а код кубне еластичности оне су у сва три правца. Површинска је еластичност код тела, која су у облику плоча. Но, (као што смо рекли) пошто је та еластичност већ сложенија природе, а тела су бар већина, нехомогена, она је врло мало и испитана, те се о њој врло мало и зна. Ово исто вреди и за кубну еластичност. У том бисмо случају притискали или истезали једно тело са све три стране. То бисмо најбоље могли учинити потапањем његовим у воду, промером запремине његове дознајемо колика је промена у сваком правцу. Врло су ретки случајеви, где су те промене у сва три правца једнаке, јер је таквих тела мало. Овде дакле, две последње врсте еластичности само потпуности ради напоменимо.

а).- Д у к т и л н о с т.- почиње онде, где престаје еластичност, а свршује се онде, где настаје раскид. Све довде посматрали смо тела у границама еластичности. Сада ћемо прећи на појаве, које се јављају изнад границе еластичности, и услед тога, што мењамо њихове молекилске силе, умањавамо их или увећавамо.-Како кад.-То је в е ш т а ч к а или н а с и л н а промена м е ђ у с о б н и х м о л е к и л с к и х п о л о ж а ј а. Њу можемо изазвати у два правца. Први је, кад молекиле, што је могуће више, приближујемо један другоме; тиме се молекилске силе појачавају и тим је само тело јаче. Други је, кад молекиле, што је могуће више удаљавамо један од другог. тиме се молекилске силе смањују, тело је у том случају слабије. Пропустићемо најпре појаве, где молекилске силе можемо да јачамо. Све јачање зове се д у к т и л н о с т. Она се показује на четири начина: к о в а њ е м, в а ђ е њ е м, и з в л а ч е њ е м и к а љ е њ е м.

б).- Ковање је, кад дејствујемо на једном истом месту с и л о м тему молекиле сабијемо (напр. куцамо чекићем) и тиме тело појачамо. Одсто-

Одстојање молекила у том случају постаје све мање и мање, због чега су
кована тела много јача него ливена. При ковању се разна тела и разно по-
нашају. Код неких можемо лако успети да их појачамо, код других то нећемо мо
ћи постићи, већ ћемо шта више молекиле њихове одвајати једнога од другог.
У прва тела долазе сва растегљива, кована тела, као олово, гвожђе, калај и
т.д. а у друга сва крта тела, као стакло, креда, порцулан итд. Код оних по-
следњих прелазимо границу дуктилности, и идемо до апсолутног дејства сила
- апсолутне јачине тела.

в) В а љ а њ е м а помоћу врло јаких притисака, изазивање такође
збијања молекила, но не само на појединим местима као код кована, већ
по целој површини тела. И овде се разна тела, равно понашају. Олово је напр
врло добро за ковање, а за ваљање је врло хрђаво. Најбоље је за ваљање
злато, гвожђе је много горе, а челик и платина не дају се готово никако
на тај начин појачати.

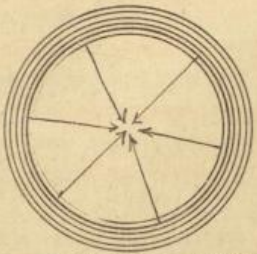
г).- И з в л а ч е њ е је, кад један крај метала извлачимо, и
метал сав полази тим правцем. Таквим се начином добијају металне жице од
разних метала. И ово је дакле насилно дејство на метално молекиле. И овде
имамо различита, понашања код различитих тела. Нека се тела извлаче врло
тешко, а нека врло лако. У прве долази олово, јер је жицу оловну врло теш-
ко истегти. У друга долази злато и платина, од које се последње жица да вр-
ло лако извлачити, дебљину јој можемо дати какву год хоћемо. Успело се, да
се једна жица платинска толико истегне, да износи у пресеку 0.0001 мм.

д).- К а љ е њ е.- Овде се тело загрева до црвеног или белог
усијања, па се после нагло охлади. И у свом погледу разни се метали врло
различито понашају. За каљење најбоље је челик. Да бисмо ову појаву себи
протумачили, треба се сетити оне особине тела, да се грејањем шире, а ла-
ђењем скупљају, слабећи при том или јачајући своје молекилске силе. Узећем
једну челичну шипку извесногa пресека, загрејаћемо је до белог усијања и
потуђемо је за тим у хладну воду или коју другу течност.

Услед тога што се она нагло хлади, тј. топлота из ње не одилази
равномерно, као што је дошла, охлади само спољни слој, а унутарња је маса
још у загрејаном стању. Овим хлађењем молекили се скупе, приближе а по пе-
риферији самој изазове се читав низ молекилских сила, које дејствују, ле

да молекиле у унутрашност што више зближе.

сл.



Спољни круг на тај начин постаје све мањи и мањи, притискујући при том на све остале молекиле тела, те изгледа, као један обруч, у ком су остали молекили стиснути. Пошто се тај обруч свим охлади, он постане ужи и притискујући као такав на масу унутра прави молекиле њене много јачим.

Силе, које ту дејствују, огромне су јачине; оне могу да изазову огромне притиске на молекиле, тј. да учине, да привлачење између молекила буде што веће, те услед тога да и само тело буде много јаче, но што би било иначе.

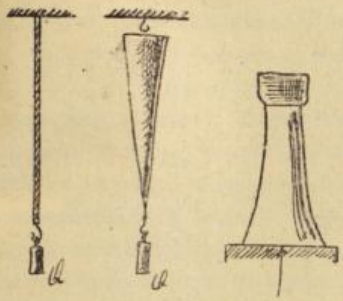
У сва четири случаја дуктилности, тела се разно понашају, но главно је да их можемо на на који начин ојачати; нека тела, као што рекосмо, не смемо овако дирати, јер ћемо их сасвим ослабити тиме. Код конопља лана итд. од чијих се влакана праве конци и др. видећемо да је тај конопац најјачи онда, кад су сва влакна међу собоб паралелна. Свако убијање тих влакана слаби конопац. По опет зато ми не можемо конопац направити све од самих паралелних влакана, јер би онда требало, да су сви једнаке дужине - што је опет немогуће постићи.

Нека су влакна дуга а нека краћа, или ако то нису одмах, она брзо као таква постану. Краћа влакна прво пређи, па после редом, она што су дуга, и дуга итд. пошто она, док је оних кратких, трпе мањи притисак.

Увијањем пак влакана изједначавамо дужину њихову, преносимо терет на сва влакна подједнако. У самој ствари, по теорији, тиме конац не јачамо, већ га слабимо.

с).- Ч в р с т и н а.- Сад да проучимо трећи ступањ молекидских сила, тј. кад пређемо силу дуктилности, те тело дотле напрегнемо, док оно не прсне, док дакле молекили не попусте и не искидају се. У овом случају тражимо а п с о л у т н у ј а ч и н у т е л а. И овде имамо исто толико случајева, колико и код еластичности, али ћемо ми посматрати само један случај, и то онај, који одговара линеарном дејству еластичности.-

сл.



Апсолутна величина молекилских сила зове се ч в р с т и н а т е л а.

Кад једну жицу оптеретимо теретом $\mathcal{Q}$, онда су сви молекили, више или мање подједнако напрегнути. Пресек на горњем делу жице ab, издржава не само терет $\mathcal{Q}$ већ и тежину остале жице, док пресек cc, издржава само терет $\mathcal{Q}$. Ако хоћемо да тело буде свуде једнако и константно напрегнуто, треба да правимо тела таквих облика, да је горе шире, а доле уже. То је ако терет $\mathcal{Q}$ дејствује истежући га доле, ако ли дејствујемо теретом $\mathcal{Q}$ притискујући одо на више, облик тела треба да је обрнут.

И овде као код еластичности имамо:

α).- К и д а њ е у с л е д и з в л а ч е њ а и п р и т и с к и в а њ а.

Нека тела више издрже, кад их извлачимо, него кад их притискујемо, а нека обратно. Разне врсте камена више издрже при притиску него ли при извлачењу; метали пак више попуштају под притиском, а при извлачењу се више држе. Дрва су константно јача, кад сиде вуку, него ли кад притискују. Ова је била прва врста ломљења.-

β).- К и д а њ е у с л е д с а в и ј а њ а и л и п о в и ј а њ а.-

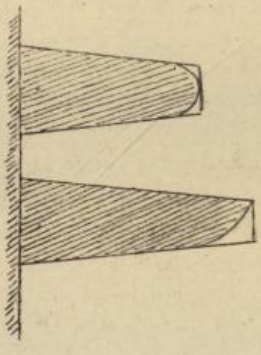
Ако тело савијемо, можемо га врло лако, ако није еластично, сломити; то може бити на два места; или споља или изнутра. Разна се тела према томе и разно и понашају. Тела у опште, кад лакше издрже затезање но притисак, при савијању пуцају изнутра, а тела која лакше издрже притисак но затезање, пуцају при повијању споља.

γ).- Л о м љ е њ е у с л е д у в и ј а њ а, у п р е д а њ а т о р з и о н о, у в о ј н о и л и у п р е д н о л о м љ е њ е.-

Тело неко можемо сломити и ако га увијемо. Кад то чинимо напр.

с једним конопцем, пуцају прво конци по површини, па све редом даље и даље у унутрашности.

Ово су три начина, која можемо изазвати и учинити код тела, па да сазнамо колико су молекилске силе у њима јаке и издрживе. Још имамо да видимо, кад ће тело код т о р з и о н е л о м љ и в о с т и бити једнаке јачине. За ово можемо узети пример код точкова колских. Осовина се код њих при кретању непрестано лепи уз точак, те производи мноштво сила, које теже да је што више увију, и ако је она слаба врло ће је лако и сломити. Да се та осовина неби сломила, треба је направити као тело једнаке јачине. Ми смо напред видели, и због чега то казали, да у оваквим случајевима пресак тела треба да буде параболичан, а ни по што цилиндричан. То исто важи и за овај случај. Али и овде, као и тамо немора да буде пресек тачна парабола, већ ћемо тај облик одредити, повлачећи на њу тангенте. На тај бисмо начин видели, да осовина код точка треба да буде на крају тања, а у средини где је утврђена дебља. Код балкона бисмо могли још и мању кривину да употребимо, али код точка то неможемо учинити, јер кривина треба да је што већа.



А т х е з и ј а ч в р с т и х т е л а или
а д х е з и о н е с и л е.

Силе, као што смо казали које дејствују између молекила разних тела, називају се: а д х е з и о н е с и л е.-

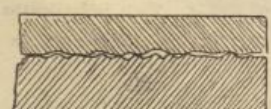
Прво ћемо говорити о адхезији код тела, која су удаљена - као што су земља и месец итд.

Да адхезија заиста и између којих тела постоји, можемо се уверити на више начина. Кад напр. руку замочимо у воду, видећемо да ће рука бити мокра сва, значи, да су се молекили воде прилепили за руку. То је могло бити само услед привлачења молекила воде с једне и наше коже с друге стране

Но да смо руку замочили у живу, видели бисмо, да се жива не би прилепила уз руку. Жива дакле не кваси руку, па тако исто ни дрво, ни још многа друга тела, јер ни један молекил живе неће за њих прионути. Но ово привлачење не бива само између чврстих и течних тела, већ и између самих чврстих тела. Тако напр. ми видимо прашину по каквом чврстом телу, ње ће опет на телу остати. Услед овога, тј. услед адхезионих сила, прашине има не само на хоризонталним (и за тај узрок већ (знамо) из Механике), већ и на вертикалним површинама, па чак више и на самом плафону нахвате се прашина. На овој се особини тела оснива и писање у опште, било то по дрвету или хартији, било то мастилом, или графитом, или ма на чему или ма чим (што је противно и законима теже). Све ове појаве делимо на две врсте, на адхезију у ужем смислу а адхезију у широм смислу.

А д х е з и ј а у у ж е м с м и с л у, јавља се код тела која су једно другом у непосредној близини. Она зависи од много које чега као:

α).- О д у г л а ч а н о с т и п о в р ш и н а, које се додирују.- Адхезија је већа, кад су површине у г л а ч а н и ј е, него ли ако су р а п а в е. У овом се последњем случају додирује само један извесан део број молекила много мањи, него ли у првом случају. Ако те површине сл.



напослетку угладимо толико, да остане што мања број шупљина, адхезија ће између такве две плоче бити врло велика.

β).- О д ч и с т о ћ е п о в ш и н е.- Адхезија је већа, што су тела чистија, тј. што су мање била изложенија ваздушним променама. За ово нам даје згодан пример каучук, који ако није стајао на ваздуху, лакше пријања крајем уз други свој део, него ли, ако је пре овога на ваздуху стајао. Сем тога и најмање зрно прашине на каквој површину чини је неравном и слаби адхезионо дејство према ком другом телу. Помоћу извесних течности можемо учинити да нестане горњих неравнина - дакле да, тело углачамо. Овде треба само изабрати течности, које се лепе, напр. лепак, туткало итд. и које попуњавају неравнине две-

двеју површина, праве адхезију већом.

г).- О д п р и т и с к а.- Ако је притисак врло слаб, и адхезија је слабија и мања, него ли кад би притисак био већи. Ако се две плоче јако притисну, једва се после могу да одвоје. То бива услед тога, што притиском доводимо молекиле тела блиске један другом. Његова је још и та добра страна, што се избије ваздух, који је заостао између молекила двеју површина.

б).- О д т р а ј а њ а а д х е з и о н о г д е ј с т в а и п р и т и с к а.- Што је то дејство дуже и привлачна ће снага бити јача. Даске, и поред оних неравнина, које су дуго стајале једна на другом и под притиском, толико су се прилубиле, управо прилепиле, да се једва могу и одвојити. И кретање извесних тела једнога по другом мека адхезиону моћ, тј. изравњује њихове неравнине. Имамо тела разне тврдоће, и знамо да се мекше тело може запарати тврђим. Но, и најтврђе тело - дијамант можемо запарати другим парчетом дијаманта, ако њиме преко онога брзо превлачимо дакле убрзамо му кретање и дамо извесну енергију. Само оштрење бријачица о дрвени котур оснива се на оном брзом окретању котура, које ономе челику да онакву финоћу, каква је и потребна. Вода дуби камен, гвоздена турпија челик итд.

А д х е з и ј а у ш и р е м с м и с л у јавља се код тела која су један од другог удаљена, као земља и месец итд. Појава, да камен пада на земљу, истоветна је појави падање прашине по површинама појединих тела, само је , у првом случају та сила у много већој мери, јер је и сама маса камена много већа. Сво привлачење не постоји само између тела и земље, већ и између земље и месеца итд. и оно је управно сразмерно маси, а изврнуто квадрату одстојања $\frac{m_1 . m_2}{r^2}$ (Ньутнов Закон из Механике). Дакле, и ово је привлачење једна врста адхезије. Земља у том погледу има све особине: Пошто је она окрупла, но не потпуно, већ је на половима мало спљоштена - то и сви молекили њени нису од центра њеног подједнако удаљени; па пошто можемо замислити да је сва привлачна снага њена сконцентрисана у центру јој, то и тачка ближе центру биће јаче привлачена а идући даље од центра то привлачење опада с квадратом даљине. Услед овога су тела на половима мало ложена јачем привлачењу, но на екватору. Привлачна је снага земљина једнака за све могуће масе, ма какве оне биле. За њих пак нека тела

кроз ваздух падају лакше,а нека брже,видели смо у механици.Да је привлачење јаче идући ближе центру земљином, доказано је клатном - сатом,јер за испитивања ове врсте,оно је најфинија и најосетљивија справа.

Спуштајући се доле,клатно брже клати,а сат услед тога,мења,убрзава свој ход.То не показује ништа друго,до промену теже.За сваких 380 метара сат брже иде или лакше за 2 1/2 секунда.У самом центеу земљином тела су без икакве тежине,нити се могу кренути у ком било правцу.Ако замислимо, да се неко тело креће од периферије земљине ка центру,који га привлачи,то се тело,при пролазу кроз центар,неће у њему ни тренутка задржати (заустављити),већ ће услед дотле већ стечене енергије продужити пут и даље у истом правцу - дотле,док привлачна снага земљина не савлада и не сведе ту енергију на 0.Сад се тело,опет услед теже,враћа и при враћању стече опет неку енергију,пролази кроз центар,не задржавајући се у њему и продужује пут у истом правцу,док му тежа опет не савлада енергију итд.На тај се начин тело непрестано клати - о с ц и л и р а.У вези са адхезијом стоји и т р е њ е.Кад два тела клизе једно по другом,видећемо да ће лакоћа клизања зависити од истих оних услова,од којих и адхезија. Трење је или к о р и с н о или ш т е т н о.Где је корисно,ми гледамо да га увећамо;но готово у сваком случају имамо интереса да га што више смањимо.Кад је требало да адхезију ојачамо,узимали смо у помоћ и с п а к но ако хоћемо да је ослабимо,не ћемо се служити лепком,већ ћемо дрвене осовине мазати машћу или лојем,а гвоздене вејтином или гасом (петролеумом),дакле материјалима налепљивим,које уз адхезију и трење слабе.Тај је исти узрок,што се лакше може ићи по насутом но по мекаваом путу;што се мекано тело у руци мора нечим посути,те да као такво не исклизне из руке итд.Трење по нивоским површинама где би требало употребити силу P = o,па да се неко тело покрене бива услед савлађивања адхезије.Ако је та површина неравна,онда се троши много већи рад на издизање и спуштање тога тела.И трење је дакле једна чисто механичка појава.Сва трења у опште можемо поделити у две групе: т р е њ е к л и з а њ а и т р е њ е к о т р љ а њ а,а трење точка о осовину показује трење клизања.У првом је случају трење много мање,у другом је оно много веће.

Велике терете можемо и мањом силом кретати,кад их метемо на

ваљке и тако котрљамо.

На против за вучење, клизање, треба много веће снаге. Трење клизања што се претвара у трење котрљања (антифрикциони точак).

2/.- С т а т и к а м о л е к и л а т е ч н и х т е л а.

И овде имамо да посматрамо две групе појава: к о х е з и ј у и а д х е з и ј у течности.

А/- К о х е з и ј а т е ч н и х т е л а.

Ако се молекили течних тела буду међу собом у једном истом телу привлачили или одбијали, може бити говора само о к о х е з и о н о м привлачењу и кохезионим силама њиховим. Привлачна снага молекила код течности постоји, али је она, сравњена с претходном, много мања но код чврстих тела, и зато и можемо онако лако да раздвојимо њихове молекиле.

сл.



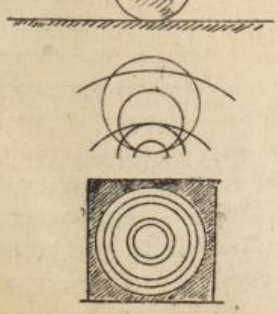
Да бисмо доказали кохезију течности, узећемо једну стаклену плочу, обешену у ваздуху, усућемо воде у суд и метнути у њ плочу, али само толико да она воду по површини додирне. Ако сада покушамо да ту плочу одвојимо од воде. Видећемо, да то не можемо истим тегом учинити, већ да морамо употребити већи тег на то, него што је тежина стаклене плоче. Употребивши ту снагу, тај сувишак тега + р, ми смо молекиле воде расцепили, одвојили једне од других: та је сила само на управљена; тј. на савлађивање међусобног молекилског привлачења, а никако не на раздвајање молекила воде и саме плоче, као што би то био случај, кад бисмо у суду место воде имали живе.

Ова снага + р, довољан је доказ, да се водени молекили заиста међусобом извесном снагом привлаче. Тако се исто можемо уверити и о кохезији молекила живе, кад узмемо тело које она квасн, као на пр: ц и н к и т;

Исто је тако и код свих осталих течности само што је ово привлачење код разних течности различито, и у опште врло скабо, јер врло лако попушта другим силама. Ако нпр. проспемо живу, по каквој дрвеној површини - плочи, она ће се одмах расути у куглице, јер ни пошто не прија

уз дрво, не кваси га, пошто је привлачење између молекила живиних јаче, но између молекила живе и дрвета.

Ту је дакле кохезија јача од адхезије. Исто је сво и с водом, кад је проспемо по површини, коју она не кваси, (масна површина итд.). Овде је у оба случаја слабије привлачење између молекила дотичне површине и течности, но између молекила саме течности, па то те течности у оваквим приликама заузимају облик кугле. Кад ово бива са свима течностима онда то не значи ништа друго, до: д а т е ч н о с т о с т а в љ е н а с а м а с е б и з а у з и м а у в е к к у п а с т о б л и к. Ми смо пре још у Механици течних тела у одељку "О п и т е о с о б и н е т е ч н о с т и" говорили да течности немају сталног облика, већ заузимају стално облик суда, у коме су; но то је било с тога, што смо течност онда посматрали у суду, који им смета, заједно са теком, да заузму тај свој природни к у г л а с т о б л и к. Сипајући живу по плочи, коју она не кваси, образују се одмах куглице, које су у толико правилније, што су мање; а што су веће, то ће им и облик, због већег утицаја теже, (јер је маса већа), бити све сплоштенији. Отуда жива у великој количини, напр. у каквом суду, заузима облик тога суда, чија је горња површина више или мање округла, но са свима течностима. Што више код воде бисмо то много лакше могли постићи, но код живе, јер од ње можемо направити 13,9 пута већу куглу, но што бисмо то могли код живе, пошто је вода за толико пута специфички лакша од сл.



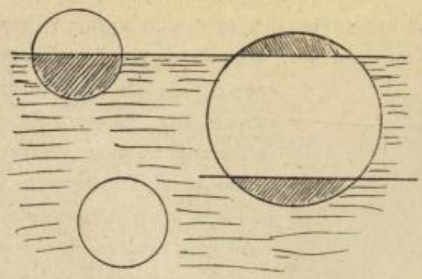
живе, али је сва течност најм тело, које вода не кваси. Да можемо да правимо веће кугле течности, но што би иначе могло да буде, доказ је и овај: Помешајмо воду а алкохол тако, да та смеса буде исте густине као и зејтин, па на површину добивене течности ставимо мало зејтина. У средини те течности ће образоваће се кугла и ако зејтина више сипамо биће и та кугла све већа - до 10 см. у пре

пречнику, али већ кад је кугла од зејтина 10 см. у пречнику, види се да је мало облика е л и п с о и д н о г а. И овде је кутлу покварила привлачна снага земљина. Ово је доказ да се молекили течности привлаче, а оглед сам зове се П л а т о н о в о г л е д.

Дакле понављамо опет, општи облик течности, остављеним самим себи и обезмеђеним од дејства ма каквих страних сила - ј е с т е к у г л а. Оваквим доказом излази да је наша земља била у течном стању и округла је то значи: да је такав облик могло заузети какво течно а не чврсто тело. Што пак земља није потпуно кугластог облика долази услед извесних механичких сила и кретања. Главно је ово овде. да је земља прошла кроз кугласт облик.

Усуђемо сада у један суд извесну течност и тражићемо понашања молекила те течности међусобом. При том бисмо видели да један молекил привлачи други до извесне даљине с једне стране, па тако исто и с друге стране и са свију до извесне границе, на тај се начин прави око њега једна сфера тако звана с в е р а п р и в л а ч е њ а.

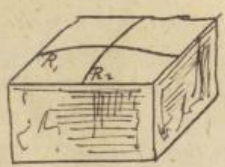
Ови молекили у тој сфери привлаче дотичан молекил, а и он њих све; он дакле на све исто онако утиче, као и они сви на њега.



Посмотримо сад један молекил течности, који се налази на њеној површини или мало испод њене површине; он има своју сферу привлачења, и најдаљи молекил, који он може да привлачи, има такође своју сферу привлачења; све те молекиле, који се у тој сфери налазе, он привлачи, као што и они њега привлаче. Али како сфера привлачења овог молекила, који се на самој површини налази или мало испод ње, излази и изван површине течности, а остаје известан број молекилских привлачних снага, који се није потро, због тога оне привлаче молекил унутра - Које је привлачење највеће, кад је молекил на самој површини течности. Ово површинско привлачење зове се површински притисак

он постоји само код равних хоризонталних површина течности. У случају, кад површина течности није хоризонтална, ствар је сасвим друкчија; тада се често притисак јавља површински напон. Површински притисак највећи је онакле кад је молекул на самој површини течности. Услед овога притиска дешавају се извесне појаве. Муха напр. иде по води а испод њених ногу удегне се мало површине воде. И ако је муха у целини узевши специфично лакша од воде, ипак је онај део воде над којим је она, од ње лакши, те би она требала да пропадне. Али овај смета да пропадне поменути површински притисак, који од свих сфера, привлачена, којих граница иде и преко површине течности, прави као неку скрамицу. Исто је то и кад иглу целом њеном дужином спустимо врло пажљиво на површину воде; она стоји на њој и плива - иначе би требало, по специфичној тежини, да потоне у воду. Ово је само због површинског притиска. Све је се по води образовала као једна скрамица, која је опет вода, али је услед тога површинског притиска много јача од њезине унутрашности. Ако имамо сада површину течности, која није равна већ испупчена и на њој молекул А, коме је сфера привлачена до молекула А'и А'', онда пошто су ти привлачења односне величине и реда различитог су та два узајмнодна по две компоненте, од којих се оне две хоризонталне, као једнаке и супротног смисла, потиру, а остају да дејствују само још оне вертикалне компоненте, о којима сад морамо водити рачуна, и услед којих се јавља овде сасвим нов појав - п о в р ш и н с к и н а п о н. Ако је површина течности издубљена, онда ће ове две силе дејствовати о з д о н а в и ш е у супротном смислу докле. Ако ли је она хоризонтална, површинског напона нема, јер су у овом случају вертикалне компоненте равне нули. Овде нећемо изводити образац за површински напон и притисак, он једино зависи од полупречника кривине.





Образац би тај био $K = \frac{p}{2}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$ где је p притисак на јединицу површине, а R_1 и R_2 значе полупречнике, јер код суда

облика елипсоидног појављују се два привлачена - у два правца; по дужој и краћој оси елипсоиној, које су, као што знамо, различне величине, те су с тога и обележени полупречници тј. те осе елипсоне, знацима R_1 и R_2. Но, ако је суд био кугласт, онда би било $R_1 - R_2 = R$ и ако ово заменимо у горњем обрасцу, добићемо да је: $K = \frac{p}{t} \cdot \frac{2}{R} = \frac{p}{R}$. К, означава п о в р ш и н с к и н а п о н, те је овај општи образац само за њега, не рачунајући при том никакво друго дејство. Но пошто има к површинског притиска (P), то ће прави образац за величину површинског напона бити $K_2 P = \frac{p}{2}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$.

Знак + био би код испупчене, а знак - код издубљене површине посматране течности. Код мехура од сапунавице, где је $K_1 - K_2 = R$ имамо с п о љ а ш њ и п о в р ш и н с к и н а п о н, $K_2 P + \frac{p}{2}\left(\frac{2}{R}\right) = P + \frac{p}{R}$ а унутрашњи $K = P - \frac{p}{R}$.

Разлика између ова два напона је $\frac{2p}{R}$ што није ништа друго до спољни притисак на мехур, који, као што се чини, није сасвим мали, и може се констатовати на разне начине. Кад мехур напунимо нпр. димом од дувана па отворимо левак којим смо мехур издували, видећемо, да ће дим покушати на поље доста великом брзином, толиком чак, да принесену свећу може врло лако да угаси. Кад је лопта затворена, онда је тај притисак са свију страна једнаке јачине, те се лопта може позадуго задржати на ваздуху.

Додирна површина таквих двеју лопта јесте р а в а н, која се да врло лако и лепо добити и видети. То се исто повтиљава и код других облика, помоћу од металне жице направљеног квадрата (коцке), тетраедра, призме итд. На тај се начин могу произвести врло лепи облици пресека појединих површи. У кохезији течних молекила долази и т р е њ е течности које постоје, кад пустимо једну течност да протиче кроз цев од онога материјала, који та течност квасн. У том случају она, квасећи дуварове суда, има један известан број молекила, који непрестано, стално квасе дуварове тог суда, и остали молекили, при пролазу крова њ, не тару се о молекиле дуварова самога суда, већ о молекиле течности, који су уз њих прилубљени. Сво се код течности зове в и с к о з и т е т. Јачина тога трења зависи од јачине привлачења молекила дотичне течности. Ако се молекили течности привлаче јаче, биће и трење веће, што познајемо по количини истекле течности

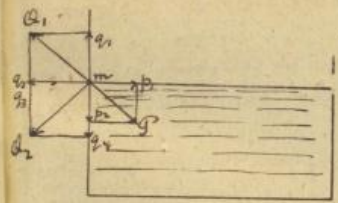
течности из цеви - за исти пресек - а по обрасцу из механике.

Б/.- А д х е з и ј а т е ч н и х т е л а.

Она се јавља или између молекила чврстих и течних тела, или између молекила само течних тела.

а).- А д х е з и ј а и з м е ђ у м о л е к и л а ч в р с т и х и т е ч н и х т е л а.

Узећемо један суд и у њему извесну течност, па ћемо посматрати један молекил те течности, који је уз сам дувар суда. Тај молекил има сву ју сферу привлачења, кога је резултанта P под углом од 45^0 према хоризон ту. Тај исти молекил привлачи молекил суда по сфери полукугле, коју ћемо поделити у два квадрата, добивши на тај начин још две друге резултанте под углом од 45^0 које ћемо за разлику од прве обележити са Q_1 и Q_2 међа су међу собом сами једнаке $= Q$ Сад ћемо резултанту P раз ложити на компоненте p_1, p_2 ре зултанту Q_1 на компоненте q_1 и q_2 и Q на компоненте q_3 и q_4 Пошто су силе $q_4 - q_1$ једнаке супротнога смисла, оне с потиру, те остају да дејствују само силе p_1 и p_2 и $q_2 - q_1$.



Из слике имамо да је:

$q_2 = Q_1 \cos 45^0 = Q \cos 45^0$

$q_3 = Q_2 \cos 45^0 = Q \cos 45^0$

$p_1 = P \cdot \cos 45^0$

$p_2 = P \cos 45^0$

Сила p_2 није ништа друго до тежина молекила m.

Ту она дејствује као притисак на дно суда те производи хидростатички притисак. Привлачење је сад само између компоненте p_1 с једне стране и q_3 и q_2 с друге стране; где буде дејство веће на тој ће страни резултанта дејствовати.

Она је дакле $R = q_2 + q_3 - p_1 = 2Q \cos 45^0 - P \cos 45^0 = (2Q - P) \cos 45^0$

Цео овај израз зависи од израза у загради.

Ако је $(2Q - P) = 0$ сила је $Q = \frac{P}{2}$ значи да један молекил течности привлачи исти број молекила чврстих и течнога тела, тј. течност нити суд кваси, нити га не кваси што је опет немогуће.

Могу дакле настати само два случаја, а та су, да је: $\alpha > \frac{P}{2}$ или $\alpha < \frac{P}{2}$. Узмимо напр. да је: $\alpha > \frac{P}{2}$ Резултанта, казали смо, прелази на ону страну, где је и дејство веће, тј. у овом случају, где је α што значи; да је јаче привлачење између молекила течности и дувара суда, но између молекила саме течности, пошто пак течност заузима правац управан на силама, што на њу дејствују, то у овом случају течност кваси суд, због чега је површина те течности и издигнута у суду, управо уз дуварове суда. Ако тај суд није довољно широк, већ је то једна цев омање ширине, течност се у њој попне до извесне, и слободним оком доста приметне висине. Овај је meniscus .- као што се обично зове - за $\alpha > \frac{P}{2}$ и з д у б љ е н или к о н к а в а н. Овде, као што рекосмо, течност кваси суд. Узмимо сада да је $\alpha < \frac{P}{2}$ Резултанта иде на унутрашњу, где је дејство веће, тј. где је $P/2$, значи, да је привлачење између молекила саме течности јаче, но привлачење између молекила течности и суда.

Пошто течност заузима граван управам на силу, која на њу дејствује, то ће површина течности - meniscus - бити и с п у п ч е н или к о н в е к с а н.

Овде, због тога, течност не квасн суд. Према томе дакле: да ли ће meniscus бити издубљен или испупчен, зависи једино од привлачне моћи молекила течности и молекила суда. Зато пак, што се течности, које суд квасе, издигну донекле у њему, ми не можемо од њих начинити и добити ни једну кап или куглицу, о чему је напред већ било речи, јер је то знак, да је, привлачење молекила тих течности слабије од привлачења молекила њихових и употребљеног суда. Свака кап услед тога, ако дође у додир са дуварима ма кога и ма каквога чистога суда, спљоштиће се по њему равније, јер су јој сила, које јој дају ту округлину, много слабије од привлачних сила молекила тога суда, или у опште тела, на ком се та кап једна хоће да посматра.

То је код течности, које суд не квасе, сасвим обратно.

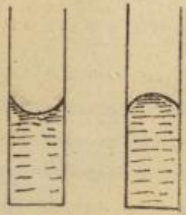
Просута жива напр: сва се разлије у већим или мањим куглицама. Узрок је томе њеном понашању обрнут оном, који смо навели за течности, ко-

које суд квасе. С овим у вези стоји:

П О Ј А В А К А П И Л А Р Н И Х (Косастих цеви) Ц Е В И.

И овде могу бити два случаја: да течност квасі или не квасі цев

1/.- Над течност квасі цев, стуб течности у њој већи је, но у суду, у ком



сл. је сама та цев. Нашли смо већ да је површински напон у опште: $\mathcal{K} = \mathcal{P} - \frac{p}{2}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$

Овде је он: $\mathcal{K} = \mathcal{P} - \frac{p}{2}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$

или у опште пошто је $R = R_1 = R_2$

$$\mathcal{K} = \mathcal{P} - \frac{p}{2}\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right) = \mathcal{P} - \frac{p}{R}$$

Ова једначина показује да је притисак на течност у цеви мање за p/R Због чега се, пошто притисак код течности мора на све стране, да буде једнак, то течност у цеви до некле издиже. Што је R веће, то је p све мање, и обратно, тј. што је цев шира, течност ће се све мање попети, а пошто је она уска, течност ће се све више попети, како би се на тај начин постигла равнотежа.

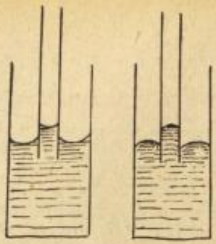
↳ између притиска на течност у цеви и на ону у суду.

У цевима пресека 1 мм. (капиларне цеви) течност се нагло и на повећаку висину попне. Мотри се овај пример види, и на основу овога може се да (протумачи, кад парче шећера окваси на једном крају, па после извесног времена видимо да је цело парче мокро. Ту се течност попела у цеви, које су овде врло искривудане и преставље пупчинама. Тако исто и гомила песка на влажној земљи после неког времена постане сва мокра. Храна бићака, пењање течности кроз судове биљке - бива услед појаве капиларности итд.

2/.- Нека течност не квасі суд. У том случају површински напон је: $\mathcal{K} = \mathcal{P} - \frac{p}{R}$ тј. притисак је у цеви већи за p/R од притиска у суду. За то се та течност спиши како би се тај притисак у суду и цеви изравнао.

Што је цев дужа, у толико је ова депресија већа, и обрнуто. Овај се случај најбоље види код живе. Цев и суд у обе случаја представљају нам комуникационе или спојне судове; у њима - знамо - треба да је течност на истој висини. По тај услов није овде испуњен.

сл.



Али ако није испуњен и ако је п
кварен принцип комуникационих с
дова, остао је и даље да важи пр
цип о хидростатичком притиску. И
међу њих пак, видели смо, да нем
опреке, јер се спојни судови на
принципу о хидростатичком при-
тиску и оснивају.

б).- А д х е з и ј а и з м е ђ у м о л е к и л а
т е ч н и х т е л а.

И овде се могу десити два случаја: да се молекили две течност
јаче или слабије привлаче, него молекили само једне од њих, тј. да се теч
ности м е ш а ј у или н е м е ш а ј у. Ако се тености мешају - као
што је нпр. а л к о х о л и в о д а. - молекили се њихови јаче привла
че, но молекили алкохола или воде за себе.

Код течности које се не мешају, сасвим је ствар обратна (вода и
ва, вода и зејтин). Кад се две течности које се иначе не мешају, успу јед
у другу, могу наступити ови случајеви: Ако поспемо воду по жива, која је
специфичка тела и служи нам подлога, добићемо једну куглицу водену, кој
је иначе врло тешко добити. Ако ли поспемо зејтин по води, не прави се
куглица, већ се по површини образује један слој зејтина. Но ако, воду по-
мешано са алкохолом, добићемо врло лепе куглице од зејтина. За ово је н
боли онај интересантан Плато-ов оглед, којим смо и доказали да течност
у слободном стану заузима облик кугле.

Д и ф у з и ј а. - Код течности, које се мешају, могу бити два
случаја. Или је то мешање н е п о с р е д н о или п о с р е д н о.
Алкохол нпр. и вода мешају се непосредно, мада је овај од не специфичн
лакши. Ради лакшег распознавања ми ћемо га мало обојити.

Испочетка он плива по води, но после неког времена почеће си
лазити мало по мало на ниже, што ће се познати по оним црвеним обојени
млазевима, који силазе у воду, и воденим, који иду у алкохол, - тако да ће
за кратко време сва течност бити обојена црвено. Свакве појаве
зове се д и ф у з и ј а.

Под дифузијом разуме се мешање две течности равне густине, непосредно само од себе, без икаквог страног дејства. Она зависи од концентрације течности. У колико су течности гушће, у толико је дифузиона моћ мања и - обратно.

Сем тога она је у почетку брза, а после све спорија и спорија.

Мешање може бити и посредно тј. кроз опне или мембране било животињске или биљне.

Течности се у том случају мешају врло споро. Свако мешање њихово кроз опну зове се осмоза. Увећемо једну цев на оба краја отворену, затворићемо је доле бешиком и метућемо је у суд, у коме је течност с којом хоћемо да мешамо ону у цеви. Одмах ћемо приметити кретање у оба правца. У коме је правцу оно веће - не судећи по нивоу познаћемо ако једну обојимо. Већа количина воде пређе у раствор плавог камена, а мања плавог камена у воду. Све течности понашају се према томе у овом кретању и мешању подједнако. То зависи на првом месту од природе саме мембране. При једној мембрани вода ће више прећи у неки раствор, но при другој. Ако је напр. мембрана животињска пређе више алкохола у воду, а ако је мембрана од каучука, бива обрнуто.- Брзину осмозе усмерује још и природа течности, која дифузује. С тога пак што и природа дијафрагме има битан утицај на дифузију тела, опажа се, да нека тела не могу никако да дифузују кроз неке дијафрагме, док друга тела могу кроз иста да дифундују. Тако, сви кристалоиди, тј. она тела, која могу да кристалишу - дифундују кроз све дијафрагме са већом или мањом брзином; на против калбиди, тј. аморфна или питијаста тела (као лепак, гума, декстрин) - немогу да дифундују кроз дијафрагме од колоидних тела. На тој је њиховој особини основана дијализа кристалоида од колоида, тј. одвајање једних од другога, из њихова раствора. Дијализа је нашла важну примену не само по лабараторијума, већ и по фабрикама.

Њом се одвајају неки фабрички препарати (као кинин). И дуфизиона метода добијања мајера основана је на дијализи.

3/.- Статика молекила гасовитих тела.

О кохезији код гасова не може бити ни говора, јер је врло слаб, пошто су молекули гасни доста далеко једно од другога те предаље сваку привлачења. Код тих се дакле јавља један сасвим особен појав.- И код течних и код чврстих тела било је, као што смо видели и привлачења и одбијања молекиле, овде привлачења нема, већ само одбијања.

А д х е з и о н и п о ј а в и.-

У адхезија је гасова исте готове природе као и кохезија, јер и у овом случају молекили два гаса не долазе у такву близину, да се могу привући.- Сви се гасови међусобом мешају и то врло брзо. Исто тако, као и течности, и гасови кад су одвојени каквом мембраном кроз ову дифундију. Ова осмоза код гасова поред притиска зависи још и од природе мембране. Кроз њу је дифузија спорија но што је она међу слободним гасовима, али опет ти су гасови увек подједнако помешани, те размера гасова сота је још увек иста.

Г а с о в и у д о д и р с а ч в р с т и м т е л о м.-

У овом се случају гасни молекили на чврстом теду свуда нахвата ју, и образују један слој од њега, који се врло тешко одвија. При пувењу барометар живој, треба цев барометра, угрејати, а то стога што се у унутрашности њеној на свима местима нахвата известан слој ваздуха, који се само грејањем може истерати из цеви. Да овакав слој постоји, служи и овај пример. Ако повучемо на прозору простом или чим било ма какву криву линију, па сталомимо на њу водену пару, дишући према прозору, та ће нам се линија одмах показати, мада се иначе пре тога није ни мало или једва видила. Узрок је овоме тај, што се водена пара наслаже друкчије на оном месту, где је слој ваздуха поцепан, тј. где је линија повучена, неголи где је он остао непоцепан.

Ово су тако зване М о в е р о в е с л и к е.-

Сви наслагана по површини гасови теже да се увуку и унутра. Овај појав зове се а б с о р б ц и ј а г а с о в а. Но разна тела различито абсорбују гасове. Тако напр. стакло не апсорбује гас, јер су му молекили врло бливу, а угљен га јако абсорбује итд. Да ова абсорбција долази од привлачења молекила гасног и чврстога тела, а не од притиска, уверићe

увериђемо се тиме,што једно и исто тело друкчије апсорбује два различит гаса,и ако су под истим притиском.Тако липов угљен абсорбује обичног ва духа 19.пута више од своје запремине,водоник само две запремине.Ово за виси и од природе тела.Код неких тела тај процес абсорбције тако се наг врши,да се при том произведе често врло јака топлота - толика чак да с тело и запали.Таква су тела напр.угљеник,и сви деривати његови.Барут,са мо ако је на количима наслаган,често се запали,јер кисеоник непрестано струји унутра,производећи топлоту,која је узрок експлозији.Зато барут не треба никад држати на гомили.- Тако исто и сунђер од платине,кад се кро мега проведе струја од водоника,у час се запали - усија.На тој је особи ни његовој основана и једна лампа,названа по свом проналазачу:Д е б е р а ј н е р о в а л а м п а.

Осем овога има извесних тела,која врло јако абсорбују водену па ру и зову се х и г р о с к о п н а т е л а.У ову врсту спадају св рожне материје,смоле,кухињска со итд.Због овога је напр.кухињска со зим влажнија но лети.Ако би смо хтели да извучемо из тела гасове,који су аб сорбовани,треба притисак околнога ваздуха смањити,услед чега ће један д гаса из тела одмах изаћи.Ако ли хоћемо да гасове сасвим извучемо,треба ослабити абсорбциону моћ дотичнога тела;угљену напр.усијавем абсобција све више слаби итд.Напред смо казали да абсорбциона моћ чврстих тела не зависи од притиска,јер је запремина абсорбованог гаса увек иста,само ко личина није иста - она је сразмерно притиску.О д н о с и з м е ђ у т е ч н о с т и г а с о в а.- Кад су течности у додиру са гасовима онде их оне,као и чврста тела у већој или мањој количини абсорбују.За ово нам је доказ вода,која увек у себи садржи више или мање ваздуха.Између оста лога она садржи увек и извесне количине угљене киселине,које јој дају онај укус њен,зато укувана вода и није за пиће:јер не садржи угљене кисе лине у себи као обична вода итд.Кишница напротив садржи много више кисе оника,но обична вода итд.

Читаве индустријске радње,као што је напр.фабрикација содне во де,оснивају се на у т и с к и в а њ у угљене киселине у воду.Но,као што је угљена киселина у воду насилно уведена,тако исто насилним путем у њој и може само да остане,тј.под доста великим притиском,зато су за соди

воду нарочите затворене и јаке флаше, које се зову с и ф о н и м а.

Кад бисмо иначе пустили на нормалан притисак, угљена би киселина одмах изветрила из воде. Овако исто абсорбује вино под увећаним притиском угљену киселину при прављењу шампања. Он се фабрикује као и соде. Обратно овоме утеривању гаса у течност јесте истеривање вештачко из ње. То бива или у в е ћ а њ е м т е м п е р а т у р е, или помоћу неких п о ч е т н и х т а ч а к а, да оне подстакну то одвајање гаса. Ако нпр. у чашу шампања метемо парче средине хлеба, одмах ће се око њега накупити многи мехурићи гасни. Око је за тај начин овде почетна тачка. Иначе, оно пенушање шампања није ништа друго, до ишчезавање угљене киселине из вина.-

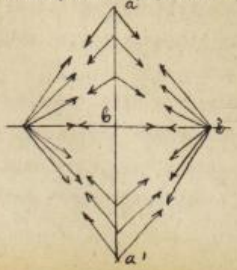
Истеривање абсорбованога гаса бива даље и разним хемијским процесима.

На тај смо начин прешли у кратко молекилску статику. Остаје нам још да пређемо на много важнији део физике који се зове М о л е к и л с к а Д и н а м и к а.

То ћемо одмах и учинити.

М О Л Е К И Л С К А Д И Н А М И К А.

Пошто су сви молекили у групи, а не сваки за се или изоловани, то се к р е т а њ е м ј е д н о г а м о л е к и л а к р е ћ у и о с т а л и, утичући на њега, те се он не може да креће слободно, линиски или прогресивно, већ се креће непрестано у р а в н о т е ж н о м п о л о ж а ј у. Кад бисмо могли један молекил изоловати, он би се кретао онако како сила на њ дејствује - кретање би пак било прогресивно. Но како то не можемо учинити, претпоставићемо да само имамо три молекила.



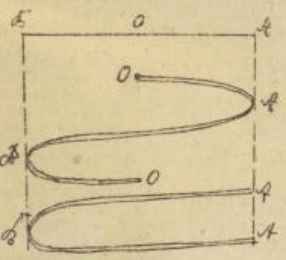
Ако један од њих на пр. средњи, изведемо из равнотежног положаја, то привлачење које је постојало, кад су они били у равнотежном положају, није тиме укинуто, већ оно и даље постоји. Услед овога се одмах јављају две компоненте привлачења, које дејствујући под извесним углом, теже да молекил

ате у правилан положај његов;он ће се тада утицајем инхерцијом кретати на
ог једнако убрзано све брже и брже,но неће се због дотле већ стечене
ортије зауставити у пређашњем равнотежном положају,већ ће га најпре
ином прећи и отићи на другу страну за исту даљину ав,зауставити се
.То ће се због истог узрока опет и на супротну страну повлачити и непре
но даље повлачити,због чега кажемо,да тај молекил т р е п е р и,в
р и ш е.

Сад треба да нађемо и проучимо законе таквог једног треперења
ш вибрационог кретања,како бисмо били у стању,да увек одредимо пут и
рзину кретања тога молекила,као и све остало,што је потребно при томе
нати.-

Удаљење ав,које је уједно највеће удаљење покретнога молекила
д равнотежнога положаја,зове се амплитуда и бележи се са а;Свака
ез разлике положаја молекила на путу треперења зове се е л о н или
а з а тога т р е п е р е њ а.

Да би сад нашли образац за фазу и амплитуду треперење,треба
а знамо још неке појмове.Ако неки молекил трепери од тачке а на лево
о В и од В натраг до О,па на десно од О до тачке А,и из А натраг у О,
онда се време једног треперења зове
оно време,за које тај молекил пређе
од О до А,од А до В и од В опет до О
или;од А до В,и из В опет у А.Оно се
бележи опет са Р.Пут пак који молеки
ла то време изврши зове се један
т р е п т а ј.



Т је код једнога треперења
извесна стална вредност.Време пак за
које молекил извриш трептање од N до М,врло је променљиво и бележи се
са t .То је време потребно за извесну ф а з у посматраног трепта-
ња.

Посматрајмо сад један молекил м ,који се креће од О на А,
враћа се из А,пролази кроз О итд.Замислимо у исто време да се по кругу
чији је полупречник амплитуда ОА,креће тачка М једнаком брзином тако да

зл.



докле молекил m изврши 1/4 трептаја, тј. док он дође из C у A, дотле и тачка M дође у A, док молекил m дође из A у C, дотле и тачка K дође из A у N, итд. На тај начин, после извесног времена t тачка M дошла би у M_1, а молекил m из C у S, јер повлачењем управне из M на OA, M_1 ће се пројектовати у S. OS је фаза према пређашњем, коју ћемо бележити увек са y, и којој одговара оно време t. Састављајући O са M, добићемо угао α. Ако је као што смо и узели $a = r$ тада је из слике $y = a\sin\alpha$. Пошто се пак $\alpha : 2\pi = t : T$ где је T време, за које молекил учини цео један трептај, тачка M обиђе цео круг, или, стављајући да је $r = 1$; $\alpha : 2\pi = t : T$ а одатле $\alpha = \frac{2\pi t}{T}$ то заменивањем у горњем обрасцу добијамо да је:

$$y = a\sin\frac{2\pi t}{T} = a\sin 2\pi\frac{t}{T}$$

Ово је основни образац за трептање једне тачке или молекила. Образац за брзину тога трептања (v), пошто знамо да где је фраза *maximum* ту је брзина $v = minimum$ биће:

$$v = b\cos 2\pi\frac{t}{T}$$

где је b извесна стална и максимална вредност брзине. Оба ова (кретања) обрасца регулишу кретање једне тачке, која трепери. По њима, дискутујући их, можемо увек наћи тачку M', само кад је v (max) колико се времена она окреће.

1/.- Нека је $t = \frac{1}{4}T$ или $T = vt$ тј. да видимо где је место тачке M и с каквим се је брзином она кретала кад је свршила само 1/4 свога трептаја. Заменимо у горњим обрасцима имаћемо да је: -

$$y = a\sin 2\pi\frac{\frac{1}{4}t}{t} = a\sin\frac{\pi}{2} = a \quad \text{и} \quad v = b\cos\frac{2\pi t}{4t} = b\cos\frac{\pi}{2} = 0$$

То значи, кад се је молекил највише удалио од свога равнотежног положаја ($y = a$) брзина му је $v = 0$.

2/.- Нека је $t = \frac{3}{4}T = \frac{1}{2}T$ или $T = 2t$ заменом добијамо: $y = a\sin\frac{2\pi t}{2t} = 0$ $v = b\cos 2\pi\frac{t}{2t} = -b$

тј.тачка је у равнотежном положају а $v = b$ тј.тачка се је почела кретати у супротном смислу, јер се њен максимално стечене брзине није могла зауставити у равнотежном положају.

3/.- Нека је са $t = \frac{3}{4}T$ или $T = \frac{4}{3}t$ заменом као и напред имаћемо:

$$y = a\frac{\sin 2\pi 3t}{4t} = a\cdot\sin\frac{6\pi}{4} = (b\cdot\cos 270° = 0) \; a\sin 270° = -a$$

$$v = \frac{b\cos 2\pi\cdot 3t}{4t} = b\cos\frac{6\pi}{4} = b\cos 270° = 0$$

То значи, да се је молекил удалио на супротну страну, колико је највише могао, стекав у том случају брзину $v = 0$

4/.- Нека је најзад $t = \frac{4}{3}T$ или $T = t$ добићемо да је: $y = a\sin\frac{2\pi t}{t} = a\sin 2\pi = 0$

$$v = b\cos\frac{2\pi t}{T} = b\cos 2\pi = b$$

што значи, да је молекил после времена t извршио један потпун трептај и стигао опет у равнотежни положај, где му је $v = b$ тј. максимум.

Но као што смо казали никад не трепери само један молекил, већ то чини читав један систем од њих. Ово је један начин да дођемо до закона треперења молекила у маси, јер сваким посматрањем доћи ћемо много брже истини. Посматраћемо дакле читав низ молекила, да ћемо гледати и испитивати, шта при том раде остали молекили, кад се један од њих креће. Одмах ћемо видети да ће се кретањем првог молекила покренути и други за тим трећи итд док се најзад не покрене и цео тај систем посматраних молекила. Треба са сад само наћи општи путање за ово кретање. Да бисмо добили опште обрасце за треперење молекила у маси посматраћемо најпре треперење једнога низа линеарно поређаних молекила, па ћемо после моћи лако прећи и на цео један систем молекила.

Нека се у том низу молекила или тачке међу собом извесном силом привлаче (која је). Кад једном молекилу тога низа дамо за какво кретање, тј. импулс за кретање на два начина или у две правца 1) у в е р т и к а л н о м правцу, тј. управно на осу тога низа, у ком се случају то треперење зове попречно или трансверзално (услед удара);

2/.- У правцу саме осе тога низа, и онда се то трепереље зове уздужно или лонгитудинално (услед притиска).

Пошто је попречно трепереље очигледније, то ћемо одмах на њега и прећи.

Замислимо како било ударцем један молекил из равнотежнога његовога положаја. Сила је тренутна, јер би иначе изазвала једнако убрзано кретање. Поделимо време једнога трептаја на 12 једнаких делова :

$$T = 12\,t \quad \omega \cdot t = \frac{1}{12}T$$

На крају $\frac{1}{12}T$ молекил 1 доћи ће у 1. Ту је он већ изложен дејству околних молекила, чиме се сад међусобно привлачење њихово појача тј. дејство удара преноси се и на молекил 2, који је изложен дејству две сила, те се неће кренути ни у правцу једне ни у правцу друге, већ правцем рефултанте, наиниже. - На крају $\frac{2}{12}T$ молекил 1 стићи ће у 1' а молекил 2 у 2' ; кретање ће се из истог узрока као и у првом случају пренети на молекил: 3.

3/.- На крају 3/12 T, 1 ће доћи у 1''' , 2 у 2'' а 3 у 3' у к се случају кретање пренело до молекил 4.

4/.- Дакле за 3/12 или 1/4 T молекил је извршио 1/4 свога трептаја. После овога на крају 4/12 T 1 ће доћи из 1'' натраг у 1'', 2 пр узмити свој пут и доћи у 2''' , 3 тако исто у 3'', а 4 у 4' ; кретање је са пренето на молекил 5.

5/.- На крају 5/12 T, 1 ће доћи у 1' , 2 натраг у 2'', 3 у 3''' у 4'' и 5 у 5' ; кретање је пренето на молекил 6.

6/.- На крају 6/12 T доћи ће молекил 1 у 1, 1' у 1, 2 у 2', 3 у 3', 4 у 4''' , 5 у 5'' и 6 у 6', кретање ће се пренети на супротну страну с молекил 7. На крају 7/12 T 1 у 1' једнак ога низа, 2 у 2 итд. а кретање се пренело до молекила 8.

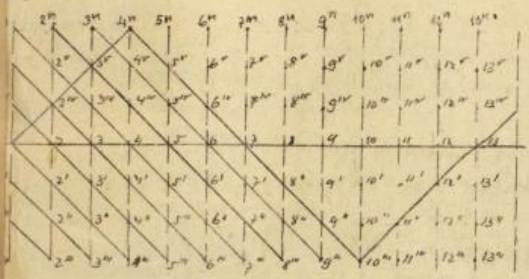
8/.- На крају 8/12 T доћи ће 1 у 1'', 2 у 2''' ....., а кретање се пренело на тачку 9.

9/.- На крају 9/12 T , 1 у 1^{IX} , 2 у 2^{X} , 3 у 3^{XI} итд. кретање се пренело до молекила 10.

10/.- На крају 11/12 T долази 1 у 1^{XI} , 2 у 2^{XI} , 3 у 3^{XII} , 4 у ^{XI}, , 5 у 5^{XI} , 6 у 6 , 7 у 7' , 8 у 8'' , 9 у 9''' , 10 у 10^ и 11 ; 1' , а кретање се преноси на молекил 12.-

После 12/12 T сила после времена T доћи ће 1 опет у 1, 2 у

2IV ,3 у 3V ,4 у 4VI ,5 у 5V ,6 у 6 ,7 у 7 ,8 у 8' ,9 у
' ,10 у 10''' ,11 у 11'' ,12 у 12' ;кретање се пренело на молекил 1
тд.итд.
ел.



После 12/12 молекил 1 извршио је цео један трептај и нашао опет у равнотежни свој положај. Ако сада у овом моменту саставимо положаје свих 13 посматраних молекила, добићемо једну геометријску изложену криву лик ију, која се у овој

рилици зове талас (у овом је случају он 1'12''3'2''4'''6'''7'8'9''10'''
11'' 12' 13

Дужина АО зове се дужина једнога таласа, и бележи се обично са λ. Од 1 до 7 молекила је п о л о в и н а т а л а с а $\frac{\lambda}{2}$ и сваки је талас састављен из два потпуно једнака полуталаса. Молекили који су састављени једним полуталасом, крећу се сасвим разничито - супротно један другоме. Тако се исто крећу и молекили, који су састављени са непарним бројем полуталаса: $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}$ . . . . итд. или у опште, они молекили који су састављени са $(2n+1)\cdot\frac{1}{2}$.

Кад је молекил 1 највиши молекил је 7 најнижи, дакле, они се супротно понашају, тј. фазе су им супротне тако су им ту брзине максималне и једнаке.-

Молекили пак 1 и 13 иду потпуно једнако, а разликују се само у том, што је молекил 1 свршио цео трептај, а молекил 13 тек почео да трепери. Овде су дакле и фазе једнаке. За ове се тачке каже да су к о и н ц и д е н т н е, тј. потпуно су једнако крећу.- Овако се још понашају и сви молекили који су састављени једним целим таласом, или у опште парним бројем полуталаса - λ и $\frac{\lambda}{2}$.

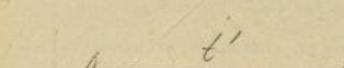
О б р а с ц и з а о в о т р е п е р е њ е.

Ако рецимо, нађемо образац за кретање једне тачке А на остојању

$x=\frac{\lambda}{2}$ односноодносно молекила t ,онда тај образац важиће у са цео овакав низ.Време,које треба молекилу да пређе пут од А до В,означићемо са t' (које зависи од еластичности и густине средине).Кад је кретање дошло до В,В -ће трепетати неко извесно време,које ћемо ми означити са τ (тау).Амплитуду означићемо опет са a .Пошто нас се молекилице не тиче,то ће образац за тачку В по пређашњем бити:

$y=a\sin 2\pi\frac{t}{T}$ где T означава опет време,за које се изврши цео трептај:Узимимо сад да је $t=t'+\tau$ тј.да буде t време за које се изврши кретање од А до В и трептање саме тачке В,па ће одатле бити $\tau=t-t'$ које,ако заменимо у пређашњем обрасцу,добиће се да је: $y=a\sin 2\pi\frac{t-t'}{T}=a\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{t'}{T}\right)$

Брзину простирања таласа,тј.брзину,којом се таласно поништава кретање,означићемо са с.



Ова зависи од еластичности и густине средине ($c=\sqrt{\frac{E}{\rho}}$) којом се талас даље простире.

Пут АВ (узимајући да је c константно) означићемо са X,па ћемо имати да је $x=ct'$,обрасцу имамо:

$y=2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{cT}\right)$ где је T као што смо већ казали, време,за које се изврши један цео трептај.c је брзина,а $cT=\lambda$ ако је дужина таласа - пређеног пута за време T ,одакле опет заменом имамо да је: $y=a\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$

Ово је образац за таласање тела у опште.

Образац за брзину тога трептања - таласања сличан је овом последњем,само што место $\sin$ долази $\cos$ и извесна стална максимална вредност (6) дакле: $V=6\cdot\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$

Дискусија.- ставимо $t=nT$ и $x=m\lambda$ тј.посматрајмо неку тачку,која ће трепетати за време nT и прећи дужину $x=n\lambda$ Ако ове вредности заменимо у општој једначини добијамо: $y=a\sin 2\pi(n-m)$ и $V=6\cos 2\pi(n-m)$.

Разлика ($n-m$) може имати разне вредности.

Увеђемо најпре да је она $n-m=\frac{\lambda}{4}$. У том случају заменом добијамо: $y=a\sin 2\pi(\frac{\lambda}{4})=a\sin\frac{2\pi}{2}=a$

$$v=a\cdot\cos 2\pi\frac{\lambda}{4}=a\cos\frac{\lambda}{2}=0$$

Тс значи да је тачка постигла највећу амплитуду, па се са по четном минималном брзином V_0 почиње враћати.

Ако узмемо сад да је $n-m=\frac{\lambda}{2}$ имаћемо да је:

$$y=a\sin 2\pi\frac{\lambda}{2}=a\sin\pi=0$$
$$v=b\cdot\cos 2\pi\frac{\lambda}{2}=b\cos\pi=-b$$

Из овог излаза, да су све тачке, које су у половини таласа у равнотежном положају, али већ спремне, да се крену на супротну страну за максимално стеченом брзином.

Ако место $\frac{\lambda}{2}$ ставимо да је раалика $n-m=\frac{3}{4}\lambda$ добићемо заменом: $y=a\sin 2\pi\frac{3\lambda}{4}=a\sin\frac{3\pi}{2}=a\sin 270^0=a$

$$v=b\cos 2\pi\frac{3\lambda}{4}=b\cos\frac{3\pi}{2}=b\cos 270^0=0.$$

Ово нам показује да су тачке у првом случају прикретању своме достигле највећу амплитуду, само са супротним знаком оној првој и већ су спремне да се крену натраг.

Најзад ако посматрамо тачке, које имају за $n-m=\lambda$, па то заменимо у пређашним обрасцима, добићемо да је:

$$y=a\sin 2\pi\lambda=0$$
$$v=b\cos 2\pi\lambda=b$$

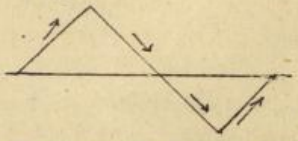
Овде су све тачке у равнотежи, али су све потпуно припремне да продуже свој пут даље са максимално стеченом брзином b.

Ови, као што се лако да видети, обрасци сасвим одговарају пређашним, јер су резултати дискусије у оба случаја једни и исти. Овим само потврђујемо оне, што смо напред казали, као и то да су и ови нађени обрасци тачни и да потпуно одговарају истинитом правом стању ствари. Радећи по овој дискусији, можемо доћи до оваквог истог талисне линије које смо мало час дошли чисто графичким путем и представљањем.

Интерференција таласа.

Интерференција таласа.

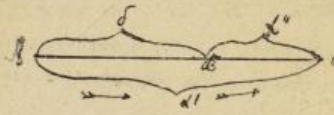
сл.



Овако се крећу молекили кад је само једно таласно кретање. Али може да се деси да таласање не полази од једне тачке, већ од две (или више), и да се у некој трећој тачки с сретну, тј. да се у тој тачки скупе - укрсте оба таласа. Тачка с притом може бити или између извора таласа А и В, или се налази испред или повади њих, у првом случају имамо интерференцију са две, а у другом интерференцију с једне стране.

Интерференција с једне стране.-

Најпре ћемо проучити интерференцију с једне стране, тј. ону, где таласи к кретање долазе с једне и исте стране - у овом случају једно сл.



кретање из А ка С , друго из В ка С , па се састају у С. Означимо остојање АС са X' , АВ са δ, које се обично назива фазном разликом или диференцијом, а ВС са X'' , па ћемо к за фазу таласања само из тачке А имати:

$$y_1 = a_1 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x'}{\lambda}\right)$$

а за таласање које долази само из тачке В: $y_2 = a_2 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x''}{\lambda}\right)$

Претпоставимо, да је време трептања таласа једно и исто, тј. и да су таласне дужине једнаке, а само да су одстојања X, X'' и δ различна. Резултујуће кретање равно је збиру, тј. $x' = \delta + x''$ или одавде

$$x'' = x - \delta$$

Заменом у другом од претходних образаца имамо:

$$y_2 = a_2 \sin 2\pi \left[\left(\frac{t}{T} - \frac{x'}{\lambda}\right) + \frac{\delta}{\lambda}\right]$$

Ако синус збира у загради развијемо добићемо једначину:

$$y_2 = a_2 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x'}{\lambda}\right) \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda} + a_2 \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x'}{\lambda}\right) \sin 2\pi \frac{\delta}{\lambda}$$

Резултујуће кретање треба да је $y = y_1 + y_2$

ли заменом, пошто извучемо једнаке сачиниоце к узмемо да је $x' = x$

$$y = \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\left(a_1 + a_2\cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda}\right) + a_2\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\sin 2\pi\frac{\delta}{\lambda}$$

Ето како ће изгледати то резултујуће кретање у тачци С. Ако у овој једначини ставимо, да је: $a_1 + a_2\cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda} = A\cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda}$ (1)

где је А заједничка амплитуда оба сложена таласна кретања - и

$a_2 \sin 2\pi\frac{\delta}{\lambda} = A\sin 2\pi\frac{\delta}{\lambda}$ (2)

Заменом овога у горњој једначини добићемо:

$$y = A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\cdot\cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda} + A\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\cdot\sin 2\pi\frac{\delta}{\lambda},$$

или пошто је ово развијен sinus збира углова имаћемо:

$$y = A\sin 2\pi\left[\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \frac{\delta}{\lambda}\right]$$

, Сравнујући ову једначину са претходном одговарајућом јој, видеће се да су оне потпуно једнаке, само је у овој место a_2 дошла заједничка амплитуда А. То ништа друго не значи, до да је кретање и после укрштена задржало своју првобитну природу, тј. није се претворило у праволиниско и-ли кружно, него је остало и даље таласно кретање само са другом амплитудом.

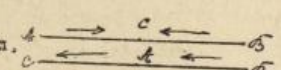
Да нађемо сада резултујућу амплитуду А - Квадрирајући и за тим сабирајући горње две једначине (1) и (2) добићемо:

$$a_1^2 + a_2^2\cos^2 2\pi\frac{\delta}{\lambda} + 2a_1a_2\cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda} = A^2\cos^2 2\pi\frac{\delta}{\lambda}$$

$$a_2^2\sin^2 2\pi\frac{\delta}{\lambda} = A^2\sin^2 2\pi\frac{\delta}{\lambda}$$ и сабирањем:

$$A^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda}$$

Ово је квадрат резултујуће амплитуде: сл.



Сама пак амплитуда А биће:

$$A = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda}}$$

Вредност овога обрасца зависи све од фазне диференције δ, која се обично изражава у таласним дужинама, целим или у условима. Иначе је a_1 и a_2 извесна стална вредност (као: боја светлости итд.) а тако је исто стална и π, λ . Горњи образац који нас у свему опомиње на образац за слагање двеју сила које дејствују под угдом, можемо представити и графички, тј. амплитуду А можемо сматрати као резултанту амплитуда a_1 и a_2. Према томе слагањем паралелограма амплитуда a_1 и a_2 добићемо ? равно

сл.

амплитуда A. Угао под којим силе, односно амплитуде дејствују означен је са $\varphi = 2\pi\frac{\delta}{\lambda}$. Као што смо казали δ је разлика између путева тј. $\overline{X'} - \overline{X''} = \delta$. Она може добијати разне вредности. Тако:



1) ако је $\delta = \frac{\lambda}{2}$ имамо да је

$$A = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos\pi} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 - 2a_1a_2} = \sqrt{(a_1 - a_2)^2} = a_1 - a_2$$

Резултујућа амплитуда A, када је разлика таласних дужина (δ) једнака половини таласа (λ), равна је разлици амплитуда тих таласних дужина ($a_1 - a_2$).

Ако је још $a_1 = a_2$ онда је A = 0 тј. кад саставимо два једнака таласа који се разликују само за половину таласне дужине ($\frac{\lambda}{2}$), резултујућа је амплитуда (A) равна нули, што значи да је тачка с у равнотежи и да трептања нема.

Ово је врло важно,- особито код светлости, где неко тело ма да се осветљава са две стране може остати опет мрачно.- Исто ово вреди и за случај, кад је $\delta = \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}, \frac{7\lambda}{2}$ - - ——— .....у опште непарном броју полуталаса:

2/.- Узимимо да је сад $\delta = \frac{2\lambda}{2} = \lambda$

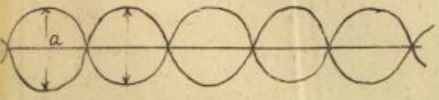
заменом је:

$$A = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos 2\pi} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2} = \sqrt{(a_1 + a_2)^2} = a_1 + a_2.$$

У овом случају резултујућа амплитуда, равна је збиру компонујућих амплитуда. Ако је још $a_1 = a_2 = a$ онда је A = 2a.- Ово је исто и кад је $\delta = \lambda, \frac{4\lambda}{2}, \frac{6\lambda}{2}$ - - - .....у опште парном броју полуталаса: $\delta = 2n\frac{\lambda}{2}$

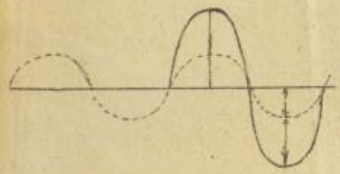
Но сем овога двога, тј. гашења, и потпуног сабирања таласа, могу наступити и многи други разни случајеви. Да представимо сад графички два таласа, па да видимо шшто се они појмитавају, кад је таласна разлика $\delta = \frac{\lambda}{2}$ Из слике се види, да у случају, кад је $a_1 = a_2$ тачке АСД... морају да су у равнотежи, јер су ове силе једнаке, а супротног смисла.

сл.1



Кретање бива само до тачке А. Ако ли a_1 није a_2већ је $a_1 \gtrless a_2$ онда ће бити извесног кретења са разликом амплитуда.-За $\delta = \lambda$ графички престављен резултујући талас са $A = a_1 + a_2$ изгледаће од прилике као на горе престављеној слици 1.- Узмимо сад да разлика појединк дужина није полу талас ни цео талас, већ $\delta = 1/4$ таласа $\frac{\lambda}{4}$ онда ћемо у случају још кад је $a_1 = a_2$ а имати образац:

сл.2

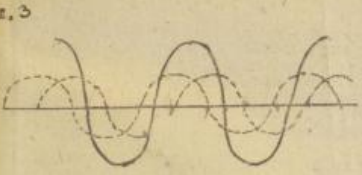


$$A = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos\frac{2\pi}{\lambda}\delta} = \sqrt{2a^2 + 2a^2\cos\frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{4}} =$$

$$= a\sqrt{2(1+\cos 90^0)} \quad \text{или} \quad A = a\sqrt{2}$$

Како се тобиља резултујући талас како он изгледа, види се у не-
ви колико на слици 2

сл.3



Све ово што вреди за интерференцију два таласа, вреди и за интерферисање 4,6,8,10.....За читав један пар ових таласа. Резултујући је талас онда много сложенији - као над смо тражили и резултанту више сила. Резултујуће пак кретање тога нива биће:

$$y = y_1 + y_2 + y_3 + \cdots - y_n$$

и остаће и даље таласно кретање.

Интерференција са две стране.

Нека је један извор таласава А ,а други В,а нека је тачка, ко-
ја их прима,и на коју они дејствују С.Одстојање АС означићемо са X_1,Вс са X_2 ,а АВ са δ, јер је то њихова фазна диференција.

Обрасци ће и овде бити,као и код интерференције с једне стра-
не - само што је путна разлика овде $AB = AC + DC = X_1 + X_2 = \delta$. Али и ако су ти обрасци слични,опет је резултујуће таласање овде сасвим друкчије.

Кретање тачке А биће представљено (ако је : $a_1 = a_2 - a$) обрасцем:

$$y_1 = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} \right)$$

а таласање од тачке В обрасцем :

$$y_2 = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda} \right)$$

или пошто је $x_2 = \delta - x_1$, заменом:

$$y_2 = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{\delta - x_1}{\lambda} \right)$$

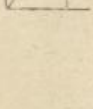
Иначе сва ова физичка тела, кад нису ограничена, трепере по таласању све даље и даље, без икаквих стојећих таласа и чворова његових.

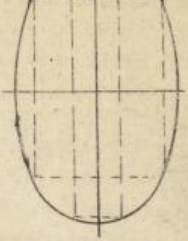
Брзину простирања таласа налазимо по обрасцу: $c = k\sqrt{\frac{e}{d}}$ где је e еластичност тела, d густина а $k = \sqrt{a}$. Заменом последње вредности имамо да је:

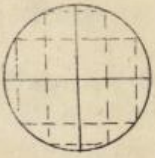
$$c = \sqrt{a} \cdot \sqrt{\frac{e}{d}} = \sqrt{\frac{ae}{d}}$$

Према томе и амплитуда доста утиче на брзину таласања.-

Баш нам овде разликовати различите правце таласаста кретања.- Ако оба правца, којима би се покретала тачка имала кретати, не падају у један правац, можемо их узети као две координатне осовине, где би једна сила гледала да покрене тачку, покрене једном и другом осовином. Правац пут кретања одредили бисмо по правилима аналитичке геометрије, над бисмо за сваки тренутак одредили положај покренуте тачке из његове апсисе и ординате, и онда сва та места спојили.- Ако оба та трептања почну у истим







или после $\frac{nT}{2}$ времена, таласање ће бити по дијагонали паралелограма сила - иначе по правој линији. У том случају имамо **простo таласање**:

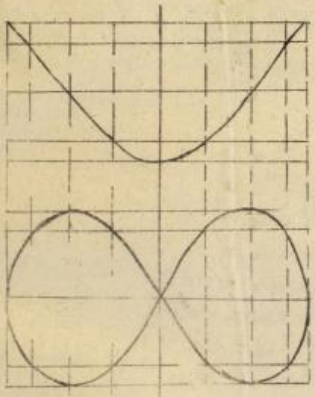
Ако ли у једном правцу кретање почне пре, но у другом, онда резултујуће кретање неће ићи по дијагонали, већ по кривој 2. или вишега степена. Све то зависи од дужине времена. За које једно кретање почиње пре од другога. Ако је та разлика у времену

$\frac{T}{4}, \frac{3T}{4}, \frac{5T}{4} \ldots\ldots\ldots\ldots - \frac{(2n+1)T}{4}$ имаћемо таласање по

е л и п с и (елиптично).

При том може бити и разних других комбинација. Елипса ће прећи у к р у г, к р у ж н о т а л а с а њ е, ако је један правац кретања управан са другом и ако су амплитуде једнаке, иначе амплитуде могу стајати у разној размери једна према другој, од чега и зависи, да ли ће које кретање бити сложеније или не итд.

На тај начин можемо добити разне слике, којима бива таласање и које представљају криве вишега реда. Приложене слике показују два најпростија случаја таквога таласања, чије трајање трептања није једнако (Лисажуове слике).



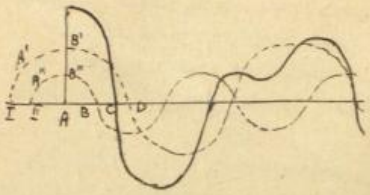
Према томе у стању смо да пратимо и објаснимо све могуће случајеве таласања, у којима ће резултујуће кретање бити увек тачно овакво или оваквога облика.

Кад напр. имамо да нађемо два таласа кретања са разним таласним дужинама и разним амплитудама, радићемо од прилике овако. Тачку А вуку оба таласа, и I и II, у истом правцу и истом смислу, зато ће се она налазити у збиру њихових фаза, тј. у тачки А. Тако бисмо исто дошли и до тачке В итд. На тачку С талас II не утиче ни мало, јер се он налази у равнотежи, већ на му дејствује само талас I, због чега ће се она налазити на самом њему у тачки С. Тачку D на против не вуче талас I већ само талас II, на супротну страну, и с тога се она и неће кретати, већ ће бити на самом таласу у тачки D итд. Кад све ове тачке повежемо међу собом, добићемо резултујући талас, представљен на слици дебље извученом таласном линијом.-

Т а л а с а њ е с и с т е м а м о л е к и л с к о г а.

У највише случајева дешава се да немамо један молекил већ

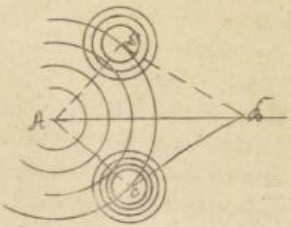
ж.



цео један систем молекила, читаво дакле једно тело. Овде, нећемо узимати у обзир само дужину, већ ћемо посматрати цело тело. - Нека је једна тачка у том систему молекила примила известан импулс. Пошто таласања има на све стране, то ће она тај импулс пренети извесном брзином; $c = R\sqrt{\frac{e}{d}}$ на све стране. Ако је систем молекила такав, да је еластичност (c) и густина (d) свуда исте, у ком је случају брзина с у свима правцима једнака, средина се та зове изотропна - у противном је она анизотропна.

Но може се десити и овај случај. Из једне тачке тога система преноси се таласање у свима правцима извесном једнаком брзином. Из друге тачке преноси се таласање на све стране такође једнаком брзином, но која је различна од оне прве - тако се и из треће, четврте, итд. тачке. Према томе дакле, брзина трептања није у свима тачкама једне исте средине, једнака и стална, већ је она код извесних средина (тела) једнака код неких скоро за сваку тачку различита.

Прва се средина зове х о м о г е н а, а друга х е т е р о г е н а. Ваздух као и воду сматрамо за изотропну средину; стакло можемо сматрати као хомогену средину итд. - сл.



Ради простијег посматрања узећемо једну изотропну средину, и једној тачки њеној саопштићемо треперење. Таласање ће се од те тачке прострети на све стране, и после једнога секунда добићемо један круг у равни, односно куглу у простору. После 2. сек. таласање ће се распростри по другом кругу - лопти, у трећој секунди по трећој лопти итд. Према томе дакле, у изотропној средини таласање се преноси и простире лоптасто. Овакво је таласање, кад каква тачка затрепери у ваздуху

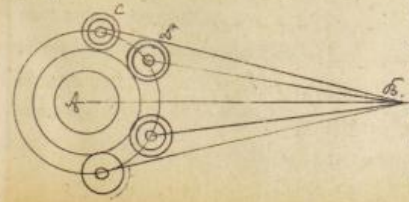
ваздуху.- Оно идући све даље и даље непрестано опада, но не брзином већ амплитудом, коју та тачка има да изврши, док се најзад негде сасвим не у-

ми.

Примера за то и у обичном животу има врло много. Кад нпр. не чу мо звук приликом удаљена од извора његова - не долази нам од чега друг, до од тога, што је таласно кретање на тој даљини толико ослабило, не брзином свога простирања већ амплитудом својом, да ни наше чуло слуха не може, или једва може да осети. Полупречници ових кугала називају се зрацима. Ти зраци на врло великој даљини теку паралелно један другоме, пошто сви они морају бити управни на самој оној кугластој површини. Те допта на сувише великим полупречником може се у мањим својим деловима сматрати као права линија и у таквоме се случају зове равним таласом. Отуда се каже, и у оптици се увек тако узима, да сви сунчани зраци падају на површину земљину паралелно међусобом.

Но није само она једна тачка, коју смо изабрали да у изотропској средини трепери. Око ње је читав низ тачака, којима је она саопштала своје кретање, и нагнала их само, да и оне на исти начин трепере. Ову је до даву врло промотрио и објаснио Х и г е н о (*Huygens*), због чега се и зове хигеновим принципима.

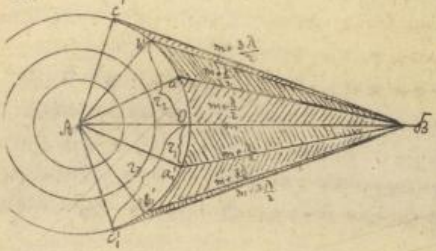
По томе његовоме принципу свака тачка у једној таласастој површини постаје центром елементарних таласа, који се у изотропској средини шире на све стране, тако исто допта као што мало час видесмо при трепетању једне посматране и покренуте тачке. Сваки од ових елементарних тала сама не изводи за себе неко осетљиво дејство. Само тако, где се они интерференцијом - укрштањем - јављају, ту у њиховој заједничкој - тангенцијалној, опет при том таласастој површини, која се назива а н в е л о п о м, стварају јасно кретање, и то је онај талас, који се у истини и јавља.



Но сем тога што је таласање могло доћи из тачке А до В правцем којим иде сам зрак АВ, оно ће моћи најпре доћи до СД итд. на тек онима у А и В. Ако смо испред А метнули какав заклон нпр. неки

смо спремили светлост из А ка В, то ако је свећа у А зрак прво иде до т
ке δ па тек онда ид δ у В, дакле посредно.

Зрак који долази непосредно најкраће је пређен таласки пут. Овде ћемо се послужити Хигенсовим принципом о таласању. Узимо једну та
ку нпр. А, која трепери и образује куглу и на њој самој неколико тачака С и Д.....Одмах ћемо видети да ће из њих поћи у В читав конус таласа.



Да видимо сада зашто тачка В н
је осветљена, кад главни зрак
прекинемо каквом препреком а о
тале зраке оставимо слободне.

Тачка С која трепери обра
зоваће једну куглу. Узећемо је
део те кугле и на њему неколи
симетричних тачака, које ће бит
распоређене овако; пут $OB = m$

тачку a' узећемо тако да је $a'B$ или $a'B - OB = \frac{\lambda}{2}$; $b'B - a'B = \frac{\lambda}{2}$
или $b'B - a'B = \frac{\lambda}{2}$; $c'B - b'B = \frac{\lambda}{2}$ или $c'B - b'B = \frac{\lambda}{2}$

итд. т.ј. да је пут a' В све за половину таласа дуже дуж. Сад треба
наћи целокупно кретање у тачци В. Ми ћемо најпре наћи површину конус
и то прво онога, који образује прва концентрична зона: $a'B a'$, па ћем
сада у њој наћи количину тога кретања. За ово треба пре свега знати
пречник основице конусове. Из $\Delta OBa'$ имамо да је;

$$r_1^2 + m^2 = \left(m + \frac{\lambda}{2}\right)^2 = m^2 + \frac{\lambda^2}{4} + 2\frac{m\lambda}{2} = \lambda\left(m + \frac{\lambda}{4}\right) = 2^2$$

Површина је поменутога конуса; $P = r_1 \pi s = \pi\lambda\left(m + \frac{\lambda}{4}\right)$

Исто ћемо тако одредити површину конуса друге зоне т.ј. повр
ину коју образује конус са осовином $b_1 b'$ и пречником l_2

Из $\Delta\, b'BD$ имамо да је тај пречник:

$$r_2^2 + m^2 = \left(m + \frac{2\lambda}{2}\right)^2 = m^2 + \frac{4\lambda^2}{4} + \frac{4\lambda m}{2} = 2\lambda\left(m + \frac{2\lambda}{4}\right)$$

Површина је конусова $r_3^2 + m^2 = \left(m + \frac{3\lambda}{4}\right)^2 = m^2 + \frac{9\lambda}{4} + \frac{6m\lambda}{2} = 3\lambda\left(m + \frac{3\lambda}{4}\right)$

$2\pi\lambda\left(m + \frac{2\lambda}{4}\right)$; дакле:

а сама одговарајућа површина: $P_3 = \pi r_3^2 = 3\pi\lambda\left(m + \frac{3\lambda}{4}\right)$

Исто је тако, као што се увиђа,

$P_4 = 4\pi\lambda\left(m + \frac{4\lambda}{4}\right)$ и у опште $P_n = n\pi\lambda\left(m + \frac{n\lambda}{4}\right)$.

Прва је зона цео конус; друга се зона добија кад се од површине P_2 одбије P_1; трећу зону добијамо кад од P_3 одбијемо P_2 итд. На тај начин имамо:

$z_0 = \pi\lambda\left(m + \frac{\lambda}{4}\right)$; $z_1 = P_2 - P_1 = \pi\lambda\left(m + \frac{3\lambda}{4}\right)$

$z_2 = P_3 - P_2 = \pi\lambda\left(m + \frac{\lambda}{4}\right)$; $z_3 = P_4 - P_3 = \pi\lambda\left(m + \frac{3\lambda}{4}\right)$ итд.

Кад упоредимо ове обрасце уверићемо се, да је зона z_1 постала од половине вредности зона z_0 и z_2; зона z_2 од половине вредности зона z_1 и z_3 итд. дакле да је: $z_1 = \frac{z_0 + z_2}{2}$; $z_2 = \frac{z_1 + z_3}{2}$ ... итд.

Ово је од великог значаја, а значи то, да је дејство кретања зоне z_1 потрвено половином зона z_0 и z_2; а кретање зоне z_2 потрвено половином зона z_1 и z_3 итд. Од свега кретања остаје само половина централне зоне z_0 тј. врак ће од тачке A половином зоне непосредно доћи; остало се све потире, као што видесмо услед интерференције таласа са разликом $\lambda/2$.

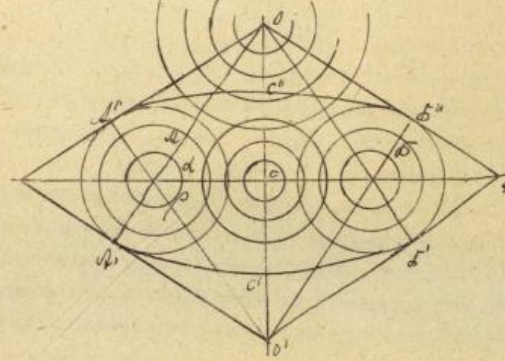
И ако смо дакле казали; да у изотропној средини (исте еластичности и густине у свима правцима) бива таласање по лоптама, ипак овде видесмо - пошто је половина зоне z_0 права линија - да се зрнци тј. талас сна кретања простиру по правој линији на све стране. Зраци од удаљених тела, појављују нам се због тога мале конвергентни, па не послетку и паралелни, јер су сне кугле због далине прешле тако рећи у праве линије.

Свако замишљамо простирање таласа, кад они на сбоме путу не наиђу ни на какву препреку. Но може се десити, да је та средина ограничена, и да талас при кретању наилази на другу средину, који је случај обично понајчешћи. Ту могу сад наступити два случаја: 1°.- да талас дође до средине, која га кроза се не пропушта, у коме ће се случају он одбити, или 2° - талас прелази у другу средину, али у њој промени правац, тј. он се прелама.

1°.- О д б и ј а њ е т а л а с а.

Нека је граница, која дели средину I од средине II права VV,

а извор таласања нека је тачка O, од које иду зраци на све стране. Свака тачка на прегради MN по Хигенсовом принципу трепери за себе и образује свој центар кретања. Тако исто чини и тачка C, која је до саме границе MN посматраних средина. Но пошто се талас не може даље кретати од MN то се он враћа опет натраг, као што је и дошао у куглама, и то тако да увек тачка A, пређе пут AA', а тачка B пут BB' - и тачка C CC'. На овај начин и даље рачуни добићемо у равни низ кругова, око којих можемо повући анвелопу - тангенцијалну криву, која ће представљати талас A'B'C' али одбијен са површине MN. Пошто је средина кроз коју се одбијени



талас повратио једна иста, то ће се таласање и у назад простирати, као да је извор таласања тачка O', која је на супротној страни, а на истоме растојању од границе MN на коме је и тачка O. Испупченост горњег таласа потпуно је равна испупчености доњега, тј. полупречник оба та таласа A'C'B' и A''C''B'' исти је само са супротним знацима.

Упоређујући троуглове RCO и RCO' видећемо да су они подударни. Права OR зове се ударни или упоредни зрак, а права $O'R$ или боље $A''R$ одбијени зрак. Угао који ударни зрак са нормалом зове се угао одбијања. Означимо први са α, а друга са β; из слике се види, да је $\measuredangle \alpha + \alpha = 90^0$ и $\beta + \gamma = 90^0$, одакле опет излази, да је $\alpha = \beta + \gamma$. Но како је $RCO \cong R'C'O'$ т.ј. $\measuredangle \alpha = \beta$ то је и $\measuredangle \alpha = \gamma$. Пошто је пак $\measuredangle \gamma = 0$ то је најзад и $\measuredangle \alpha = 0$ тј. угао упадања једнак је углу одбијања. Тачка O' назива се сликом тачке O.

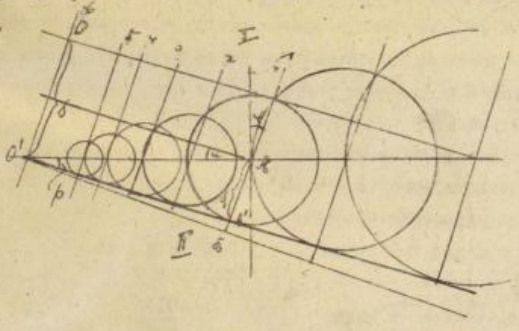
2/.- Преламање таласа.

Сада ћемо да размотримо случај, кад зраци, дошавши до границе једне средине (I) прелазе у другу (II) променивши свој првобитни правац

ј.преломивши се.

Нека се у средини I.талас простире брзином c_1 а у средини II брзином c_2 ;променом средине мења се и еластичност е,и густина d па је то познатом обрасцу $c = \sqrt{e/d}$. Према томе брзина c_1 није равна брзини c_2 већ је од ње већа или мања - према томе да ли је средина I ређа или гушћа од средине II.

Увешћемо да долази сноп паралелних зракова из бескрајности и удара на границу посматраних средина.Пошто су зраци,као што рекосмо паралелни,значи да је центар у бескрајности,и да ће талас стајати управно на зраку.Кад зрак 1 дође у А тј.до границе,зрак 6 биће тек у тачци О. Кад би иза границе била иста средина,то кад тачка О дође у О' тачка А дошла би у В;али пошто средина II није иста са средином I,то се зрак 1 неће простирати по њој истом оном брзином,којом и у средини I,већ или мањом или већом:мањом,ако је средина II гушћа од I а већом ако је средина II ређа од средине I.За то ће се,док тачка О на зраку 6 дође у О' од А распростри талас по кугли,ипречника мањег од АВ (ако је $c_2 < c_1$)тј. $AA' < AB$.За то исто време док је тачка О дошла у О' и зраци 2,3,4 ..... дошли до границе,прешли у другу средину и распростри таласе ~~таласање~~ своје по кугламa са ипречницима мањим од ипречника лопте првог зрака.Ти ипречници поступно све више и више опадају,док у тачци О не буде $2=0$



Ако код свију тих кугала можемо повући,анвелопу,која ништа друго није до извртнута прва кугла чији је центар био,а и сада је у бесконачности.Пошто зраци у овој новој средини морају такође бити управни на периферији нове кугле,те их можемо преломљене лако наћи.Из слике имамо да је: $BB' = 1 = AB' \sin \alpha$. $AA' = 1_1 = AB' \sin \beta$

Угао α није ништа друго,до угао који гради упадни зрак са нормалом,а угао р је угао кога гради преломљени зрак са нормалом.

Код једнаког смо кретања нашли да је $s:s_1 = c:c_1$ или у своме случају заменом: $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c}{c_1}$ тј.однос између синуса упадног и синуса преломљеног угла увек је сталан и раван односу који постоји између брзина којима се талас у једној и у другој средини простире.Тај сталан однос бележи обично са n и зове се експонентом (индексом или коефицијентом преламања).Ако је $n>1$ тј.ако је $c_1 > c_2$ талас се прелама ка управној.Ако ли је $n<1$ тј. $c_1 < c_2$ талас се прелама од управне.

Таласање тела уопште.

Ми смо чврста тела карактерисали као тела,код којих је кохезија врло јака;према томе она могу да трепере и трансверзално и лонгитудинално.Код гасова пошто не постоји кохезија,већ се ту више њихови молекули одбијају код њих и не може бити у правом смислу треперења.Но пошто гасови најбоље преносе притисак то они могу и да трепере само лонгитудинално тј.таласање се код њих простире у кугластим и при том периодичним разређивањима и згушњавањима.

Код течности се обично јавља лонгитудинално треперење,као и код гасова,но пошто течности имају и кохезију само доста слабу - то се код њих може назвати и трансверзално треперење.

ТАЛАСАЊЕ ЧВРСТИХ ТЕЛА.

1/.- Таласање штапова и жица.

Како ће се таласање простирати кроз чврсто тело зависи од његове густине и еластичности ($c = \sqrt{\frac{\sigma}{\mu}}$).

Трептање код штапова зависи и од начина утврђења његова,а биваза трансферзално по обрасцу:

$y = a\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$

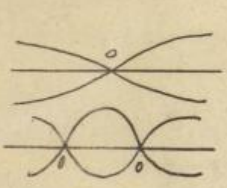
Нека почне треперење из тачке А и на једну и на другу страну. Ако је тело хомогено,ово ће се треперење на обе стране простирати једна-

једнаком брзином. Из А дођи ће у К, а из К враћа се и иде у супротном правцу. Тр исто бива и са таласом од А до О и натраг. Овде се јавља и и т е р ф е р е н ц и ј а са две стране. Таласање је стојеће, те се може опште казати, да сва чврста ограничена тела у облику прутова и жица т дере стојећим таласима, т.ј. извесне тачке имају највећу амплитуду, и ру стално задржавају, друге мању, треће још мању итд. а неке најмању или н какву, коју такође стално задржавају, докле год посматрамо тело трепер ч в о р о в и.

Казали смо да од начина утврђења ових штапова зависи и трепе ревье њихово. Прукчије је треперење, ако се тело утврди само у О или у К и друкчије, ако се утврди и у О и у К. У тачци где је тело подупрто, јавља ч увек чвор. Ако је тело подупрто у једној тачци, у средини напр. онда се од О до тачке утврђена јавља треперење са 1/4 таласке дужине и од ове утв ђене тачке, па до К треперење опет са 1/4 таласке дужине, дакле свега са $\lambda/2$. Код штапова свако у средини утврђених, треперење је свакад са извес ним целим бројем полуталаса.

Ако тело утврдимо у две тачке - на крајеве у којима се јављ одмах чворови, најобичније је да цео сруп трепери извесним целим броје полуталаса. Од једног истог штапа можемо добити треперења каква год хо ћемо, што све зависи од места, где удесимо да буду чворови.

Ако тело утврдимо само на једноме крају, онда је само ту чв штап у томе случају неће треперети одређеним целим бројем полу сл. таласа, већ и четвртином таласке дужине.



Ако је штап утврђен на трећини своје дуж не, онда ће се на другој страни образоват други чвор, који је првим чвором већ одре ђен, т.ј. биће од првог чвора удаљен за $\lambda/2$.

Сад треба на основу досадањег да на нађемо и број таласа, које је учинио за извесно време лонгитудинално затрепере штап. Видели смо већ, да је брзина треперења кроз неку средину $c = \sqrt{\frac{E}{q}}$. Ако у своме обрасцу еластичност у опште - заменимо његовом вредношћу; $c = E.q$ где је E модус еластичности јединице пресека некога шт

па, а q сам тај пресек; ставимо ли $d = \frac{\sigma \cdot 1}{g}$ где је σ специфична тежина, g тежа а q као и првом случају пресек трупа - добићемо образац за брзину у облику: $c = \sqrt{\frac{\varepsilon \cdot g}{\sigma \cdot 1} \cdot \frac{q}{1}} = \sqrt{\frac{\varepsilon \cdot q}{\sigma}}$

Напред смо нашли да је $\lambda = c \cdot T$ Међутим број трептаја - што се овде баш и тражи - раван је реципрочној вредности времена за које се то трептање изврши тј. $N = \frac{1}{T}$ Значи, ако неко тело учини за 1/100 сек. један трептај, број је трептаја за 1" $N = 100$.

Заменом вредности $T = \frac{\lambda}{c}$ у једн. $N = \frac{1}{T}$ добије се: $N = \frac{1}{\frac{\lambda}{c}} = \frac{c}{\lambda}$ Најобичније је трептање штапова, као што смо поменули са 1/2 таласне дужине, тј. са $l = \frac{\lambda}{2}$ или $\lambda = 2l$ Ако ову вредност сменимо у последњем обрасцу добићемо за је $N = \frac{c}{2l}$ или ако место с ставимо његову вредност: $N = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{\varepsilon g}{\sigma}}$

Трептање жица.-

Оно се разликује од трептања штапова или прутова у томе, што су жице готово увек утврђене у својим двема крајњим тачкама, и што је њихова еластичност, па према томе и трептање много веће но код првих. Пошто се и оне, као и остала тела, морају при треперењу поделити на известан број полуталаса, крајеви су им онда трептајни чворови. Жица, која је утврђена на



сл.

једном крају, а на другоме оптерећена сном P, а затреперена извесном снагом, поделиће се у више таласова, и таласање ће бити увек стојећим таласима. Број трептања наћи ћемо на сличан начин.

Напред смо већ видели, да је брзина $c = \sqrt{\frac{\varepsilon}{d}}$ Густина је овде $d = \frac{1}{g}$ а еластичност $\varepsilon = \frac{P}{q}$ јер у колико је терет P већи а пресек q мањи, у толико је и еластичност већа - и обрнуто.

Према томе, заменом добијамо да је; $c = \sqrt{\frac{P \cdot g}{q \cdot \sigma}}$

Како је пак из предашњега број трептаја у 1" : $N = \frac{1}{T} = \frac{c}{2l}$ то је сада $N = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{P \cdot g}{q \cdot \sigma}}$ Однос између трансферзалнога и лонгитудиналног таласања наћи ћемо овако: Брзина код лонгитудиналног трептања жице равна је брзини лонгитудиналног трептања прутова тј. $c = \sqrt{\frac{g}{\sigma}}$, а за брзину трансферзалнога трептања жице она је: $c_1 = \sqrt{\frac{P \cdot g}{q \cdot \sigma}}$

Отуда имамо да је однос: $\frac{c_t}{c_0} = \sqrt{\frac{P_2}{S_2} \cdot \frac{S}{P}} = \sqrt{\frac{P}{gc}}$

Лонгитудинално трептање код жице можемо показати ако је обмијемо у виду спирале,оптерећено теретом и тако је затреперимо,помоћу терет из равнотежног положаја у вертикалноме правцу.То се да врло лако и експериментом показати.

Узгред нам овде нађи и количину истезања жице,утицајем тереда P.Ако то истезање означимо са λ оно је кад се у једначини узму све количине као познате:

$$\lambda = \frac{1}{E} \cdot \frac{Pc}{q}$$

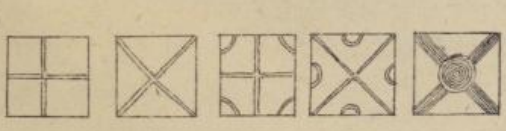
а одатле је специфично истезање:

$$\delta = \frac{\lambda}{c} = \frac{1}{E} \cdot \frac{P}{q} = \frac{P}{gc} = \left(\frac{c_t}{c_0}\right)^2 \quad \text{или} \quad \frac{c_t}{c_0} = \sqrt{\delta}.$$

2/.- Трептање плоча - површина.

Површине можемо увек поделити паралелним линијама у једном и у другом смислу на извесне мање делове па да онда испитујемо сваки део за себе.Но то би било врло тешко и заметно,јер су ретко кад те линије и ти поједини делови међусобом једнаки.За то се обично ради овако:посуђемо једну плочу металну или стаклену ситним песком,па ћемо на једноме месту прекући гудалом и гледати при том кретање песка.

Одмах ћемо видети да ће он негде много одскакати;негде мање сл.



а негде више,а негде и никако.Прве тачке према томе имаће највећу амплитуду,друге мању,а треће најмању, тј.у њима сасвим умиру добијамо једну слику од песка,која нам јасно и лепо показује,који делови плоче трепере,а који не.Облик слике на плочи зависи показивање од тачке где је утврђена па онда,од места,где при свом трептању плочу гудалом превучемо.Песак се може поређати у концентричне кругове,у облику крста,хиперболе,итд.

Ове слике по посматрачу Х л а д н и ј у,који их је први посматрао и испитао зову се Х л а д н и ј е в е ф и г у р е или Хладнијеве слике.

Плоче свако трепере било да су оне праве,било да су криве,јер

те исте слике могли смо констатовати и при трепереву звона.

II.- Т р е п е р е њ е т е ч н и х; и

III/.- Т р е п е р е њ е г а с о в и т и х т е л а.

Течности и гасове посматраћемо донекле заједно,па после ћемо и их одвојити,јер се код течности може изазвати и лонгитудинално и трансверзално трепереве;и код гасова само лонгитудинално.Око тачке,која је изведена из равнотежног положаја,накупи се један низ молекила,који је притиснуте и сабија осим чега (сабијања)јавља се и разређиване,у чему се и састоји свако трепереве - лонгитудинално.-Брзину овога лонгитудиналног трепереа наћи ћемо на основу досадањег излагања.Ако је првобитна запремина гаса (или течности) v а притисак p,па запремину v променимо за Δv промениће се одмах као што знамо и притисак p за количину Δp.Промена запремине на јединицу је $\frac{\Delta v}{v} = g_0$ а промена притиска је: $\frac{\Delta p}{p}$ која је равна промени запремине тј. $\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta p}{p} = g_0$. Овде је Δp оно наше малопређашње e ,те је заменом $g_0 = \frac{e}{p}$ или $e = g_0 p$

Ако у обрасцу за $c = \sqrt{e/\alpha}$ сменимо e са овом његовом вредношћу,а α са малопређашњом вредношћу: $\alpha = \frac{g_0 s}{g}$ имамо да је брзина лонгитудиналног трепереа за гасове $c = \sqrt{\frac{g_0 p g}{g_0 s}} = \sqrt{\frac{p g}{s}}$

Овде се мора увести у рачун и коефицијенат стишљивости $\chi (\chi_4)$ Ако узмемо да је он за гасове = 1,онда је χ за течности различит од јединице,те је брзина лонгитудиналног трептања течности $c = \sqrt{\frac{p g}{\chi s}}$

$\left[c_e = \sqrt{\frac{g_0 g}{s}}; \; c_t = \sqrt{\frac{p g}{\chi s}}; \; c = \sqrt{\frac{p g}{\chi s}} \right.$

Специфичка тежина s мења се према температури.Код ваздушне лопте нашли смо,да је то: $s = \frac{s_1}{1 + 0{,}00367\vartheta}$ Но има још једне ствари код гасова,која се у овоме случају мора имати на уму.

Кад знамо,да се гас у толико више загреје,у колико га више сабијамо и обрнуто.Та је вредност разлике сопственог загревања (или хлађења) од загревања топлотом равна од прилике 1,40;то значи,да је и брзина троптања за толико пута већа,тј.да је код гасова $c = \sqrt{\frac{p g}{s} \cdot 1{,}40}$

или ако уведемо горњу вредност за s биће:

$c = \sqrt{\frac{p \cdot g}{s_1} \cdot 1{,}40 \left(1 + 0{,}00367\vartheta\right)}$

Код ваздуха је $s_1 = 0{,}001293$,а нормални притисак p = [illegible] на 1 кв.кв.Отуда је за ваздух на температури од $0°$ брзина прос

простирања таласа:

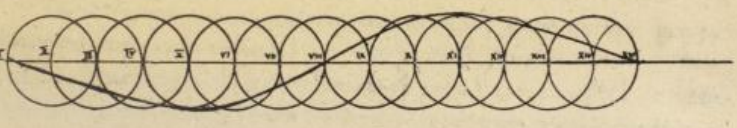
$$c = 331{,}3\sqrt{1+0{,}003679}$$ ---- мет.у 1.сек.

На исти начин нашли смо да је та брзина код воде 1425 м.Код живе 5026 м.итд.

Да видимо сада,како течности трепере трансверзално.Узећемо за пример воду.Пошто је кохезија код воде врло слаба,то њени молекили неће треперити као молекили чврстих тела,већ ће треперити по затвореној путањи,кругу или елипси.Тај је круг све пљоснатији - елипсастији - што идемо у већу дубину,тако да је она на дну права линија.

Узмимо један молекил који трепери извесним правцем.Док он сврши свој круг (трептај) други га молекил неће свршити,јер је доцније и почео да трепери.Пошто је потребно извесно време,да се од молекила I пренесе кретање до молекила II,и даље;молекил IIIпрешао је још мали део круга.

Молекил IV мали круг и од молекила III итд.



./. Док је најзад један молекил почео да трепери,кад је молекил I "свршио" цео свој трептај.

Кад саставимо те поједине положаје молекила I, II .....X, XI... добићемо изглед таласа,који је исти као и код чврстих тела,и који је и постао услед трансферзалноз треперења.

Кад бацимо какав предмет у воду,јавља се као што и из искуства знамо - ово таласање.Таласи се простиру све даље и даље у виду концентричних кругова,док се најзад,кад им амплитуда ослаби,са свим не изгуби.

Ако узмемо какав суд са водом и поспемо какав ситан прашак н. пр. специфичне тежине као и вода (ликоподиум или цветочину или билибар) на воду усталасамо,видећемо,да ће се сва зрна кретати и описати затворене путање;кругове или елипсе,као што смо пре казали.

Она зрна,на самој површини водене описују круг,а остале таласе који простирући се дубље у воду све су пљоснатији и развученији - облика елипсе;док на послетку,доле при самоме дну,не буде талсања само

на једну и другу страну - дакле права линија.

Ако је течност мирна, зрна стоје или нагомилана или су једно од другога удаљена.

------ . ------

М О Л Е К У Л С К А Д И Н А М И К А.

НАУКА О З В У К У

А к у с т и к а.

Звук је р е з у л т а т т р е п е р е њ а. То је сад једна сасвим нова појава. Да бисмо је ми осетили нашим органима слуха, п о т р е б н а је ј е д н а и з в е с н а к о л и ч и н а е н е р г и ј е. Свако тело, које звучи, мора да трепти; и обрнуто, свако тело које може да трепти, оно звучи. Овде је главно то, да трептањем постаје једна извесна количина енергије, услед које само то трептање утиче на наш слушни нерв и изазива појаву звука. К најслабији притисак јавља се као звук било течних, чврстих или гасовитих тела.

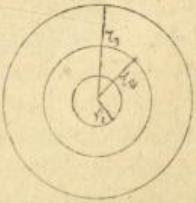
Наука о звуку зове се а к у с т и к а. Она није ништа друго до примењени део молекилске динамике. Ово кретање молекила негде видимо оком, а негде не, зато га треба нечим и некако доказати. О томе се можемо уверити на више начина.- Узмимо на пр. једну обичну чашу или звоно и ударимо га прстом или превучимо гудалом. Нека се у њој налази нека куглица од плуте, коре или чега другог. Чаша услед удара звучи - ми то чујемо али не знамо, да ли се она и тресе, дали трепти. Пре но што смо ми превукли и пре но што се јавио звук, куглица је мирно у чаши стајала. Чим је чаша почела звучити, куглица је одмах почела да скаче. То долази отуда што су се молекили чаше затреперили и почели да крећу. Куглица, идући редом по ободу чаше, свуда од чаше, само на неким местима више, на неким мање, а на неким и никако - ви чаче да се прве тачке чашине тресају највећом амплитудом, друге мањом,

а треће најмањом,управо никаквом.Чаше се дакле понашају управо као савије не плоче.Ако при том таласању додирнемо звоно или чашу прстом,дохватимо руком или чиме било другим,звук ће се одмах уништити,јер ће услед тога и таласање сасвим престати.

У на други начин,такође очигледан,можемо се о горњем уверити: Узећемо у чашу воде,и док је чаша мирна и вода је мирна.Чим чашу нечим затреперимо и чујемо известан звук,вода ће се почети кретати,тј.њени ће се молекили таласти због тога,што покрећући молекиле чаше,покренули смо и молекиле воде,јер су они саопштили то кретање овим другима:Да ли је ово треперење л о н г и т у д и н а л н о или т р а н с ф е р з а л н о - знамо из досадашег.Чврста,ограничена тела - као што је познато трепере увек трансверзално и стојећим таласима.Главна је овде ствар,да звук постаје услед таласања,а да ли је оно лонгитудинално,трансверзално или стојеће - то је сасвим споредна ствар.Ну није довољно да само једно тело затрепери,па да ми одмах чујемо звук.То треперење треба да је довољно јако,тј. треба да је произведено са што већом брзином,да је дакле $\frac{mv^2}{2}$ или само v што веће - што опет значи да зато треба извесне количине енергије.Кад једно извесно тело трепери, м о р а п о с т о ј а т и и д р у г о н е к о т е л о д а т о т р е п е р е њ е п р е н е с е и н а н а с,како бисмо га ми могли да чујемо као звук,јер га иначе нећемо ми пошто моћи чути.Ово је друго тело најчешће в а з д у х.Да заиста мора постојати нека средина,која ће звук да пренесе до нашега ува,уверићемо се,кад метемо под звоно ваздушног пумпка једно тело,које зачујно.Док под звоном има ваздуха,тј.докле га пумпком из звона још нисмо извукли,звук ће се непрестано чути,ну чим почнемо да извлачимо ваздух,звук све више и више слаби и напослетку,кад будемо испод звона ваздух у великој количини или сасвим извукли - и не престане.Ово је један од најјачих доказа за потребу средине при преношењу звука.

Што се тиче брзине трептања појединих молекила у ваздуху,она није једнако свуда,и ако је ваздух хомогена средина,а количина кретања,која има да се пренесе ,а све стране,увек је иста.Знамо већ да трептање бива у куглама са полупречницима разне величине.На кугли са полупречником (сл.1) имамо известан број молекила који трепте.Поврћина њене разна је

сл.1.



је $4r_2^2\pi$ на кугли са полупречником r_2 и површином $4r_2^2\pi$ налази се такође известан број молекила који се креће итд. Ако бројне трептаја молекила тих кугала означимо v_1, v_2, v_3 итд. да видимо сада у каквом међусобном односу стоје те количине кретања са даљинама од извора трептања.

Пошто је иста количина трептања у једној и у другој кугли то мора бити: $4r_1^2\pi v_1 = 4r_2^2\pi v_2$ а одавде је $r_1^2 v_1 = r_2^2 v_2$ или $\frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{v_1}{v_2}$. Ово се као закон може казати овако: Б р з и н а т а л а с а п о ј е д и н и х м о л е к и л а и з в р н у т о ј е с р а з м е р н а д а љ и н и њ и х о в о ј о д и з в о р а т р е п т а њ а. Овакав је исти однос између друге и треће кугле, прве и треће, треће и четврте итд. тј. увек: на два, три, четири .....итд. пута већем одстојању биће брзина трептања молекила 2,3,4 итд. пута мања.

Б Р З И Н А З В У К А.

Ово горе је образац за рашћење и опадање брзине треперења молекила, али не и образац за брзину простирање звука, јер је ово сасвим друга ствар. Апсолутна количина кретања у толико је мања, у колико је брзина трептања мања, јер она зависи поглавито од брзине; што се год удаљава више од извора звука, то је он све мање и мање чује, док најзад сасвим не престане. Да израчунамо сад брзину простирања звука у ваздуху, јер је она за различите средине врло различита. Она се може одредити експерименталним путем на овај начин. Узму се две станице А и В и измери се тачно растојање између њих, па се у А опали један топ, а у В се слуша и посматра, које ће време проћи од појаве ватре светлуцања, па док се не чује звук. Зашто се при овоме обраћа пажња на светлост, узрок је тај, што се она простире врло великом брзином (300 000 км. у 1") то је време, за које светлост треба да пређе само неколико километара, врло мало, а пошто су удаљена станица обично мала, то се може без осетне погрешке сасвим занемарити, претпостављајући да се

светлост шири тренутно. Ако је то растојање 1 км. светлост га пређе само за 1/300 000 км. у 1", за 2 км. време је 2/300 000 од 1/ итд. због чега се, као што рекосмо, светлост види у В готово у исто време када се у А појави. Цела се дакле ствар своди сада на то; да бројимо време - секунде који прођу од појаве светлости до појаве звука. Пошто између А и В даљину, која је једно и пређени пут знамо то постоји овај образац $s = v \cdot t$ одакле решавајући једначину по v имамо да је $v = \frac{s}{t}$.

На овај начин доћићемо до тачне вредности само онда, кад је ваздух између А и В потпуно миран. Зато се за све експерименте бира обично тихо време, понајвише ноћу, да би светлост што боље пала у очи. Ну ово је редак случај, с тога да би избегли ту неправилност и нетачност, која се при том може врло лако да деси, експеримент се овај обично ради тамо где се у исто доба опале оба топа т.ј. у А и у В. Посматрачи ово посматрају са обе ју страна. У колико је једна струја спорија, напр. од А до В у толико је друга од В до А бржа. Сада се између ове две вредности нађе крајња вредност $c = \frac{c_1 + c_2}{2}$ која је од тих појединих много тачнија и приближнија правој вредности.- Тако изведена брзина звука за ваздух у обичним приликама и сведена на нулу температуре, јесте приближно, ако не сасвим тачно 333 м. у 1", а на обичној температури, та је брзина 340 м. у 1"; О н а з а в и с и у м н о г о м е о д т е м п е р а т у р е; у к о л и к о о в а р а с т е и л и о п а д а, у т о л и к о и б р з и н а р а с т е и л и о п а д а.

За ваздух брзину звука можемо одредити и по обрасцу: $c = 331.3\sqrt{1+0,003676}$ резултат ће бити исти, до кога смо мало час дошли експерименталним путем.

На првом смо, дакле, одредили брзину звука за ваздух, јер је то најлакше, пошто имамо велику атмосферу зато, те се по њој можемо слободно кретати и разне експерименте градити. Сад ћемо прећи на на одређивање брзине звука за остале гасове. Ну оваквим истим експериментом не можемо употребити и за остале гасове, јер нигде напр. немамо толику атмосферу водоника, као што је она од обичног ваздуха, већ ћемо овде употребити треперење шипака металних за које знамо, да им се треперење увек своди на један цео број полуталаса, који сад само треба наћи. Да бисмо, дакле, то одредили узећемо једну цев затворену, а оба краја једном мембраном еластичном бешиком,

дугачком колико хоћемо.Цев се прво напуни гасом,за који хоћемо да тражимо моћ преношења звука,затворимо и вилушком на једном крају произведемо трепта ње,које се кроз мембрану пренесе кроз цео гасни слој до другога краја.Гас ни се слој овим подели одмах на цео број полуталаса,којих величину сада треба наћи,јер се по дужини тих таласа лако одређује и брзина.Кад,дакле одредимо таласку дужину λ,онда по једном простом обрасцу,да је:б р з и н а з в у к а у и з в е с н о м г а с у р а в н а ј е д у ж и н и т а л а с а,п о м н о ж е н о ј с а б р о ј е м т р е п т а њ а (који се одређује вилушком $c = \lambda \cdot \nu$).- лако долазимо до броја,која нам показује брзину звука кроз дотични гас и у 1".Пунећи ову цев разним гасовима (азотом,водоником,угљеником,кисеоником итд.) одређујемо лако брзину звука за те гасове.-

На тај начин,узимајући брзину простирања звука кроз ваздух за јединицу,нашло се,да су брзине за следеће гасове ове:

За O_2.....0,95:за H .....3,80,за CO_2 - -0,82.Као што се види брзина је звука једино за водоник већа,но за ваздух и то скоро 4.пута,а за остале гасове је она мања.Ова се метода одређивања брзине звука зове К у н т о в о м.

О д р е ђ и в а њ е б р з и н е з в у к а к о д ч в р с т и х и т е ч н и х т е л а.

1.- Брзина звука код течности одређује се такође експериментом непосредно,као што је то рађено за ваздух.Тај је експеримент први пут извршен на женевском језеру.На једном месту у њему спустили су звучно тело а на другом месту слушали.- Даљина је била позната.Тако су израчунали брзину.Ну тај је резултат друкчији у јеверској,друкчији у морској итд. али је та разлика доста мала.

Средња вредност брзине простирања звука кроз воду,нађено је да је 1431 или 1425 м.дакле четири је пута већа но у ваздуху;за морску воду је она 1453 м.за алкохол = 1160 м.;терпентин 1212 м.;за живу 5026 м.итд. За сва ове остале поменуте течности брзина је нађена теоријским путем по обрасцу; $c = \sqrt{\frac{p \cdot q}{\lambda \cdot \delta}}$ или као што смо то чинили за гасове помоћу једне це[illegible]ју смо напунили извесном течношћу и на исти начин као мало час,код

часовитих тела, одређиваћем таласких дужина и броја трептаја, добићемо и брзину звука за дотичну течност.

2/.- Брзина звука кроз чврста тела одређена је такође непосредним путем при прављењу експеримената (први пут у Паризу). Узето је гвожђе и то водоводним цевима, које су биле неколико стотина метара дуге. На једном у крају производиле звук, а на другом слушали. Цеви су биле у пречнику 1.м том приликом нађено је, да је та брзина за гвожђе 3585 м. За остале метале узима се 1 шипка и затрепери се основним трептањем, па се онда на сличан начин, као код течности и часовитих тела, нађе промена брзине. За олово је напр. нађено, да преноси звук са брзином 4.2 (сравњујући са брзином у ваздуху) тј. (узимајући ову последњу за јединицу); за злато је она 6.4; за сребро 9;о; за бакар 11.2; за челик 15.1; за [illegible]. 4.2; за стеарин 0,24; за стакло 15,7 итд.- Посредним теоријским путем налазимо брзину звука за сва чврста тела по обрасцу с

л.2.



Ово је све било простирање звука у слободној хомогеној средини, у пошто ове ретко где и кад има, то звучни таласи на свом путу после извесног времена и врло често наиђу на препону, због чега се јавља један нов појав код звука, иначе код таласања већ поменуто.

ОДБИЈАЊЕ ЗВУКА.

Кад звучни таласи ударе о какву средину, кроз коју не могу да пређу, они се враћају натраг тј. одбијају се - исто онако, као што се и светлосни талас одбија. Ово је одбијање врло обичан случај, јер се често дешава, па га треба боље проучити.

Одбијање се може појавити на неколико разних начина, од којих сваки има своје нарочито име.- Ако је извор звука близу препоне (на мање од отојању од 17.мет.) од које се таласи звучни одбијају, јавља се тако звани ј е к.- Њега има у свима собама и затвореним просторијама. Ако је препона на 6.мет. од извора онда, док ми изговоримо један глас, он је се већ одбио и изговорени глас п о ј а ч а о.- Ово и овако изговарање при говору веома јако смета и прави забуну; зато се обично зидови соба облажу

вуненим материјама, тапетима, сликама итд. јер све то упија извесну количину звука, те га на тај начин слабе. Услед тога је у таким собама одјекивање мање и за слушање и говорење пријатније и боље. Врло је мало локала који могу правилно да одбијају звук, да га појачавају, али да га не кваре - или тако званих а к у с т и ч н и х л о к а л а. Нарочито на ово треба пазити при прављењу п о з о р и ш т а (особито за опере) к о н ц е р т н и х с а л а итд. Ту треба јачање да је тако, да се онај глас, што је прво изговорен не меша са оним који се изговара, зато се видови за такве локале не граде равни, већ испрекидани итд.-

Поред јека имамо и појаву услед о д б и ј а њ а з в у к а, тако звани о д ј е к. Он се јавља при изговарању гласова, само доцније но јек, што зависи од даљине извора до одбојне површине. Ако је та даљина 17 мет. н о р м а л н о у х о м о ж е ч у т и и р а з д в о ј и т и у 1" 10 а р т и к у л и с а н и х г л а с о в а - в и ш е н е. За један артикулисан глас треба дакле 1/10 од секунде тј. за 1/10 од 1" тај глас треба да иде и да се врати иначе ако се он не врати, неће се други за њим изговорени глас чути итд.

Према томе за сваки глас треба 14 мет. док оде и 17 док се врати, свега 34 метара ($\frac{340}{10} = 34$.). Ако је даљина од извора мања од 17 м. јавља се, као што смо мало час видели, ј е к; ако ли је она 17 мет. и више јавља се о д ј е к. На двапут већој даљини (2.17 34) чућемо јасно два уједно изговорена гласа, на три пут већој даљини чућемо три изговорена гласа, на 4. пута већој четири гласа итд.

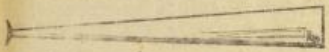
Одјек и јек вала разликовати о д о д з и в а, овде се враћају изговорени гласови и речи. Заједно, те их ми чујемо онако, како смо их и изговорили.

Нормално уво може у 1" да одвоји један од другога највише три слога.- За сваки, дакле, слог треба 1/3 од 1", па да оде и да се врати. Узимајући брзину звука да је 366 мет. у 1", трећина је од тога 112 мет. а половина од овог 56 мет. - значи да за сваки слог треба 56 мет. да оде и 56 мет. да се врати, па да се чује.

Ако је препона удаљена 56 мет. од препоне, чуће се поново само један слог речи. Ако је даљина два пута већа, поновиће се два слога итд.

К л о г о с т р у к и О д ј е к, враћа сваки глас више пути и постаје тако, што се звучни таласи крећу паралелним зидовима више пута ов но и онамо одбијају или што је на разном остојању и у разним правцима ви зидова, где се од сваког зида јавља самостални одјек.

Што год звук иде на већу даљину, познато је да он све више слаб јер кретање његово има да се сваки пут већем броју молекула ваздуха Зато ако смо ради да се и на далину звук чује, треба спречити простирање звука по таласима на све стране, јер нам ми иначе није стало до тога, да га шаљемо на све стране, већ да га упутимо само нарочитим правцем. Справе, сл. 3.



које се нарочито праве за овакве појаве зову се д о з и в а л а. Она се употребљавају кад је даљина између онога, који говори и онога који слуша врло велика па се хоће да пренесе на ту даљину звук, који се иначе без те справе не би могао можда ни чути, а камо ли разабрати. Та је справа на једном крају шира, а на другом, где се и произво- ди звук (сл. 3) звучни таласи преносе кроз шири крај напоље, у тој сра вери појачани, у којој стоји основица дозивала, пр по целој површини - Ако је слух слаб, па је потребно да га појачамо, употребљава се једна справа иста таква, само обрнута тј. уски се крај меће на уво, а шири се окрене тако одкуд звук долази, те се тако скупи што већи број таласа, који сад интен- зивније утичу на слух.

Свака справа, изврнута дозивалу, зове се п р и с л у ш и в а л о. Јачина се звука при том од прилике толико повиси, у колико је површи једног отвора већа од површине другог. - Има и других удешених прислу- шивала, који су зато, да хватају звучне таласе, који пролазе близу уха, да их одбијањем у уво спроведе итд.

П р е л а м а њ е з в у к а.

Кад звук на свом путу наиђе на какву површину кроз коју може да продре у другу средину - тада неки део з в у ч н и х т а л а с а оде у средину преломивши се; а неки се део са те граничне површине одбије и

враћа кроз прву средину. Никада сав звук не може прећи у другу средину. Да ли је, као што смо већ код таласања видели, та средина, гушћа или ређа од прве и звучни се таласи ломе на управној или од управне. За експериментално извођење преламања узимамо кесу од каучука (бешику), напунимо је угљен диоксидом (CO_2) или ма којим другим гасом и пропуштамо кроз њу звучне таласе. Одмах ћемо видети, да ће се они - преломити, као што је то случај и при преламању светлости кроз сочива и скупити се са друге стране у 1 тачци, у коју ће се кад у њој буде ухо, јасно чути звук - често чма изненаших појава звучних, које су нам веома чудноватe и које постају услед тзв. м е х а н и ч к о г п р е л а м а њ а. Ми нпр. можемо на једном месту да чујемо звук, а ако мало променимо место, које је ипак у близини првога, нећемо га чути. То долази отуда, што је брзина кретања звучних таласа кроз слојеве ваздуха разне густине врло различита. Ако је та густина једна и иста, линије у којима се звук простире паралелне су.

Ако ли је, као што у ствари и јесте, брзина кроз горње слојеве већа, и ако у њима почне таласање, то ће се због неједнаке све веће густине доњих слојева, талас по преламању све више на ниже привити и савијати, ударајући у саму земљу у тачци A (сл.4).

сл.4.



Ако је сад слушалац у A, чуће звук, ако ли мало из A скрене, неће га нимало чути. Ако је звук произведен у доњим слојевима, талас ће се обрнуто савијати на више. Ово се дешава врло често и ко нез на права узрока, правиће разна нагађања

И н т е р ф е р е н ц и ј а з в у к а.

Општи закони о интерференцији вреде и за звучне таласе. Клањење, што га при музици кад кад чујемо, долази од појаве, што их изводи интерференција. Постоје ли у исти мах више гласова, мораће се они на све стране у к р ш т а т и, и н т е р ф е р и с а т и, па се у исто време шире, а уху неће ни мало сметати, да сваки појединн глас разбере (осим ако се они сасвим не униште). Ако су два таласа једнаке висине тј. ако им је дужина таласа и број трептаја готово једнак, они ће се интерференцијом појачати и дати два пута јачи звук. Ако је један талас, са мањим бројем таласања, они се

међу собом не појачавају већ слабе,којом приликом наступа неко извесно х у ј а њ е.То се да нарочито приметити,кад звона свесне.Клатно код њих иде час на једну,час на другу страну - и изазива трептаје,а в у к:кад престане да угара,онда чујемо звук и даље,али наизменице час слабије,час јаче.Ово се јавља услед интерференције.Једна половина звони са неколико трептаја,а друга половина са неколико трептаја мање.Потпун једнак трептаја број,није могуће извести,јер ни сама молекулска конституција није савршена.Услед тога јављају се два тона,који се стичу у нашем уху и како дођу у-п,тј.дали се паpним или непарним бројем полуталаса и звук ће ослабити или појачати.Ово је а к у стички или звучни удар,који зависи од броја трептаја у једној и у другој половини звона.

Ако је број трептаја у I.половини 360, а у II.364 број удара онда је 4 разлика између тонова и висина тонова
таласа у 1" - оваква метода (за одређивање висине тонова) употребљава се врло често.У том се случају пореди један познат тон,са тоном непознате висине,па се овом последњом налази број трептаја,па према томе и висина његова,по оном првом.

РЕЗОНАЦИЈА.

Кад звучни таласи ударе на какво тело,које не трепери,то ће и оно,утицајем њиховим више или мање затреперити.Овај појав,тј.изазивање, да неко тело затрепери,телом које већ трепери,зове се р е з о н а ц и ј а.На овоме се и оснивају резонатори тј.справе за појачавање звука.Ово је дакле посредно трепереље и оно се јавља обично код свих шупљих тела. Резонација је у обичном животу врло корисна,нарочито код инструмената са жицом,као што су: в и о л и н а,к л а в и р итд.где је врло мали број молекила који т р е п т е,па према томе и који би изазивали звук.

Да би смо због тога ставили што већи број молекила у трептање међу се и додају уз жице извесне звучне кутије,у којима,кад се гудало превуче преко жице,затрепери ваздух и тако појачава иначе слаби т о н. У осталом пошто ми хоћемо да у изразу $\frac{mv^2}{2}$ затрепери што већу масу (m),то мора бити количина енергије већа,а услед овог и тон јачи

Ако ли затегнуту жицу ван резонатора у простору превучемо гу-

гудалом, неће се ништа чути, или ће и тај тон, који ће се једва чути, бити врло слаб.

Какве ће тонове један овакав резонатор да прими у себе и да ојача, зависи поглавито од геометријског облика његова. Ако је резонатор облика кугластог па поређамо више таквих кугла, онда свака од њих може да звучи извесним тоном и ако при том изазовемо неки тон он ће наћи своју одговарајућу кугли, која ће одмах тим тоном затреперити. Помоћу ових резонатора можемо на тај начин врло лако да анализимо звук. Поставићемо у близини извора сложеног звука неколико резонатора и по њима ћемо, који при овом затрепери, одмах познати из којих је звукова тај компликован звук састављен. Школска напр. пушти кад је уху принесемо, стога што и она резонира услед околних звукова, које ми иначе не чујемо. Правилни резонатори појачавају само неке, њима одговарајуће звуке, резонатори на против неправилног облика, појачавају све могуће тонове. Зато кутији код виолине морамо дати онако неправилан облик састављен из свију могућих геометријских облика, како би се услед ове резонанције појачавали сви тонови подједнако, а не један више, а други мање.

КЛАСИФИКАЦИЈА ЗВУКА.

Знамо већ да звук постаје таласањем и да зависи од броја трепта ја у 1", и од облика самих таласа. Услед тога можемо изазвати разне просте звукова.

Ако напр. махнемо руком по ваздуху, згуснули смо га мало, ну тај утисак још није довољан за наше уво; количина енергије, тј. израз $\frac{mv^2}{2}$ у том је случају веома мали. Ако звук постане услед једног трепта ја, ну који је довољно и врло јак, јавља се т р о с а к или п у ц а њ (као код пушке, бича итд. Кад барут при опаљивању пушке сагори, изађе из цеви, услед овога сагоревања, весма згуснути слој ваздуха са великом брзином и малоном, рашири се при изласку нагло и у тренут ока, што ми чујемо као пуцањ.

Ну звук може постати и из више таласа произведених у 1". При том могу наступити два случаја: 1/.- да сви таласи буду једнаки, или 2/.- да сви таласи више или мање буду неједнаки. Ако су сви таласи разли ки, јавља се ш у м, као што је: жуборење потока, пуштање ликља, шкрипање кола, грмљење, крештање, кркање итд. Све је неодређена врста звука јер таласи

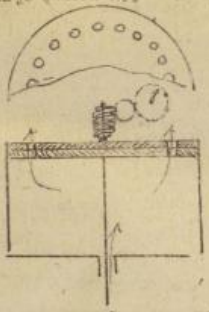
след којих је он постао не можемо скупити ни по облику ни по величини.

Ако су сви таласи једнаки и у 1" појављује се више њих потпуно једнаких са којим имамо т о н (у музици или акустици). Т о н ј е дакле звук с а с т а в љ е н из више т р е п т а ј а, п о т п у н о ј е д н а к и х и п р а в и л н и х.

Т о н.

Код сваког тона разликујемо в и с и н у, ј а ч и н у или и н т е н з и т е т и б о ј у његову. Висина тона зависи од броја трептаја у 1", само тај број иде до извесне границе, за коју ћемо доцније видети.

По овоме броју трептаја ми разликујемо тонове један од другога. Отога је најважнија ствар одређивање броја т р е п т а ј а у а к у с т и ц и п о т и ч н о г т е л а у 1". Ово одређивање може бити на више начина, али ћемо ми овде показати један, који бива помоћу тзв. с и р е н е (сл. 5). Ова справа није ништа друго до једна шупља кутија са једним отвором кроз који



се може да утура ваздух притиском, а овај је затворен једним поклопцем. На овом се поклопцу налази један ред рупа, којима на супротној страни одговара један други ред рупа на котуру. Котурова осовина је вертикална према кутији на врху које налази се један без краја завртањ, који је у вези са једним зубчастим точком, а овај опет још са једним точком. Ова два точка имају своје сврављке.

Ми сабијамо у кутију ваздух, који пролази кроз рупе и удара управно на дуварове рупа к о т у р а, услед чега се онај обрће око оне вертикалне осовине. На тај начин рупе котура час долазе кор рупа поклопца час прелазе преко њих поклопљене котуром итд. Овим прекидањем и настављањем струје ваздушне производи се звук.

Сваки прекид је један талас. У почетку је брзина окретања тако и звук једва чујан, ну ми убрзавамо окретање дотле, док не добијемо звук извесне висине, коју сад испитујемо. Да би та висина остала иста, ми за

време задржимо да се кутија истом брзином окреће. За тим погледамо на са-
вале точкова и прочитамо, колико се је пута котур за то време окренуо.
Обично је однос између брзине окретања точкова 1:10 - тако да ако се ск-
валка једног точка заустави на подељак 10, скавалка другог точка биће на
100, трећег на хиљаду итд. Време, за које је точак то кретање извршио, з-
већ у напред. Ако у 1" имамо 20 прекида, тј. колико има и рупа, а и точак о-
окренуо 20 пута, онда је висина звука - број трептаја у 1" = 400. Доводећи
дакле котур у такву брзину, да добијемо тон који испитујемо, наћићемо да
висина тона или број разан производу из броја рупа (n) и броја окрета-
ња точка у 1" (ν) ~ $N = d.n$ Брзина окретања може бити често
врло велика, до 50 и више пута у 1", којом приликом и висок тон.

Други начин којим се одређује број трептаја, састоји се у глав-
ном у томе, да се на телу, које звучи напр. на крају виљушке или на страни
утврди фина игла, која са телом трепти, али само трептање не смета, да се
онда повлачи очађена хартија или стакло у правцу, који је управан на крет-
ње игле. При трептању, игла ~~се~~ додирује очађене површине, те при том сама о
цртава свој пут управо, како смо ми пре преставили трептање једне тачке,
или попречног таласа.

Ако знамо за које се је време одређени комад таласасте површи-
нацртао, онда нам само ваља избројати брегове тог комада, па би смо имали
број трептаја за то време.- На истом принципу оснивају се и неке друге
методе, да се упореде бројеви трептаја разних гласова, на који захтевају
много сложеније справе.- Трећа је метода, којом се одређују бројеви трепт-
ја - она, где се ти бројеви рачунају из величине и еластичности тела која
трепте итд.

Интензитет тона зависи на првом
месту од амплитуде (тј. од величине за коју ће се молекули
удалити од равнотежног положаја) и то расте са квадратом њеним.- Затим
зависи од густине средине, у којој се тон производи.
што је та густина већа и интензитет је већи. На послетку зависи још
и од брзине трептања на квадрат. Преме томе основ-
ни образац за јачину звука биће: $J = d.a^2.\nu^2$ где J преставља интен-
зитет тона, d густину средине, а амплитуду и ν брзину трептања. У ре

ређем ваздуху звук је слабији но у гушћем, јер је мање честица што трепере и у ухо ударају. Интензитет зависи још и од даљине, на којој слушамо. Ако се звук од извора свога шири у слободном ваздуху, он се распростире на све стране и шири се на све већу и већу површину. Што је број трептајних делића на таквој површини већи, то је енергија, која долази на поједине делиће све мања и мања. Како површине расту са квадратом остојања од извалне тачке, тако и интензитет звука слаби при слободном ширењу у квадрату од извалне тачке. До овога закона можемо доћи на овај начин. Видели смо у почетку да се звук преноси и распростире у кугластим таласима све даље и даље, саопштавајући исту количину кретања све већем и већем броју молекула; услед тога на сваки потоњи од извора дати молекул долази све мањи и мањи број трептаја, те интензитет звука све више слаби. Према томе општи образац за интензитет биће:

$$J = 4\pi^2 r^2 d a^2 \nu^2 \lambda$$

за куглу пак полупречника r_1 имаћемо:

$$J = 4\pi^2 r_1^2 d a_1^2 \nu_1^2 \lambda$$

а за кугле полупречника r_2 биће:

$$J = 4\pi^2 r_2^2 d a_2^2 \nu_2^2 \lambda$$

Пошто се од кретања не сме ништа да изгуби, то мора:

$$4\pi^2 r_1^2 d a_1^2 \nu_1^2 \lambda = 4\pi^2 r_2^2 d a_2^2 \nu_2^2 \lambda$$

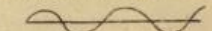
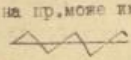
а одавде је: $r_1^2 \nu_1^2 = r_2^2 \nu_2^2$ или даље вашеном:

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{r_1^2 \nu_1^2}{r_2^2 \nu_2^2} = \frac{\nu_1^2}{\nu_2^2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

Из овог се обрасца изводи ово важно правило:

Интензитети два тона управно су сразмерни са квадратима брзина, а изврнуто сразмерни са квадратима остојања.-

Боја тона.- Ова боја није исто што и код светлости; она је њој само налик. Ми можемо један и исти тон извести на клавиру, виолини, фаути итд. али се ипак сваки од њих разликује један од другога. То је разлика по боји тона, класа. Према томе, дакле, оно што чини да се два тона исте висине и интензитета разликују међу собом зове се **боја тона** и зависи од **облика таласа**. То долази отуда што апсолутно никад није могућно произвести један тон за се, већ га увек прате неки на-

извесни споредни тонови. Ти су споредни тонови код виолине други, код ф
уте други итд. услед тога и долази разноликост боје тона. Тонови у опште
гу имати таласку дужину, исти број таласања и исту амплитуду, али разли
у боју тона, то све као што рекосмо, зависи од облика тих таласа. Један
на пр. може имати на виолини овакав талас  а на фла
 а на клавиру овакав  итд.; међ
тим сва та три тона имају исту дужину таласа и исти бро
трептаја и исту амплитуду.

Доплеров принцип.- Може се десити да се звучни
вор креће ка слушаоцу. Том се приликом дешавају тако звани Доплер
ови појави.- Слушалац чује јаче звук, ако се звучни извор ка њему приближује,
слабије, ако се исти од њега одмиче, премда и у првом и у другом случају
звук је остао исте висине. Узрок овој појави лако је докучити, ако се се
тимо, шта смо казали о интензитету звука у опште. Што је одстојање из
од слушалаца веће, утисак је звука слабији, а што је оно мање утисак је
чи. По овом Допеловом принципу управља се и светлост.

(Интензитет звука је управо сразмеран квадратима брзина, а об
то сразмеран квадратима одстојања)

Апсолутна и релативна висина
гласа.

Пошто висина и дубина гласа зависи једино од његова броја т
таја, то се овај може сматрати као апсолутна висина г
са. Најдубљи глас, што га нормално ухо може осетити изводи 16. трептаја
1"; ако је број трептаја мањи, онда их наше ухо неће осетити као целину
го сваки на по се. Најдубљи глас, који се у музици употребљава састоји
од 16. трептаја у 1". Највиши пак гласови у музици једва да иду преко
трептаја, који су готово (од 3000-5000) и најпријатнији. Ну има још виш
гласова све до 24000 а где које ухо може осетити гласове и са 36000-4
трептаја у 1".- Релативна висина коју налазимо између
два гласа, означује у физици количнике њихових бројева трептаја.

Инструменти за производење
звука.

Деле се на две групе, на инструменте, који дају тонове гицом,

инструменте, који тонове производе ваздухом.

Инструменти са жицом - била жица металка или животињска (струна) деле се опет на двоје.- На инструменте, код којих се преко жице п р е в л а ч и г у д а л о м и на инструменте, код којих се жице у д а р а ј у

Код ових последњих зависи од начина удара, од места удара, а од материјала, којим ударамо, јер није свеједно, ако ударамо каквим оштрим, чврстим телом, или ако ударамо тупим или меким телом. Најпријатнији су они тонови, који се добивају ударањем каквим меким телом, као што је то случај код клавира, гитара (простом) итд. а најмање су пријатни тонови као цитре, цимбала, тамбуре итд. где ударамо једним металним или оштрим дрвеним ножићем. Код харфе су тонови пријатни и пуни, јер и ту ударамо меко тело, а код тамбуре не. Тонови су код не оштри и шупљи, а код харфе пуни, меки и правени, као и код клавира, другим споредним тоновима. Сем тога зависи и од места, преко кога ћемо ударити или превући гудалом (код инструмената са жицом). Ако хоћемо да производимо благе (пријатне) звуке, превлачимо или ударамо на $\frac{1}{4}$ или $\frac{1}{10}$ дужине жице; ако ли ударимо (превучемо) на $\frac{1}{2}$ или $\frac{1}{6}$ дужине, тон је непријатан. Код виолине гудало је непрестано на жици и основни се тон понавља у извесној јачини, а они тонови који га прате, полако се губе. Свирање на виолини зависи поглавито од свирача, док код клавира не толико. Код виолине се превлачи на $\frac{1}{10}$ жице, те и добијамо онако пријатне тонове; ако случајно превучемо до саме кобилице онда споредни тонови утичу много на основне и граде их врло непријатним.- Јачина гласа код инструмената са жицама (струнама) зависи од дужине и дебљине превучене, затегнуте жице.- Скраћивање врши сам свирач својим прстима.

С В И Р А Л Е.-

Код њих се звук јавља услед трепереве ваздушног стуба, који је у њима затворен. Према томе, како се тај ваздушни стуб доводи у трептање, звучне се цеви (свирале) деле на:

1/.- С в и р а л е с а у с н о м (усмене) л а б и ј а л н е,

2/.- С в и р а л е с а ј е з и ч н о м (језичне), и

3/.- С в и р а л е с а л е в к о м (левкасте).

1/.- С в и р а л е с а у с н а м а. Оне имају један заштрени крај испод кога се налази тзв. у с н а. Ваздух који удувамо кроз

заоштрени крај, ударе у усну и цепа се; један део излази на поље кроз усн
а друга иде кроз цев. На овај се начин произведе згушњавањ
и разређивање ваздуха, чиме се сам звук произведе. На цеви
се још налази и рупе, којима се регулише дужина ваздушног
стуба, који ће у цеви да трепери, чиме изазивамо разне тоно
ве. Висина тона зависи у опште од дужине и дебљине свирале, пошто се она
подели, на извесан део, при том већи или мањи, број полуталаса.- Свирале
оне могу бити на другом крају о т в о р е н е и з а т в о р е н е.-

У свирала са отвореном другом страном мора да је највеће кретање на слободном крају, као и при усницима, између којих мора да буде барем један трептајни чвор. В и с и н а ј е г л а с а у о б р н у т о ј с р а з м е р и с а д у ж и н о м с в и р а л е, ма да то није сасвим тачно. Јер овај стуб ваздуха, што трептање изводи, не свршава се управо на крају свирале, него трепери још нешто даље споља, чиме се дужина таласа нешто продужује, а због тога висину гласа снижава.- Висина гласа зависи у неколико и од дувања; јачим се дувањем дају дубки гласови уклонити, а виши ојачати,- и обрнуто.

У свирала са затвореним другим крајем, мора да буде ваздух, који је сасвим на дну свирале, увек у миру, где је и трептајни чвор, док се ваздух при усницима мора најјаче и најбрже кретати. Глас у затвореној свирали је нижи (за октаву) од онога, што настаје у истој таквој другачој отвореној свирали. И у затвореној свирали мо[illegible] јачим дувањем поједини гласови појачати.

Каке ће природе и код једних и код других свирала бити тон, зависи и од м а т е р и ј а л а, од кога су оне направљене. Мекши ће тон бити код свирала од дрвета, него од метала итд.

2/.- С в и р а л е с а ј е з и к о м.- Имају исту цев као и свирале са усном, а сем тога и један прорез, у коме вибрира 1 еластична
л.



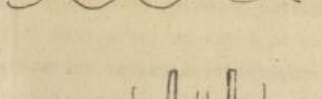
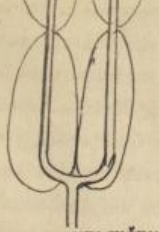
плочица (језичак). Од еластичности овог језика зависи
Висина
тона. Језик, који вибрира, или је већи, или је мањи од
отвора, те се креће (савија) само на једну или две
стране. Дувањем се тај језичак превије, а еластичност га опет натраг повуче, због чега и дође у брже или

горње кретање, које се онда и на ваздух у свирали преноси. Како се не мо-
трептања језичка и ваздушног стуба у свирали никада са свим довести у
склад, увек су гласови на свирали са језичком нешто спорији, него на свира-
ли са устима. Свакве су свирале на пример х а р м о н и к е.- И овде, као и
од уснених свирала, налази се на цеви разне рупе, које продужују или скра-
ћују дужину ваздушног стуба, који је у цеви затворен, те отуда добијамо
више или ниже тонове.

3/.- С в и р а л е с а л е в к о м.- Немају уснe ни језика,
већ само отвор, који је облика левкастог. Тон се овде не производи као до
сл. сада у свиралама, већ на уснама самог свирача (као што је

то код рогова, труба итд.) Код ових човечије усне замењују
језичак.

Полагањем кретање усница ваздух затропта и тако звук производи. Придодата цев служи само да тон ојача. Оне нису употребљене у музици, већ онде, где је потребно да се звук чује далеко (у војсци, рату итд.). У музици се сад употребљавају све врсте свирала.

Сем ових инструмената постоји још неки које ћемо сада поменути
сл.5. и у које на првом месту спадају в и љ у ш к е (прутови) или д и ј а п а-

з о н и. То није ништа друго до један
искривљен штап (сл.6.) или шипка. Ми
смо већ напред видели да штап, који је
утврђен у својој средини, трепери полу-

таласима тако, да је тачка утврђена у
исто време и трептајни чвор. Тиме, што
смо га ми савили и дали му облик ви-
љушке, он се није ни у колико промешио.
На тај начин имамо у музици звучну ви-
љушку или д и ј а п а з о н, код које
сваки крак трепери са 1/4 таласа. Диј
пазон производи најчистији музички
тон. Он нам служи за класификовање тонова, којих висину не знамо. То постиже-
мо упоређујући тај тон са низом оваквих виљушака и кад нађемо којега

дијапазона тон се слаже са непознатим тоном, нашли смо и сам тај тон.-његову висину или број трептаја. Сем тога ове се звучне виљушке узимају и врло често употребљавају и за то, да се има дате основни тон за интонацију других инструмената.- Звона су једна врста оваквих виљушака.

У звучне инструменте долази и т о б о ш. Код њега треперење, па и звук производи једна кожна мембрана. Закон по коме то трептање бива није потпуно одређен. На њему од прилике постају поменуте већ хладнијеве слике због чега и тонови су, који се јављају, врло неједнаки и непријатни. Звук је управо овде више шум него тон. Стога и није у музици бог зна колико употребљен; али оно што се по где где употребљава, то се једино употребљава због своје акустичне важности, да направи већу ларму и ефекат. Исто овако, и због истог свог употребљују се т а с о в и, б у б а њ и још много други акустички инструменти.

У вези са свиралама и у опште са инструментима за производење звука, долазе и тзв. в и ј у ч н и п л а м е н о в и. Кад запалимо напр. извесну лампу па надвесемо на њу какав резонатор, чујемо јасније или слабије извесне тонове. То бива услед хемиске реакције, које се при том дешавају због чега се ти пламенови и зову још Х е м и ј с к о м Х а р м у н и ј о м. Они се могу лако анализати, којом ће се приликом видети, да ли они свако часа прекидају. То се прекидање може констатовати помоћу (некога) тзв. р е з о н а т о р н о г о г л е д а л а.

Осим ових резонатора и све животиње нарочито више, имају орган за производење звука - гласа - од чега се међу њима ни човек, чији је орган за производење звука, може рећи, и најсавршенији, да видимо дакле сад:

П о с т а ј а њ е г л а с о в а к о д ч о в е к а. Глас код човека као и код других савршенијих, виших животиња, постаје у душнику, грклану. На којем се месту баш он јавља, то је код разних врста животиња различно, од душника се одвајају два канала за плућна крила. Цео је канал обложен једном опном, слузавом покожицом и од каквоће те опне и бора на њој зависи и сам глас. Код тица се производи глас одмах у почетку, где је душник; код човека чак горе и са обе стране, има као две жице (сл. 7) - г л а с н и ц е. Ове гласне жице затрепере од ваздуха што прође кроз њих и произведени се глас после ојачава у целој дупљи, где се артикулише уда

сл.7.



ударајући на нас, усне. непце, језик, зубе и други део уста. Ваздух који полази из плућа таре се о гласне жице које могу једна другој да се приближе и тиме се производи трептење тј. известан тон, који се устима, као резонаторима појачава, у неколико дотерује. Какав ће при том глас или тон изаћи из уста, зависи углавном од облика, који ћемо дати својим устима. Питање је сад само зашто глас не постаје непрестано, кад их дишемо? Ваздух на тај начин увек пролази кроз гласне жице, као и кад говоримо или певамо или на какав глас да производимо, те су жице разлабављене; Ваздух између њих пролази слободно не могући да их приближи, да се о њих таре, како би и затреперио и звук на познати начин настао, иначе, кад хоћемо да певамо или говоримо, те се жице помоћу нарочитих мишића којима су оне везане приближе једна другој, те звук трењем ваздуха на њих, лако да произвести у колико су гласне жице танке стегнутије и ближе једна другој, у толико су и тонови све више и више код басиста су напр. жице дебеље.

Не могу толико да се приближе једна другој као што то бива код тенора или сопрана итд. Тонови које људи могу да произведу јесу:

бас од 80-213 трептаја у 1"	}	мушки гласови
баритон од 100-314 " " 1"	}	
тенор од 124-427 " " 1"	}	

Нежо сопран од 120-654 трептаја у 1"	}	женски гласови
алт ..... " 170-685 " " 1"	}	
сопран..... " 250-1024 " " 1"	}	

Сем тога јављају се и тонови тако звани фалсетни, који су већи но што их могу гласне жице и гркљан да даду; кад бас. напр. хоће да пева тенор или тенор сопран па се напрегне, производи фалсетни тенор или фалсет сопран итд. овде не трепере целе жице већ само њихова ивица, те тако добијамо врло високе тонове за ово треба да се човек нарочито вежба ну

избекбано ухо увек може лако познати те ломне тонове и ако има много пева
ча који тим фалсетом непрестано и врло вешто певају.

Кад глас који је овако постао у душнику излази, наново пролази
кроз уста, и ту се, као што рекосмо артикулише, да боље грана; бива као да он
прелази кроз какву свиралу код које је ваздушни стуб час дуги, час краћи
за неке самогласнике, напр. треба најкраће дужине тог стуба, па да се они
произведу, - самогласник е изговара се, кад се усне повуку натраг а у
кад се усне спруже напред ј, кад се ваздушни стуб продужи. Између ове
две границе и остали самогласници. Тако за О је дужина тога стуба већа
но за е, а мања, но за глас у, отвор је пак уста више или мање округао; што
се тиче сугласника, они се деле према томе: на коју страну ваздух удара
и пролази при излазу из душника и уста на тај начин имамо сугласнике зуб-
не, уснене, језичне, непчане. носне, уснено носне, итд. ови дакле органи у усти-
ма утичу на артикулацију гласа, а сам је говор друга комбинација гласова, ко
ји на овај начин постају и који се разликују на висини и по боји човека.
Говор је код човека најсавршенији у односу на гласове осталих животиња.

Висина гласа зависи при том од напона, од дужине и тежине гласни
це, а и од јачине ваздушне струје.

Постајање гласова код животиња.

Ово је исто, као и код човека, код птица се налазе жице врло нис
ко чак онде, где се душник дели на бронхије због тога оне и могу да произ
воду онако високе оштре тонове, кабе имају још и нарочите бешике, које служе
као резонатори и којима оне појачавају свој глас (крекетање).

Крупне животиње имају гласне жице врло дебеле те им је глас
врло крупан, као што је рикање, мукање, урликање, итд. Ну сем постајања гла
тренерења, гласних жица, многе животиње (особито инсекти) производе глас
трењем о ваздух или баш кроз ваздух или о поједине делове свога тела. Зр
јање муха није ништа до трење њихових крила кроз ваздух. Попац пева (произ
ди глас) тарући своје ноге и тело итд.

Кад смо на овај начин видели, како у опште постају тонови, да ви
димо сад, како се они могу да чују. - То бива помоћу слушног органа - уха.

У Х О. - То је орган, који прима звуке, што у њ долазе. Код разни
животиња овај је орган и разно развијен, но ми ћемо посматрати само чове

овечије уво.Оно се може да подели на три дела:

"Спољашње", "средње" и "унутрашње".

Спољашње је уво једна шкољка и оно слуша као неки р е з о н а-
о р.Што је код виолине кутија,то је овде код ушета шкољка;неправилан
блик шкољке је стога да појача све томове подједнако (а не само неке) и
а ни један од њих не преовлађује.Једним се каналом из овог уха иде право
средње уво које је састављено од две половине,од којих је једна рскаши-
ена,а друга коштана,и на једном је месту хрпетичких затворено "бубном оп
ом".Из њега се иде најзад у унутрашње уво.У средњем се уху налазе неке
гне коштице од којих је једна у вези са бубном опном.Она прва због сво-
облика зове се н а к о в а њ, после кога долази ч е к и ћ, с и л а в и
е в а коштица и напослетку у в е н г и ј а или с т р е-
е н.Ова последња затвара средње уво и чини прелаз на унутрашњем уху -
а л а б и р и н т у.

На месту где се свршава с р е д њ е у х о, налази се један
алан или е л и п т и ч а н и о т в о р.Унутрашње је уво цело испуњено
ћношћу,по којој се граниј слушни нерви,где се налази уши со свом обли-
. такозвани п у ж.

Ово је сва механизам слушни и према овоме ч у ј е њ е г л а-
на б и в а о в а к о:

Таласи затрепереног тела допру ваздушном енергијом до шкољке,тј.
спољашњег уха) које те таласе скупи,ојача и пренесе кроз канал на бубну
ну те ова затрепери,и због ње и све остале коштице,јер су све у вези,па
астрокен,који ће у лавиринту затрепетати ону муту течност.Услед овога ће
и конци нерава покренути и то кретање саопштити самоме нерву,а овај о-
ве мозгу,у коме се одмах јавља утисак звука.

К о р т и је показао да је унутрашња мембрана лавиринта у уху
кована од прилике са 3000 малих кончића који су крајњи огранци акустич-
г нерва,а"Х е м и х о л ц" на основу тога узима да је сваки кончић акор
ан,као какав мали резонатор,за један особити тон трепти само ти
ањем а глув је за све друге.Према томе,који ће конци при прим
звука затрепетити,зависи од каквоће тонова,који су до нашег уха нашли.

Увек ће затреперити само онај конац, који је исте висине, које и тон, што у наше ухо долази.

Из средњега уха води једна цев право у уста, завршујући се у г њем делу непца. Она се зове: **е в с т а х и ј е в а т р у б а**, а служи на то да изравнава притиске на бубну опну. Многи, када се производе јаки зву (пуцање из топова или пушака, грмљавина итд.) затварају своје уши, бојећи се да им бубна опна због јаког притиска неби пукла. Али је то сасвим по грешно. Таласи продиру кроз бубну опну и евстахијеву трубу, па ако су ус и уши отворени, они долазе са обе стране, кроз усну шкољку и ушну (па у неколико и кроз носну дупљу) - те се на тај начин у неколико потиру међу со бом, због чега опна затрепери много слабије но иначе, немајући никакве опа ности, да ће да пукне. Ако се ухо затвори онда ће не може да изравна талас с једне и друге стране те је тада притиснут на бубну опну већи, због чега је она у много већој опасности да пукне, него што је то била у првом слу чају.

Ово је нормално ухо, које треба разликовати од ненормалнога, кад наступа **г л у х о ћ а**.

1/.- Кад је у неким ушима **н е р в** здрав, а коштице покваре ној у том случају наступа **т е ш к о ч у в е њ е**; та се глухоћа може по правити у неколико **м и к р о ф о н и м а**, и још неким другим средствима.

2/.- Потпуно је глухо оно ухо чији је сам **с л у ш н и н е р в** покварен. Та се глухоћа не може ничим поправити. То је случај код **г л у х о - н е м и х**, јако се деца родо глуха, те не могу због тога да на учо говоре.

Помоћу уха може се лако да одреди правац, одкуда долази звук и његова јачина. Извежбано ухо може врло лако да одреди и тачно разлику по висини за два тона.

К Р А Ј.

ЗВУК

III.- Д Е О.

М О Л Е К И Л С К А Д И Н А М И К А

НАУКА О С В Е Т Л О С Т И.

Шта је светлост?

Светлост је узрок свему ономе што видимо.

Она се може протумачити на два начина.- двема теоријама,које окако као што су за топлоту постојале две теорије.По првој теорији која је старија и која је се за дуго одржала тумачило је се и мислило,да је светлост нека немерљива материја,која је из тела које светли истиче у ку гицама,које после падају на поједине предмете.

Ово је била к а т е р и ј а л н а или е м и с и о н а тео рија.

Та немерљива материја о којој се говорило да истиче из светло ека звала је ф л у и д у м.Један од представника ове теорије јесте К у о н.Помоћу ове теорије како су објаснили појаву фотографије и одбијање светлости,али са појавом преламања светлости - са појавом интерференције већ је било мало теже;што су објаснили које како.Код интерференције свет лости застали су јер су нашли на случај,да тело двема свећама осветљено не само да није два пут јаче осветљено,како је по њиховој теорији морало ити,већ није ни мало ни осветљено.Ова је појава и дала повода да се ретпостави да је светлост материја,јер се она не може уништити,а светлост може.Како је сличну теорему заступао Њутон,то је и његова теорема дуго ладала,док најзад у прошлом веку неки физичари не доказаше вибрациону теорију,коју је још у 17.веку поставио Х и г е н е (Хајенс),по којој је светлост таласасто трансверзално кретање једне врло фине материје е т - а (чији молекули трепере).

Слично оном да звук слаби и да га нестаје у безваздушном прос тору,требало би да се и светлост у простору где је ваздух извучен не ви ди;ну то није у ствари,што значи да има још неке материје која трепери у место мерљиве материје.Та је материја врло фина,ми не можемо никад ис терати из тела;она је свуда,у колико је са једне стране истерамо она

са друге стране доће. Етар је дакле медијум кроз који се светлост прос
ре. Етар испуњава целу васиону. У последње време добио је и ту улогу да с
ме објашњава електрицитет. И он се простире кроз једну такву средину
ином 300 000 км. у секунди и та брзина дала је повода да се мисли, да је
светлост и електрицитет иста појава и да то нису материје. Напослетку
дошло и до тог закључка, да етар и није ништа друго до електрицитет јер
електрични врхци преламају, интерферину, поларизују итд.

И појаву топлоте тумаче са овом теоријом. Да ли ће се јавити
светлост или топлота - то зависи од дужине таласа; у већини случајева об
ове појаве се узајамно прате. Број пак и дужина таласа зависи једино од
температуре. Према томе и светлост и топлота зависе од исте. Другим речи
тела могу светлети на некој извесној температури чији је минимум 525°.
На тој температури тела дају мрко црвену светлост; испод ње су мрачна
над њу, у колико исте расте, постају све светлија и светлија, док се на те
ператури 1500°C не усијају и забељене белом светлошћу према томе је
дакле светлост потенцијална
Сва тела према пропуштању светлости деле се на с в е т л а
м р а ч н а.

Светла тела могу бити сама по себи или добити светлост других
тела светлих и помоћу њих сити

Светла су тела: с у н ц е, о г њ и ш т е, в а т р е итд. а осветља
м е с е ц, с в а п л а н е т е и с в а д р у г а т е л а н а з е
м љ и, која нам видимо као светла, а која сама собом не светле. Тамна или мрач
на тела деле се на: п р о з р а ч н а, п р о в и д н а, н е п р о в и д

Прозрачна су сва она тела која пропуштају сву добивену светлос
дакле она, кроз која се јасно могу видети геометријски облици (напр. биск
стакло). Провидна су тела она која у неколико пропуштају светлост.

Што се тиче пропуштања светлости, прозрачности и непрозрачности
етар је релативна и поглавито зависи од дебљине слоја, кроз који светлост
лази. И најпрозрачнија тела у великим дебљинама постају непровидн
и тамна, као што непровидна тела у танким слојевима постају прозрачна и
пропуштају већу количину светлости.

Танак слој је дрвета прозрачан, дебео је таман.

Исти је случај са хартијом, наслаганим плочама и другим телима.

Тако исто и метали, кад су у танким листићима, пропуштају у неко мало светлост - провидни су.

Танак златан лист пропушта зеленкасту боју.

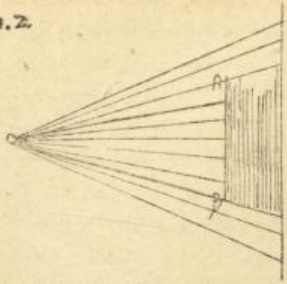
Што се тиче извора светлости, они могу бити: као код топлоте, п р и р о д н и и в е ш т а ч к и. Од природних на прво место долази с у н ц е, затим з в е з д е, м е с е ц и с в а о с т а л а н е б е с н а т е л а. Месец сам по себи није светао, он добија светлост од сунца, али је ипак он за нас један извор светлости.

Вештачки су извори они, које ми сами производимо на земљи, као што су: разне лампе, свеће итд. У ове вештачке изворе спада још, као најбоља и најсавршенија електрична светлост, која може бити релативно и јача од сунчеве светлости (1 мм² површине угљена, који светли електричном електричном светлошћу, јаче светли од 1 мм². површине сунчеве светлости) Светлост не стоји у правилном односу са топлотом, јер водоник при сагоревању са кисеоником, даје највећу топлоту сагоревања, но не даје и највећу светлост, док угљен то обратно чини. Ово зависи од оних тамних чврстих тела - повр тини, које сијају у пламену. Где ових тела има више, ту је светлост јача. Пламен свеће напр. светао је, док пламен сумпора и алкохола јаче видимо, премда је код њих топлота много већа. Има тела која се не морају да усија- ју - па тек онда да светле - а то су фосфорна (пирофорна) тела. Та свет- лост зове се фосфората (по фосфору на коме је први пут и опажена). Фосфор- лост као појава опажа се често не само на мртвим неорганским телима, но и на органским изумрлим телима - па чак и код живих створова (неке инфузо- рије) и биљака (неке гљиве), којима један део светли на начин до сада још недовољно објашњен: Још има тела, које добијају од других светлост, па после сама светле, када се унесу у мрачан простор - као што је то случај код ди- јамента. Овај се појав зове ф л у о р е с ц е н ц и ј а.

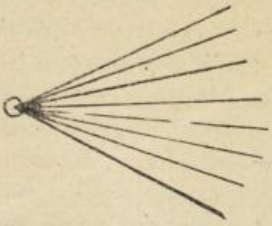
П р о с т и р а њ е С в е т л о с т и.

Светлост се као и топлота и свако друго таласасто кретање, прос ире кроз хомогену средину по правој линији. Свака линија, којом се свет- лост простире зове се о б с т а о з р а к или просто само з р а к. Више таквих зракова чине с в е т а о с н о п или сноп светлих зракова. Закон

сл.2.



о праволинијском простирању светлости вреди само онда где се може претпоставити, да је средина (било то ваздух, стакло, вода итд.) хомогена, што најобичније не бива, али се може претпоставити ва не сувише дебеле слојеве. У противном, светлост се простире по кривој линији - што ћемо доцније видети. Због праволинијског кретања светлости, она се не може угледати, кроз криву узану цев, па ни кроз ширу (тунел) кад је кривина велика. Због тога што су светли зраци праволинијске, светлост полазећи из једне тачке иде на све стране - з р а к а с т о - д и в е р г е н т н о. Кад је светао извор врло далеко, напр. из бесконачности према нашим обичним даљинама, онда светли зраци тако се слабо међу собом разликују, да се могу сматрати као паралелни (зраци сунца, месеца, звезда итд.). Кад у мрачну собу кроз пукотину продру унутра сунчани зраци онда се у соби види светао снопић п а р а л е л н и х з р а к о в а где у правој линији продире кроз собу. Прва последица праволинијског простирања светлости јесте та, што сва тамна тела, осветљена с једне стране, бацају за собом с е н к у тј. све оне тачке на томе телу, до којих не могу да допру прави, светлосни зраци, остају неосветљене, у тами, у сенци. Ако са светлога, који је у првом случају само светлосна тачка провучемо у мислима сл.1.

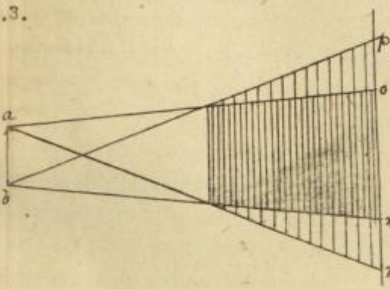


правих линија, онда је цео онај простор који те линије обухватају иза тела у сенци. Растење сенке у толико је веће, у колико је тело, чију сенку хватамо, ближе светлом извору, то се изводи из сличности троуглова.

П о в р ш и н а с е н к е р а с т е с а к в а д р а т о м р а с т о ј а њ а б е ж је случај ако је светло тело врло мало - управо једна тачка.

Али кад светлост не наилази на једне тачке већ кад имамо читаве

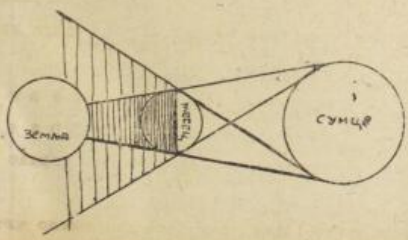
једно тело које светли (куглица лампе, месец, сунце) онда поред сенке имамо
полусенку тј. поред оних места до којих светлост никако не допире
има места која су у неколико само осветљена. Уочимо две крајње тачке свет-
лога тела - а и в; што раде оне, то
раде и све остале тачке на њему.
Услед сваке од њих тело баце по
једну сенку своју; *np* и *om*.
Простор *mn* осветљен је само зра-
цима а, а тачке в није; ор само зра-
цима тачке а, а не *b*; *on* пак ни јед-
ним ни другим према томе је *on*
права сенка или је а-
грo сенке, а *mn* и *op* **полусенке**. Полусенка је дакле прос-
тор између муње сенке и светлости. У колико је осветљен предмет ближе свет-
томе извору, у толико је јегро сенке веће, а сенка све јаснија, а у колико
је *n* даља, јегро је сенке мање, али је сенка блеђа.



сл. 3.

Ако је светло тело веће од осветљеног сенка се коју осветљено
тело баца, свршава у један шиљак, а ако је осветљено тело веће од светлога,
сенка се шири.

Први је случај са месечевом сенком кад овај у своме путу око
земље стане између сунца и земље (млад, нов месец) онда на осветљену поло-
вину земљину пада и месечева сенка и полусенка. Она места на која падне
сенка имају **потпуно**, а она на које падне полусенка **непотпу-
но делимично, прстенасто помрачење**. То се
исто дешава и кад је месец пун. Дакле, кад земља дође између сунца и ме-
сеца, ако овај огреване цео у сен-
ци земљиној, имамо потпуно, а ако
огреване само једним делом (већим
или мањим), делимично помрачење. -
На исти се начин због праволини-
ског простирања светлости дешава-
ју помрачења и на другим телима у
нашој планетској системи (као по-
мрачења сунца у меркуру и Венери,



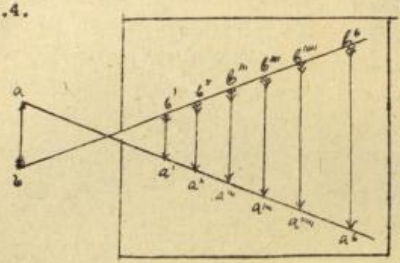
јупитерових месеца, трабанта итд.)

Мрачна Комора.

На основу праволинијског простирања зракова, кад зрак прође кроз који отвор на дувару мрачне коморе, видеће се увек слика оног предмета, ко ји би се испред отвора налазио, у изврнутом облику, а та је слика у толико већа у колико је заклон даљи, дакле: величина њена **обрнуто је сразмерна са остојањима заклона.**

Ако је предмет АВ испред отвора на комори његова ће изврнута слика бити у комори ав. Помињући заклон у комори ми ћемо добити равне величине те слике: мање, ако заклон приближујемо, а веће ако га удаљујемо од предмета. На постојање слике отвор нема никаквог утицаја (тј. својим обликом). На комори је са свим свеједно, да ли ће он бити округао или ћошкаст (због тога се сунце огледа испод дрвета у шуми кров лишће увек у округлом облику и ако су простори између лишћа разног облика).

сл.4.



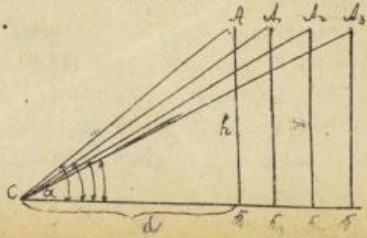
Ну што је отвор мањи, слика је слабија осветљена, али је оштрија кад је отвор велики слика је светлија, али је нејаснија. С друге пак стране слика може бити мања од предмета, једнака с њиме или већа од њега. То зависи од даљине заклона.

Ако је даљина заклона од отвора мања, но што је даљина од предмета до отвора, и слика ће бити мања; ако је једнака и слика је једне величине; и најзад ако је већа и слика ће бити већа.

Привидна величина једног тела; ако је дато тело АВ и тачка С одакле тело гледамо исто ћемо видети и под углом $\measuredangle ACB = \alpha$ који се зове угао виђења или привидна величина једног тела. Из слике имамо да је:

$$h = d \operatorname{tg}\alpha \; ; \quad \operatorname{tg}\alpha = \frac{h}{d}$$

сл.



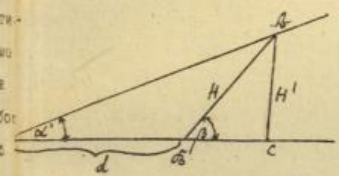
Привидна величина једног тела

виси дакле, са (За ниже) које га гледамо, и у колико је ова већа, у толико је при-
дна величина једног тела мања и обрнуто.

Ово је случај кад је тело управно на хоризонт.

Али, ако је косо према нему тј. нагнута према хоризонту, подаље онда
ми видимо у мањој величини, него у првом случају, јер у самој ствари не
гледамо тело H, већ његову вертикалну пројекцију H', која се добија
из слике: $H' = (BC + BE)\,tg\alpha'$ а одавде имамо да је: $tg\alpha' = \frac{H \sin\beta}{d + H\cos\beta}$

и у приближној вредности $tg\alpha' = \frac{H}{d}\sin\beta$. На овоме се оснива пер-
ктива, ту морамо знати оне законе скраћивања слике. Неке дуже видимо на
ко-мање, неке веће, мада су они у самој ствари приближне величине. Ми сад
њих знамо, да су дуги мањи на већем одстојању, а већи кад је то одстојање
је. То и тако треба преставити на слици.



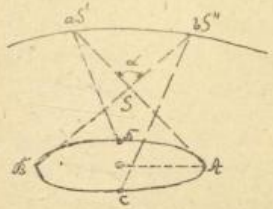
Услед овог долази и то, што две паралел
не линије, кад их гледамо, изгледа, као
да се састају негде у даљини (напр.
праве улице, два реда дрва, две железнич
ке пруге итд.) И округлина, сферност
неба, овим се објашњава облови, под који
ми гледамо облаке, који су дала или
ближи од нас, и ваздух који је више или мање обојен, различите су величине.

У колико је облак дали од нас, у толико је угао виђења мања, него
о је у ствари, у толико је дакле облак ближе површини - и обрнуто.

Брзина Светлости.

У обичном се животу мисли, да се светлост простире тренутно на
е даљине тј. да јој је брзина бескрајно велика. Тако се мислило све до
далнаестог века, када је се дознало да се светлост не шири се тренутно, већ
извесном, истина врло великом, али не бескрајном брзином. Зато се при
т дознало извесним астрономским посматрањем. У предпрошлом веку (1727)
кушао је Bradley да одреди паралаксу једне звезде, помоћу
је се после може да нађе далина њена и брзина њене светлости. Под п а -
а л а с к о м разуме се онај угао који заклапа цела земљина путања, а
је је теме у самој звезди. Ако из А посматрамо звезду S, она ће се

пројектирати дово на раван изнад ке у $a5'$ а,ако је гледамо из В,пројектираће се десно на раван $65'$.Посматрана пак из с и Д скретаће за извес тан угао,описујући у току једне године мали пут на небу,који је права ли сл.7.



нија,ако је звезда у елиптици (пројекцији земљаног пута на небесни свод) круг,ако је у осовини елиптике - иначе је увек елипса.

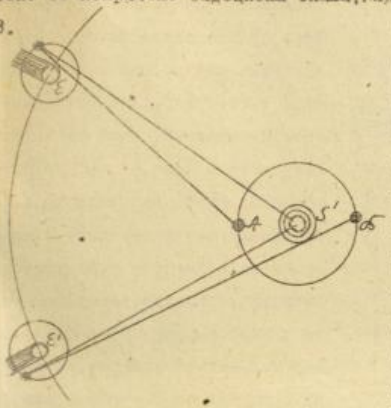
Ако је с брзина земљина, α угао скретања,које је за све звезде 20.425",а са С означимо брзину светлости имаћемо из слике да је $c = C\operatorname{tg}\alpha$ или $C = \frac{c}{\operatorname{tg}\alpha}$.Како је с познато и р = 30.796 Км.а α може да се одреди,Драдлеј је израчунао и вредност за С нашао да је у округлом броју С = 300.000 Км.у секунди Ово посматрање врши се помоћу дурбина.Ако управимо један дурбин на коју звезду,зрак,који је ушао у m ,неће проћи кроз средину пола вида.Због тога што се креће са земљом - већ ћемо звезду видети само тако,ако дурбин нагнемо мало косо.Ово бива услед обрнутије,тј.компоновање једне брзине са другом.У овом је случају једна брзина,- брзина кретања - земље,а друга брзина светлости.Обрнутија има и на земљи.Кад се возимо железницом,ни једна кишна кап не падне на њу управно већ косо,и то бива услед слагања две брзина,брзине железнице и брзине саме (кишне) капи.

Горњи број брзине светлости представља нам брзину само оне светлости,која долази са звезда.Питање је сад и дали је та брзина иста за ону светлост која долази са ц и а н е и а,дакле тела која примају светлост од других,те светле само својом о д б и ј е н о м с в е т л о ш ћ у.Испитивање је то свршено помоћу помрачења јупитерових пет пратиоца - месеца,- трабаната.За овај ћемо случај узети најближи трабанат,којега се помрачење дешава сваких 24 1/2 часа.

Дански астроном Ремер нашао је (1675г) да се помрачење збива сво доцније,у колико земља обилазећи по својој путањи око сунца иде даље од Јупитера.

Овај пређе своју путању за 12 година и 10 месеца,дакле за 6.

месеци пре 1/24 део свога пута, док земља пређе половину свога (пута).
Највеће се помрачење задоцњава онаја, кад је земља на супротној страни од
сунца.8.



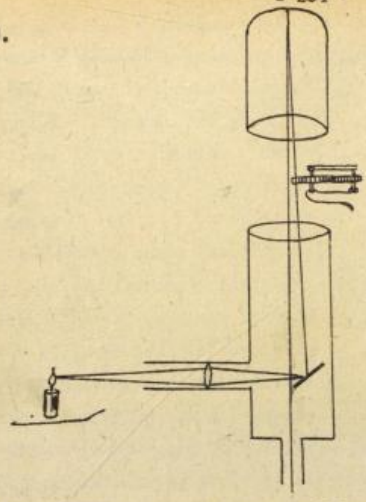
сунца у В.и оно износи 16.26"5 то
бива кад се помрачење посматра
после 6 месеци од првог посматра-
ња за које је јупитер врло мало
покренуо из $\mathcal{E}$ у $\mathcal{E}'$, а земља
за половину своје путање - из А
у В према томе значи, да ово за-
доцњење наступа услед тога, што
сада светлост има да пређе много
дуги пут (за цео пречник путање
земљине) него кад је земља била
у А. Кад се зна пречник земљине
путање, лако је одредити брзину саме светлости, треба тај пречник поделити
са 16 26.5" па добивени резултат (у округлом броју 300.000) представља
брзину светлости, која долази са планета, и која је као што смо видели једна
кава брзини звездане светлости.

Све је ово до сада била брзина светлости са тела која нису на
земљи. Треба сад одредити брзину земљине светлости. У први мах ово нам изгледа немогуће јер би нам за то требало да имамо простора најмање 300.000
км. Но то се данас може одредити у једној соби од неколико метара дужине.
Физо (Fizeau 1849 год.) је пронашао методу за одређивање светлости у малом простору, и ево у чему се она састоји: Узме се један светао
извор, са кога се пропусте зраци најпре кроз једно сочиво, па се затим пусте на једно равно огледало, и са овога на једно параболично које је удаљено 8 км.

Исто враћа зраке на равно огледало које је само до пола амалгамисано, а од пола је прозрачно. Кад се светлост врати, онда се из тога огледала кроз прозрачни део његов може да види. Кад би светлост при повратку
дала слободно на сочиво тј. кад неби била ничим заклоњена, она би се нестално видела.

Ну пред лампом је намештен један шупљаст точак тако, да свет-

сл.9.

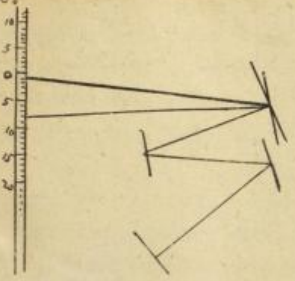


светлост има да пређе између зубаца тога точка. Ако сад точак крећемо испрва лакше тако, да светлост има кад да оде и да се врати кроз исти отвор, онда ћемо увек видети. Ну кретање точка може се десити и тако брзо, да светлост при повратку нађе на зубац који спречи пролаз те се светлост у дурбину не види. Тако се исто може десити, да је брзина точка толика, да светлост прође кроз један отвор и врати се кроз други, те ће се опет видети у дурбину, ако точак има n зубаца, интервали биће $2n$, број обртаја у секунди нека је N, онда се светлост врати, прешавши пут l за време $t = \frac{1}{2nN}$ секунда, тј. $l = C \cdot \frac{1}{2nN}$ одакле је брзина светлости $C = l \cdot 2nN$ код фиксоа даљина l износи 8633 метара, $n = 720$ а $2n$ 1440 и $N = 12.6$ кад је све свршио добио је, да је опет у округлој цифри $C = 300.000$ км. у секунди. Према томе је брзина светлости земаљских извора, готово иста колика и светлост небеских тела.-

Карни је 1872 год. је извршио 1000 оваких експеримената, нашав средну вредност 300.300 км.

По физовој методи треба нам даљина најмање од 8000 мет. Међутим физичар Фуко (Foucault) нашао је 1862 год. начина да измери брзину светлости у једној обичној соби, тако имамо једну скалу, која се огледа у једном огледалу, које се може брзо окретати око своје осовине, зрак који нападне одбије се и пасти на друго огледало одакле ће се опет одбити и пасти на треће огледало и одакле се одбија итд. док се најзад с последњег огледала не почне да враћа. Ако се прво огледало окреће врло брзо, и заузме сасвим други положај, зрак који се враћа опет ће се одбити и разилазиће се са правим зраком, и пасти нпр. у подељак 2,3 итд. а не у 0, одакле је мало пре пошао. Кад знамо угао скретања (што се одмах чита

сл.10.

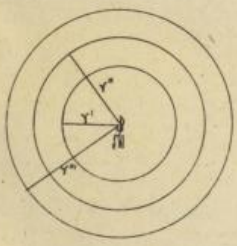


са ових подешања на скали) лако ћемо израчунати и саму брзину,која у овом случају износи око 300.000 км.у секунди.- Сличним експериментом Фуко је нашао брзину светлости и кроз воду (225.000 км.у секунди) која је мања него ли у ваздуху.Тиме је коначно завршена борба између емисионе и вибрационе теорије,решивши га у корист ове последње.По првој тј.да је светлост немарљива материја,која истиче из светлог тела,требало би да брзина тела у води буде већа од брзине њене у ваздуху,а како је Фуко експериментом показао противно одмах ју је и сасвим оборио,доказав у исти време дотле нападану вибрациону теорију.

ИНТЕНЗИТЕТ СВЕТЛОСТИ.

Под интензитетом светлости разумемо ону количину светлости,која за јединицу времена (1.секунду) пада на јединицу површине (1 кв.см.).

сл.11.



Већ и самим голим оком види се да тела на неједнаком одстојању од извора светлости немају исти интензитет светлости.

Однос који постоји у интензитету светлости на разним даљинама наћићемо овако:нека је $\mathcal{L}$ апсолутна количина светлости,која обасјава куглу полупречникову r са интензитетом J,онда је $\mathcal{L} = J_1 \cdot 4r_1^2\pi$ одакле је $J_1 = \frac{\mathcal{L}}{4r_1^2\pi}$ ако иста количина $\mathcal{L}$ обасјава другу неку већу куглу полупречника r_2 онда је: $\mathcal{L} = J_2 \cdot 4r_2^2\pi$ а одатле је $J_2 = \frac{\mathcal{L}}{4r_2^2\pi}$

Дељећи ове једначине имамо: $\frac{J_1}{J_2} = \frac{\mathcal{L}}{4r_1^2\pi} : \frac{\mathcal{L}}{4r_2^2\pi}$

или $\frac{J_1}{J_2} = \frac{\mathcal{L}}{4r_1^2\pi} \cdot \frac{4r_2^2\pi}{\mathcal{L}}$ дакле $\frac{J_1}{J_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$ ч.ј.

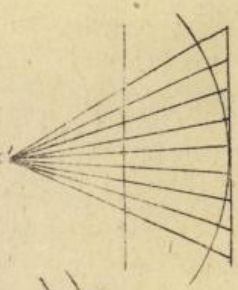
Интензитет светлости обрнуто је сразмеран са квадратом одстојања.Два пута

веће одстојање четири пута слабија светлост, три пута мање одстојање девет пута већи интензитет светлости.

Закон $\frac{J}{J_1} = \frac{r_1^2}{r^2}$ вреди само када зраци падају управно, ако узмемо једну праву површину за коју се може узети да се поклапа са кривом ако се приближимо извору на два пута мањем одстојању, интензитет неће сада бити четири пута већи, јер сви зраци не падају управно на ту површину већ само неки.

Исти је случај и са сунчевим зрацима, што падају на земљу лети и зими. Ако узмемо једну светлу тачку, која шаље зраке на једну светлу површину управно, а на другу косо, онда интензитет на косој површини биће

сл.

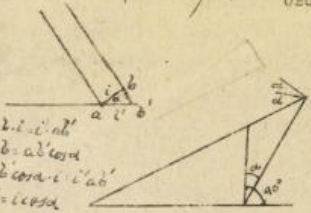


$J_1 = J \cos\alpha$ одакле је - кад је $\alpha = 0$

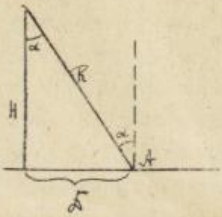
$\cos\alpha = 1 \quad J_1 = J$

Иначе кад није α 0 интензитет J_1 мањи је од J; јер тада конус зракова има да се простире по већој површини. У толико је мањи интензитет мањи у колико је ~~интензитет~~ мањи у колико је α већи, - тако да кад је $\alpha = 90^0$ онда је $J_1 = 0$. Према овоме осветљење једнога тела зависи од јачине светлости извора и од угла под којим зраци падају на ту површину.

сл.



Ако сад имамо један светао извор па се како треба намести, да да максимални интензитет, који ће на растојању R бити: $J = \frac{1}{R^2}$ Ну пошто у овом случају зраци падају косо под $\angle \alpha$ биће и $J = \frac{1}{R^2 \cos\alpha}$ Како је из слике $\cos\alpha = H/R$ то је $J = \frac{H}{R^3}$ овде дакле светлост не опада по квадрату већ по кубу одстојања, ако из слике $R = \sqrt{H^2 + x^2}$ заменимо горе добићемо $J = \frac{H}{(H^2+x^2)^3}$

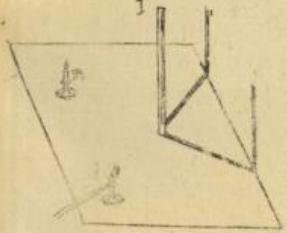


ће вредност бити максимална а $H = 0.7\delta$ Ако је $\delta = 10$ м.
треба да буде 7 метра, што значи да светао извор $\mathcal{L}$ треба подићи на ви-
ну од 7 мет. па ће интензитет бити на растојању 10 мет. максималан.

ОДРЕЂИВАЊЕ ИНТЕНЗИТЕТА СВЕТЛОСТИ
- ФОТОМЕТРИЈА .-

Справа којима се мере интензитети светлости зову се фотометри,
ма их разних но ми ћемо прећи најпростије.-

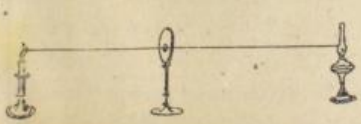
1/.- РУМФОРДОВ ФОТОМЕТАР. Узимимо светли извор
А и нека осветлимо мрачан предмет I, па на
разним даљинама ватајмо сенке заклоном.



Сенке неће бити једнаке интензи-
ности, једне су црне друге су блеђе.
Ако сад узмемо два светла извора А и В
(лампу и свећу) и један мрачан предмет I,
онда ћемо на заклону добити две сенке од
предмета, једну услед светлог извора А, а дру
а услед В. Сад треба приближавати или удаљавати један од тих светлих изво
ра донде, док сенке не буду једнаке. Кад то буде онда по закону да су инте
зитети светлости обрнуто сразмерни квадратима одстојања, можемо лако одре
дити интензитет тих светлости и наћи однос њихов. Ако је свећа на одстоја
њу 2 мет. и сенке су им једнаке, значи да лампа даје 4 пута већу светлост
но свећа.

2/.- Бунзенов фотометар.- Он се може лакше упо
требити и састоји се у овоме, узме се један лист танке хартије, а на њ се
стави једна кап масти или вазелина. Сад се с једне стране метне лампа, а с
друге стране свећа - светлости, којима хоћемо да одредимо интензитет.

Пега од масти изгледа с једне стране блеђа, а са друге стране
страна томе с које је стране интензитет мања или већи, јер масна хартија
више пропушта светлост, а мање је одбија.



Сад приближујемо или удаљу-
јемо један светли извор донде, док
гледајући с обе стране мрља не
изчезне и онда имамо само да изме
римо одстојање δ и δ' па

онда одмах знамо по горњем закону интензитет.

Има фотометра са дијафрагмом који су као и сви остали основ на истом принципу.

Било да на ма који начин меримо интензитет светлости, увек т узети један светао предмет тј. м в в о р с в е т л о с т и к а о ј д и н и ц у и н т е н з и т е т а, који се зове е т а л о н. Ну то је врло тешка ствар избрати и зато су у разним државама постојале и врло разне јединице, док се није увела једна која се зове " в и ј о л " по ну физичара В и о л е, коју је одредио (1881 год.) и по коме се ва је ницу светлости узима: она светлост коју даје 1 кв.см. усијане платине у менту кад се топи или стврдњава. Сем те постоје као јединице и енглеска свећа (са висином пламена 44,5 мм.). Немачка п а р а ф и н с к а с в Ћ а (са висином пламена 1,50 мм. и пречником 23 мм.) Карсел-ова лампа (у којој за сат изгори 42 грама уља) и стеаринске свеће са разним вис нама пламена. Но како је тешко топити платину врло је тешко и радити са в и о л о м. Зато се најчешће употребљава Х е ф н е р о в а л а м п У којој гори чист амил - ацетат, дајући пламен висине 40 мм. који дају светлост 1/14. в иола и увек пре одређивање интензитета, којој светлост треба назначити е т а л о н, према коме ће се иста мерити.

О Д Б И Ј А Њ Е С В Е Т Л О С Т И.

- К а т о п т р и к а. -

Кад светлосни зраци на своме путу наиђу на какво тело, ограни но правилним или неправилним површинама, или једним својим делом (ако м гу) улазе у то тело, другим неким већим делом или целим својим делом, одбија се од тела, то одбијање светлости зависи само од природе самих површина које одбијају, ако су оне зрнасте неравне, рапаве, у опште неправилне, свет ост одбијајући се растура се на све стране, те се зато и каже да је то е п р а в и л н о р а с т у р е н о - д и ф у з н о о д б и ј а њ ко се светлост одбија са углађених површина, не растура се на све стра већ иде у једном извесном и одређеном правцу и то је - п р а в и л н о д б и ј а њ е.

Дифузија светлости је узрок, што ми видимо саму површину сам пред мет који светлост одбија (што је случај са свима телима на земљи), док

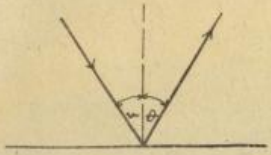
Код углађених предмета види само одбијена светлост,а површине у толико
мање,у колико је непотпуно углађена,то мање извесни део дифузне светлости
(што је чест случај на металним огледалима) добро углађена огледала са
обичним
и неправилностима и кад не обраћамо довољно пажњу не виде.

Свака равна површина која правилно одбија светлост назива се
једноставно огледало.Огледала има у опште равних и искривљених -сферних (ис-
пупчених и удубљених.).

Одбијање светлости са равних огледала.Светлост се одбија по
истим законима као у опште таласи и они гласе:

1/.- Угао упадања раван је углу одбијања.

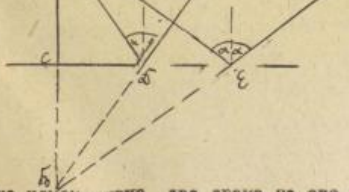
2/.- Упадни зрак или управна (нормална)спуштена на тачку упа-
дања лежи у једној истој равни,која је према томе увек управна(перпенди-
кикуларна) на огледалској површини.



3/.- Одбијени зрак лежи на другој страни одбијачке површине - огледала.

4/.- Одбијени зраци од огледала дају слике - ликове који су истоветни са телима која се у огледалима гледају као да долазе из огледала.

Да видимо сад од чега зависи далина и величина лика и како он постаје.



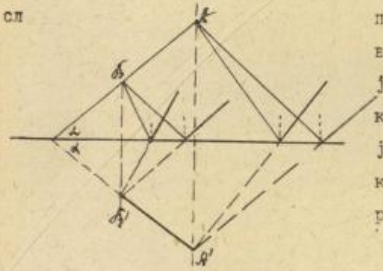
Светла тачка А шаље зраке на све стране,неки од њих падају и на огледало и одбијају се.Огледало не мења узајаман положај зракова који је био пре одбијања.

Паралелни зраци одбијају се паралелно,дивергентни - дивергентно - конвергентни - конвергентно

итд.Ако узмем само два зрака на око,који су довољни да одреде једну тачку па и њену слику,ови ће после одбијања дивергирати,не секући се нигде испред огледала.Око које гледи тако одбијене зраке продужује их у правости,док се они не пресеку иза огледала у тачци В.Та пресечна тачка В

јесте слика тачке A. Саставимо A' са B онда су троуглови $ACS \cong BCS$; $ACE \cong BCE$ јер имају по два угла једнака и једну страну заједничку а из те подударности излази, да је $\angle SC = \angle EC$ тј слика одстој из огледала колико предмет испред огледала. Она стоји у вертикалној пројекцији предмета. Треба само спустити од предмета управну на огледало и пренети његово одстојање од огледала, па ће добивене тачка бити слика дате светле тачке.

Ово кад се тражи слика само једне тачке A кад знамо да нађемо слику једне тачке можемо лако наћи слике и читавог низа тачака једнога тела дакле узећемо две крајње тачке тога предмета - A и B и наћићемо на сл



предходни начин слико њихове кад њих вежемо добијемо тражену слику предмета јер кад је одређен положај слике тачака A и B одређен је и слику тачака ко је леже на правој AB И овде се можемо краткоће ради послужити само пројекцијама крајњих тачака.

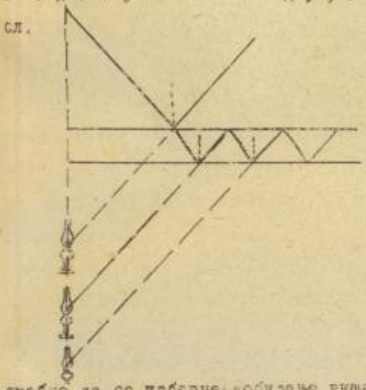
Угао који прави предмет са огледалом, раван је углу, који прави слика са огледалом. Угао који прави предмет и слика раван је 2α. Величина слике код равних огледала остаје иста са величином самог предмета. Осим тога она је увек у обрнута (виртуелна, имагинарна), јер у ствари не постоји нема је тамо где је видимо (само нашим очима изгледа да је тамо).

Према различитом положају огледала, различит је положај и слика у њима. Ако је огледало управно, само су поједине стране слике извртуте према предмету (десна страна предмета долази на леву страну слике и обратно). Ово делимично извртање и слика је огледална слика. За такву слику каже се да је симетрична према предмету. Ако је огледало нагнуто под углом од 45°, онда је слика хоризонтална, тј према предмету нагнута за 90° (2α).

Ако је огледало хоризонтално слика ће бити управна и потпуно извртута, (за $2\alpha = 180°$) према предмету - таква се слика види у води).

Овакво одбијање као што га сад поменусмо бива само код огледала где је једна одбојна површина тј код метавних огледала (живиних челичних итд) Напротив ако су огледала стаклена морамо водити рачуна и о дебљини стакла

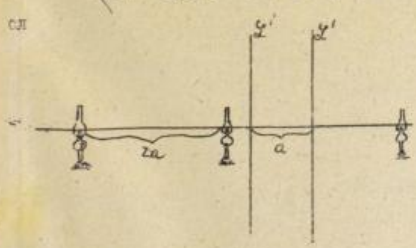
Ако се пред оваквим огледалом налази какво светло тело напр. свећа па погледамо косо у огледало видећемо читаву серију слика један се део овде одбија од стаклене површине други пређе у огледало ломи се и одбија се са друге доње амалгамисане стране, те тако сл.



добијамо два лика један од првог други од другог дела Зрак одбијен са амалгамисане стране (површине) враћајући се кроз стакло поново се одбија са предње површине огледала и враћа се опет амалгамисаној површини то даје нову слику итд Од оних многобројних слика само је прва интензивна а остале су слабије што долази од апсорпције светлости Зато, где је потребно да се набегне добијање ових слика употребљавају се метална углачана огледала иначе увек стаклена

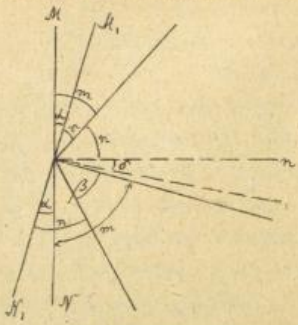
Да видимо сад шта ће бити са сликом ако се огледало у коме је она премешта у том случају разликујемо у главном двоје

1/ Ако огледало премештамо паралелно самом себи друга слика биће удаљена од прве за два пута толико колико се огледало премести из свог првобитног положаја Ако је оно померено за једну а друга ће слика одстојати од прве за 2 а.



2/ Ако се огледало окреће око своје једне тачке онда ће

слика бити иста,али други одбијени зрак и нормала разилазиће се са првим за известан угао.Ако смо огледало окр
сл. нули за α два пута је одбијени зрак окренут за β



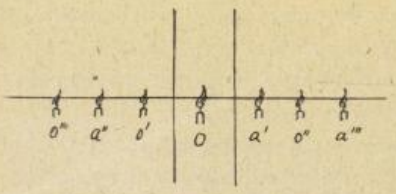
Треба сад наћи однос који постој између та два угла.Из слике имамо да је: $\beta = \alpha + m$ а $\beta = m + \gamma$

$m + \alpha = \alpha + \gamma + \alpha$ или $\beta = 2\alpha$ значи зрак два пута скр
ене онолико што се огледало окрене,то је $\rightarrow$.

$\rightarrow$ Ако је ово везано за мерење ситних углова,које на други начин не можемо да измеримо.

До сад смо имали посла са једним огледалом,а сад узмимо два огледала и видимо како ће код њих бити:

I/.- Слике предмета између два паралелна огледала.Ако је тај предмет O,он се прво одбија у једном и у другом **огледалу** те даје слике a' и O' .Ове се две слике даље
сл. огледају а под "a" остаје у доњем огледалу 1.слика A" а од O' у горњем слика O''

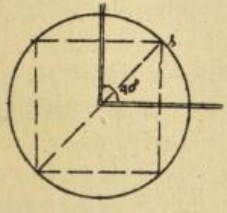


Сад ће O'' дати у доњем огледалу слику O''',а a'' у горњем a''' итд.На безброј таквих слика које су све слабије и слабије, док се најзад у даљини не угасе. Стога је њихов број за наше око ограничен.

II/.- Слике предмета између два огледала под извесним углом нагнута:

У овоме случају број ликова није баш тако велики,као у првом, већ је мањи у толико колико је угао између огледала већи.Овде се нове слике стварају све донде док се две последње не поклопе те тиме и не завр ше број њихов,који се увек може наћи из обрасца $n = \frac{360}{\gamma} - 1$ где је

Ј угао, који склапају два огледала.- ако је нап. $J = 90^0$ број слика је сл.



$\frac{360}{90} - 1 = 4 - 1 = 3$ Ако је $J = 60^0$ имамо број слика 5. итд. С в е о в е с л и к е колико их буде, морају л е ж а т и са п р е д м е т о м на п е р и ф е р и ј и ј е д н о г а к р у г а, ч и ј е ј е с р е д и ш т е у п р е с е к у о г л е д а л а, а п о л у п р е ч н и к о д с т о ј а њ е п р е д м е т а о д п р е с е к а.



Код свију и металних и стаклених огледала, светлост која се са њих одбија никада се не одбија са истим интензитетом, с којим је на њих пала, већ увек са мањи. Колики ће бити овај губитак интензитета зависи с једне стране од материјала површине, која одбијање врши, а с друге стране од угла под којим ће светлост пасти и одбити се. Што је овај угао већи, интензитет је слабији и обратно (опада и расте с конусом угла).

Према мањем или већем слабљењу интензитета, цени се и доброта огледала. Најбоља су живина огледала, која враћају 3/4 одбивене светлости. Вода одбија само 0.02 (1/50) добивене светлости (слике су дакле за 50 пута слабије од предмета) на амалганисано стакло. 0.04 анализамисано (сам стакло) 0.5, флинт-стакло 0.6 итд. Средна вредност за одбијања за амалгамисана огледала је 0.4.-

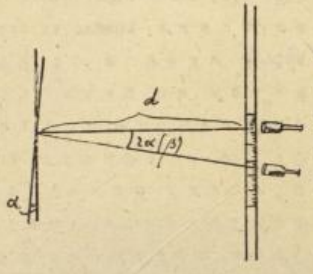
Примена правих огледала.

Разна огледала нашла су примене у разним апаратима физичким, тако:

1/.- Примењује се за врло тачно мерење и читање најситнијих углова. Имамо на пр. једну магнетску иглу, па нам је потребно да одредимс

veno skretanje napr za 1/100 deo sekunde Rad taj biće ovakav za magnetsku iglu utvrdi se jedno malo tanko ogledalo koje se može kretati zajedno sa iglom. Na izvestan broj metara daljine (10 15) mete se jedna skala sa durbi nom

sl.

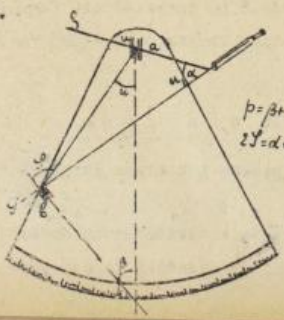


Izvestan podeljak skale pada u ogledalo, odbija se od njega i ide u dur bin. u durbinu prochitamo najpre jednu podelu kad igla stoji mirno (pr 60) pa onda pustimo da se igla kreće Sad ćemo u durbinu videti razne podatke no zapazimo onaj koji je poznajeći u okruglom brojeva (prim 90) znači da j za tolliko igla skrenula na tu stranu Kad sve ovo znamo onda možemo vrlo lako naći i najmane skretane igle jer kad m znamo (prochitali smo 90 60 30) a poznato je i d (rastojanje ogledala od durbina) ugao α ko se traži i za koju je igla sa ogledalom skrenula, naći ćemo iz trougla, na kog je $m = tg\beta \cdot d$ ili $tg\beta = \frac{m}{d}$ ny kako je $\beta = 2\alpha$ to je i $tg\,2\alpha = \frac{m}{d}$ Osetljivost ove sprave beskonachno je velika U kolliko je d veće u tolliko je i osetljivost veća ali u tolliko možemo i da chit mo sitnije uglove

Ovo je O r e n d o r f o v a metoda merena uglova

2' - Velika primena ravnih ogledala je i kod s e k s t a n - t a - sprave za merene odstojanje dva predmeta do kojih se ne može doći Seksatant zove se tako što je 1/6 deo kruga u sredi oko ose je jedno ogle

sl.



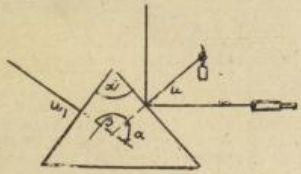
dalo koje se može okretati Ovo je u vezi sa jednom polugom koja se kreće po periferiji kruga, i služi kao kazal ka za chitanje podela

Sem toga nalazi se i jedno drugo ogledalo a koje je upravo polovina ogledala (do polovine amalganisano), a polovina chisto staklo kroz koje treba da vidimo i predmet i odbijene zrake Ako imamo da nađemo na pr. ugao,

који чини хоризонат са сунчаним зрацима онда дурбин који је на справи утврђен гледамо кроз не амалгамисани део огледала на један предмет на хоризонту (као дрво врх једне куће) Међу тим сунце шаље своје зраке на огледало (или месец звезде итд) које ми окрећемо донде,док се сунчеви зраци не одбију тако да падну у огледало в а са овога у дурбин Сад угао који склапају та два огледала својим положајима јесте угао β Он је два пута мањи од траженог $\angle \alpha$ те знајући β знамо и α Ну да би се и у овом рачунање избегло удешено је да нам казаљка одмах даје углове двапута веће тј да место 5° на одмах читамо 10° итд зато је цео лук од 60° подељен у 120 делова те се на тај начин оно потребно рачунање избегава а тражени угао α чита се одмах у подели.- Сексант се употребљава за мерење висине неких небеских тела над сио напр на води (лађа се непрестано клати и креће) или на ма каквом поду који се креће,за такав случај немамо ни једне згодније справе од секстанта

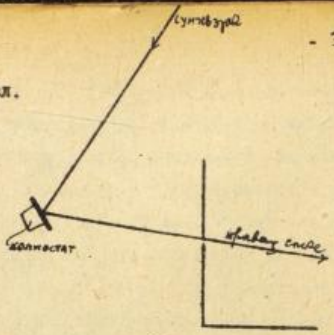
3/ Помоћу одбијања светлости можемо да одмеримо и углове које заклапају две површине призмине

Ако на једну призму пустимо зрак светлости овај ће се одбити ми ћемо га видети у дурбину Ако сад обрнемо призму за $\angle \beta$ тако да нормала u дође на место нормале u_1 угао призме α биће 180° Исти резултат можемо постићи окрећући дурбин дотле док не видимо слику предмета са друге стране на другој површини призминој



4/ - Равна огледала употребљавају се и код справе тзв х е л и о с т а т а која служи за зраке сунчеве у истом правцу одбијене. ако је напр потребно да се сунчеви зраци одрже у истом правцу,а узмимо да се земља окреће(на према томе и слика од сунца неће остати у истом правцу - месту,него се сваки час мења) употребљ. се ова справа

Нама је стало до тога да се они одбију увек у једном истом правцу због чега се огледало веже са осом,која се заједно са ним креће супротном правцу од кретања земљиног



сл.

креће у супротном правцу, од кретан
земаљног. Покретање врши један сат
механизам који је за огледало утвр
и који се окреће супротно окретању
тину један пута за 24 часа.

И сад за колико се окрене зем
ханизам за толико исто врати, те
ко слика остаје увек у једном исто
правцу - месту тј. никако не скреће.

Нагиб осе треба да одговара географској ширини дотичног места, и да бу
паралелан земаљској оси.

II/.- О д б и ј а њ е с в е т л о с т и с а с в е р н и х
о г л е д а л а.

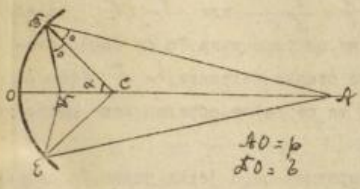
Ова огледала могу бити врло разне геометријске природе (хипе
болична, параболична, елиптична итд.). Но ми ћемо најпре узети она, која п
стоје глађењем лоптастих или кугластих - сверних површина. Код њих може
бити изглађена - издубљена, унутрња страна тј. површина или пупчаста сп
на површина.

Према томе оне се деле на и з д у б љ е н а (c o n c a v
и испупчена (c o n v e x) огледала. У сверна огледала могу бити н
прављена од метала или стакла. Све што смо о особинама те две врсте огл
дала рекли, код равних огледала, вреди и за сверна. Код сваког сверног ог
дала треба пре свега знати његово средиште (центар) кривине, главну осу
која пролази кроз ~~кроз~~ средиште кривине тј. оне кугле, од које је огледа
један део, за разлику од других оса, које се зову споредне, и које ћемо по
менути доцније одбијање и ово бива по истим законима, које смо навели
код равних огледала, само што се слике друкче понашају но код равних ог
дала. Да видимо како то бива:

1/.- О д б и ј а њ е с в е т л о с т и с а и з д у б љ е -
н и х с в е р н и х о г л е д а л а.

Нека се у главној оси пред огледалом налази светла тачка А.
Од зракова који из не падају на све стране биће један и такав, који ће

пасти на огледало у тачци В.Овде ћемо дићи управну,коју код сферних огледала преставља свака линија,што спаја тачку на огледалу са центром кривине С.То је с тога што се свако сферно огледало може сматрати као полигон од бесконачно много равних огледала,исто тако као што је круг од бесконачно много страна.Те је онда управна полупречник тога круга или кривине.



Пошто је угао упадања раван углу одбијања то ће се зрак АБ одбити по правој БД.Слика од тачке А појавиће се у Д,с тога што имамо пресек два зрака,овде је један зрак АВ,а други сама главна оса,јер од зракова који из тачке А иду на све стране биће један и такав,који ће ићи правцем главне осе и вратити се пошто се одбије под углом,под којим је упао (90^0) тамоће истим правцем,али у супротном смислу.Можемо место главне осе узети зрак другог реда из тачке А,који ће се одбивши се,пресећи опет са горњим,опет на осу у тачци Д.Слика ће у овом случају бити пред огледалом с т в а р н а.

Из слике можемо лако наћи однос између даљине предмета и слике његове од огледала.Нека главна оса сече огледало у тачци О.

Из троугла ACB имамо: $BB : XC = \sin\alpha : \sin\delta$

,а из троугла АВС имамо:

$AB : AC = \sin(180-\alpha) : \sin\delta$ или $AB : AC = \sin\alpha : \sin\delta$

Из ових двеју размера налази да се налази:

ВД:ДС = АВ:АС.

Ако један пута за свагда означимо одстојање предмета од средишта огледала О,тј. $OB = l$ полупречник кривине са S и ако предпоставимо да је угао α врло мали (највише до 5^0) тј.да је зрак АВ централен онда је $AB = AO = p$, $BB = OB = l$ или из горње сразмере имамо: $OB : BC = AO : AC$ или $l : (S-l) = p : (p-S)$

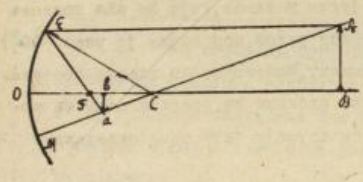
$l(p-S) = p(S-l)$, $lp - lS = pS - lp$

$\frac{1-lS}{lp} = \frac{pS}{lp} - 1$, $S\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{l}\right) = 2$ или $\frac{2}{S} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l}$

Ово је образац код сферних огледала, из кога видимо да положај слика зависи од положаја одстојања p, ℓ и S. Ако је у горњем обрасцу $p = \infty$ тј. предмет је у бесконачности (зраци долазе из бесконачности и падају на огледало паралелно), онда је $\frac{1}{\ell} = \frac{2}{S}$ или $S = 2\ell$ одакле је $\ell = \frac{S}{2}$, слика је дакле у половини полупречника. То се место зове главна жижа огледала, коју ћемо стално бележити са F (фокус) Њено је одстојање према томе $F = \frac{S}{2}$ те се горњи образац може написати у облику $\frac{1}{p} + \frac{1}{\ell} = \frac{1}{F}$

Овако се налази слика, кад је предмет само једна тачка. Да видимо како ћемо наћи слику кад је предмет читаво тело, дакле састављено из читавог низа тачака. Нека је тај предмет AB, средиште и жижа кривине познати су. Из тачке A полазе зраци на све стране.

сл.



Ми ћемо узети један који иде паралелно главној оси. Он мора одбивши се проћи кроз жижу, други ћемо зрак узети да пролази кроз средиште кривине, дакле да падне управно на огледало он ће се одбити истим правцем, којим на њ и пада. Та права која прелази центар кривине назива се споредна оса, за разлику од главне осе која као што смо видели, мора пролазити и кроз центар кривине и кроз центар самог огледала. Где се први зрак сече са другим - са споредном осом, дакле ту је тачка a слика тачке A. Пошто је предмет AB управан на његовој оси, то ћемо и слику његову добити, ако само из тачке a спустимо управну на њу.

Као што се из слике види слика је извртнута мања од предмета; стварна (јер постоји у ствари и може се ухватити) и на супротној страни главне осе на којој лежи предмет.

Тако бива кад је предмет изван средишта кривине.

На овај начин, помоћу паралелних зракова и споредних оса, можемо добити слику ма од каквог предмета.- Однос између предмета и слике наћићемо помоћу пређашњег обрасца овако:

Из сличности троуглова ABC и ове имамо да је $\frac{Aa}{ab} = \frac{AC}{bc} = \frac{p-\ell}{S-\ell}$

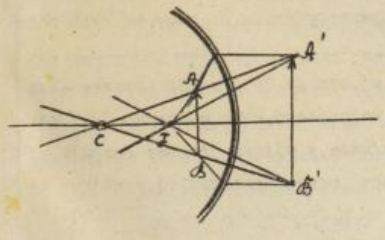
како је из пређашњег (из сразмере: $\ell : (S-\ell) = p : (p-S)$) $\frac{\ell}{p} = \frac{p-S}{S-\ell}$,

то је заменом и $\frac{\sqrt{b}}{ab} = -\frac{p}{\ell}$ где је знак - (минус) због тога што је слика постала на другој страни главне осе.

Д и с к у с и ј а о б р а с ц а

1/.- Ако је предмет у бесконачности, дакле $p\alpha = \alpha$ онда је слика у жижи $(\ell = F)$ 2). Ако је предмет у средишту кривине ($p = \rho$)онда је $\frac{1}{\rho} + \frac{1}{\ell} = \frac{1}{\rho}$ или $\frac{1}{\ell} = \frac{2}{\rho} - \frac{1}{\rho}$ одакле је $\ell = \rho$ дакле и слика је у том случају у средишту, исте је величине са предметом, само изврнуто.

3/.- Ако је предмет у жижи ($p = F$), онда имамо $\frac{1}{F} + \frac{1}{\ell} = \frac{1}{F}$ одакле је $\ell = \infty$ тј. слика је у бесконачности. Према томе дакле, што се предмет приближава из бесконачности ка центру кривине, толико ће се све више приближавати од жиже ка средишту (непрестано растући и остајући увек изврнут) док се, кад предмет дође у сам центар, и слика се са жиже не помакне. У колико се пак, даље предмет приближава из средишта на огледалу у толико ће се слика више удаљавати и бити већа - тако, да кад предмет буде у жижи, слике ће сасвим нестати она је у бесконачности. Зраци се у том случају, одбивши се од огледала паралелно главној оси, секу се у бесконачности, те слике и нема. Што се сад предмет више приближава из жиже на огледалу, зраци ће се одбијени од огледала, све више испред њега развијати дивергирати не секући се међу собом, - да даду слику - негде испред огледала. Ну у том случају стварне слике нема. Ако их продужимо иза огледала, на супротну страну док ће сећи ће се и дати слику предмета. Та је слика у о б р а ж е н а, (јер је иза огледала, то је не можемо да ухватимо) в е ћ а од предмета и неизврнута. Из свега овога видимо да су слике и предмет у нераздвојној вези. Ма где био предмет између средишта кривине и бесконачности, његова ће слика пасти између средишта и жиже, смањена и изврнута. И обратно, био предмет ма где између средишта кривине и жиже, слика ће пасти између средишта и бесконачности, увећана и изврнута. Ако упамтимо половај предмета и слике његове, па онда, где је слика била метемо предмет, добићемо нову слику онде, где је први пут био предмет. У колико

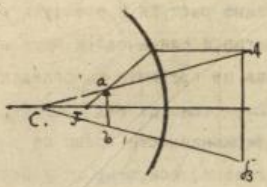


је први пут слика била мања од предмета у толико ће сада бити већа од ње. За то се тачке на којима се предмет налази и у које падају слике, код издубљених огледала зову с п р е г н у т е (конјуговане) тачке.

2/.- О д б и ј а њ е с в е т л о с т и с а и с п у п ч е н и х с в е р н и х о г л е д а л а.

И код ових огледала имамо главну осу, споредну осу и средишну као и код издубљених. И за њих вреди све оно, што смо имали и нашли код издубљених огледала, само у изврнутом смислу.

Сем тога је и код њих лако наћи слику предмета, па ма какав он био и ма где се он налазио пред огледалом само помоћу главне осе паралел



них зракова и споредних оса јер су као и све слике, које у њима постају у о б р н у т е, и још за последње можемо додати с м а њ е н а и п р а в е. Средиште кривине је код њих иза огледала, с тога је и пол. пречник негативан, општи образац нађен за дубљу, слике код издубљених огледала вреде и за њих само место $+\ell$ треба ставити $-\ell$; (јер је слика иза огледала) тј. имамо да је:

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{\ell} = -\frac{2}{\rho}\left(\frac{1}{F}\right)$$

И овде се води рачуна о средишту кривине, по њему се суди о већој или о мањој испупчености огледала.

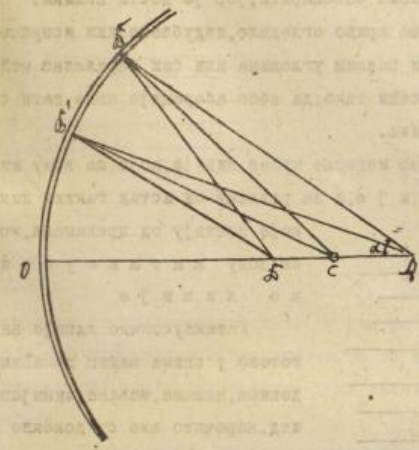
Што је огледало испупченије, тј. што му је пречник кривине мања, дакле сена лопта, од које је огледало направљено, мања, у толико је и слика мања. Али у колико је слика у огледалу мања, у толико је опет оштрија и светлија (отуда она сребрнаста сјајност росних капљица) тј. у којима се изутра огледа сунце.

А Б Е Р А Ц И Ј А.

Напред изведени општи образац за даљину слика и предмета од огледала извели смо претпостављајући да је угао, који је заклапа зрак AB са главном осовином врло мали - централан (највише до $5,^0$) и да су дуж томе дужине: $AB = AO = p$ и $BB = OB = \ell$

По ако је тај угао већи онда се мора и о њему водити рачуна,

са.



те ће тај бити сад образац

$$\frac{1}{f} + \frac{1}{p} = \frac{2}{\rho}\cos\alpha$$

Ако је $\alpha = 0$ (или претпоставимо) врло мали угао, онда се добија онај пређашњи образац.

Ако ли није $\alpha = 0$ онда слика једне тачке неће пасти у једну тачку као до сада, нити ће бити јасна и оштра него мање више развучена и јасна.

Ова појава назива се а б е р а ц и ј о м (растурање з р а к о в а) да би је у неколико уклонили служимо се на два начина. Или узимамо врло мало огледала, који ће примати само централне или опет велико али га цело обложимо једном дијафрагмом, кроз коју светлост не може продрети оставивши му један врло мали отвор кроз који ће моћи пролазити, као и у првом случају. само централни зраци.

Ну и на један и на други начин губимо много у интензитету светлости - слике, јер се само један незнатан део пале светлости употребљава на стварање слике, остали већи део, сасвим се губи. Али ово је боље, него оно прво, јер је слика много оштрија и јаснија него кад би се употребљавало велико или ничим не обложено огледало.

Пошто како, нпр. од угла α зависе места појединих слика.

Кад је α 1^0 - слика ће бити на 0.50006ρ

" " α 2^0 " " " " 0.50031ρ

" " α 5^0 " " " " 0.50196ρ

Довде се могла занемарити она мала разлика од 0.5 и сви се зраци могу у неколико сматрати као централни зраци.

Кад је α 10^0 слика ће бити на 0.50771ρ

" " α 15^0 " " " " 0.51764ρ

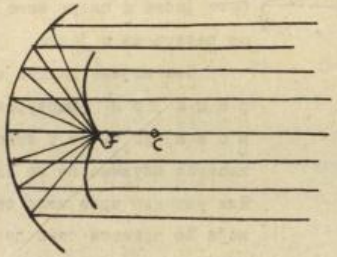
УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА У БЕОГРАДУ

Кад је α 20° слика ће бити на 0,54498

Овде се разлика не може занемарити, јер је доста велика.

Стога кад имамо какво криво огледало, издубљено или испупчено - и кад зраци падају на њега под разним угловима или сви паралелно међусобом, они ће се после одбијања сећи тако; да због аберације неће дати само једне слику него читав низ слика.

На тај начин добијамо извесне криве линије, које се зову кикине или к а у с т и ч к е л и н и ј е, а за разлику од истих таквих линија,



сл.

које постају од преламања, које се зову к а т а к а у с т и ч к е л и н и ј е.

Катакаустичке линије виде се готово у свима нашим домаћим судовима, чашама, шољама, чинијама итд. нарочито ако су донекле напуњене каквом непрозрачном течношћу (као вином, кафом, мастилом итд

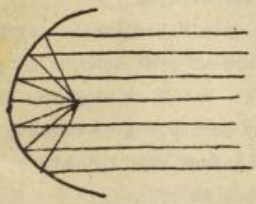
В р с т а с ф е р н и х о г л е д а л а и п р и м е н а н е к о ј и х о д њ и х.

Испупчена огледала осим осталога имају и ту примену у оптици, да шаљу зраке од извесног предмета на врло велике даљине, што ће бити онда кад дотични предмет ставимо у жижу тога огледала, те кад зраци после одбијања оду паралелно са главном осовином секући се у бесконачности.

Кружно огледало не би се могло употребити за р е ф л е к т о р, јер код њега зраци заклапају при упадању разне углове са осом па не иду паралелно него се неки *Reflere* а неки скупљају, од њих су за ово згоднија п а р а б о л с к а огледала која се праве увек испупчена и личе у главноме на обична сферна огледала, само су више издубљена

Док сферна огледала не могу одбијањем слати од себе потпуно паралелне зракове, дотле параболна огледала чине то савршено. само ако се предмет, који светлост шаље четне у њихову жижу.

сл.



Са те особине параболичних огледала, она се употребљавају као рефлектори код лампе итд. и то обично онда, кад се светлост шаље у једном правцу на велику даљину (на возовима, лађама, кула светиљкама итд.).

Сем параболских огледала и мамо и елиптичка огледала, која имају ту особину да се враћи из једне жиже секу у другој, но како се са њима не може радити, слабо су употребљена, а на место њих се употребљавају као што видио, с претпоставком да се враћи из једне жиже секу у бесконачности, дакле да је друга жижа елипса у бесконачности, параболска огледала.

Узгред још да додамо још како то бива:

Одређивање кривине сферних огледала.

Средиште кривине једног шупљег огледала, најлакше се одређује, кад се напр. свећа удешавајући њене на место на које ће се и слика од ње пасти (јер смо видели да кад је $p = q$ и $l = p$). Жижа његова рекли смо пак, лежи у половини полупречника кривине, на тај начин она се лако нађе, кад је познат центар, па према томе и полупречник кривине. Но ту ћемо лако одредити кад пустимо једно издубљено огледало на сунце, па пустимо да на њега падне сноп сунчаних зракова (паралелних).

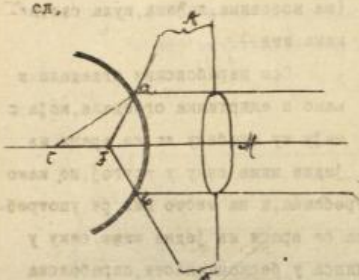
Где се ови одбијени се и приближујући се један другоме буду сећи у једној малој тачки пред огледалом (која је врло светла) биће жижа та друга до слика сунчева) ту је жижа тога огледала. Кад је позната жижа лако је сада наћи и центар кривине, јер је овај на два пута већем одстојању жижином од огледала.

Ово одређивање жиже и центра, које је као што видимо, веома лако за издубљена огледала много теже где код

Код испупчених, код њих се пак одређује жижа кад огледало на-

нагарамимо (или обложимо дијафрагмом) цело, а оставимо му само два мала отвора а и в, симетрична према главној оси. Сад га изнесемо на сунце и пустимо по један сноп паралелних зракова на оба отвора.

Они ће се одбити као што знамо, кречити. Растојање ав сад ће у слици мењати, расти, ако ли узмемо тако, а то можемо врло лако, да АБ на екрану буде = 2 ав, онда смо одредили жижину даљину. Кад је позната жижна и жижна даљина лако је наћи средиште и полупречник кривине.



Издубљена огледала нашла су велику употребу у оптичким справама, најважнија је пак у телескопима - што ћемо доцније видети. Испупчена се огледала већ много мање употребљавају, иако пута се по вртовима само ради украса држе, веће или мање разно обојене кугле у којима се огледају околни предмети у смањеној сразмери. Такве стаклене лопте често употребљавају и сликари да у њима добију слике смањене препртају и сниме. То смањивање слика бива као што смо видели по законима за испупчена огледала. То се може рећи да је и једина велика у потреби.

Преламање светлости.

Ако светлост простирући се, као што смо видели по правој линији чиње на тоње путу на површину каквога тела; чија се средина разликује од оне кроз коју се светлост простире, онда ће се један део пале светлости, по извесним нама познатим законима одбијати, а други део продужити своје кретање кроз то тело, ако је у опште такве природе да се светлост кроз њега може простирати али не истим правцем, којим је пре светлост ишла, већ ће као и таласасто кретање скренути мање или више од свога првобитног правца или зове преломити се. То преламање (рефракција) може бити само онда, ако светлост пада косо на ону површину, која разлаже две разне средине. У противном скретања - преламања неће бити, и светао зрак продужиће свој пут правом линијом. Изменут или живи правац светлога зрака зове се преломљени зрак. Законима о преламању светлости лако је се

у траг тек почетком 17.века.Пронашао их је најпре један Холандез по имену С н е л.А затим независно од њега француски физичар Д е к а р т,који их је увео у науку.Ти су закони ~~закони~~ скоро исти они,које смо видели у теорији таласастог кретања.Хоћели се један светао зрак при преламању прелоћи више или мање,зависи једино од густине између ове две средине,из које зрак долази и оне у којој улази.Али тај је однос за извесне две средине увек сталан и назива се и н д е к с или е к с п о н е н а т п р е л а м а њ а.Прави је значај индекса преламања што он показује,у каквом су односу брзине,са којом се светлост простире у једној или другој средини.Јер брзине простирања светлости у разним срединама разне су.

Што је густина неке средине већа,у толико је брзина светлости мање.Брзина светлости,~~на~~ пример у ваздуху,је већа једна,а у води је сасвим друга,према томе је и преламање кад светлост долази из ваздуха у воду друкчија од преламања,кад светлост долази из воде у ваздух.

Између угла упадања и угла преламања,тј.угла који прави прелом мени зрак са управном постоји исти однос,као између брзине светлости у једној средини,и брзине светлости у другој средини,у којој се зрак прелама.

Ако означимо са α угао упадања,са β угао преламања,а са c_1 и c_2 брзине у двема разним срединама имаћемо однос $\frac{c_1}{c_2} = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha}$ који је као што напред рекосмо,за две средине увек раван неком броју n те имамо за преламање светлости да је: $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \sin n$.

смо у теорији таласања звали е к с п о н е н т о м т а л а с а њ а;а овде ћемо га звати као што то напред учинисмо,е к с п о н е н т о м (индексом,коефицијентом) п р е л а м а њ а.

Положај преломљеног зрака одређен је овим законима:

а).- Раван у коју је зрак упао или дошао пада у једно са оном равни у којој се он прелама;и

в).- При једној и истој средини,а разним угловима упадања постоји између синуса упадног угла и синуса угла под којим се зрак прелама свагда непроменљив однос ($= n$).Као пак брзине светлости као што видимо,зависи једино од густине средина,по којима се простире од исте зависи и сам угао преламања.Кад год светлост долази из оптички ређе сре-

средине, па улази у оптичку гушћу средину нпр. из ваздуха у воду или стакло, из воде у стакло итд. Увек се тако преламa да се приближи управној, или другим речима преломи се ка у п р а в н о ј. Ако ли обрнуто долази из гушће у ређу, онда се прелама тако, да преломљени зрак иде даље од управне.- При посматрању преламања светлости могу наступити ови случајеви: да су две средине ограничене:

1/.- Једном површином;

2/.- Двема равнима и паралелним површинама;

3/.- Двема површинама нагнутим под извесним углом (призма);

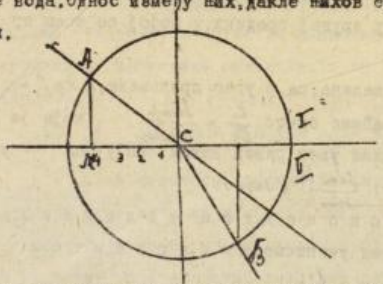
4/.- Једном кривом површином; и

5/.- Двема кривим површинама (сочива).

Разгледаћемо посебице сваки случај, прешав прво на:

1/.- П р е л а м а њ е с в е т л о с т и к а д с у с р е д и н е о г р а н и ч е н е ј е д н о м р а в н о м п о в р ш и н о м.-

Узмимо две средине: I и II, од којих I нека је ваздух, а II нека је вода. Однос између њих, дакле њихов експоненат преламања нађен је експ.

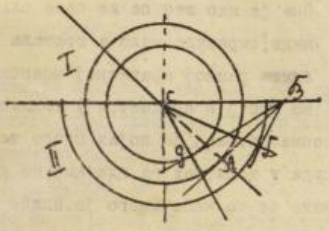


ериментом и он износи: 4:3 (4 у ваздуху 3 у води) да бисмо контролисали преломљен зрак, тј преламање графички представили, радимо овако: Описаћемо из тачке C један круг извесним полупречником а из тачке A пресека зрака с кругом, спустићемо управну на ограничену површину, сад ћемо ово добијено хоризонтално одстојање CM поделити на 4 једнака дела. На десну страну од тачке C пренећемо три дела, а на крајњег дела спустићемо му управну до пресека с кружном периферијом B, ту тачку пресека саставимо сада с тачком C, и ова нам права пада тада представља п р е л о м љ е н и з р а к.

Као што се овде види зрак није овде продужио праволинијским правцем својим, већ је скренуо за известан угао овде ка нормали - управној, јер је дошао из ређе (ваздуха) у гушћу средину (вода). Преломљени зрак можемо још графички представити, и на овај начин:

Описаћемо произвољним пречником један круг па пустити један светао зрак, предпоставимо да се не прелама при прелазу у другу средину (II) до пресека А са кругом. Сад ћемо из А повући једну тангенту на круг, која граничну површину сече у тачки В.

Но у самој ствари простираће светлости у средину II, неће бити представљено истим овим произвољно описаним кругом, већ мањим или већим сл.



према томе, да ли је у тој средини брзина пале светлости мања или већа.

У првом случају, ако на мањи круг повучемо из тачке В тангенту па додирну тачку g вежемо са С, добићемо преломљени зрак, који је овде ка нормали, јер је средина II гушћа од I).

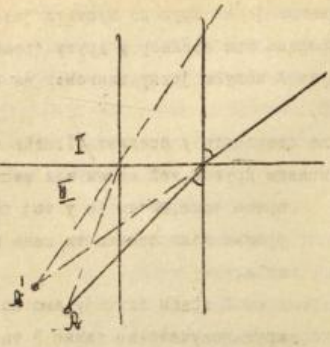
У другом случају поступивши тако тако исто, добићемо преломни зрак од нармале (јер је средина I. гушћа од II.).

Преламање светлости кроз средину ограничену двема паралелним површинам

У овоме случају зрак долази из средине I улази у средину II (гушћу), а из друге прелази у трећу (ређу).

Претпоставимо да су средине I и III исте, зрак из I средине, падајући на површину ав, под углом, прелази у средину II, преламајући се ка управној. Из овога налазе она два закона, које смо напред поменули, и који су врло важни за преламање светлости у опште. Према њима и према свему у опште овоме, што смо до сада дознали о преламању светлости, било из ређе средине у гушћу, било из гушће у ређу - можемо лако наћи и слику предмета која постаје преламањем зракова - и објаснити њен постанак, као и многе друге појаве преламања, с којима се тако рећи на сваком кораку сусрећемо.

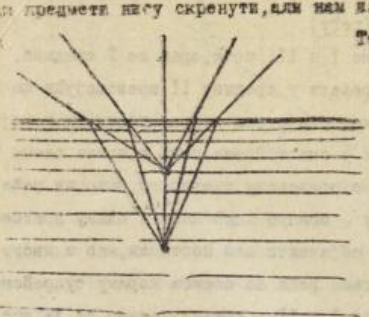
Ако узмемо опет две средине, I и II, с предпоставком, да је средина друга гушћа, од средине прве и да је предмет у II, а ми га гледамо из I-ве онда и зраци најмање је потребно узети два полазећи од предмета кроз средину II и улазећи у ређу средину I, доме се ов управне, дивергујући. Око које гледа косо, гледа косо из средине I и које их тако прелом



сл.

не прима, незна какав је био правац њиховог кретања у средини II. Зато их продужујемо истим правцем, којим до њега долазе, док се они у средини другој не пресеку и скупе у једну тачку A'та је тачка слика предмета - тачке A. Она је као што се из саме слике види, скренула мало и постала ближе равној граничној површини, но што је предмет, и у толико је ближи, у колико око косије тај предмет посматра. Овај је појав много чешћи са водом и ваздухом. Дно неке реке или суда у води, кад га гледамо из ваздуха изгледа много ближе површини, или како се то каже много је плиће, но што је у самој ствари. Зато је и камен па и сваки предмет у води, гледан из ваздуха, увек ближи површини - издигнутији. Из истога је узрока и штап преломљен у води итд. изгледа, који је прелом у толико већи, у колико је око ближе површини воденој.

Ако гледамо у воду право одозго (управо на површину воде) онда нам предмети нису скренути, али нам изгледају плићи.

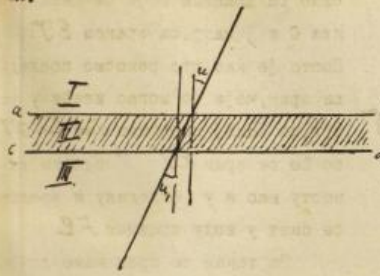


То долази отуда, што од предмета у води полази само један зрак, управо који се даље неће преломити, а остали ће се сви преломити и предмет гледан управно, на показаним начин много издигнут.

Преламање светлости кроз средину ограничену двема паралелним површинама.

У овом случају зрак долази из средине I, улази у средину другу (ваздух) а из II. прелази у III (ређу). Претпоставићемо да су средине I и III исте. Зрак из I упада на површину ав, под углом И, прелази у средину II, прелама јући се на нормали под углом р, и прелама од управне под углом

сл.



u_1 (као из гушће средине у ређу)

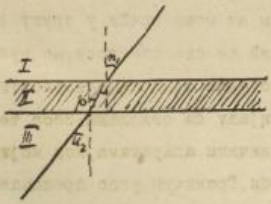
За прво преламање имамо однос: $\frac{\sin u}{\sin p} = n$ а за друго $\frac{\sin u_1}{\sin \varepsilon} = n$

одакле излази да је и $\sin u = \sin u_1$, или $\angle u = u_1$

или другим речима. Преломљени зрак излазећи из средине II. биће паралелан са упадним зраком. Сва је промена у томе што се само зрак премешта, за извесну мању или већу дужину од првобитног правца што зависи од дебљине и коефицијента преламања средине II. Што је дебљина и експоненат већи, у толико је и дужина премештања већа и обрнуто.

Овакав је случај преламања кад је средина I иста са средином III Али ако то није већ су све три средине разлучите онда морамо да тражимо засебан експоненат, као што смо учинили за I и II тобиш смо имали: $\frac{\sin u_1}{\sin p} = n_1$ / $\frac{\sin u_2}{\sin p} = n_2$ итд.

сл.



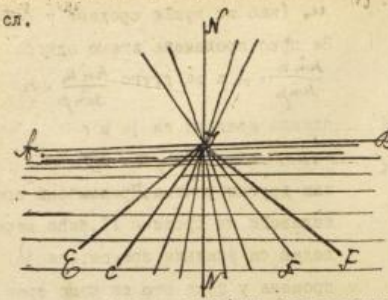
Можемо узети више овакових разних средина, према томе и са више различитих експонената преламања.

ТОТАЛНО ОДБИЈАЊЕ РЕФЛЕКСИЈА

Нужно је да се зрак који иде из једне средине у другу на граници њиховој преломи и улази од управне или ка управној у другу средину, већ се може вратити са граничне површине опет у исту средину, одбити се даље са ње. Како и због чега то бива показаћемо то сад на основу досадашњега, што знамо о преламању. Видели смо да је угао преламања већи од угла упадања, кад се зрак прелама из гушће средине у ређу.

Нека су такове две средине ваздух и вода и нека зраци долазе из из воде. Управни зрак NJ неће се као што знамо преломити, већ ће продужити свој пут истим правцем и под истим углом и кроз другу средину, овде ваздух. Сви остали зраци лево и десно од њега преламаће се од управнице све више и више, тако да ће зраци CI и ΔI преломивши се привидно

ији један десно други лево по самој површини воде. Питање је сад шта би било са зрацима који би лежали иза С и Д напр. са зраком EJ. Пошто је као што рекосмо последњи зрак, који је могао изаћи у ваздух, по самој површини SiO_2 то ће се зрак EJ' одбити на месту као и у огледалу и вратити се опет у воду правцем FE.



сл.

За такав се зрак каже да је претрпео тотално одбијање или потпуну рефлексију. То ће исто бити и са свима оним зрацима, који би полазили воде између правца CF и AF и вратити се у воду у простору обухваћеним углом AEB.

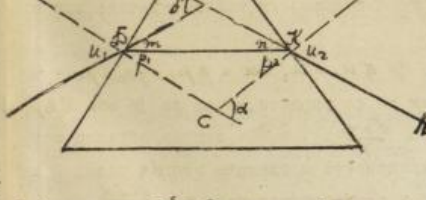
Кад дакле имамо у води неку светлу тачку из које полазе светли зраци зраковасто на све стране онда ће бити зракова, који ће преломљени моћи изаћи из воде, али почевши од извесне границе, зраци се враћају тотално одбијени. Угао који дели зраке, који могу изаћи из воде, од оних зракова који не могу изаћи, већ тотално рефлектују, зову се гранични угао п р е л а м а њ а. Код тоталне рефлексије ни један зрак не може прећи у другу средину, као што је случај код обичног одбијања, већ се сва светлост, не губећи ништа од свога интензитета, враћа. Зато је тотално одбијање светлости јача, њени су зраци светлији него ли према одбијању са огледала. Због те њене особине она је употребљена у извесним физичким апаратима, код којих је главно да се у интензитету ништа и не губи. Гранични угао преламања може се наћи на овај начин, видели смо да постоји однос за преламање $\frac{sin\,\alpha}{sin\,\beta} = n$; $sin\,\beta = \frac{1}{n}$. Како је n за воду и ваздух познато то можемо лако израчунати α $\neq$ β који је овде гранични угао $\alpha = 48°35'$ итд.

Многи предмети стаклени па и сама површина воде често казују по коју површину сребрнасто-сјајну. То долази од тоталне рефлексије од оних зракова који пролазе кроз стакло па се одбијају на тој површини од ваздуха. Драго камење нарочито дијамант, има велики индексе преламања, у колико је тај индекс већи, у толико је већи и број оних зракова, који се тотално одбијају (рефлектују) у томе телу и отуда и већа

сјајност код тих тела. Велика сјајност дијаманта долази од великог упрео највећег броја тотално одбијених зрачака. Због те његове особине он се та-ко много и цени.

3/ - Преламање светлости кроз средину ограничену двема равним површинама под извесним углом НАГНУТЕ, или другим речима кроз призму. Призма је тело које је ограничено са најмање пет равних нагнутих површина. Њих има равностраних, равнокраких и правоуглих, према томе какав ће бити троугао који представља пресек призме.

Код плоча са паралелним странама, видели смо да има случајева да зрак може кроз њих проћи, а да се не преломи, то бива онда, кад падне управно на плочу. Међутим код призме ма како пао зрак мора се преломити. Јер и ако зрак падне управно на једну страну призмину, он долази косо и на другу страну и на њој се ломи. И да бисмо испитали какви случајеви могу наступити при преламању светлости кроз једну призму, увешћемо да посматрамо промене једног зрака који упада у призму представљен пресеком неким - троуглом ABC зрак OO је Roc ($\alpha \neq \mu_1$) Управна подигнута на месту упадања δ показује да ће се преломљени зрак OK ући ка њој ($\omega \neq \rho_1$)) пошто је средина гушћа у призми од средине ван ње. Управна подигнута на изласку зрака код K показује да се зрак; преломивши се ($\omega_2 \neq \mu_2$) удаљио од ње, и отишао правцем KH. Посматрао сад у чије је око пала тај преломљени зрак, види тачку O_1 O' скренута за $\angle OEO' = \delta$



Тај угао δ показује за колико је зрак скренуо са свога пређашњег правца (OE), и због тога се он назива угао скретања. Угао призмин пак α према коме се и зрак ломи при преламању код призме, назива се угао ломљења призме. Однос који постоји између појединих углова, најлакше ће се видети из слике да је $\angle \alpha = \rho_1 + \rho_2$ и $\delta = \omega_1 + \omega_2 - \rho_1 - \rho_2 = \mu_1 + \mu_2 - \alpha$.

ЗНАЧИ: 1/.- Да је угао преламања призме раван збиру угла упад
г предомљеног у самој призми; и

2/.- Да је целокупни угао скретања раван збиру упадног и пр
домљеног угла ван призме, смањеном за призмин угао преламања.

Питање је сад какав треба да буде угао α те да зрак који
упао у призму изиђе из ње. Ако са γ означимо гранични угао преламања
а нашли смо да је $\alpha = p_1 + p_2$, онда се зрак предоми, треба да
буде: $p_1 < \gamma$ и $p_2 < \gamma$ или $p_1 + p_2 < 2\gamma$
или најзад заменом: $\alpha < 2\gamma$ Знајући експонената преламања за
стакло и ваздух имамо да је $\gamma = \frac{1}{n}$ Ако γ заменимо у горњој је
дначини, овом његовом вредношћу добијамо да је $\alpha < 2\frac{1}{n}$.

Према томе да у опште буде преламања светлости кроз призму,
треба да је увек $\alpha < 2\frac{1}{n}$. Падали зраци на призму ма како они прело
мљени увек излазе из призме тако, да иду према њеној основици. То ће наги
бање бити у толико веће, у колико је сама основица преламања призме
већа.

Минимум скретања.-

Светлосни зраци могу под врло разним угловима падати на приз
ма тако исто и под разним угловима продазити кроз ну и излазити из ње.
Међу свима тим правцима најважнији је онај, који пак пролази кроз призму
тако, да иде с њеном основицом паралелно. У том случају зрак излази из
призме под истим углом под којим је и пао, и онда се најмање преламе. Сто
га се тај положај и назива код призме положај најмањег скретања, или м и
н и м у м с к р е т а њ а.

Кад према томе знамо да је $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ и $p_1 = p_2 = p$
онда једначина за $\alpha + \delta$ може да се упрости, наиме да је $\alpha = 2p$,
и одатле $p = \frac{\alpha}{2}$, а $\delta = 2\alpha - \alpha$, $\alpha = \frac{\delta + \alpha}{2}$. Ови се обрасци могу
врло згодно употребити за одређивање експонента преламања многих тела.

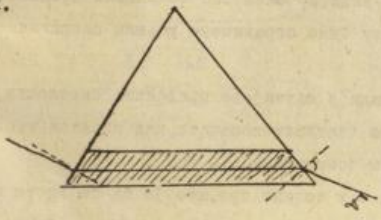
Напред смо видели да је у опште експонената $n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$
У овом случају $n = \frac{\sin\alpha}{\sin p}$.

Зато ако заменимо вредност за α и p добијемо да је
$n = \frac{\sin\frac{\delta+\alpha}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}}$, где су познате или се лако могу наћи, све вредности
осем n. Стога кад се хоће да нађе експонената преламања какве материје
направи се од ње призма и овој се одреди угао преламања α. Угао δ

може се непосредно читати дубином, те је ствар одређивања експонента врло лако - но то само за чврста тела. За течна тела већ је то теже чинити

За њих се направи једна шупља призма, чијега стакла експоненат знамо, напуни се дотичном течношћу и од нађеног експонента одбије се експоненат стакла. Код гасова пак не узима се цела призма, већ само исечак од не у облику једне цеви. Ова се напуни гасом коме хоћемо да нађемо експоненат

сл.



преламања и пусти се један зрак да се преломи паралелно основици призме, на основу познатих односа одреди се експоненат преламања дотичног гаса. На ове су начине одређени сви познати експоненти преламања разних тела и разних средина тако на пр.; нађено је

да је експоненат преламања за алкохол 1.97

" " " " " канада-балсам....1.59

" " " " " крон стакло 1.43 - 1.63

" " " " " флинт-стакло 1.5 - 1.8

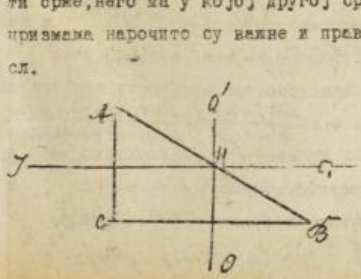
" " " " " за дијамант 2.77

" " " " " (ваздух према безваздушном простору).....1.000295

за водоник.....1.000149

Значајно је, што експоненат преламања за сва тела увек мора бити већи од јединице, јер је, као што смо видели $n = \frac{C}{C_2}$ а C_2 је увек мање од C, пошто C_2 сматра се као средина, у којој је простирање светлости брже, него ма у којој другој средини (етар). Сем тога међу разноврсним призмама нарочито су важне и правоугле призме, јер оне се могу због

сл.



тоталне рефлексије, коју зраци претрпе на њима, употребити у место огледала. Зрак напр. OH падајући управно на страну BC, пролази непромењен све до H ; ту се тотално одбија (јер под тим углом не може ићи у ваз-

ваздух и оде опет непромењен правцем KJ, око окна види слику предмета OyO' и ако би се исто кретање зрака могло постићи и обичним равним огледалом ипак се више пута (нарочито код научних справа) употребе правоугле призме, јер се код тоталног одбијања не губи у јачини светлости, као код огледала.-

Као што се из свег овога види, до сада смо се бавили преламањем светлости кроз такве средине, које су биле ограничене равним површинама, било паралелним било нагнутим.

Да бисмо упознали све важније случајеве преламања светлости, остаје нам још да видимо, како ће се светлост понашати, кад пролази кроз прозрачне средине, ограничене кривим површинама.

Ово је потребно да урадимо у толико пре, што је од те врсте преламања светлости учињена највећа примена, како у науци, тако и у обичном животу. Да видимо како бива п р в о или како смо радом почели

4/.- П р е л а м а њ е с в е т л о с т и к р о з с р е д и н е о г р а н и ч е н е ј е д н о м к р и в о м п о в р ш и н о м.

Нека је та крива површина, која одваја гушћу средину II од ређе I, простоте ради део једне кружне (лоптасте сферне) површине, чији се центар налази у C а свешт предмет A, к о с о в и н к и , A шаље светле зраке на све стране; један (од њих пада на ту површину у тачки B, ту се σ р е л а м а ка нормали (јер иде у гушћу средину II), и сече осу у тачки Δ, где је у исто време слика предмета A. Спуштајући управну из B на осу, добијемо правац BJ. Из досадашњег већ знамо да је експоненат преламања $n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$ ну



како из $\triangle ABC$ је $\alpha = \gamma + \varphi$ а из $\triangle BC\Delta$ је $\varphi = \beta + \delta$ или $\delta = \varphi - \beta$

то заменомо све вредности имаћемо да је: $n = \frac{\sin(\gamma+\delta)}{\sin(\gamma-\beta)} = \frac{\sin\gamma\cos\delta + \sin\delta\cos\gamma}{\sin\gamma\cos\beta + \sin\beta\cos\gamma}$

Управну Bq спустимо зато да одредимо вредност $\sin$ и $\cos$ -а углова, јер је из правоуглог троугла BCq дуж Bq: $Bq = BC\sin\gamma = \rho\sin\gamma$ или: $\sin\gamma = \frac{Bq}{\rho}$; дуж $Cq = BC\cos\gamma = \rho\cos\gamma$

Затим такође из правоуглог троугла $\triangle BDQ$ имамо да је:

$BQ = AB \sin\beta$ или: $\sin\beta \frac{SO-QO}{AB} = \frac{l-QO}{AB}$.

Даље из троуглова $\triangle ABQ$ имамо: $BQ = AB \sin\alpha$

одакле је $\sin\alpha \frac{BQ}{AB}$ и $AQ = AB\cos\alpha$ одакле је $\cos\alpha = \frac{AQ}{AB} = \frac{AO+QO}{AB} = \frac{p+QO}{AB}$.

Заменом ових вредности у претходној једначини добијамо да је:

$$n = \frac{\frac{BQ}{AB}\cdot\left(\frac{\varrho+QO}{\varrho}\right) + \frac{BQ}{\varrho}\left(\frac{p+QO}{AB}\right)}{\frac{BQ}{AB}\cdot\frac{l-QO}{\varrho} - \frac{BQ}{AB}\cdot\frac{p-QO}{\varrho}} = \frac{\frac{BQ\cdot\varrho}{\varrho AB} + \frac{BQ\,QO}{\varrho AB} + \frac{p\,BQ}{\varrho AB} + \frac{QO\cdot BQ}{\varrho AB}}{\frac{l\,BQ}{\varrho AB} - \frac{QO\,BQ}{\varrho AB} - \frac{p\,BQ}{\varrho AB} + \frac{QO\,BQ}{\varrho AB}} =$$

$$= \frac{\frac{BQ}{\varrho AB}(\varrho+p)}{\frac{BQ}{\varrho AB}(l-\varrho)} = \frac{\varrho+p}{l-\varrho}$$

Ако се за сада ограничимо на посматране само централних зракова где би α било врло мали то би онда место $\triangle BDQ$ могли узети дуж $DQ = l$ а место AB дуж $AO - p$ те ће нам образац добити овакав облик: $n = \frac{l(\varrho+p)}{p(l-\varrho)}$

Ну овај образац можемо довести на други, много простији, ослобађајући једначину именилаца, те имамо:

$$n\cdot pl - n\cdot p\cdot\varrho = l\cdot\varrho + l\cdot p \qquad pl(n-1) = l\varrho + np\varrho$$

$$n-1 = \frac{l\varrho}{p\cdot l} + \frac{n\cdot p\cdot\varrho}{p\cdot l}$$

$$\frac{n-1}{\varrho} = \frac{1}{p} + \frac{n}{l}$$

Д и с к у с и ј а.- Добивши образац можемо решити по l, p, итд. према томе, кад је која вредност од њих позната, па се тражи, да се она помоћу познатих одреди. Ну за сада дискусије рад, увешћемо сада само неколико карактерних случајева, који су значајни по томе, што нам пружају навес не важне податке о овој врсти преламања светлости.

Тако ако зраци светлости падају паралелно ~~на~~ ка криву ~~површину~~ површину тј. долазе из б е с к о н а ч н о с т и дакле ако је $p = \infty$ онда заменом у претходном обрасцу добијемо: $\frac{n-1}{\varrho} = \frac{n}{l}$; l, ϱ одстојање слике од криве (сферне) површине, у о в о м с л у ч а ј у означићемо са $\mathcal{L}$ што ће представљати одстојање главне жиже; место пак саме слике зове се, као и код сферних огледала, г л а в н а ж и ж а према томе образац постаје: $\frac{n-1}{\varrho} = \frac{n}{\mathcal{L}}$ а упоређењем његовим са пређашњим обрасцем, добијамо $\frac{n}{\mathcal{L}} = \frac{n}{l} + \frac{1}{l}$

Ако ли наступи обрнут случај па да слику добијемо у бесконачности, тј. ако је $\ell = \infty$ онда тако исто заменимо у предњем обрасцу, добијамо образац: $\frac{n-1}{\varsigma} = \frac{1}{p}$ које се р у овоме случају обично (нажива) означава са Р, те се добивени образац може написати $\frac{n-1}{\varsigma} = \frac{1}{P}$

сравнење ових једначина:

$\frac{n-1}{\varsigma} = \frac{n}{\mathcal{L}}$ и $\frac{n-1}{\varsigma} = \frac{1}{P}$ добијамо да је:

$\frac{n}{\mathcal{L}} = \frac{1}{P}$ или само $\mathcal{L} = n \cdot P$ што као правило гласи: Д а љ и н а п р е д м е т а је р а в н а n (експонент преламања) п у т а в е ћ о ј д а љ и н и с л и к е.

Сем ових важних једначина можемо извести још и ову: Ако ставимо да је: $\frac{1}{P} = \frac{n}{\ell} - \frac{1}{p}$, онда множећи са Р добијамо:

$$1 = \frac{n \cdot P}{\ell} + \frac{P}{p} = \frac{\mathcal{L}}{\ell} + \frac{P}{p} \text{ //}$$

Ова једначина регулише стање пресека зракова из једне средине у другу. Но ми је за сада нећемо дискутовати:

Ретко се у опште дешава, да су две средине ограничене само једном кривом површином већ чешће је случај:

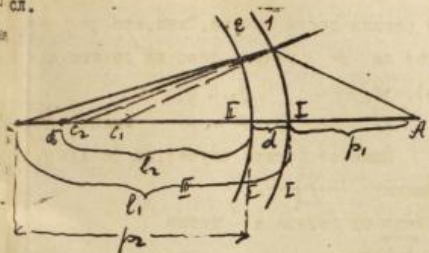
П р е л а м а њ е с в е т л о с т и к р о з с р е д и н у о г р а н и ч е н у д в е м а к р и в и м п о в р ш и н а м а, или т з в. с о ч и в и м а. Сочива ограничавају средину двема кривим површинама, које не морају бити истога полупречника кривине. Тако се зову зато, што по своме облику личе на поједина зрна обичног сочива. Ну и ако би се тако строго могло узети, тако изрезано стакло назвати сочиво данас се тим именом називају и стакла, која нису с обе стране пупчаста, већ могу с једне или с обе стране бити издубљена, као што могу по једну страну имати и равну.-

Преламање зракова кроз сочива посматраћемо, ако посматрамо прво кад зрак прође кроз једну па потом кроз другу криву површину. Пошто ћемо пак имати више пута и врло често додира и посла са сочивима, то треба сад одредити и поједине односе, који постоје између слика и предмета при преламању светлости - зракова кроз сочиво.

Узмимо нап. једно сочиво, које својим кривинама одваја средину II од средине I и II. Нека је на главној осовини предмет, тачка A на одстојању p од прве површине.

Полупречници кривина нека су ϱ_1 и ϱ_2 а d дебљина

сл.



сочива. Зрак од предмета А кад у дари о прву површину - кривину преломиће се и дати слику. Да није друге кривине, слика би била негде на остојању ℓ од прве кривине.

Но како имамо и другу кривину, то се зрак, већ једном преломљен кроз прву кривину мора поново преломити, по законима преламања за све две површине n и n_1 онда преламање кроз прву криву површину имамо, према предњем обрасцу, образац: $\frac{n-1}{\ell_1} = \frac{n}{\ell_2} + \frac{1}{p_1}$ а за преламање кроз другу криву површину $\frac{n_1-1}{\ell_2} = \frac{n_1}{\ell_2} + \frac{1}{p_2}$ Ако су средине I и III једне и исте, а само II различна, онда је: $n_1 = \frac{1}{n_2}$ те је $\frac{\frac{1}{n_2}-1}{\ell_2} = \frac{\frac{1}{n_2}}{\ell_2} + \frac{1}{p_2}$ или $\frac{\frac{1-n}{n_2}}{\ell_2} = \frac{\frac{1}{n_2}}{\ell_2} - \frac{1}{p_2}$ или $\frac{1-n}{\ell_2} = \frac{1}{\ell_2} + \frac{n_2}{p_2}$. Вредност за p_2 (одстојање слике В од друге кривине) израчунаћемо из саме слике, одакле је, као што се види, $\ell_1 = p_2 + d$ или $p_2 = \ell_1 - d$. Ну како d рачунамо на десно а p_2 на лево од друге кривине, то ће p_2 бити негативно, те имамо да је $p_2 = d - \ell_1$; заменом овога у предњем обрасцу добићемо: $\frac{1-n}{\ell_2} = \frac{1}{\ell_2} + \frac{n}{d-\ell_1}$.

Ну пошто сочиво има обично врло малу дебљину d да се може слободно занемарити и узети, да је $d = 0$ тада је $\frac{1-n}{\ell_2} = \frac{1}{\ell_2} + \frac{n_1}{\ell_1}$ Из предње једначине за преламање кроз прво огледало, имамо да је $\frac{n}{\ell_1} = \frac{n-1}{\ell_1} - \frac{1}{p_1}$ заменом ове вредности у горњој добијамо: $\frac{1-n}{\ell_2} = \frac{1}{\ell_2} - \frac{n-1}{\ell_1} + \frac{1}{p_1}$ одакле имамо $\frac{n-1}{\ell_2} + \frac{1-n}{\ell_1} = \frac{1}{\ell_2} + \frac{1}{p_1}$ или $\frac{n-1}{\ell_2} - \frac{n-1}{\ell_1} = \frac{1}{\ell_2} + \frac{1}{p_1}$ одавде имамо: $(n-1)\left(\frac{1}{\ell_1} - \frac{1}{\ell_2}\right) = \frac{1}{\ell_2} + \frac{1}{p_1}$.

Према томе обрасац за однос слике и предмета при преламању светлости кроз једно сочиво јесте овај: $(n-1)\left(\frac{1}{\ell_1} - \frac{1}{\ell_2}\right) = \frac{1}{\ell} + \frac{1}{p}$.

Броји ℓ и p немају знака (индекса) за то, што вреде у опште за сваки предмет и његову слику, претпостављајући прва увек даљину слике иза сочива, а друга даљину предмета испред њега.

Дискусија овога обрасца.- Ако је $p = \infty$ тј. ако је предмет у бесконачности, зраци долазе паралелно и слика је у жижи. Ако је $\ell = \infty$ онда добијамо другу жижу. - Остале случајеве поменућемо доцније

В р с т е с о ч и в а.- Према односу који постоји између полупречника кривине ρ_1 и ρ_2 имамо и разних врста сочива. Тако, ако је $\rho_1 \sim \rho_2$ сл.



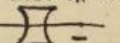
(кад се + рачуна лево од сочива а - десно).- $\rho_2 \sim \rho_2$ $\rho_2 \sim \rho_1$

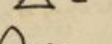
1/.- Ако је + ~ + имаћемо биконвексно сочиво.

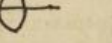
Може се десити случај, да је дуж $\rho_2 > \rho_1$,

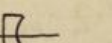
У другом случају имамо сочиво облика: 

Ако је $\rho_2 \sim \rho_1$, рачунећи + лево од сочива а - десно

2." + и "- имаћемо 

3." + " ∞ " 

4." − " + " 

5." - " - " 

6." - " ∞ " 

7." ∞ " + " 

8." ∞ " − " 

9." ∞ " ∞ " 

(Ово последње и није сочиво већ равна плоча).

Свега имамо дакле, у главноме, ш е с т врста сочива; сва се она могу поделити у две групе од по три сочива;- Прва група даје нам сочива, која су у средини дебља, пунија но на ободима.

Она се зову општим именом п у п ч а с т а или с а б и р н а с о ч и в а. Међу њима је;

1/.- Двогубо пупчасто (биконвексно)

2/.- Равно пупчасто (план-конвексно)

3/.- Издубљено пупчасто (конкав-конвексно).

У другу групу долазе три сочива, сва т а њ а у с р е д и н и но на ободима, то су издубљена или расипна сочива. Међу њима је:

1/.- Двогубо издубљено (биконкавно).

2/.- Равно издубљено (планконкавно).

3/.- Испупчено издубљено (конвекс конкавно).

Да бисмо у опште могли видети, како ће се преламати светлост

кроз једну и другу врсту сочива, ми ћемо их одредити са призмама, са којима она имају сличности. Свако сочиво од побројаних може се сматрати, као да је постало од мањег и већег броја призама. Тако двогубо испупчено може се сматрати, као да је постало у главном из две призме слепљене својим основицама, тако исто и двогубо издубљено сочиво може се сматрати да је постало из две танке призме, састављене врховима итд.

Према томе, кад можемо сочива упоредити са призмама, онда одмах знамо како ће се светлост понашати у њима. Као и код призама тако и код сочива преломљени зрак иће ка дебљем крају сочива. То значи да ће се светлосни зраци код испупчених сочива после преламања приближавати њиховој средини, скупљаће се, због чега се та сочива и зову сабирна.

На против код издубљених сочива зраци ће се приближавати њиховим ободима (јер су они дебљи од средине), те ће се тако разилазити све више, због чега се та сочива називају расипна. Сочива се сем тога много подударају и са својим огледалима. Једно сабирно сочиво дејствује као шупље огледало јер скупља зраке, даје као и оно, час стварне, час уображене, час увећане, час смањене ликове, према положају предмета према њему. На против, расипна сочива подударају се у своме дејству са пупчастим огледалом, јер растурају или расипају зраке и дају уображене слике.

2/.- Да видимо сада, како се светлост у тим сочивима прелама и како постају слике. Узећемо на расматрање прво двогубо испупчено сочиво као представника сабирних сочива.

Општа једначина за однос при преламању светлости кроз сочива јесте, као што смо нашли: $(n-i)\left(\frac{1}{\rho_1}-\frac{1}{\rho_2}\right)=\frac{1}{l}+\frac{1}{p}$

Та једначина и сво сочиво (пошто је ρ_2 негативно) постаје $(n-1)\left(\frac{1}{\rho_1}+\frac{1}{\rho_2}\right)=\frac{1}{l}+\frac{1}{p}$.

Ако се узме још да је $\rho_1=\rho_2$ (као што ћемо и биће) имаћемо $(n-1)\frac{2}{\rho}=\frac{1}{p}+\frac{1}{l}$.

Сем тога ако је $p=\infty$ тј. светао предмет је у бесконачности а зраци светлосни долазе и падају паралелно на сочиво. Они ће се као што смо видели прошавши кроз сочиво, скупити сви у једну тачку, која се као и код огледала назива жижа тога сочива и ова је слика предмета у бесконачности. Ако ту слику означимо са $\mathcal{L}$ добићемо једначину: $(n-1)=\frac{1}{\mathcal{L}}$

Слика ће тј. $\mathcal{L}$ у овоме случају бити у средини полупречника кривине. Али како на ово сочиво сунчани зраци могу доћи и с леве стране (ако је то пре било с десне стране) то значи да можемо имати још једну такву жижу исту са супротне десне стране сочива. Због тога се и каже да свако такво сочиво има две жиже, које се ако је $\rho_1 = \rho_2$ ни у чему међу собом не разликују. Положај жиже као што рекосмо, како с једне тако и с друге стране, јесте на половини даљине од средишта кривине, до средишта сочива.

Што се пак тиче места слике него ћемо добити из једначине

$$\frac{1}{\mathcal{L}} = \frac{1}{l} + \frac{1}{p}$$ одакле имамо, решавајући је по l

$$lp = \mathcal{L}p + \mathcal{L}l \quad \text{или} \quad l(p-\mathcal{L}) = \mathcal{L}p \quad \text{и} \quad l = \frac{\mathcal{L}p}{p-\mathcal{L}} = \frac{\mathcal{L}}{1-\frac{\mathcal{L}}{p}}.$$

Ово је образац израчунавања места и даљине слике од сочива.

Д и с к у с и ј а. - Ако је у њему $p = \infty$ тј. зраци долазе из бесконачности и преламају се, онда је као што смо видели: $l = \frac{\mathcal{L}}{1-\frac{\mathcal{L}}{p}} = \mathcal{L}$ што значи да се зраци који овако долазе, кад прођу кроз сочиво и дају мању или стварну слику, секу у жижи.

Ако је $p = 2\mathcal{L}$ тј. предмет је на двогубој жижиној даљини од сочива, дакле у центру кривине, онда је заменом $l = \frac{\mathcal{L}}{1-\frac{\mathcal{L}}{2\mathcal{L}}} = \frac{\mathcal{L}}{\frac{1}{2}} = 2\mathcal{L}$ што значи да ако је предмет у центру кривине ($\mathcal{L} = \frac{\rho}{2}$ а. $2\mathcal{L} = \rho$) и слика ће бити на истом одстојању с друге стране сочива, такође у средишту кривине, једнака по величини с предметом, само изврнута.

Ако је $p = \mathcal{L}$ тј. ако је предмет у самој жижи, онда је $l = \frac{\mathcal{L}}{1-\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}}} = \infty$ слика је тада стварна у бесконачности тј. ње и нема, јер се зраци, преломивши се паралелно, не секу нигде међу собом.

Ако је $p < \frac{\mathcal{L}}{2}$ дакле ако је предмет између жиже и сочива, онда је $l = \frac{\mathcal{L}}{1-\frac{\mathcal{L}}{p}} = \frac{\mathcal{L}}{1-\frac{2\mathcal{L}}{\mathcal{L}}} = \frac{\mathcal{L}}{-1} = -\mathcal{L}$ овај негативан резултат означава да ће слика бити негативна, то у томе случају, стварне слике и нема.

Према свему овоме можемо укратко поновити ствар на овај начин. Кад је предмет у бесконачности, сабирна сочива дају с т в а р н у с л и к у у ж и ж и, која је поред тога изврнута и веома смањена. Док се предмет креће из бесконачности ка средишту, слика се креће од жиже такође средишту, постаје стварна и изврнута али све више и више расте. Предмет у једном средишту, даје слику у другом средишту исте величине. Док предмет

пре̂е простор између средишта до жижа,дотле слика иде од средишта ка бесконачности постаје стварна,али изврнута и непрестано расте.Предмет у жижи даје слику у бесконачности тј.зраци иду паралелно,најзад кад предмет дође између жиже и сочива,слика је уображена,увећана и неизврнута.

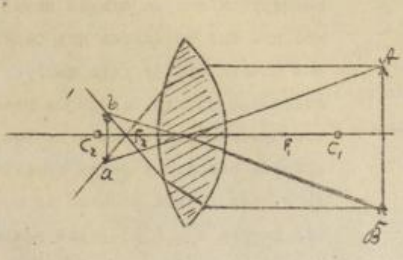
Кад запамтимо место на коме је предмет а тако исто и место,на коме постаје његова слика па на место слике метнемо предмет,његова ће слика,пасти тамо,где је било мало час предмет.С тога тачка на којој је предмет и тачка,на којој од тога предмета постаје слика,називају се као и код огледала спрегнуте или конјуговане тачке.

Сем тога величина слика зависи и од величине полупречника кривине.У колико је ρ веће у толико ће и слика бити већа,у колико је ρ мање у толико ће и слика бити мања.Ну у том узајамном односу полупречника и слике има извесне мере,границе преко које ρ несме бити веће,и границе испод које оно несме бити мање.

Све ово што смо извели и што вреди за предмет,кад је он само једна светла тачка,вреди и за читав систем тачака и за читав предмет.

Конструктивна метода за одређивање слика.

Нека је опет дато двогубо испупчено сочиво са својим средиштима C_1 и C_2 полупречницима кривина,као и са жижама њиховим F_1 и F_2.



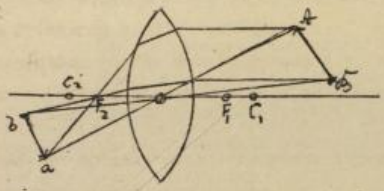
Ако је предмет АВ,коме имамо да нађемо слику,ван средишта кривине а на самој главној осовини,увећемо најпре као што смо учинили,и код сферних огледала на крајњим њиховим тачкама А и В по један главни оси паралелан зрак,ти зраци преломивши се,морају као што смо видели,проћи кроз жижу.Ако сад узмемо и по један главни зрак или по једну споредну осу.тј.зраке који пролазе кроз средиште сочива,ови се неће никако преломити,већ ће се продужити сећи с прими и дати пресечне тачке а и в,које кад везмемо,добијемо слику предмета АВ,изврнуту и смањену.Однос између величине предмета

и овде је као и код огледала $\frac{P}{L} = \frac{p}{l}$

На тај начин помоћу, главној осовини паралелних, главних зракова (споредних оса) можемо увек наћи слику ма кога или ма каквога предмета, ма где он био на коначној даљини од сочива. Тако ако предмет АВ није на главној осовини, опет двогубо испупчена сочива, већ ван не и кос, слику ћемо помоћу паралелних зракова наћи испод осовине, ако је предмет био изнад ње, опет изврнуту, стварну и смањену.

Све што смо нашли за сабирна сочива вреди и за р а с к и п н а с о ч и в а.

сл.



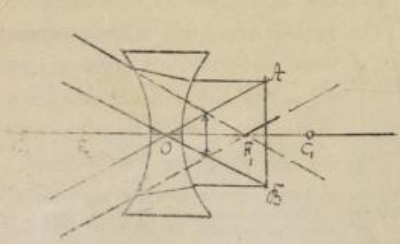
Код њих као и код испупчених огледала нема стварне слике, в е ћ с а м о у о б р а ж е н а и с м а њ е н а.

Због те њихове особине она се никада не употребљавају сама за себе, већ у разним комбинацијама са сабирним сочивима, што ћемо у своје време видети.

Нађени образац за место слике: $l = \frac{L}{1 - \frac{L}{p}}$ вреди и овде само са знаком испред (јер је слика увек уображена) дакле: $l = -\frac{L}{1 - \frac{L}{p}}$

сл.

Саму пак слику неког предмета конструисаћемо на сличан начин, као што смо то чинили код сабирних сочива. Ако је дато двогубо ис пудубљено сочиво, са својом главном осовином, центрима и њиховим кривинама површина и један предмет АВ испред сочива, узећемо из крај њих тачака А и В по један главно осовини паралелан зрак и по један главни зрак - споредну осу. Ови ће преломивши се дивергирати не секући се нигде иза сочива. Ну ако их продужимо на супротну страну, сећи ће се међу собом испред сочива и дати слику, као што смо већ напоменули

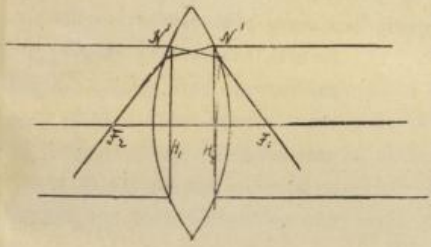


уображену смањену и неизвртнуту.

Ако је предмет блиске сочиву и слика ће се све више приближавати њему, почевши од жиже па на даље.

Све ово до сада говорено је с том претпоставком, да је дебљина сочива d врло мала те се без велике грешке може занемарити - што смо ми и учинили. Али ако је d велико, тј. ако имамо посла са дебелим сочивима, онда се та дебљина не сме занемарити и већ се и о њој мора водити рачуна.

Имајући то на уму Г а у с је поступио овако: Дато нам је једно сочиво са главном осом и жижама, на које пада један главној оси паралелан зрак, овај долази с једне стране, прелама се и кроз саму жижу с друге стране, долазећи пак с друге стране, опет се прелама и пролази кроз жижу с прве стране. Ако сад ове преломљене зраке продужимо до пресека њихова са паралелним правцем још не преломљена зрака у сочиву, добићемо опет две тачке N_1 и N_2 кроз које повлачећи две управне на главну осу добићемо на тој тачки H_1 и H_2



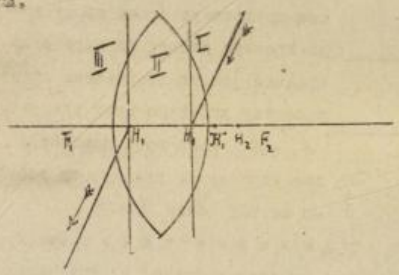
које се зову Г а у с о в е или к а р д и н а л н е т а ч к е. Оне су важне због тога, што имају то својство, да предмет у једној од тих тачака, даје лик у другој тачки и обратно, што су нам веома потребне и од велике користи при конструисању ликова код дебелих сочива.

С тога треба пре свега да знамо како се оне конструктивно налазе. - Како је за ваздух и стакло $n' = 1,5$ и ако је $\rho_1 = \rho_2 = \rho$ и $d = 0,18$ то ћемо имати да је $n' = \frac{1}{n} = 0,66$ само одстојање Гаусове тачке H_1 од сочива наћено је, да је $h_1 = + \frac{d}{2,95}$ а одстојање друге тачке H_2 од је $h_2 = - \frac{d}{2,95}$ Пошто се 2,95 мало разликује од броја 3, онда ће прва Гаусова тачка H_1 лежати на првој трећини, а друга H_2 на другој трећини дебљине сочива d. Треба само поделити d на три дела, па на првом делу почев с десне стране биће H_1 а на трећем или првом с лева, биће H_2 (зато је на негативан)

Овакав је случај, кад су средине I и III једне и исте (ваздух). Ако то нису, већ је прва средина ваздух, II стакло, а III вода, онда је за ваздух и стакло и воду $n = 1{,}5 = \frac{3}{2}$ за ваздух и воду $n_1 = 4/3$ а за стакло и воду $n_2 = \frac{n}{n_1} = \frac{3}{2} : \frac{4}{3} = 9/8$ у овоме је случају $h_1 = \frac{d}{6}$ а $h_3 = 3/8\, d = \frac{4}{6} d$. Према томе вама просто поделити дебљину сочива d на 6 једнаких делова, па ће H_1 ући на првој а H_2 на четвртој шестини с десна.

Ако сочиво није испупчено двогубо, већ испупчено издубено, онда ћемо имати: $h_1 = \frac{d}{1{,}5} = \frac{2}{3} d$ а $h_2 = -\frac{2d}{1{,}5} = -\frac{4}{3} d$

Тачка H_2 ће дакле у том случају лежати ван сочива с леве стране. - Ако средине испред и иза сочива нису исте употребљавају се нам. Листингови чворови. Зрак који иде правцем, да прође кроз једну тачку H_2 налази из сочива паралелно свом првобитном правцу.



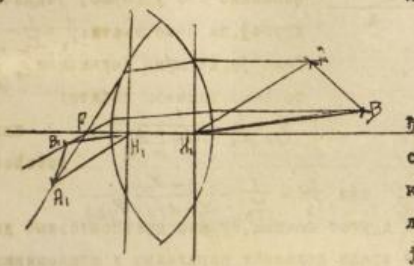
Особина Листингових чворова је да буде: $F_1H_1 = F_2H_2$ и $F_1H_2 = F_2H_1$

Дакле, Гаусове тачке и Листингови чворови то су шест елемената, који прате сва сочива са мало ве ћом дебљином. Ако су, као што смо видели, средине I и III једне и исте, Листингови чворови поклапају се са Гаусовим тачкама, те имамо после само са 4 тачке: 2 жиже и 2 Гаусове тачке. Примена Гаусових тачака као што рекосмо врло је велика. Ако напр. имамо кроз сочива са велик дебљином да нађемо слику АВ нађимо, као што смо до сада радили, лик крајних тачака А и В које ће после образовати и слику целог предмета.

Ву пре свега у том случају вама одредити Гаусове тачке.

Кад смо то учинили онда је зрак кроз А, који је паралелан гла ној оси, преломиће се по познатом правилу, а главни зрак - споредна оса - неће сад (код сочива с великом дебљином) пролазити кроз оптич ко средиште сочива, већ ће доћи прво у кардиналну Гаусову тачку H_2 а излазиће из тачке H_1 али тако да овај други правац споредне осе буде паралелан првом правцу. Где се сече споредна осовина са паралелним

већ преломљеним зраком, добијамо лик тачке А.- На исти начин налазимо и лик тачке В, а тиме и слику целога предмета АВ. Према томе даље за налажење слике код тих сочива потребно нам је, да знамо само кардиналне тачке сочива, јер помоћу њих а на показани начин, слику је врло лако одредити.



Одређивање жиже код сочива.

Најпростији је начин одређивање жиже код сочива, помоћу сунчаних зракова (као што смо и карактерисали), који долазе паралелном беку се у једној тачки, дајући у њој смањену слику сунчеву. Међутим можемо врло лако да одредимо и на други начин, ако удесимо да слика и предмет буду једне и исте величине тј. ако предмет наместимо у један од центара кривине сочива, онда ће слика опти исте величине и у другом центру (само извртнута). Треба сад само то растојање поделити на 4. једнака дела, на је једна жижа у првом, а друга у трећем делу, почев с десна на лево. Иначе жижу можемо наћи по обрасцу: $\frac{1}{\mathcal{L}} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l}$ где је p, l врло лако одредити.

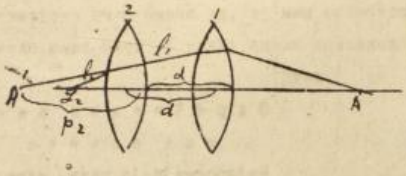
Сложена сочива. Сва до сада, поменута сочива проста и посебице употребљена, никада не дају јасну и оштру слику некога предмета, већ она је увек више или мање **разбучена и нејасна.**

Да би се то избегло, те слика испала што боља у оптици се врло често употребљавају тзв. **сложена сочива**, у која се слажу по 2, 3, 4 па често пута и више разних сочива. Ну ми ћемо се за сада ограничити, на слагање два неједнака или једнаке сочива, а што вреди за два, вреди ће и за више сочива.

Узмемо нпр. једно двогубо испупчено сочиво, код кога је однос $\frac{1}{\mathcal{L}_1} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{l_1}$ а друго, код кога је однос $\frac{1}{\mathcal{L}_2} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{l_2}$ или $\frac{1}{l_2} = \frac{1}{\mathcal{L}_2} - \frac{1}{p_2}$ па ћемо их сложити.

Остојање 1 од 2 сочива нека је d. Зрак, који би пао на 1 сочиво, дао би слику у тачки А, . На слике се види (ако је угао прелома

ся,



ком - централни врло мали), да је

$$l_1 = d + p_2$$ или одавде $p_2 = l_1 - d$ или пошто је l_1 негативно (јер је иза сочива): $p_2 = d - l_1$

заменимо ово у горњој једначини другој, па ћемо имати: $\frac{1}{l_2} = \frac{1}{\mathcal{L}_2} - \frac{1}{d - l_1}$

Како је на прве једначине $l_1 = \frac{p_1 \mathcal{L}}{p_1 - \mathcal{L}}$

то ћемо заменом добити:

$$l_2 = \frac{1}{\mathcal{L}_2} = \frac{1}{d - \frac{p_1 \mathcal{L}}{p_1 - \mathcal{L}}}$$ или

$$\frac{1}{l_2} = \frac{1}{\mathcal{L}_2} - \frac{p_1 - \mathcal{L}}{d p_1 - d\mathcal{L} - p_1 \mathcal{L}}$$ ——————— добијемо

деобом са p_1: $\frac{1}{l_2} = \frac{1}{\mathcal{L}_2} - \frac{1 - \mathcal{L}/p_1}{d - d\mathcal{L}/p_1 - p\mathcal{L}}$ или $\frac{1}{l_2} = \frac{1}{\mathcal{L}_2} + \frac{1 - \mathcal{L}/p_1}{\mathcal{L} - d(1 + \mathcal{L}/p_1)}$

Овде ће бити слика од другог сочива. Ну ако претпоставимо да је предмет у бесконачности, и да се зраци долазећи паралелно и преломивши се кроз оба сочива, секу се у једној тачки, те дају слику сложеног сочива $\mathcal{L}$ (који ћемо знак узети у место l_2) онда ћемо имати: за $p = \infty$

$$\frac{1}{\mathcal{L}} = \frac{1}{\mathcal{L}_1} + \frac{1}{\mathcal{L}_2 + d}$$

Ако сочиво приближујемо једно уз друго тако да слободно можемо узети да је $d = 0$ добићемо заменом $\frac{1}{\mathcal{L}} = \frac{1}{\mathcal{L}_1} + \frac{1}{\mathcal{L}_2}$; овако бива ако комбинујемо два једнака двогубо испупчена сочива. Али ако то учинимо са таква два једнака сочива, тј. са сочивима чије су жиже $\mathcal{L}_1 = \mathcal{L}_2$ имаћемо $\frac{1}{\mathcal{L}} = \frac{2}{\mathcal{L}_1}$ или $\mathcal{L} = \frac{\mathcal{L}_1}{2}$

Ако комбинујемо једно испупчено и једно издубено сочиво, добићемо, радећи све овако, или само замењујући + $\mathcal{L}_1$ са $-\mathcal{L}_1$ да је:

$$1/\mathcal{L} = 1/\mathcal{L}_2 - \frac{1}{\mathcal{L}_1}$$

Али кад комбинујемо ма које сабирно и једно расипно сочиво, тад сложено сочиво има увек тенденцију, да што је могуће више и више у п р о д у ж и. Како пак сочиво више увеличава, и много јаснију слику даје, кад му је слика све блиња, те је и много лове и много лакше комбиновати само два сабирна сочива, која сложена, у многоме скраћују жижну даљину њихову.

С в е р н а а б е р а ц и ј а. Де сада смо при посматраву сочива претпостављали, да светли зраци падају веома бливу око осе, и на основу те претпоставке могли смо себи допустити оно упрошћење при изводењу главне диоптричне једначине. Ну теорија и искуство уче нас да не слике код

сабирних сочива онти тачне само онда, кад сочива нису сувише велика, ни су ниже дебела, нити зраци падају на њих под великим углом, не буде ли то, зра ци се, што пролазе ободом сочива, не састају савршено тачно са онима који пролазе средином, те зато слика таквих сочива није добра, нити јасна, већ развучена и нејасна.

Ако нпр. добијемо у мрак некога мало пупчастога сочива сунчеву слику, опазићемо кад боље завиримо, да се око праве сунчеве слике на коју смо навикли да је једна тачка, види као један оквир свуда унаокруг.

Тај оквир и та разгученост слике, постаје услед неједнаког преламања средишњих и ободних сунчевих зракова кроз сочиво. Ова појава назива се код сочива с в е р н о с к р е т а њ е или с в е р н а а б е р а ц и ј а, јер долази од сверног облика површина, којима је сочиво о г р а н и ч е н о.

Испитивањем се пронашло да хиперболичан облик сочива не проузрокује никакву сферну аберацију, али с тога што се ови облици веома тешко праве, зато они и нису употребљени у практици.

Ну та се мана код сочива може уклонити у неколико, што ће се просустити зраци само кроз средину сочива (централни) а заклонити му о-бод, то онда, кад се иза сочива намести плочица, у среди просушена - дијафрагма - те се зраци пролазећи кроз отвор дијафрагме, преламају само кроз средину сочива.

Одавно се зна, да је средина непокривеног дела мања од ч а к а ваљине дебљине, или најпре, да је она у пола толика, колики је полупречник кривине испупчења површине сочива. Ну тиме се истина уклања у неколико аберација, али се мањак у сјајности, интензитету слике, јер светлост не пролази кроз цело сочиво, већ само кроз средину његову.

Ако ми хоћемо да сочиво задржи цео свој отвор, па да ипак не уђе сферне аберације морамо саставити два сочива једно до другог, једно



двогубо испупчено, а друго испупчено издубљено и направити на тај начин, као што смо видели, сложено сочиво. Такво сочиво које нема поменутих недостатака сферне аберације, назива се а п л а н а т и ч к о с о ч и в о. Али под њега слика губи доста од своје сјајности, јер се зра

зраци преламају и што је најглавније, одбијају са више површина, те је та слика много слабије осветљена но сам предмет.

За све научне справе у којима има сочива, употребљавају се само таква слагањем поправљена, тј. а п л а н а т и ч к а с о ч и в а. Каква је пак и колика је та промена видећемо мало доцније.

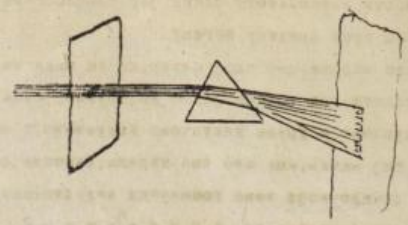
Р а с и п а њ е с в е т л о с т и.

Појам распадања светлих зракова није тако прост као што смо ми то до сада узимали. Него прати као што немо видети још једна модификација.

Над бела светлост тј. она коју добијамо непосредно од сунца, пре лази из једне средине у другу, она се не само, што при том скреће, но се и раставити на више врста светлости.

Овај је појав први опазио и проучио Њ у т н о назвав га р а с и п а њ е м с в е т л о с т и. Ако на пр. у једној соби направимо што ј могуће јачи мрак, а само на једном месту прозора оставимо мали округао отвор, и пустимо кроз њ, један сноп сунчаних зракова, да упадну у собу хор зонтално, овај ће дати најбољем виду или ма каквом другом заклону малу округлу слику сунчеву.

Али ако те зраке на путу пресретнемо каквом површином, какве пр стране стаклене призме, и то тако да прамен светлости прође управо кроз призму, и опазимо његов положај, онда немо опазити, да се светао зрак, осим то га што се предиктира, прелома, у исто време цепа на лепезаст прамен обојен зракова. Свај обојени лик је са једне стране обојен љ у б и ч а с т о, са,



а с друге стране ц р в е н и м з р а к о м. Он се као што је по нато, зове Њ у т н о в с у н ч а н и с п е к т а р. Између те пак црвене и љубичасте боје има безброј других боја и прелаза (нијанса) из једне у другу: ну на ше око може лако да разликује са мо седам главних боја, које иду овим редом, ц р в е н а, н е -

р а н џ а с т а, ж у т а, з е л е н а, о т в о р е н о - м и д р о
п л а в а, п л а в е т н а - з а т в о р е н о п л а в а и љ у б и ч а с т а.

Свака од њих у спектру заузима простор равне дужине; љубичаста се највише протеже, а наранџаста најмање.

Према овоме бела сунчева светлост није проста, већ сложена из више простих. За доказ да су свих седам боја саставни део те беле светлости, служи нам пропуштање спектра тј. расипних зракова кроз једно сабирно сочиво, које ће све те зраке опет више или мање, уједно скупити и дати пређашњој, не оно тако јаку и чисту белу светлост. То можемо учинити и помоћу седам огледала, која тако наместимо, да се са сваког одбија по једна боја и пада са осталима у једну тачку, онда ће се јавити, као и пре бела светлост.

Ну ово расипање светлости са светлог извора у боје, не може се назвати увек и у свакој прилици, већ само на извесној температури. Ако испитујемо спектар неког тела на црвеном у сијању (око 500) видећемо у њему само црвену боју.

Ако ли пак загрејемо то тело до белог усијања, даће спектар од седам боја (напр. усијани угаљ).

Према томе свака температура даје своју к а р а к т е р н у б о ј у. Отуд и многе р а з н о л и к о с т и б о ј а, које долазе од разноликости температуре појединих молекила тела.

Сви и поједини молекили у једном телу никада нису на истој температури, већ неки на већој, а други на мањој. Најмања температура, на којој може тело да светли, даје у спектру црвену, а највећа љубичасту боју

У размаку те две минималне и максималне температуре настају остале боје са својим врло многим нијансама.

Сем тога расипање светлости зависи још и од преламања п р и з м е. За призме од једне и исте материје расипање расте са углом преламања И обрнуто, при једнаким угловима преламања дужина спектра, дакле расутост његова, мења се према материји од које је призма начињена. Расипање даље зависи и од експонента преламања тела, које светлост расипа.

Вода напр. не расипа светлост, колико стакло; па и разне врсте

стакла дају разне расутости спектра, јер им као што смо видели, експонента преламања нису иста. Расипање код флинт - стакла готово је два пута веће од расипања крон - стакла, а три пута веће од расипања воде.

Казали смо већ, а то и опет велимо, да се бела светлост цепа преламањем на бојену светлост, и да љубичаста скреће највише, а црвена најмање од свога првобитног правца.

Сада ћемо додати, потпуности ради, још и то да се то растојање, или боље, тај угао, који заклапају љубичаста и црвена боја међу собом, зове се т о т а л н а д и с п е р з и ј а. Угао, који граде две и две узастопце узете боје, назива се за разлику од прве п а р ц и ј а л н о м д и с п е р з и ј о м. Важно је знати, да тотална дисперзија не стоји у истој размери, повећана или смањена, са парцијалном.

Ако је напр. прва три пута већа - шира (као што је то случај са флинт стаклом и водом) не значи да и парцијална дисперзија мора бити толико исто пута већа - шира.

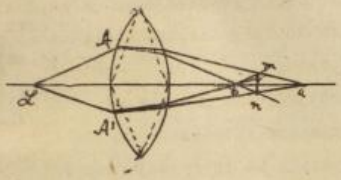
Ова дисперзија на према томе и спектар, којега боје иду показаним редом, тј. прва је најмање скренута - црвена, а последња највише љубичаста, назива се нормална дисперзија или нормални спектар. Ну има тела (индиго, крв, хематит, хлорофил итд.) која на супрот томе дају ненормалну дисперзију или спектар, тј. спектар у кога боје иду сасвим извркнутим и испреметаним редом, но што је то било код стакла. Код њих су чак неке боје ресорбоване, те на место њих долазе тамне празнине. Ова се појава тумачи тиме, што та тела дају за себе извесне своје нове боје, које се мешају и слажу са оних седам боја тако, да дају поменути а н о м а л н и с п е к т а р.

Растопљени фухсин, даје спектар са овако поређаним бојама: плава љубичаста, црвена, наранџаста и жута.

Између љубичасте и црвене боје је једна тамна празнина, која даје не место тотално рефлектоване и ресорбоване зелене боје.

Х р о м а т и ч к а а б е р а ц и ј а. Све ово што бива кад светлост пролази кроз стаклену призму, бива и код стакленог сочива, јер и ово, као што смо у своје време напоменули, можемо сматрати, као да је поста ло од више призама, или нека сочива само, у главној, од две призме.

сл.



Ако [illegible] и L_1' зраци, који падају на сочиво, онда се по прелому светао зрак L_1 цепа на читав сноп обојених зракова, од којих су A_a и A_b крајни обојени зраци. Црвени зраци A_a слабије се, као и код просте призме, преламају од љубичастих зракова A_b. Исто се тако цепа и зрак L_1' и A'_a и A'_b крајни су обојени зраци од светлога зрака L_1'. Љубичасти зраци скупљају се сви у тачки, која је сочиву ближа, дакле в, а црвени се зраци опет укрштају од сочива даље у тачки а. Остали зраци; плаветни, индигоплави, зелени, жути и наранџасти секу се у тачкама, које леже између в и а. Сви се обојени зраци укрштају, пре или после његова преламања са осом у кружној површини mn и производе лик другим бојама окружен, што је познато под називом Х р о м а т и ч к е А б е р а ц и ј е, за разлику од сферне аберације, о којој је било унапред речи.

А х р о м а т и ч к о с о ч и в о. - Хроматичка аберација прави лик још много нејаснији но што је случај код сферне аберације. - Због тога, што је у равно обојених зракова и преломљивост различна, постаје у њиховом простору сочива читав низ обојених ликова, међу којима, са своје јаче интензивности жути лик најјаче пада у очи. Оптичари су од вајкада настојали да отклоне нејасност, која долази услед овога цепања светлости, трудиће се непрестано, да ове обојене зраке, опет на какав год начин сједине, те тако и хроматичност униште. Та их је тежња не само довела до уништења хроматичке аберације, већ је помогла уништењу напред поменуте сферне аберације.

За све време тога дугог испитивања дошло се прво до тога, да се једним само сочивом па ма каквог облика било, не може никако поништити хроматична аберација. За уништење његово потребна су најмање два сочива, од којих једно мора да је сваруа испупчено, а друго издубљено. Сем тога, морају и стакла, од којих је и једно и друго сочиво направљено, имати разну моћ расипања.

Такво једно сочиво, сложено од два или више других сочива, које

ои давало више или мање необојене ликове, назива се а х р о м а т и ч н и м с о ч и в о м. За разлику од а п л а н а т и ч к о г, које служи само за то, да уклони сферну аберацију. Ну како се уништењем хроматичне аберације може у исто време уништити и сферна аберација, то је ахроматичко сочиво, може се рећи, исто што и апланатично. Исто пак, што вреди за ахроматичко сочиво, вреди и за ахроматизам призама.

И код њих се то постиже помоћу најмање две призме.

То је и најпростији начин уклањања хроматичности код призме. Ако се спектар с једне стране призме ухвати на другу, која има исти угао преламања, као и прва, али је окренута основици на супротну страну од прве онда ће она те разне боје спектра саставити и од себе испустити безобојан сноп зракова. Према томе од сада ћемо и имати посла само са ахроматичним сочивима, која се у оптици врло често и врло много употребљавају, служећи као један од најглавнијих делова већине оптичких и у опште физичких справа. Све што за њих вреди, вреди у опште и за ахроматичке призме. Управо сочива су један специјалан случај призама.

У с л о в и з а а х р о м а т и з а м с о ч и в а.-

Ако комбинујемо једно равно испупчено сочиво и равно издубљено имаћемо, као што смо видели и нашли, да је жижа таквога комбинованога сочива:

$$\frac{1}{\mathcal{L}} = \frac{1}{\mathcal{L}_1} - \frac{1}{\mathcal{L}_2} \quad \text{или} \quad \mathcal{L}_1\mathcal{L}_2 = \mathcal{L}\mathcal{L}_2 - \mathcal{L}\mathcal{L}_1$$

сл.



а одавде решењем по $\mathcal{L}$:

$$\mathcal{L} = \frac{\mathcal{L}_1\mathcal{L}_2}{\mathcal{L}_2 - \mathcal{L}_1}$$

Ово ће бити дефиниција слике каквога предмета.

Ну осим осталог, овде морамо водити рачуна и о експоненту преламања комбинованих сочива.

Ако је он за прво сочиво n_1 а за друго n_2 имаћемо по једном од претходних образаца, да је $\frac{n_1 - 1}{\rho_1} = \frac{1}{\mathcal{L}_1}$ и $\frac{n_2 - 1}{\rho_2} = \frac{1}{\mathcal{L}_2}$

одавде је из прве једначине: $\mathcal{L}_1 = \frac{\rho_1}{n_1 - 1}$

а из друге: $\mathcal{L}_2 = \frac{\rho_2}{n_2 - 1}$

Ово би биле слике, које би дала сочива, кад би посебице дејствовала. Заменом њихових у претходњем обрасцу за слику комбинованог сочива

добићемо: $\mathcal{L} = \dfrac{\frac{\varphi_1}{n_1-1} \frac{\varphi_2}{n_2-1}}{\frac{\varphi_2}{n_2-1} - \frac{\varphi_1}{n_1-1}} = \dfrac{\frac{\varphi_1\varphi_2}{(n_1-1)(n_2-1)}}{\frac{\varphi_2(n_1-i)-\varphi_1(n_2-i)}{(n_1-i)(n_2-i)}}$

одавде имамо: $\mathcal{L} = \dfrac{\varphi_1\varphi_2}{\varphi_2(n_1-i)-\varphi_1(n_2-i)}$

Али ово сочиво,као и свако друго,даће слику обојену,од којих су обојених зракова за нас најважнији,као крајњи,црвени и љубичасти.Према томе слика ће црвене зраке бити:

$$\mathcal{L}_{црв} = \frac{\varphi_1\varphi_2}{\varphi_2(n_{1црв}-i)-\varphi_1(n_{2црв}-i)}$$

а за љубичасте зраке:

$$\mathcal{L}_{љуб} = \frac{\varphi_1\varphi_2}{\varphi_2(n_{1љуб}-i)-\varphi_1(n_{2љуб}-i)}$$

Ако сад хоћемо да сочиво буде ахроматично,што нам је циљ,ова две слике треба да се поклопе,тј.треба да буде:

$$\frac{\varphi_1\varphi_2}{\varphi_2(n_{1црв}-i)-\varphi_1(n_{2црв}-i)} = \frac{\varphi_1\varphi_2}{\varphi_2(n_{1љуб}-i)-\varphi_1(n_{2љуб}-i)}$$ или само:

$$\varphi_2(n_{1црв}-i)-\varphi_1(n_{2црв}-i) = \varphi_2(n_{1л}-i)-\varphi_1(n_{2л}-i)$$

$$\varphi_2 n_{1ц}-\varphi_2-\varphi_2 n_{2ц}+\varphi_1 = \varphi_2 n_{1л}-\varphi_2-\varphi_1 n_{1л}+\varphi_1$$

$$\varphi_2(n_{1ц}-n_{1л}) = \varphi_1(n_{2ц}-n_{2л}) \text{ или најзад } \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{n_{2ц}-n_{2л}}{n_{1ц}-n_{1л}}$$

Ово је услов за ахроматичност двају сочива,као правило може се наказати:Полупречници комбинованих сочива сразмерни су са тоталним дисперсијама њиховим.

Као што смо већ напред поменули за ахроматична сочива мора се увек узети разно стакло,да им експоненти n_1 и n_2 буду различни.

Према томе налази да се ахроматичност комбинованих сочива врло лако постиже.Но то није тако проста ствар,како се на први поглед чини ова је тешкоћа ахроматисања у томе,што парцијална дисперсија не зависи и не иде упоредо са тоталном.О томе је било говора и напред.кад смо говорили о дисперсијама.Ако применимо ахроматично сочиво за црвену и љубичасту боју тј.удесимо да се оне сасвим поклопе,не значи да ће се и остале боје поклопити и дати с њима белу светлост.Из тога се јасно види,да се сочиво никада не може ахроматисати за све зраке и боје,већ

само за извесне од њих, за које пак зависи од употребе дотичног сочива.

Како жути део спектра утиче најинтензивније на наше око, а сви много мање од њега, то се у оптици највише ахроматишу сочива за жуту боју. Ну та се сочива не могу употребити к нпр. у фотографији, већ се она у том случају ахроматишу за љубичасте зракове, који као што ћемо доцније видети имају, највеће дејство хемијско.

С а с т а в с п е к т р а.- Жутну је био познат само обојени и в и д љ и в и д е о с п е к т р а. У самој ствари сваки спектар у већој или мањој расутости својој, има т р и д е л а, који имају различне особине и који су;

1/.- Светли зраци, који дејствују на мрежицу ока и чине спектар видљивим, дајући седам простих боја.

2/.- Ултра - црвени зраци, који су испред црвеног дела и који не могу да дејствују на око, али имају топлоту много веће негели остали делови спектра, због чега се још и зову т о п л и м з р а ц и м а.

3/.- Ултра љубичасти зраци, који се иза љубичасте боје даље простирују, такође су оком невидљиви, топлотна им је мања врло слаба, али опет хемиска моћ и дејство врло јака, због чега се зову и х е м и с к и м з р а ц и м а. Они се само хемиским путем констатују и нису више. Отуда код спектра тројаке особине: светлосне, топлотне и хемиске.

Б о ј е т е л а.- Видели смо да се свака светлост може да сматра да је састављена из више боја у главном из седам.

Питање је сада зашто разна тела сада имају разну боју, као и од куда долази та обојеност тела.-

Пре свега има да разликујемо боју у п р о п у ш т е н о ј и б о ј у у о д б и ј е н о ј с в е т л о с т и. Та разлика често пута је врло велика, јер није свеким све једно гледати неко тело у одбијеној а неко тело у пропуштеној светлости.

Танак лист од злата у одбијеној светлости је жут, а у пропуштеној прелива се зеленкасто. Исто тако и вино, гледано у одбијеној светлости, црно је а гледано у пропуштеној оно је црвено. К кафа је у одбијеној светлости црна, а у пропуштеној је мрка итд.

Како на сва тела пада иста сума течност од свих боја (обично сунчева) то онда нијата друго не значи, него да ће та бела разно бојена,

упити у себе све остале боје,а одбити само једну,и то ону коју ми видимо на њему.Сво исто вреди и за пропуштене светлости кроз неко тело,које ће упити све могуће боје,сем оне,коју ми видимо на њему,јер ју пропушта.

Према томе дакле какву боју суде одбило или пропустило неко тело у такој боји ће се и нама показати или у таквој боји ћемо га видети. Тако напр.плаво стакло упија мање или више све боје сем плаве,коју одбије од себе.А такав је случај и са свима разнобојеним телима - предметима.

Поједине боје можемо непосредно добити из спектра.Да ли ће се неко тело показати у боји у којој га видимо,зависи од природе светлости, која га осветљава.

Тако ако осветлимо плавом светлошћу,само ће се она тела осветлити плаво,која се иначе на обичној белој светлости показују као плаво обојена тела;сва пак друга обојиће се црно,јер упијају ту боју па се у њој не могу да покажу.

Тако исто ако на црвену хартију пустимо зраке у којима нема црвене боје,ова ће изгледати сасвим црна.Према томе дакле стварање појединих боја,и показивање тела у појединима од њих,ствар је релативна.Као што се из горњих примера види то стварање зависи и од природе тела на које падају светли зраци.По природи зелено тело показаће се само онда зеленим,ако међу светлим зрацима који на њега падају има и зелене боје.

У сваком другом случају оно се јавља као црно.Ако ли је пак боја којег тела компликованија,оно ће мање или више одбити од себе све оне боје,које чине ту компликованост.

С м е ш а н е б о ј е.- Све боје спектра сматрају се као просте боје.Бела пак боја,као што смо пак више пута напоменули,није само за себе боја,већ је сложена из више боја,на које се бела светлост при преламању расипа.

На против ц р н а б о ј а је о с у ш т в о с в а к е с в е т л о с т и и с в а к е б о ј е;она постаје,кад тело не одбије од себе ни једну од боја,које су на њ пале,већ их на супрот досадашњем,све у себе упија.

Средину између беле и црне боје држи с и в а б о ј а.Она ја

мешавина беле и црне боје. Управо, то је бела боја само недовољно осветљ

Мешањем појединих само простих боја, добићемо разне комплико боје са разним нијансама. Ваља најпре разликовати мешање боја у прашку (фарбама) са мешањем спектарских боја. Сасвим друге боје добићемо у прв случају, него у другом. То је за то, што ће боје, из прашка направљене уве биле просте или сложене, одбити (толико рефлектовати) од себе неки изве тан већи или мањи део, на њих пале светлости, те дати при овакој или она светлости њу или ону, овакву или онакву, али увек блеђу боју. Зелена боја напр. из прашка направљена није проста већ сложена из жуте и плаве јер из њих може најлакше добити. За једног молера и сликара основно су боје црвена, жута и плава, а црну он сматра за праву боју.

Као што рекосмо, бела се боја добија мешањем свих седам основ спектарних боја. Али њу можемо добити и мешањем само по две и две од њих такве две боје, које се до беле допуњавају, називају се к о м п л е м е т а р н е б о ј е.

Ако напр. мешамо само цевену и зеленкасто плаву боју, добићемо чисто белу боју. Према томе те две боје су комплементарне. Сем њих компле ментарне су и ове боје; наранџаста и цијано плава, жута и индиго плава, љубичаста и зелено жута итд. Свака боја као и свака нијанса, има своју наро читу и потпуно одређену комплементарну боју.

Ако помешамо крајеве спектра, црвену дакле и љубичасту боју, до бићемо тзв. п у р п у р н у б о ј у, која је комплементарна чисто зеле боје, јер помешамо ли с њом даје белу боју.

Према томе, дакле, чисто зелена боја нема просту комплементарну боју, већ је ова сложена из две. Бела боја на тај начин постаје и мешањем трију боја.

Сем тога има да разликујемо з а с и ћ е н е и н е з а с и ћ е н е боје. У колико се која боја више приближује белој боји, у толико је незасићенија, а у колико се више удаљује од ње у толико је засићенија.

У ове последње спадају, посебице увевши све спектарне боје, а прве, у опште реци, н е ч и с т е боје.

Ако напр. помешамо нечисту зелену боју са нечисто плавом добић мо рђичасту боју, која је незасићена, јер у њима има помешане и беле бој

Невасићене су боје све бледе боје;као бледо жуте,бледо зелене, бледо плаве итд.

Ово мешање боја треба разумети само у одбијеној светлости,а ни како у пропуштеној.Према томе њих можемо мешати само поклапањем једне с другом;то поклапање бива на разне начине;Једна је од њих брзо покретање више поређаних боја као и слика,чиме се постиже један општи утисак,једна боја.

То можемо констатовати и на самоме спектру,кад га окрећемо.

Да ли је која боја чиста или нечиста,у колико је она чистија од друге,као из чега се она састоји - испитује се спектром,тј.пропуштањем спектра кроз ту боју.Ако нпр.имамо разне врсте црвених стакала,која за обично око исто обојена,као и исто интензивна,пропуштајући кроз њих посебице спектар,видећемо,да је у једном од њих поред црвене промешана сва или она боја,у другом више боја итд.

Ово разликовање чистоте боја - што ћемо,како бива,доцније видети - корисно служи за фотографију,у којој се све само на чистим бојама ради.

Ево нпр.неколико од боја,које се могу добити мешавином спектарних боја у одбијеној светлости и поклапањем.

Црвена и љубичаста дају п у р п у р н у б о ј у.

" и затворено плава дају з а т в о р е н у р у ж и ч а с т у.

" и плава дају о т в о р е н о р у ж и ч а с т у.

" " зелена - плава дају б е л у б о ј у.

" " зелена дају б л е д о ж у т у.

" " жута дају н а р а н џ а с т у.

Наранџаста и љубичаста дају з а т в о р е н о р у ж и ч а с т у.

" и затворено плава дају о т в о р е н о р у ж и ч а с т у.

" " плава дају б е л у.

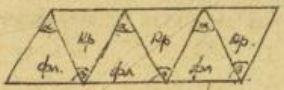
" " зелено-плава дају б л е д о ж у т у.

" " зелена дају з л а т н о ж у т у.

Нута и љубичаста дају отварено руменчасту,
" и затворено плава дају белу;
" и плава дају оледо зелену,
" и зелено плава дају зелену,
" и зелена дају мутно - зелену.

До сада смо имали случај, да светлост преломна се само кроз једну призму и расувши се у седам боја, скреће се за известан угао од првобитног правца зракова. Али ако хоћемо, што је често пута и потребно, да имамо спектар у истом правцу, у ком (су) зраци са светлог извора иду и падају на призму, онда се то не може постићи само простом призмом, већ сложеном, тзв. призмом à vision directe. то слагање бива овако:

Узме се једна призма од флинт стакла, па се уз њу извргнута прелаше друга (од крон стакла), уз ову такође искренута (од флинт стакла) трећа, четврта итд. читав низ од њих. Ну да неби било ахроматичности - а када ће је бити видели смо напред, када је о томе било речи - друга се призма не прави, а такође и остале редом најмањице од истог стакла од кога је и прва - овде флинт стакло - већ од крон стакла, нити са истим углом преламања већ опет најмањице са различним.



На тај начин постиже се оно што се је желело, тј. спектар је виперузним преламањем зракова, ма да је због тога много слабијег интензитета, но у нашем случају.

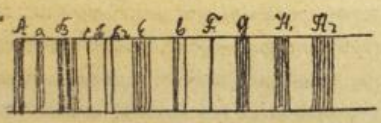
Спектарна анализа.

До сада смо сунчев спектар, хватајући га на заклону, више слободним оком посматрали и помодрили, држећи да је он континуалан једноставан, непрекидан, тј. састављен из оних седам боја са равним прелазом или благим прелазом и зајансена из једне у другу.

Али ако га помоћу нарочито зато удешених справа, нскитано а-

детаљније, у свима појединостима, видећемо јасно да спектар сунчев није континуалан, већ испрекидан извесним тамним сласицима и јачим линијама. Те тамне слабе линије први је опазио В о л а с т о н (1802); али је ф р а у е н х о ф е р, чувени оптичар у Минхену, који их је (1815 год.) највише проучио и потанко испитао и описао приложивши и цртеж у коме је главније линије обележио извесним писменима, одредивши на тај начин за сваку од њих извесно и стално место.

Тих је линија на хиљаду и зову се, у част њиховог проналазача ф р а у е н х о ф е р о в е л и н и ј е. Главније и карактеристичније су од њих ове: Сасвим на крају у црвеном делу налази се на једну подебелу црну линију, коју је фрауенхофер обележио са A. Затим са малом разликом, а у отворено црвеном делу виђа се један сноп двогубих црних линија обележен са B, а између тих линија, одеље боје означава се са a. Сем њих у црвеном делу спектра, више на граници између црвеног и наранџастог, налази се



још и једна танка линија C. У жутом делу виде се две подебеле линије D_1 и D_2 које су нарочито карактеристичне као ћемо доцније видети, за спектар натријумов. У зеленој боји има читав сноп линија E, а у главном само једна дебља F између којих се налазе три линије b, две приљубљене једна уз другу, а трећа је мало даље од њих.

У затвореном плавом делу налази се такође један сноп линија G а напослетку при крају у љубичастом делу читава серија линија H_1 и H_2.

На овим је линијама основана тзв. с п е к т а р н а а н а л и з а помоћу којих можемо да испитујемо спектре свих васионских и земаљских тела, изводећи и закључујући при том о њиховим разним састојцима - свака од тих линија одговара извесном телу, елементу и обратно, осим тога свака појединa линија може се сматрати и као један засебан талас, коме се таласна дужина може врло лако одредити.

Те таласне дужине одређене су у десет милионитим деловима и за линију:

A таласна је дужина ..... 760,1 (0,0007601 мм.).

B	таласна	је	дужина	..... 686.9
C	"	"	"	..... 671.1
D_1	"	"	"	..... 589.9
D_2	"	"	"	 589,5
E	"	"	"	..... 526.9
F	"	"	"	..... 486.1
G	"	"	"	..... 430.7
H	"	"	"	..... 396.8
H_1	"	"	"	.....393.8

Као што се види из овога, таласне су дужине у црвеном најдуже, а што се иде плаве љубичастом оне су све краће и краће, јер су вибрације чешће. Према томе и ова чињеница тврди оно, што смо пређе казали о узроку расипања светлости, тј. да долази од нарочите брзине треперења појединих зракова, и да црвени зраци претпе, вибрирају, најспорије, а љубичасти најјаче, те се при најслабије у призми преламају, а други најјаче.

Ово су резултати испитивања видљивог спектра, међутим ми смо казали, да има и невидљиви део спектра, тј. ултра - црвени и ултра - љубичасти. Испитивање је и код њих вршено само справама у којима је призма за испитивање топлотног дела, направљена од камене соли (јер она ултра црвене зраке не упија, као што то чини стакло) а испитивањем дела спектра направљене је од кварца. На тај начин нађено је, да код њих има оних сталних фрауенхоферових линија, као и код видљивог спектра. И ултра црвени пак и ултра љубичасти зраци не виде се голим оком зато, што им је таласна дужина тако мала, да се никако не може видети, а и што их наше око, као и стакло, у унутрашности својој (очна материја) јако упија. За изазивање првих употребљује се термомултипликатор, а за друге фотографија и флуоресценција. Последња и највећа таласна дужина код топлотних зракова нађена је да износи - у десетомилионитим деловима 0.030 мм. према томе појамно било и јесте зашто се ти зраци не могу да виде голим оком.-

Да ли ће се све ове фрауенхоферове линије показати у једном спектру или не, зависи на првом месту од температуре тела, чији спектар хоћемо да посматрамо. Као што се свака боја може представити извесном таласном дужином или извесним бројем трептаја у секунди, тако са исто,

обрнуто,и сваки талас може узети да представља једну извесну боју.-Према томе,колико год има таласа и таласних дужина,толико има и разних боја и нијанса њихових.

С тога ћемо у опште узети и рећи да има бесконачно много боја и да нема ни једне светлости,која би у спектру дала само једну боју. Таква светлост би се иначе звала монохроматична.Најпростији овакав случај је код натријума,који у своме спектру даје две жуте обојене линије D_1 и D_2 које су врло близу да им се једва може одвојеност распознати,те се у неколико његова светлост може сматрати,да је монохроматична.-Као што рекосмо разнообојеност спектара,долази од разног броја трептаја у секунди к ово до кога се броја појединa боја простире:

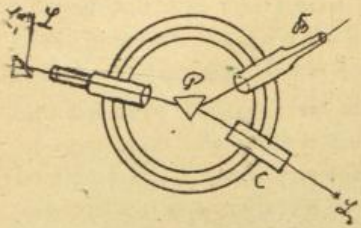
Црвена боја(почиње од линије A)	од	400-470	милиона у	секунду.
Наранџаста	"	470-520	" "	"
жута	"	520-590	" "	"
зелена	"	590-680	" "	"
отворено-плава	"	650-700	" "	"
затворено-плава	"	700-760	" "	"
љубичаста	"	760-800	" "	"

Покушавало се,да се према свему овоме обрађује као и у акустици (музици) једна скала,али се није могло успети у томе,јер овде број трептаја опада и расте у аритметичкој размери,а у акустици он је опадао и растао у геометријској размери.

Справе за посматраве спектара разних тела.

То посматране врши се справама,тзв. спектроскопима и спектрометрима.Први су само за то,да се њима спектар гледа,а други да се он мери.У Кирховљеву и Бузенову (проналазачи спектарне анализе) спектроскопу на једном стубу стоји призма од флинт стакла P,у којој гледају три цеви A,B и C.Цев A колиматор има за задатак да примљену светлост тако подеси,да зраке паралелно дуварвају његовом.Она има на предњем свом крају један округао прорез, који се по жељи може повећати или смањити,према томе да ли је потребно

пропустити мање или више светлости од светлог извора $\mathcal{L}$. На другом ј
ју цеви А налази се једно испупчено сабирно сочиво, које паралелише све
зраке и пале кроз прорез пре него што они на призму Р падну. Дужина це
сл. је толика, колика је жижна даљ
сочива, па зато и излазе из ње
ти паралелно, као да долазе из
коначности.



Друга цев В јесте један о
чан дурбин за хватање и посмат
ње разних још увећаних делова
спектра, који постају од извора
довних и у призми преломљених
зрачова. Да би се могла у исто време два спектра посматрати и непосредн
међу собом упоредити, $\mathcal{Z}$ је једна половина прореза једнос
малом призмом, са које се светлост од извора $\mathcal{L}$ тотално одомаћ. Према то
кроз прорез можемо упустити у цев А две светлости: Обојену $\mathcal{L}$ и белу $\mathcal{L}$
Услед тога на дурбину В види се један над другим два спектра: један од
обојене, а други од беле светлости те их тако можемо међу собом упоређи
ти. Трећа цев С садржи једну микрометарску скалу. Над отвору те цеви пре
семо неки пламен извора $\mathcal{L}_2$ пашће сенка ове мере на призму Р, и виде
мо је дурбином између она два спектра. На тај начин можемо врло лако и
тачно одређивати положај појединих светлих и тамних линија. Да неби ка
страна светлост имала удела при том раду, те да неби посматрање наше
увлачило у погрешку, призма се, заједно са отворима свих трију цеви према
вој, покрива изнутра црно обојеним сандучићем или само повећим црним, гус
тим чаршавом.

Према томе помоћу спектроскопа можемо доста лако посматрати и
испитивати спектре свију тела, за која знамо да постоје. Питање је само
како ћемо добити те спектре појединих тела. Лако је, разуме се добити
спектре запаљених тела (киселоника, водоника итд.) јер их ваља само запа
лити, па њихову светлост пустити на место оне из $\mathcal{L}$; Кроз прорез на цеви
А, да падне на призму Р, да се у њој преломи и да да спектар. Али је т
тако много теже учинити са телима, која не горе, нити су запаљива (као

гвожђе, злато, сребро итд.) Ну и њихов спектар лако ћемо добити и опазити помоћу електричних варница, кад само пустимо, да преко њих иде електрична струја и скачу варнице, које их усијају те онда она у неколико испарава̂ју и запале се.

Овај други метод за добијање спектра појединих чврстих и незапаљивих тела употребљује се и код гасова, особито оних, који не горе, као што су азот, угљена киселина итд. Такви гасови напуне се у тзв. Г а ј с л е р о в е ц е в и, па се кроз њих, празнећи их донде, док једна варница не прође, пусти да пролећу варнице.

На тај начин лако ћемо видети спектар дотичног гаса и посматрати га у свима његовим појединостима.

Е к с п о н е н а т п р е л а м а њ а к о д с п е к т р а.

Говорећи напред о тоталној дисперсији спектра, казали смо да она захтева све боје, почев од црвене па на даље до љубичасте.

Сад ћемо узети, што је све једно, да нам тоталну дисперсију представља простор између линија A и H, као прве и последње линије спектра, дакле; $n_A - n_H$ Парцијална пак дисперсија биће сада пак између две и две сваке линије, као између A и E, B и H итд. дакле као и у првом случају $n_A - n_E$, $n_E - n_H$ итд.

Према томе свака линија у спектру има свој експоненат. Тако нађе но је, да је експоненат за линију B = 1.628, за C = 1,630, за D = 1,635, за E = 1642 итд.

Сви ови експоненти преламања поред тога што зависе од стаклета призмина, зависе још и од температуре, и то у већој мери, на којој се посматране спектра врши.

У колико температура више расте, у толико експоненти фраунхоферових линија све више опадају. Према томе кад знамо експоненте преламања код појединих линија, лако можемо ахроматисати призму и сочиво, ако само те вредности заменимо у нађеном обрасцу за ахроматисање:

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{n_{\alpha\beta} - n_{\gamma\delta}}{n_{\alpha\beta} - n_{\gamma\delta}} = \frac{n_A - n_H}{n_A - n_H}$$

В р с т а с п е к т р а.

К спектар сам по себи, тј. његова развијеност као и његов експоненат преламања, зависи на првом месту од температуре, - само овде у правој

сразмери - у колико је температура већа у толико је спектар већи и развијенији, и обратно. Кад нађемо да неки спектар није цео развијен, тј. нема потпуно свих седам боја, онда нам је то поуздан знак, да температура тела које тај спектар даје, није висока: Ако ли је исти цео: тј. има свих седам боја, значи: да је температура тога тела врло висока - она је у потпуно седом усијању. Тако кад је тело на температури од 525°, дакле кад постане мрко црвено, његов спектар јавља се развијен до линије B. Кад је на температури од 654°, кад је оно дакле потпуно у црвеном усијању, тек до линије F ; кад је на температури од 718° - у отворено црвеном усијању, до линије F и G (тј. између њих); на температури од 782° - у жутом усијању - до ван линије G ; од 1160° - у белом усијању - до линије H итд. На тај начин можемо увек знати на којој се температури налази тело, чији спектар посматрамо.

Тако је се и сазнала температура свих небеских тела, за које се дотле само нагађало.

Ну сем тога што величина спектра зависи од температуре, каквоћа његова зависи и од агрегатног стања тела чији спектар хватамо.

Према томе имамо да разликујемо три врсте спектра: с п е к т а р ч в р с т и х, т е ч н и х и г а с о в и т и х т е л а.

Спектар усијаних чврстих тела је континуиван, н е п р е к и д а н.

Такав спектар даје на нар. пламен лампе, свеће итд. Да се пламен у опште може видети, треба да у њему има безброј комадића угљенових чађи. То су та чврста тела, која светле у пламену и дају спектар његов континуиван и ако на први поглед пламен изгледа гасовит. Према томе, кад је говорћ о чврстим телима, морамо увек имати на уму ту чињеницу, да она свакад при потребној температури, дају спектар континуиван. Ну опет зато тешко их је по спектру разликовати и издвојити од течних тела, јер и ова дају континуиван спектар.

Зато кад год видимо који континуиван спектар, ми одма домишљамо, да ли је тело, чији је тај спектар, чврсто или течно.

Напротив спектар гасова сасвим се разликује од спектра прва два агрегатна стања тела, јер је он дисконтинуван - испрекидан. Да ли ће у њему линије, које га чине испрекидати, оити одвојене једна од друге или ло-

poklopiti se i sresti pojedine među sobom, zavisi jedino od temperature, a osobito pritiska na kom je dotični gas.

Ako je gas na visokoj temperaturi i pri malom i slaboom pritisku te su linije odvojene, razređenije jedna od druge; ako li je taj pritisak veći, linije će se sve više i više približavati među sobom, tako da će pod vrlo velikim pritiskom dati približno kontinuiran spektar.

Na taj način možemo prema gore naloženom, suditi i određivati pored agregatnog stanja i temperaturu i agregatno stanje, kao i pritisak tako kojima spektar hvatamo i posmatramo.

Ne sem toga imamo da razlikujemo još dve vrste spektra, tzv. *emisione* i *apsorpcione*. Prvi se u opšte može reći, sa svetlim linijama, drugi sa tamnim. Oni se dobijaju od svetlosti, koja ili sa svetlog tela, napr. od sunca neposredno pala na prizmu ne pretrpi na putu svome, što se tiče sastava, nikakvu promenu.

Drugi naprotiv postaju propuštanjem bele sunčeve svetlosti kroz izvesna tela, čvrsta tečna ili gasovita, naročito obojena, koja propuštaju kroza se samo neke zrake te bele svetlosti, a neka u sebe upijaju - apsorbuju.

Na taj način u takvom apsorpcionom spektru dobijamo izvesne tamne pruge, o kojima smo već nešto pomenuli u sunčevu spektru.

Samo kao što smo rekli, usijana čvrsta i tečna tela daju kontinuiran spektar, a usijani gasovi daju isprekidan, sadržavajući samo neke svetle obojene linije usijanog gasa.

Usijan gas upija dakle iz bele svetlosti sve one zrake koje izdaje sam, stoga su ta mesta bele svetlosti u spektru p r a v n a t a m n a.

Tako usijana para natrijumova daje emisioni spektar sa žutim linijama D_1 i D_2 ali ako kroz tu paru propustimo belu svetlost, to će u kontinuivnom spektru ove, na mesto žutih linija natrijumovih stajati tamne. Ili ako kroz plamen, koji je natrijumom obojen žuto, propustimo žućkastu svetlost, to će ova dati spektar sa tamnim linijama natrijumovim.

Mi ćemo na taj način spektre usijanih gasova potamniti, te da se u kontinuivnom spektru jave kao apsorbovani spektri. Sve ovo pomoću

је као К и р х о в љ е в з а к о н, јер је он први успео, да произведе вештачки неке од тамних линија сунчева спектра, показавши и доказавши тиме, да су то линије апсорпционог спектра неких усијаних гасова.

Ако са J означимо интензитет беле светлости, која има да прође кроз неки пламен интензитета i, овај ће од ње апсорбовати један део у себе $\frac{1}{n} J$. Према томе интензитет светлости, која ће пасти на призму спектроскопу и дати апсорпциони спектар биће:

$$J_1 = (J - \frac{1}{n} J) + i = J + (i - \frac{1}{n} J).$$

Дали ће према овоме спектар бити континуиван, емисиони или апсорпциони, зависи једино од разлике $i - \frac{1}{n} J$

Ако је најпре: $i - \frac{1}{n} J = 0$ тј. ако је $i = \frac{1}{n} J$

спектар не може бити к о н т и н у и в а н, јер је $J_1 = J$ дакле у њему нигде нема апсорпције, нити икакве друге светлосне промене.

У томе случају емисија равна апсорпцији ($i = \frac{1}{n} J$)

Ако је $i - \frac{1}{n} J > 0$ или $i > \frac{1}{n} J$ у спектру ћемо добити више светлости, но што је J тј. у њему ћемо добити неке светле линије, те ће тај спектар бити е м и с и о н и.

Овде је емисија већа од апсорпције ($i > \frac{1}{n} J$)

Ако је најзад разлика $i - \frac{1}{n} J < 0$ или $i < \frac{1}{n} J$ тј. ако је емисија мања од апсорпције, у спектру ће бити мање светлости но што је J, тј. добићемо неке тамне линије - апсорпциони спектар.

Према томе дакле сви се испрекидани спектри могу у главном поделити у две врсте, на емисионе и апсорпционе. Какви су и како се деле једни, а како други видели смо већ. Главна је разлика између њих, што су е м и с и о н и, испрекидани светлим, а а п с о р п ц и о н и т а м н и п р е м а л и н и ј а м а.-

С тога и једни и други могу бити линијски и пантљикасти. Ако су линије: с в е т л е, у емисионом, или т а м н е, апсорпционом, раздвојене једна од друге, да се свака од њих види за себе одвојено.

У том случају имамо л и н и ј с к и е м и с и о н и (напр. н а т р и ј у м о в) и линијски апсорпциони спектар (сунчев).

Други, што се често дешава, кад те линије нису потпуно одвојене једна од друге, већ замрежене, као да су више њих сраслe у једну пантљикасто

облика. На тај начин добијамо пантљикасти апсорпциони спектар. Они постају кад на пут зрацима, који би дали линијске спектре, метемо какав обојен комад стаклета, или ма какво друго прозрачно обојено тело.

Поред тога линијски спектар може прећи у одговарајући пантљикасти кад гас, чија је тај спектар, изложимо већем притиску.

Ако ми тај притисак, повећавајући га, доведемо дотле, да гас пређе у течно стање, пантљикаст спектар поступно ће прећи у континуиран.

Испитивање спектра појединих тела.

На већ напред показани начин изазваћемо спектар појединих тела и испитиваћемо спектар појединих тела и испитиваћемо, тј. упоређиваћемо их помоћу спектроскопа са спектрима других познатих тела. То упоређивање бива обично понајчешће са сунчевим спектром.

Тако, ако изазовемо напр. спектар водоников и упоредимо га са сунчевим, видећемо јасно, да су четири за водоник карактеристичне црте-линије, потпуно поклапају са четири одговарајуће линије сунчевог спектра.

Тако линија C у црвеном делу сунчева спектра одговара водониковој H_α линија F у плавом делу одговара светлој линији H_β линија g одговара H_γ и линија H одговара линији H_δ Ово су те четири светле линије, које карактеришу водоник, и по којима га можемо познати ма у ком телу и ма где он био.

Никакве друге линије нема нити можемо видети у његовом спектру, кад је он чист.

Ако сада узмемо натријумов спектар, видећемо у њему две светле жуто обојене линије D_1 и D_2 које га карактеришу и по којима га, као и водоник, познајемо свуда у свакој ма у најмањој количини.

Сад ћемо узети азот, кисеоник, угљену киселину итд. и њихове спектре тако исто испитивати, па од свега тога саставићемо прегледа ради, један списак, по коме, а помоћу спектра, можемо увек констатовати, да ли неког тела има или нема на том и том месту, у тој и тој светлости итд.

На тај начин уверићемо се, да свако тело има свој нарочити

спектар, који се по броју, боји, положају, интензитету и ширини својих светлих пруга разликује од спектра свих осталих тела.

Ну ове светле линије нису увек по дужини исте величине, већ су неке краће, неке дуже (Јаке - ове линије), а неких чак и нема. И томе је узрок неједанкост температуре гаса, у Гајслеровој цеви, чији спектар посматрамо.

То можемо најбоље видети, кад Гајслерову цев, у место да спојимо управно на спектру, метемо хоризонтално према њему.

Ако је температура у ком делу цеви већа, и део спектра, који њему одговара биће развијенији, па и светла линија, која је у том делу, већа дуља.

Ако је та температура мања биће сасвим обрнуто.

Сем тога та неједнакост загревања цеви долази од неједнакости дебљине и дебљине њене.

Кад је водоник на ниској температури, па му ова постепено расте у своме спектру најаре линију H_α (C) па H_β (F) затим H_γ (G) и најзад H_δ (H).

За ове две последње треба врло високе температуре, зато њих ретко кад и видимо, радећи обично средњом температуром.

Ну довољно нам је видети и једну само карактерну линију тога тела, па да се одмах зна да тога тела има у посматраној светлости.

Примена спектарне анализе.

Како свако тело има свој нарочити спектар, то се по истима може лако дати распознати поједина тела, на чему је и основана аналитична метода, т.в. спектарна анализа или просто спектрална анализа, коју су прво увели у науку Кирхов и Бунзен 1859 год.

Важност и примена те аналитичне методе лежи на првоме месту у томе, што је веома осетљива, те се и врло мале количине по своме спектру могу одазити и констатовати.

Тако минимална количина ($\frac{1}{5.000.000}$ mgr)натријума, литијума или другог каквог једињења, која је неосетна за и најосетљивије хемијске реакције, показује у пламену јасан свој спектар.

Тај велнкој и ненадмашној осетљивости спектралне анализе [illegible] ми се једино и захвалити и прописати што су у последње доба многи нови елементи пронађени, а за многе елементе показано је том методом да је распростирање њихово много веће, но што се пре држало и знало. Тако помоћу спектроскопа у испареном остатку неке слане воде пронашли су Кирхов и Бунзен 1860. год. дотле непознате елементе рубидијум и цезијум, које су у врло малој количини еспростри на земли. То име дато им је по карактеристичним линијама њиховог спектра (Rubidius - црвен) нарочито падају у очи две црвене линије у спектру цезијумову пак истичу се нарочито две плаве линије (caesius - небеско плаво).

Као трећа важна примена спектралне анализе, с обзиром на њену осетљивост, јесте употреба њена за распознавање минималне количине у каквом једињењу, као и за констатовање да ли је које тело једињење или елемената. На тај начин доказано је да су многа тела једињења за која се дуго мислило да су елементи. Због те невероватне осетљивости своје она је од велике користи у судским истрагама при разлознавању крви од просте црвене боје, која се разлика слободним оком нити другим каквим средством не може опазити. И крв има свој нарочити апсорпционе спектор, који је карактеристичан и по коме је можемо познати ма у најмањој количини. За какву мрљу на одрасном рубљу или платну може се констатовати апсорационим спектром да је крвава је у њој заостало ма и једно крвно зрно. Тако исто спектралном службом се у медицини при тражењу и констатовању врло мале количине жучи у крви, мокраћи, воће се служи и при распознавању и испитивању, да ли су извесне боје чисте или нечисте и помешане. Тако исто корисна је њена употреба и у индустрији. На њој је управо и основано прављење најбољег челика Безмеровог. Пламен, који лебди над растопљеним гвожђем посматра се спектроскопом и кад наступи известан моменат, кад је у гвожђу остао потребан процентат угљеника, то се одмах констатује на спектроскопу. У том истом моменту треба прекинути са ватром. Закаснили се у том и за једну секунду, челик неће бити добар.

Ну поред свега тога најважнија је, а може се рећи и главна ко-

жена спектралне анализе, што се помоћу ње може врло лако да испитује светлост, па према томе и састав свију појединих небеских тела. Кад светлост долази са неког небеског тела, има најпре да продре кроз нашу атмосверу, па тек онда да да свој спектар. Појамно је дакле, да ова при том свом путу мора да претрпи неке извесне промене, које ће изазвати и промене у спектру. Какве су те промене и због чега бивају треба сада констатовати. Узрок њихов тумачићемо на основу већ до сад познатог, а саме те промене познаћемо и одвојићемо упоређењем таквог једног спектра са неким већ познатим спектром. Такав покушај испитивања учињен је први Janssain (Жансен) директор опсерваторије у Паризу. Он је издвојио телурички-земаљски спектар са спектра онога небеског тела, чији је састав хтео да испитује. По тој његовој методи тачног испитивања, ваља најпре испитати спектре свију тела на земљи а нарочито оне у њеној атмосвери (као водене паре, подсоника, кисеоника, азота и т.д.) па такав један сложен телурички спектар довести упоређењем у везу са спектром испитиваног небеског тела. Линија β на пр. карактеристична је за кисеоник у нашој атмосвери. Она ће се при поменутом испитивању јавити у телуричком спектру и у спектру посматраног небеског тела. Према томе сад изгледа, да ли кисеоника има на том небеском телу, јер она линија може доћи у његов спектар само због тога, што светлост његова пролази кроз нашу атмосверу.

Али поменутим издвајањем и упоређењем та два спектра видеће се, да те линије или је боте дебљине и интензитета у оба спектра или у телуричком тања и слабија а у небеском дебља и јача. У првом случај кисеоник или ма кога другог елемента, има исто на посматраном небеском телу, у другом га има. Према већој пак и мањој дебљини и јачини интензитете тих линија суди се о већој или мањој количини дотичног елемента на небеском телу. На тај начин анализани су и испитани спектри свију небеских тела, које ћемо ми, преписујући их међу собом посебице, разгледати и проучити.

С у н ч е в с п е к т а р. Пошто сунце, као што видимо, даје апсорпционе спектор испрекидан поменутим Фраунхоферовим линијама, то према досадањем можемо закључити, да оно има усијану чврсту, или од чврстих честица (као у пламену свеће) састављену језгру, која би сама с

себе сложила континуиван испрекидан спектар емисиони.

Ну како та светлост на путу свом к земљи мора проћи кроз сунчеву атмосферу, **Ф о т о с ф е р у**, која се састоји од гасова на врло великој температури и притиску, који јој апсорбује све оне боје, које би саме у свом спектру дале, то она ствара, на већ показан начин, **а п с о р п ц и о н и с у н ч е в с п е к т а р**.

Сунчева атмосфера дала би дакле сама за себе линиски спектар, у ком би светле линије биле управљене на оно место, где су фрауенхоферове линије тамне.

Ако се сад те фрауенхоферове линије упореде са линијама, што их поједини хемиски елементи у својим спектрима дају, можемо поуздано дознати, који се елементи на сунцу налазе и у његовој атмосфери, а којих на њему нема.

При том се показало, да су тамо с малим изузетком, само такве материје, које и на земљи налазимо.

Тако нађено је, да се у атмосфери сунца, као најглавнији састојци, простиру у великој количини; водоник, гвожђе (са преко 1000 линија) калцијум (са 75 линија), натријум, манган (са 57 линија) никл (са 33 линије) калијум, магнезијум, рођидијум, кобалт (са 19 линија) итд.- свега 23 елемента да на њему нема, за сада се пак држи; злата, сребра, живе, арсена, платине калаја итд. преко 40 елемената, којих на земљи има.

Неке тамне линије спектра не подударају се ни са једним спектром наших елемената на земљи, стога се држи да атмосфера сунчева садржи један елемената назван **Х е л и ј у м**, кога на нашој земљи нема.

Сем тога на сунцу се виђају и неке појаве, које се на основу досадашег, а помоћу спектра, могу у неколико објаснити. Тако на његовој површини јављају се периодично, сваке једанаесте или тринаесте године, извесне **м р љ е - п е г е**, које на спектру показују, да су гасови у њима на много нижој температури од околине, због чега и слабије светле од ње.

Таква једна сунчева мрља виђена је месеца јуна 1885 год., била је 20 пута већа од земљине површине.

Осим мрља на сунцу има и тзв. **п р о т у б е р а н ц и ј а**, тј. највећих пламенова, који се свакада с његове површине кидају у висину на 10,100,1000 и више километара.

Те протуберанције показују праволинијски спектар са три линије као што га даје електрично ужарени,-водоник.

Из овога закључујемо,да оне постају од водоника.У њима се нала зе поред тога и онај горе поменути нов елемената х е л и ј у м,коме одго вара једна од оних трију линија.

Ваље поменути и сунчеву к о р о н у,која се лепо види при пом ућству помрачењу сунчеву.Она показује да сунце није сасвим онако,како га ми обично видимо,већ је са свију страна обавијено великим светлим просто ром,који се од сунчеве светлости у обичним приликама и не види.У корони се дају поменуте већ протуберанције;а спектар њен показује јасне линије сам на оном месту,где су у фрауенхоферовом спектру најјаче тамне линије.

Ну у њему има и једне линије,којој не одговара ни један елеме нат на земљи,та је линија карактеристична за нов један елемената тзв. к о р о н и ј у м.

Према свему овоме може се закључити да је и сунце састављено из истих оних елемената,из којих је и наша земља,изузимајући за сада сар два којих на земљи нема.

Али један је од њих х е л и ј у м већ предпрошле године у Енглеској констатован,да га има и на земљи,и одређена је и таласна дужина његовој карактеристичној линији D_3 ,која износи 587.6.

На тај начин остаје да се коронијум са таласном дужином одго варајуће му линије 147.4 не налази на земљи.

С п е к т а р п л а н е т а.-

Рекли смо напред на једном месту да планете немају своју свет лост.Спектрална анализа згодно је средство и начин,да то своје тврђење до кажемо.Спектри свију планета пети су са спектром сунчевим.

Све линије које видимо у спектру сунчеву,налазимо посебице и у спектру појединих планета.

Да она имају своју светлост,добили смо,разуме се,нарочито за њих карактерне спектре.Како то није случај значи,да оне не светле својом светлошћу.Сем тога тиме се доказује да планете немају ни своје атмосфере. Јер,да је имају,светао зрак,који би са сунца пао на њих,имао

ои да прође кроз ту атмосферу два пута, упадајући и одбијајући се, због чега ово морало, да претрпи врло многе промене. Пошто се та промена на спектру њихову не виде, значи да њих и нема, тј. да атмосфере нема. Тако исто и сунчева атмосфера пропушта светлост сунчеву кроз се непромењену. Због тога морамо претпоставити, да атмосфера ни око сунца нема или ако је има да је она најмање 2000 пута ређа од атмосфере земљине (са атмосферским притиском 0.5 гр.).

Само око Марса констатована је извесна атмосфера, која у неколико мења сунчеве зраке, а у спектру појачава телурични спектар, што је знак да је потпуно истога састава, којега је и наша земља.

Доказано је, да има атмосфере мало око Венере, Јупитера итд. са приличном количином водене паре у себи.

За Јупитер се чак држи, да има мало и своје засебне светлости, али је она тако слаба да се не може одвојити од сунчеве. Толико о спектру планета.

3/.- С п е к т а р К о м е т а.-

Спектар је њихов двојак, један континуиван, а други испрекидан. Први долази од п л а в и х к о м е т а, тј. од одбијене сунчеве светлости и једнак је са спектром сунчевим; други испрекидан долази од р е п а, тј. од њихове сопствене, а не сунчеве светлости. Он се одликује трима пантљ кастим линијама у црвеном, зеленом и затворено плавом делу.

Такав спектар даје и део пламена свеће, који је најнижи од остала три дела и у коме су угљоводоници чак почели да горе.

Према томе к о м е т е имају око себе у г љ о в о д о н и ч н и х ј е д и њ е њ а, која постају испаравањем услед велике топлоте сунчеве. Како те пантљика нису потпуно развијене, може се према досадањем, поуздано закључити, да су угљоводоници на доста ниској температури.

Што колико су те планете даље сунцу, у толико су и светлије, и у толико су им у спектру оне пантљикасте линије развијеније, јер је тиме и испаравање и грејање угљоводоника све веће и веће.

4/.- С п е к т а р з в е з д а.-

И звезде су, као и сва остала небеска тела, потпуно испитана. Само за њихово испитивање нису потребни они велики спектроскопи, јер са

них долази до нас врло мало светлости,коју зато,да бисмо спектар добили
о јасније,не смемо много расипати.Неке звезде светле чак као једна,мо-
е се узети,математичка тачка.Разумљиво је дакле,да ћемо,ако такву једну
тачку непосредно развијемо,добити као спектар само једну танку линију,на
јој нећемо моћи констатовати ни једну од спектарских линија.

Због тога је довољно употребити спектроскоп са дурбином

Сем тога зато су удешене и нарочита тзв. ц и л и н-
д р и ч к а с о ч и в а,која имају ту добру страну да једну тачку не ли-
нији звезданог спектра развију у читаву линију.На тај начин добијамо
потпуно развијен и доста дугачак спектар.Ну то је само код неких звезда.

Код других је и он и поред цилиндричног сочива опет не развијен

према тој већој или мањој развијености спектра и поделио их је
о г е л у три класе а Secchi у четири:

У прву класу долазе о е л е з в е з д е,чији је спектар јако
звијен и са мало фраунхоферових линија.На врло су високој температури
имају истих састојака,које и земља,само као да на њима преовлађује во-
ик.Белих је звезда половина свих звезда на небеском своду.По старости
у најмлађе,а тек су у зачетку хлађења.

Другу класу долазе ж у т е з в е з д е,међу које спада и
ше сунце са још 1/6 свих познатих звезда.

У њихову је спектру најмања апсорбција у жутом делу,а остали су
ови пуни фраунхоферових линија,и оне су на врло високој температури
а да хлађење и кондензација непрестано напредују.По доба старости долазе
средње,али одмах иза првих.

У трећу класу долазе ц р в е н е з в е з д е (свега око стоти
код њих је спектар доста неразвијен,јер нема ни љубичастог ни плавог
ла.По том спектру судећи који је развијен само до зеленог дела,може се
ћи,да су на доста ниској температури и већ су у зачетку поступног га-
ења.

На послетку у четврту класу долазе к р в а в е з в е з д е,
само неколико њих,назване по боји,која личи на крв.

Спектар им је врло неразвијен и кратак,на врло су ниској темпе-
атури и постепено се већ гасе,нестајући једне по једне.По доба старости
у најстарије.

Fogel je ove poslednje dve klase uvrstio u jednu, trećoj svojoj klasi podelio je samo u dve kategorije.-

Ovo je kratak pregledo sastava celog gotovo vasione, koju smo mogli dokučiti pomoću tako po nauku korisne spektarne analize. U celoj toj vasioni nismo gotovo ničega novog našli. cela je ona u materijalnom pogledu ista, samo što neke materije ima negde više negde manje.

Ranije smo konstatovali jednakost kretana, sad pak konstatujemo jednakost materije. osim koronijuma, svih ostalih elemenata, koji se nalaze na vasionskim telima, ima i na zemlji.

Ni za njega se ne može pouzdano reći, da ga nikako nema na zemlji, kao što se nije moglo reći pre godine dana ni za helijum.

Nauka neprestano napreduje, pružajući nam neprestano sve novije i novije činjenice i dokaze o jedinstvu i jednostavnosti celog vasione.

O d r e đ i v a n j e b r z i n e k r e t a n j a n e b e s k i h t e l a p o m o ć u s p e k t r a l n e a n a l i z e.-

Kao što smo spektarnom analizom mogli da odredimo mašinski sastav i temperaturu posebnje svijuh nebeskih tela, tako isto pomoću ne možemo da odredimo i brzinu kretanja pojedinih od nih u pravcu svetlog zraka k n a m a i o d n a s, što se duginom ne može ni da konstatuje (jer nim možemo da konstatujemo samo kretanje upravno na pravcu kojim gledamo).

Ispitivanje i određivanje ovoga kretanja kao i brzine njegove osnovano je na D o p l e r o v u p r i n c i p u o prostiranju z v u k a.

Prema tom principu, u koliko se koji zvučni izvor od nas udaljuje, u toliko će nam i ton zvuka izgledati niži, jer će i broj talasa u toliko biti manji; i obratno. Slično ovome imamo i posmatrajući spektar kojeg nebeskog tela.

Ako vidimo napr. u spektru kakve zvezde natrijumovu liniju, na položaj te linije uporedimo sa položajem odgovarajuće joj fraunhoferove linije u spektru jedne ispiritusne lampe, videćemo, da se one potpuno ne slažu niti poklapaju, već da je zvezdana linija D otišla malo levo ili desno od linije D' u spektru ispiritusne lampe.

To ništa drugo ne znači, no da su talasne dužine njihove nejed-

неједнаке и да је таласна дужина линије α у звездану спектру већа, ако је она окренута десно ка љубичастом делу спектра, или мања, ако је скренут лево ка црвеном делу спектра.

У првом случају звезда се креће од нас, дакле удаљује се, а у другом случају она се креће ка нама, приближује се дакле.

У којој се мери и којом брзином врши скретање те линије α лево или десно, мери се брзина кретања посматране звезде, а према брзини тога кретања израчунава се и пређен пут њен за време, за које хоћемо. Сем тога према томе скретању лево или десно, можемо закључити и којим се правцем то кретање звезде простире. Нађено је напр. да се звезда Сулијус удаљује од нас, у правцу дакле нашега гледања, са 32 км. у једној секунди; звезда Капела са 43 км. у секунду; Артур са 53 км. у секунди итд.

Ово су у главноме примене спектарне анализе. О њима би се могли и имало још много што шта говорити опширније, али ми ћемо за сада задовољити се само са овим.

Само то стоји, да је она за ово кратко време, од постанка свога врло много користила многим наукама и научним испитивањима, а користиће, како што то изгледа, још и више.

Луминисценција.

Говорећи о звуку, видели смо, да се овај може пренети кроз или неку резонанцу само онда, ако је та резонанца удешена, или, како се то каже расположена, да прими тај принесени јој тон звука.

У противном резонанца неће примити ни један део принетог јој звука, већ је према њему сасвим индиферентна, неосетљива. То исто бива и са светлошћу, која је особина врло честа.

Светли зраци могу на своме путу да нађу на неко извесно тело и постаћи га да оно засветли, ма да је и на ниској температури, у томе случају се ти зраци не губе, већ само преносе.

То преношење или та особина светлости назива се л у м и н и с ц е н ц и ј а.

Њу можемо изазвати на разне начине, па према томе она добија и разна имена, од којих свако представља особиту врсту луминисценције.

Тако ако је постакнемо светлошћу, тј. светлим зрацима, добија се

фотолуминисценција.

Ако је изазвана електричним зрацима, добија се е л е к т р о - л у м и н и с ц е н ц и ј а; ако ли слабијим загревањем; т е р м о л у м и н и с ц е н ц и ј а, (дијамант, флус - штап итд.) или лаганим хемиским процесом, х е м и с к у л у м и н и с ц е н ц и ј у (при труљењу органских и неколико и анорганских материја).

Ми ћемо се за који часак задржати на фотолуминисценцији, која се још дели на двоје ф л у о р е с ц е н ц и ј у. - *фосфоресценцију.*

1/.- Ф л у о р е с ц е н ц и ј а.-

Нека тела (флуорит од чега и име носи - петролеј, кининов сулфат) имају ту особину, да осветљена, уједињем светлих зрака, а сама светла док те светлости, која је то изазвала, траје.

Код звука смо видели, да тело које резонира, трепери истом брзином и истим таласним дужинама, какве их смо и примили. Али то није случај код флуоресценције, код ње су таласне дужине и мој проламања сасвим друкчије, много мање од оних, које је дотично тело апсорбовало. Сем тога код ње је и боја друкчија од оне, која је флуоресценцију изазвала. Што се тиче броја трептања, он је највише, али не увек, флуоресценцијом промењен.

Флуорисана тела су једина, која дају анормалну дисперсију, јер се код ње боје мењају и мењају.

Ну, флуоресценцију не могу изазвати сви светлосни зраци. Због тога, што она продужује таласне дужине и смањује број трептања; ју не могу изазвати црвени, нерапрасти па ни жути зраци, тек зелени је могу у неколико подстаћи, а ултра љубичасти највише је изазивају.

Где њих има, та светлост их најбоље флуорише (електрична светлост.)

Х Е М И Ј С К О Д Е Ј С Т В О
С В Е Т Л О С Т И
- ФОТОХЕМИЈА -

Поред осталих особина јесте једна и та, да се утицајем светлости мења састав појединих тела, вршећи при том разне хемијске реакције.

Водоник се напр.,са х л о р о м у тами не једини,али утицајем светлости то сједињавање онда бурно,са великим праском.

Светлост раствара,једињење сребра са хлором и јодом,којим се утицајем молекуларна и атомска својства многих тела мењају итд.

Ну како имамо разних врста светлости,па према томе и разних светлости,са разним светлосним јачинама,то има и светлости са разноликом моћи убрзавања хемијских реакција,даље у опште са разноликим а к т и в и з а м о м.Ту различну моћ осветљава и хемијских дејстава светлости,тај т.зв.чити активизам појединих светлости,упоређујемо и одређујемо основном јединицом за интензитет светлости,познатом нам већ дециналном лампом (свећом).

Ако веку светлост узимамо за јединицу,онда је и оптички активизам њен = јединици,а и хемијски активизам = 1,а однос њихов $\frac{\text{хем.}}{\text{опт.}} = \frac{1}{1} = 1$.

Према њој имамо ово упоређење:

Светлост светлећег раса	опт.акт.	хем.акт.	хем.опт.
Дрикондова светлост	16	28	1.8
Магнезијумова светлост.....	17	260	8.7
Магнезијумова светлост.....	80	1628	20.7
Електрична светлост 8000		200000	25
Сијалица електрич.светлости	10	86	8.6
Сунчева светлост..... 70000		450000	6.8

и тако даље.

На овом великом хемијском активизму сунчеве светлости основано је оно њено велико дејство на боје многих материја,које се утицајем њеним мењају,непрестано губећи од своје интензивности,тј. б л е д е ћ и.

Ну најважнија је примена овог хемијског дејства светлости,наравито сунчеве,у ф о т о г р а ф и ј и,која опет има велике примене у науци и иначе у обичном животу.

Свака се фотографска слика може добити,ако је предмет довољно осветљен.Справа,која то фотографисање врши,ништа друго није до покретна м р а ч н а к о м о р а.На предњем њеном делу налази се једно сочиво-о б ј е к т и в,коме је задатак да концентрише на плочи доцвену светлост и да производи на њој слику.

Оно мора бити ахроматисано за хемијске зраке;те није од једно

простостакласта већ од разних.

На тај начин уклоњена је и сферна аберација и дисперзија, које су много сметале, добром и тачном фотографисању.

Ну у почетку постанка саме фотографијске справе, тај објектив био је састављен само од једног ахроматичног двогубо испупченог сочива.

Доцније су почели градити те објективе од два ахроматична сочива, која заједно чине тзв. ф о т о г р а ф с к и о б ј е к т и в, од којих је једно предње покретно, а друго задње непокретно.

Оба пак дејствују брже него само једно од њих, имајући при том малу дужину жиже и чинећи да се слика брже доводи у жижу.

Савршене фотографске справе имају у своме објективу и по три четири и више пари сочива; али по већем или мањем њиховом броју не суди се и већој или мањој доброти самих справа.

Зид, што је спрам објектива начињен је од мутног стакла, да светлост кроз њ, не продире.

При снимању ликова, фотограф ставља свога моделара (предмет) пред објектив на даљину од три до четири метра, па затим пошто се покрије главом, покреће напред или назад покретни део коморе све дотле, док изврнути и сажети лик, који се начиње на мутном стаклу, не постане савршено чистија слика. - што бива кад мутно стакло буде у жижи објектива.

Треба само ту слику фиксирати - запамтити. То ћемо учинити, ако на место оне мутне стаклене плоче метнемо једну опет стаклену, али хемијски п р е п а р и р а н у - о с е т љ и в у плочу, која опет може бити м о к р а или с у в а.

Прво се препарирање врши к о л о д и ј у м о м (раствором пироксилине у смеси етра и алкохола), а друго ж е л а т и н о м, сребра бромидом, сребра хлоридом итд.

Све то мора се радити у мраку или при црвеној светлости, јер као што смо већ казали, цео спектар не дејствује хемијски, већ само његов љубичасти и ултра љубичасти део.

Ну како м о к р е стаклене плоче, тј. препариране колодијумом имају ту невољу, што се морају употребити одмах, чим се спреме, то се оне данас ретко и употребљавају, већ их у свему замениле с у в е п л о ч е, које могу дочекати више дана, пре но што се њихов дејству светлости.

Кад се дакле место оне мутне плоче метне оваква једна препарира плоча, сунчани ће зраци чинити своје хемијско дејство и нацртати на њој слику тако исто оштру, као што је и пре била.

Ова плоча, после прекинутог дејства светлости, вади се из коморе савршено (затворене) заклоњене од светлости, као што је то тако исто потребно учинити и пре уношења у њу.

Кад се сад погледа на ту плочу, неће се на њој опазити никаквих трагова од лика.

Кратак утицај светлости не изводи у бромову или хлорову сребру још видљивога растварања; али ако се плоча полије раствором г в о з д е н е г а л и ц е или п и р о г а л у с о в е к и с е л и н е са додатком оксалне киселине, онда се на оним местима, до којих је светлост допрла бромово сребро растворит ће, а слика ће се као ц р н - п р а х. Што је светлост јаче дејствовала, то је и јачи процес растварања.

Кад је слика већ извађена, онда се она мора стално одржавати повлаћењем плоче х и п е р с у л ф а т о м н а т р и ј у м а, да се са ње нуцира - уклони оно још нерастворено бромово сребро, које би утицајем светлости почрнело и слику сасвим искварило.

То накнадно редуцирање може бити и помоћу ц и ј а н а к а л и ј у м а, али се он обично запоставља натријум хиперсулфату, јер је врло отрован.

Фотографија ова на стаклету и као што ћемо сад видети на хартији, има две савршено одвојене операције.

Првом се добија слика, којој су одблесци изврнути, у контрасту са предметом, тј. светла места на њему излазе ц р н а, а црна осенчена б е л а.

Зато се таква слика зове н е г а т и в н о м; у другој операцији узима се прва, негативна слика, да се начини друга нова, код које су боје опет изврнуте са бојама на негативу, тј. сад су оне у своме природном реду.

Ова слика за разлику од прве зове се п о з и т и в н о м.

Кад се једном добије негативан отисак, онда се њиме може врло лако да произведе безконачно много позитивних слика.

Тога ради подлеже се само испод њега о с е т љ и в а хартија

прегазана х л о р и д о м с р е б р а,добро се прелепи уза њ да светлост не продре с друге које стране,па се излови сунчевој или само дневној светлости;кад су негативи слаби боље је радити у хладу.

Утицај сунчеве светлости гради сад по овој хартији копију негативне слике,код које су светла места замењена тамним,црним а црна светлим.

То није због тога,што кроз црна може светлост проћи и дејствовати на хартију,а кроз друга то не може учинити,па ни дејствовати на њу.На тај начин добија се дефинитивно позитивна слика,која се назива још и ф о т о г р а м о м.

Ни ова слика не сме се одмах изнети на светлост,већ се мора најпре прекапирати.

Сем тога мора јој се дати још и нов тон,јер је сада он врло непријатан за око.

То се постиже потапањем премазане хартије у извесна једињења з л а т а или п л а т и н е.Због тога су фотографске слике и скупе. На тај се начин добија сасвим други тон слике,много лепши за око и постојанији од првога.

Тек када је ово свршено и кад је хартија испрана у раствору натријум хипосулфата,тек се онда сме слика изнети на светлост,иначе ће она сва нестрпљиви или помућети и сасвим се искварити.

Уз сем тога позитивне се слике врло лако могу добити и на стаклету у ком се случају оне зову д и ј а п о з и т и в н и м с л и к а м - платну,дрвету,камену и у опште на сваком телу.

Код је при том исти,који је био и при копирању на хартији.

При фотографисању најбољег утицаја и хемијског дејства на плочи има део спектра између л и н и ј а g и H ,као и ова последње - у д т р а љ у о н и ч а с т и.

Црвена светлост и друге за њом до линије g само је чиста, неће,као што смо и напред поменули,имало утицати на плочу.Али у противно ако није потпуно чиста,неће бити ни слика,која се при њој ради,сасвим чиста,већ више или мање замрљана и нејсана.Зато треба на то велику пажњу обратити,јер од тога зависи важност свега фотографског рада.

Питање је сад како се фотографишу поједине боје.Кад хоћемо и

напр.да сликамо једно јасно обојено тело у исти мах,видећемо да ће плава боја,према мало пређашњем дати на негативну црну, а на слици беду,црвена на негативну беду,а на слици црну,зелена и на једном и на другом беличасту црна на првом беду,а на другом црну,жута сиву итд.Према томе дакле,ми не можемо на досадашњој плочи дати прави отпечатак боја,које фотографишемо већ ћемо на њој добити само беду или црну боју,као и неке прелазе и комбинације између њих.

Због тога се више пута при фотографисању обојених предмета употребљавају нарочите плоче,тзв. о р т о х р о м а т и ч н е,које апсорбују више црвене зраке, дајући и слику под извесним јачим или слабијим тоном црвене боје.

Те се плоче премазују раствором с о в и н а и других неких једињења,ну ове се после свршеног фотографисања не смеју држати ни на каквој светлости,па ни на црвеној,те је рад с њима много тежи и заметнији.

Фотографија у свима природним бојама приближно се постиже фотографисањем у три разне боје,од којих се после граде јасне нијансе.

Права х р о м о г р а ф и ј а,тј.непосредно фотографисање са свима бојама,које има једно тело,које се фотографише (као спектар и др.) оснива на основу интерференције светлости,где ће о томе бити речи.-

Да ли ће нека слика бити добра,чиста или јасна не зависи од много које чега.Пре свега зависи од,времена е к с п о н и р а њ а,тј.од времена за које сунчани зраци дејствују на плочу.- Може се пустити да они више дејствују но што би требало,и обрнуто.

За по секунде разлике у времену експонирање слике неће бити добро.Према томе као што се види,врло је тешка ствар тачно погодити и то време.Зато треба дуге праксе и искуства за то.Истина и ако се та слика може исправити;али опет није добра ни за око пријатна (као ни укус јела сољетог пре и после кувања).

То време експонирања зависи од природе и јачине светлости,као и од разних метеролошких прилика.Другачија је напр.светлост у 8 сати изјутра,а другачија је½2 сата по подне.Друкчији њен активизам за време ведрине,а друкчији за време кише и после ње.

Ваља нам овде поменути узгред и још неке важне особине фотографске плоче,утврђене са особинама ока.

Као што ћемо мало доцније видети, утисци се за наше око гасе већ за 1/10 секунде, тј. око може да види само оне светлости, које у њему изазивају у првој десетини секунде.

Ако за то време ничега не видимо, нећемо, при истим, разуме се, приликама, видети ничега, гледали ми читав сахат, дан па и више, зато око види само тела извесног интензитета светлости.

Сасвим је то обрнуто код фотографске плоче, што оне не види за 1", видеће за 2", 5", 20" итд.

што није видела за 1 ,10 ,30 ,видеће за 1,2 итд. сата, дана, месеца па и година. Код ње се утисци непрестано гомилају.

Треба знати само време експонирања, које зависи од интензитета светлости. За јаку светлост потребно је и довољно време само од 1/10 секунде. То је тзв. м о м е н т а л н о ф о т о г р а ф и с а њ е.

За сунце експонирање не сме нипе трајати ни од $\frac{1}{100.000}$ дела секунде, јер ће иначе плоча сагорети. Чак и то време треба, што је могуће више скратити. За сликање пак комета време експонирања траје по читаве сахате, дане и месеце.

На тај начин фотографска плоча може примити и оне утиске, тј. може видети и оно, што око никако није у стању докучити.

Граница фотографисања може се простати готово до у бесконачност. Сем тога фотографска плоча има још и ту добру страну, што нема р а с п о л о ж е њ а, као што је то случај код чула човекових.

Док човек напр. друкчије чује и осећа у овој, а друкчије у оној приличи расположена свога, дотле у томе код фотографских плоча нема ни помена. Стога она због свих њених важнијих особина, после дурбина и спектроскопа игра најважнију улогу у испитивању небеских тела, (астрономија) као и њих појава у атмосфери.

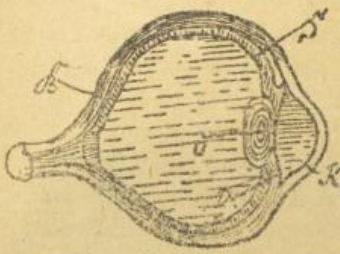
Многи од њих напр. маглине и др. пронађени су помоћу фотографисања, а око их дотле није ни знало, нити могло видети. Према томе је око врло непоуздан орган вида.

Не може се само у обичним приликама може ослонити, и за обичне дневне, као и за наше најобичније потребе. Какав је његов склоп, како биће већине њих и њихових још нама особине, видећемо у идућем одељку.-

НАЈВАЖНИЈЕ ДИОПТРИЧКЕ СПРАВЕ.

1. Око и гледање (виђење) вимe-

Само око може се посматрати и проучавати са три разна гледишта: као физичког, физиолошког и психолочког. Мас се овде тичу само његове физичке и у неколико физиолошке особине, дотиче се мало његовог анатомског склопа.



У пресеку око најпре чине ове делове: Задњи део његов, чврстом и непровидном опном, која се зове б е л о њ а ч а (Б) и која се спреда провидно пружа и спаја у тању чвршћу, провидну, опну, звану р о г њ а ч а (Р); испод беланчета налази се с у д о в њ а ч а (Б)-покошена од самих крвних судова, чија је унутрашња страна обложена црном мрљу, која од ока прави мрачну комору. Судовњача се завршује на предњем крају беличастом једном вертикалном опном, која је на очној оси управна, и која раздваја унутрашњост очне дупље у две по величини неједнаке коморе. Та је опна у разних људи разно боје и зове се д у г и ц а - ирис (Д), која има у средини један округао отвор-зеницу. У ткиву дужице има и многобројних конаца, од којих једни од од зенице ка ободачи а други теку у округ упоредо са зеницом, ови прави шире зеницу а ови други је скупљају, кад год је то потребно. Иза дужице налази се о п т и ч к о или кристално сочиво (С), које није на обе стране подједнако испупчено; испод судовњаче налази се м р е ж њ а ч а, која је постала од огранака (видног) оптичког нерва, на њој изводе таласи етра осећање светлости-сенку. Цео простор између рожњаче и сочива испуњен је неком в о д њ и к а в о м т е ч н о ш ћ у, док је стражњи део очни испуњен с т а к л а с т о м м а т е р и ј о м, која као и прва, има готово исту експонената преламања, као и обична вода.

Да човечије око види предмет, мора се од њега слика створити на м р е ж њ а ч и, стога је она најважнији део његов. Анатомски даље испитана састоји се из 10 разних слојева, од којих је најважнији последњи слој

(зв. с л о ј к л и н о в а - ч е п о в а који први примећује мрежњачне слике. Њих има највише, позади ока, које се исто зове ж у т а м р љ а, која је најосетљивији део очни. Она у пречнику износи 1 мм. а пада у средину ока, у оптичку осу сочива; Место пак где у око улази оптички нерв, најосетљивији је део ока; кад слика падне на њу не види се ништа и зато се она зове с л е п а м р љ а. Кад на то место (слепу мрљу, падне и жута мрља, онда се не може ништа апсолутно видети и онда наступа слепило. Да заиста има слепе мрље уверићемо се на овај начин. Ако узмемо две округле црне тачке на белој картији, удаљене једна од друге за 8 см. па једну од њих на пр. леву гледамо и одстојању од 20 см. само десним оком, пошто лево затворимо, удесиће се да слика десне тачке падне управо на слепу мрљу, те је нећемо моћи видети а слику леве тачке видећемо јасно, јер је њена слика пала потпуно на жуту мрљу мрежњачину.

То је у главном што се тиче састава ока и у неколико мрежњаче. Ну сем тога ваља овде узгред поменути и то да полупречник кривине рожњаче за овако нормално око износи 8 мм. - За кристално сочиво већ смо рекли да му испупченост на обе стране није једнака, а овде ћемо још додати, да је сто са задње стране пупчастије но с предње, и да се састоји од готово концентричних слојева, који у густини, па према томе и у експоденту преламања, опадају идући од центра ка периферији. Полупречник предње површине његове кривине износи 10 м.м. а задњи пупчастији само 6 м.м. Дебљина његова је 4 м.м. Њима прве кривине на остојању је 12.8 а друге 16.6 м.м. Прва главна тачка Гаусова има за h_1 =2.17 м.м. а за h_2 =2.57 м.м. и т.д.

Акомодирање (прилагођивање) ока.

Кратковидост и далековидост. - Наочари. - Светлост долазећи у око, преламе се по законима преламања и даје извртнуту и смањену слику на мрежњачи. На то преламање утиче очна вода и стакласта материја, као и кристално сочиво. Ако слика падне на жуту мрљу, најјасније ћемо је видети; ако падне ли на њу, видећемо је нејасно или ако падне на слепу мрљу онда никако.

Кад је говора било о сликама простих сабирних од стаклета направљених сочива, казали смо у своје време, да место слика на правом месту зависи од даљине предмета. Ако је он у бесконачности, слика ће бити у њима што је пак сочиву ближи, слика ће бити све даље и даље од њега. Према томе

ako je sistem našeg kristalstog sočiva, uvek stalan, ili nemoguć moći videti svaki predmet, jer svaka slika neće pasti na mrežnjaču, niti na nju utu mrlju. Ali pošto mi vidimo na svima raznim daljinama: na daljini od kao i od 100 tab. i t.d. Znači da se sistem krivine našega sočiva neprestano menja, prilagođavajući se svakoj udaljenosti. I zaista ako gledamo na predmet udaljen od nas na dvadeset metara, pa odmah bacimo pogled na predmet udaljen za 200 metara, mi ga u taj isti mah nećemo moći jasno videti, no posle izvesnog (istina vrlo kratkog) vremena, dok se oko ne prilagodi, ili, kako se to u fizici kaže ne akomodira za tu daljinu. Otuda dolazi i to, što mi u isti mah ne možemo da vidimo dva predmeta na raznim daljinama a u istom pravcu, dok dok gledamo jedan, drugi će nam izgledati nejasan i obrnuto, dok gledamo drugi, prvi će nam biti nejasan.

Oko dakle, kad je udešeno da vidi na jednoj daljini ne može u isto doba videti i na drugoj daljini, već se mora predhodno akomodirati za nju. To akomodirenje vrše naročiti mišići, koji drže sočivo: oni se rastežu i skupljaju da sočivo postane sploštenije i ispučenije prema tome kako je kad potrebno. Ako je predmet blizu, sočivo treba da je ispučenije; ako je dalji, treba da je sploštanije. U starosti, a može se i mladiću stvoriti, ti mišići obično popuštaju; sočivo se zbog toga splošti, i onda nastupa d a l j n o v i d o s t. Normalno je ono oko, koje vidi jasno na daljini od 25 cm. (daljina jasnog viđenja). Na protiv, ako čovek gleda nešto, na pr. čita pri nedovoljnoj svetlosti, ti su mu mišići, da sočivo što više ispupčeno postane, u neprestanom stanju, zbog čega, ako se to nepreza, svako dnevno po nekoliko sati obavlja, a usled zamoreno mišića, nastupa momenat permanentnog stanja sočiva. U tom slučaju sočivo ostaje stalno ispupčeno, i onda u oku nastupa k r a t k o v i d n o s t. S toga treba oko dobro čuvati i paziti, ne napregnuti ga nikad suviše. Naročito to važi za one koje svakog dana imaju posla i rade sa durbinima, jer i njima oko može isto tako postati kratkovidnim. Okular treba uvek tako udesiti, da predmet tj. sliku njegovu, gledamo na normalnoj daljini viđenja (25 cm.). To ćemo najlakše postići i poznati, da li je slika na normalnoj daljini ili ne, ako neki predmet vrlo daleko od nas pogledamo momentalno, na odmah u istom trenutku skrenemo svoj pogled s durbina ili mikroskopa, tako sliku u njemu vidimo potpuno jasnu i oštru - znači da je onda predmet na normalnoj

даљини к можемо га гледати колико год хоћемо не превајући ни мало да ће мо око покварити; ако то није случај, већ нам се слика укаже врло нојасна и забрана, не треба ни часа почасити већ окулар доцле променити, док не постигнемо први случај.

Напомена: Да би лик био јасан, потребно је, сем што смо до сада ка зали, да је око слободно и од сферне па и од хроматичке аберације, јер ће не само тако од сваке светле тачке постати на мрежици јасан лик. С в е р н у а б е р а ц и ј у п р и л и ч н о п о н и ш т а в а д у ж и ц а, која дејствује као напред поменути колут (дијафрагма), јер она кроз зеницу своју пушта да прозаве и падају на сочива самоцентрални зра ци. Ну сферна аберација у неколико се отклања и самим обликом кристалног сочива, па и смањењем саме мрежице. Што се тиче хроматичке аберације, она се смањује у неколико р а в н о м о ћ и ц е п а њ а б е л е с в е т л о с т и, од страке п р о з р а ч н и х с р е д и н а, које око састављају, и кроз које светао зрак мора проћи. Али опет наше око није са свим без оне хроматичке аберације, јер ако посматрамо какав угасит предмет, који се пред здравим оком прилично близу налази, а у исто време гледа мо и какав много удаљенији предмет, онда опажамо да је лик од оног првог предмета по крајевима окружен, т. ј. обојен ивицом.

Очи дакле могу да буду нормалне, кратковиде и далековиде. Све по следње поправљају се у и з е д н а ч у ј у нарочитим додатним-сочивима, које се у овом случају зову н а о ч а р и м а. Сочиво очно и наочари дају као што смо напред видели једно конбиновано сочиво. Наочари могу бити у главном од с а б и р н и х и р а с и п н и х сочива. Прва узимају д а л е к о в и д и, т. ј. они код којих је у оку жижа од сочива далека, да се зраци од оближних предмета тако примакну, као да долазе из веће даљине. Кратковиди пак, чије је сочиво очна више напупено, него што би требало узимају и з д у б е н а р а с и п н а с о ч и в а, да се дивергенција зракова, ко ји долазе са удаљених предмета, још више увећа, те се чини као да долазе из близине. За наочаре вала узимати чиста и добра стакла, којима треба нижину даљину увек подешавати према нижини даљине ока, за које се оне употребљују. Тако ако је жижа онога сочива у оште: $\frac{1}{\alpha_1} = \frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho}$ па тре ба конбиноватисе сочивом, да жижа конбинованијих сочива буде: $\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho}$ нађемо одузимањем првог образца од другог

$$\frac{1}{\mathcal{L}} - \frac{1}{\mathcal{L}_1} = \frac{1}{25} - \frac{1}{p}.$$

Како је пак по напред наређеном обрасцу, ми за комбинованог сабхраног очива:

$$\frac{1}{\mathcal{L}} = \frac{1}{\mathcal{L}_1} + \frac{1}{\mathcal{L}_2}$$ Заменом добијемо: $\frac{1}{\mathcal{L}} + \frac{1}{\mathcal{L}_2} - \frac{1}{\mathcal{L}_1} = \frac{1}{25} - \frac{1}{p}$ или пак

$\frac{1}{\mathcal{L}_2} = \frac{1}{25} - \frac{1}{p}$ где је $\mathcal{L}_2$ жижна даљина наочара, која је одавде равна:

$$\mathcal{L}_2 = \frac{25p}{p-25}.$$

Вредност p у овом случају пре-

тавља даљину, на којој око може да види јасно неки предмет. Како ну можемо макс да одредимо мерећи је само, можемо лако наћи и каква треба да буде јачина наочара за то око. Ну ради лакшег одређивања даљине јасног ви ења (p) за поједина ока служимо се справом т.зв. о п т о м е т р о м. Неизгодним избором наочара лако се око брзо квари. Ако кроз њих гледамо мало напрегнуто, очи ће нам постати сувим кратковидо. Штетно је осим тога гледати најмање слободним оком и наочарима, као и једним стаклетом на једном само оку.

В е л и ч и н а п р е д м е т а з а ј а с н о в и ђ е њ е г о л и м о к о м. Да један предмет у опште можемо видети, треба његова слика да буде по површини бар толика, да покрије један клин или чеп, чији је полупречник површине 0,004мм или за предмет, ако је степенима угла виђења изражена, 0,5' (по минута) Ако су тела сувише светла или осветлена могу се видети и под мањим углом. Зраци са појединих звезда на пр. долазе под мањим углом и од 1", или их опет можемо додуше не баш са свим јасно, видети. Ну у обичној светлости и нормалним оком можемо да видимо само тела чији зраци долазе у н' под углом од 65. Да пак два тела одвоји мо једне од других, треба једна слика да падне на један а други на други улин, или чеп. Величина те даљине између два предмета (као што су двојне звезде и др.) треба дакле, као у обичним приликама од 1'.

К р и д и ј а ц и ј а. - Кридијацијом се зове појав услед ког нам се бели, у опште светли предмети, намештени на црној основи, чине већи но што су у стварн и обрнуто услед кога нам се предмети црне боје на белој основи чине умањени. Дејство кридијације веома је осетно на видљиву величину звезда, које се на тај начин могу учинити неколико пута веће, но што

су у отвари. Сви младог месеца изгледа нам у облику већи од тамног дела месечева; дакле светли део његов наткрљује тамни. Руке у белим рукавицама чине нам се веће, но у ствари због ирадијације. Она не само да је разлика кад сваког човека, но пута више мења се и код једне исте особе у разно време. Осим тога расте са степеном сјајности предмета и трајаности посматрања.

Трајање утиска на мрежици. - Утисак изазван на мрежици не прекида се одмах чим престане дејство предмета на њих већ остаје на мрежици још неко време и пошто је нестало предмета или и пошто се он заменио другим. Надражени дакле живац на мрежици не престаје одмах са светлошћу, увек мора да прође неко време, док се тај надражени живац умири. Ова се особина ока мења према осетљивости мрежице и интензитета светлости. За разне врсте светлости, биће и она различита. Тако изазвати бодом светлошћу, траје после престанка њена још за $\frac{1}{10}$ секунде; изазвати изазвати жутом трајаће 0. 09, црвеном трајаће 0. 08", зеленом-0.066", и т. д. На основу овог, кад се на пр. парче усијаног угљена, брзо у округ окреће видеће се један светао непрекидан котур: Тако исто и киша падајући у капљама, представља нам се у облику течних млазова. Или ако на пр. окрећемо један картон, на ком је са једне стране повучена једна а с друге друга линија управна првој, видећемо један крст; или ако је с једне стране нацртан кавез а с друге птица, видећемо птицу у кавезу и т. д. Сем тога ако се на пр. обрћу кругови, подељени на неколико сектора обојених разним бојама, те ће се боје онда смешати и дати утисак оне боје, која постаје од њихове смесе (плава са жутом даје зелену, жута и црвена-наранџасту, плава са црвеном-љубичасту, седам боја најчешће-белу и т. д.) Има више интересантних справица којима се објашњује ово трајање утиска на мрежици и које се у обичном животу примењују забаве ради. Такве су справе на пр. а у м а т р о п (окретање варнице, свеће и т. д.) С т р о б о с к о п (човек у разним положајима насликан, кад се над једним огледалом обрће, видеће се, да се он креће) з о т р о п (окретање читаве серије слика, тачака, линија и т. д.) На овој је особини основана и тзв. к и н е м а т о г р а ф и ј а или (кинематографија - фотографија кретања. У место да се за строзоскоп, слике цртају, на да се на показани начин брзо окрећу, овде се она фотографишу. То фотографисање мора бити врло брзо; једну особу на пр. која

се креће мора фотографисати најмање 10-15 пута у једној секунди. У таквим ће се сликама показати и они моменти кретања које наше око није у стању запазити за тако кратко време. Ако се сад таквих 100- 150 фотографија слика на једној пантлици (величине 2,3 -5 см.) окреће у једној справи, која је осветљена изнутра једном лампом, истом брзином којом је и фотографисано врло добро видећемо човека или целу групу људи која се креће, смеје, љубе, свађају и т.д.

ПОЈАВА КОНТРАСТА БОЈА.

Ако на наше око падне и дејствује неко време извесна боја, она ће нерве његове толико заморити, да ће престане њен утисак на њ., неће престати и сваки други, већ ће се одмах, утицајем беле светлости, јавити утисак њој комплементарне боје, дакле њеног контраста. Та појава је врло честа; с њом се сусрећемо тако рећи на сваком кораку. Кад гледамо на пр. неко време зелену боју, па се она уклони испред наших очију, јавиће се на месту ње на белом застору, у истој готово интензивности-црвена боја, која дакле зеленој боји допуње до беле; то бива и обрнуто. Или кад дуго гледамо у прозор па на једанпут окренемо поглед на неку чистину, на пр. бео зид, одмах ће се јавити у нашим очима утисак прозора са црним оквиром а белим пречазом и т.д. На тај начин помоћу контраста боја можемо увек за ма коју боју наћи њену комплементарну боју, тј. боју која с њом даје белу боју.

О п т и ч к а в а р љ е њ а.-Многе слике ми не видимо онако, како су оне нацртане у ствари, већ сасвим другачије. То долази услед нагомилавања разних утисака, које око прими с једне слике. Тако на пр. ако сврху паралелних линија испресецамо низом кратких разно положених црта, оне нам се неће показати паралелне, већ косо нагнуте једна према другој. Мењањем положаја тих црта, мењаће се и положај нагнутости тих линија. То су дакле извесна оптичка варања, јер не видимо онако, како је у ствари, тако исто, али преко једне цеље подебље линије позуђемо једну танку и праву линију, она нам се неће показати као права, како смо је ми повукли, већ мало или више пресавијена, према томе, да ли је она пруга мање или веће дебљине.

Г л е д а њ е с а д в а о к а.-Кад су оба ока управљена на један предмет, онда се на кретњицама њихових мрежњача на сваком по један лик али за то опет видимо само један предмет. То се тумачи, што се једновреме-

ни утиска, добијени сваким оком посебице, спадају, укрштају у једно опште осећање. Тако на пр. ако имамо два мала котура, један црвен а други зелен па их са оба ока гледамо видећемо један без котура, јер се зелена и црвена боја као комплементарне допуњују до беле. Поред тога, управо због тога са два се ока види много јасније но једним, о чему се можемо лако уверити гледајући на предмет прво једним оком па онда са оба. Али у главном увежбали, што једним оком видимо, видимо и са два. На дурбине на пр. (астрономске а не повећавајуће) микроскопе, телескопе, и т. д. гледамо увек само једним оком а никако са два, јер небисмо могли ништа видети. Разлика је само између гледања једним оком и гледања са два даље и то, што са два ока видимо предмет на много већој даљини но једним. Сва тела гледана са оба ока, као што смо то и у почетку науке о светлости казали, видимо под извесним углом, који је у толико већи или мањи, у колико је посматрани предмет на већој или мањој даљини од нас. На тај начин помоћу два ока можемо да видимо, ако не потпуно тачно а оно приближно према даљини појединих предмета. То једним оком не можемо учинити, нарочито кад је човек од рођења ћорав. Ина



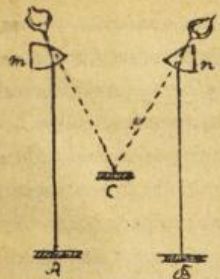
наче људи, који једним изгубе по једно ока могу о тој даљини у неколико судити по на вици, стеченој док су гледали са два ока. Тај угао, под којим неко тело видимо, и по ко ме судимо о већој или мањој даљини његовој, зове се у опште п а р а л а к с о м или у г л о м в и ђ е њ а. О паралакси је било у не колико речи и напред. Услед ње долази и оно променљиво облика некога предмета, гледаног час једним оком а час другим. Јер ако неко тело пројекцирамо на неку раван једним оком, видећемо га на једном месту, ако ли другим, на другом месту. Паралакса је врло мала, кад је посматрани предмет на врло великој даљини, јер онда зраци с њега пола зе и долазе у око готово реципаралелно међу собом. Према томе, помоћу паралаксе можемо да разликујемо и судимо приближно о даљини појединих тела само да извесне границе, преко не дижако голим очима. С тога се за тачније мерење даљина, особито веома удаљених (предмета) тела, употребљују много и нарочито за то удешене справе (дурбине) којима је главни и једини посао

задатци да промјере даљину наших очију, т. ј. да повећају основицу троугла



која лежи према паралакси. Угао за који смо нагнули дурбине један према другом (којих је свега два) јесте у исто време угао виђења и или сама паралакса. На том главном принципу основане су све могуће справе, које служе за поменуту сврху. Овај исти метод мерења даљина предмета на земљи корисно се употребљује за мерење свих небеских тела. О томе смо поменули нешто говорећи о бројним свје тлостима небеских тела, нарочито звијезда. Паралакса несечава је прилично мала, те је лако и одредити и његову даљину. Али је она за звијезде врло мала, због чега се за основицу њихове паралаксе узима годишња путања, која из носи 350.000.000 км.

С т е р е о с к о п. - Чист појам о перспективи и рељефности тела, може се добити само гледањем са два ока. Гледајући пак једним оком, тај ре шење се не губи само с тога, што су нам посматрани предмети добро познати Слике што их ствара неко тело на одговарајућим местима мрежице у оба ока нису једнаке, перспектива се за тако око мења. То се може лако потврдити, посматрајући наизменце један и исти предмет најпре десним па онда левим оком. У првом ће случају лева страна бити краћа и мање рељефна од десне а у другом дела мање рељефна од лове. На овом се оснивају справе т. зв. с т е р е о с к о п и, која је реч поста ла од две грчке речи које значе: видети истинито. Принцип је свима разним комбинацијама стереоскопа у том, да се пред свако око намести различан лик једнога и истога предмета тако да један представља предмет у перспекти и која одговара десном оку, а други са перспективом, која одговара левом оку. Ако се сад справа тако намести, да десно око види слику која нему ствара а лево другу, тако, да се ове две слике поклапају, онда је очевид но да ће се на мрежици створити таква слика, као кад бисмо посматрали не посредно сам предмет. У том случају добијамо рељеф врло јасно и живо пре стављен. Код неких се стереоскопа то сједињавање обеју слика врши одбијањем од два сабирна сочива. Код ових последњих неопходно је потребно ради пот пуне рељефности да оба сочива дају враћима савршено једнако скре тање, што се може постићи само онда, кад су им кривине њихових површина



савршено једнаке. Зато се једно и исто обично двогубосиспупчено сочиво пресече на два једнака дела, па се десна његова половина стави пред лево, а лева пред десно око. Из слике A зраци сад падају на сочиво m преламају се у њему и улазе у десно око, ~~а из слике B, слике долазе сад зраци на сочиво n преламају се у њему и улазе у десно око~~, тако исто и са слике B падају зраци на сочиво n преломе се и упадају у лево око. Те пределомљене и упале зраке прожују сада очи, да би добили заједничку слику, до пресека њихова у C где се ствара рељефна тражена слика.

А к р о м а т о п с и ј а.- Тако се зове особито стање очију, који нас чине неспособним за разпознавањем боја у опште или само неких од њих. Та је болест и махна очију врло честа. У сто особа не може се наћи њих 3-4, који ће моћи тачно разликовати све боје а још мање нијансе њихове. Неке очи могу разликовати извесне боје, али се за поједине од њих може рећи слепе. Најобичнији је случај тога слепила за црвену боју, која таквим очима изгледа црна. При железницама и железничким пругама траже се и примају такве особе, које могу врло добро даразликују и да разпознају црвену боју, која је за њих најглавни знак. Од те болести патио је и Д а л т о н, који ју је први описао те се она сада и зове по његовом имену Д а л т о н и з а м.

А с т и г м а т и з а м.- То је особина неких очију да не могу разпознавати све добро и тачно све или неке геометриске линове-облике већ им се причињавају у сасвим другом облику нарочито не могу да виде праве линије, које им изгледају више или мање искривљене, испупчене или издубљене. Четвороуго им се може на пр. показати у облицима, какви су од прилике на слици на идућој страни.-

В и ђ е њ е р а з л и ч и т и х б о ј а.-

До сада смо кратко прегледали како у опште бива виђење предмета и који су главни услови за виђење њихово.- Сад је питање на који начин бива виђење и разпознавање чистих боја и нијанса. Поуздано се за сада на то питање не може одговорити али се по Јунговој теорији закључа, само



замишља да у нашем оку има т р и в р с т е поменутих клинова и чепова: једни расположени само за црвену, други само за зелену а трећи само за плаву. Надражењем свих тих клинова и чепова видимо белу боју. Ако их посебице надражимо наћићемо црвену, зелену и плаву боју. Према већем или мањем надражењу прве врсте њихово од друге и треће, или друге само од прве и треће и т.д. добијамо и видимо разне комбинације боја, као и њихове нијансе.-

Толико је за сада о оку и виђењу (гледању) рекли. Што је било важно и главно, управо најважније, поменули смо, не улазећи се нигде у појединости. Сад да прегледамо.

II: О п т и ч к е о п т и ч к е с п р а в е.

Оптичким се справама зову различите комбинације од самих сочива, или сочива и огледала. Све се оне могу поделити у неколико група, према томе за коју су сврху употребе које од њих направљене. Неки их деле на три групе и то на: Справе за у в е ћ а в а њ е п р е д м е т а, на пр. справе за п р и б л и ж а в а њ е п р е д м е т а (примицање) разним инструментима и најзад справе за п р о ј е к т и р а њ е, т.ј. оне које могу да граде на платну увећане или умањене ликове, који могу после да користе при цртању или да се покажу многим посматрачима у једно и исто време. За нас су сада од важности прве две групе оптичких справа, а о трећој, у коју спада као најглавнија мрачна комора (на којој се заснива фотографија и фотографисање), већ је у неколико било говора напред.

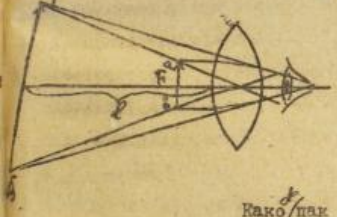
1. С п р а в е з а у в е л и ч а в а њ е п р е д м е т а.

Видели смо у своје време да наше очи могу непосредно на обичној т.зв. задњој даљини (25-30 см.) да распознају предмете до извесне малучкости. Ако су ти предмети сасвим мали или сити, око их више не види. Стога се не поступа само с тим ситним и веома малим па и обичним гледањем невидљивих предмете или појединости на њима - служимо се нарочитим справама за увеличавање т.зв. м и к р о с к о п и м а, код којих има прво велику оптичку сабирну сочиву.

Микроскопи се деле у многе врсте, у две групе: П р о с т е и

с в е т л е н е м и к р о с к о п е. Први се у обичном животу зову л у п е а служе за гледање не сасвим ситних предмета, јер обично не увеличавају много. Сложене се пак микроскопи називају **м и к р о с к о п и м а**, њима се посматрају веома ситни и обичним оком невидљиви предмети.

а.) Прост микроскоп-лупа. Лупа се назива свако, било двогубо испупчено или равно испупчено сочиво, које је само уоквирено и удешено да се може држати и њиме ма какав ситан предмет посматрати. Више пута лупе се праве од два састављена или мало раздвојена сочива, било да су оба сабирна или једно сабирно а друго расипно (нарочито ако су састављена и ахроматична), али се ипак она сматрају као једно сочиво (аплатичко и ахроматичко) само им је онда дејство боље и јаче. Увеличавање које даје једно сабирно сочиво (просто или сложено) или лупа, биће по показаном већ начину, кад смо говорили о поступању слике кад сабирних сочива, кад предмет дође између жиже и сочива. Зраци, који полазе са ситног предмета а в, наметненог између жиже F и сочива, извијаће из сочива растурени. Значи да иза сочива неће стварне слике. Око пак, које би те зраке примило, видећемо у њеној продужењу од тога предмета уображену слику $АБ$, праву и увећану. То је слика која се види лупом а увеличање њено налићемо по обрасцу: $\frac{1}{\mathcal{L}} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l}$ одакле је $pl = \mathcal{L}l + \mathcal{L}p$ или $p(l-\mathcal{L}) = \mathcal{L}.l$ а одавде је $p = \frac{\mathcal{L}l}{l-\mathcal{L}}$. Пошто је слика уображена, то је $\mathcal{L}$ негативно и замењујући: $p = \frac{\mathcal{L}l}{l+\mathcal{L}}$ или $\frac{p}{l} = \frac{\mathcal{L}}{l+\mathcal{L}}$



Како пак однос, као што смо напред видели, право увеличавање слике некога предмета, то ћемо употребљењем добити: $J = \frac{l}{p} = \frac{l+\mathcal{L}}{\mathcal{L}}$

Да се увеличана слика види, треба да падне на даљину јасног вида: $\mathcal{L} = 25\,cm$ ок, која је из слике $\mathcal{L} = l+d$ (даљина d ока од сочива, или $l = \mathcal{L} - d$ или најзад заменом у горњем обрасцу добићемо: $J = \frac{\mathcal{L}+\mathcal{L}-d}{\mathcal{L}}$ (увеличавање).

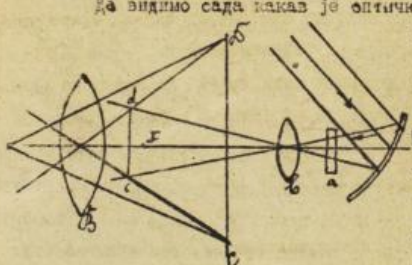
Ова ће једначина имати максималну вредност, кад буде $d = 0$ т.ј. увеличање ће бити онда највеће, кад сочива - лупу можемо непосредно на сочиво ока. У колико је пак то веће од лупе, у толико ће увеличање

личане слике бити мање.-Ова увеличавања лупе могу бити 5,8,10,15, и т.д. највише 40-50 пута већа од самоте по квадратног предмета. Ваља нам само уз пред разликовати увеличане линијско ка (или у пречнику) од просторнога. Ако на пр. нека лупа увелича линију за 10 пута, површину ће иста увеличати 100 пута(10^2) тј. тело ће изгледати у микроскопу 10 пута дуже и 10 шире. Просторно је увеличање равно, дакле квадрату линиског увеличања истом лупом која ће у толико јаче увеличати, у колико јој је жижина даљина краћа.

Другим речима, у колико је сочиво пупчастије. По себи се већ разуме, да се онда и предмет намешта у толико ближе лупи, у колико јој је жижина даљина краћа. На које ће пак место између жиже и лупе доћи предмет, удешава се око тако да се посматрани предмет, тј. његова слика најбоље и најјасније види.-

б) С л о ж е н м и к р о с к о п.-Док је прост микроскоп или лупа била састављена само од једнога сочива (било оно просто или сложено), дотле кед сложеног микроскопа имамо два раздвојена сочива, која су оба у дејству сасвим различна међу собом. Свако од та два сочива готово увек сложено из два или више сочива, али се свака таква сложена група сочива сматра као једно сочиво. Обично су та два сочива сложеног микроскопа утврђена у једној цеви, једно на једном, друго на другом крају њену. Цев је за тим утврђена за једне ногаре, које носе, а сем тога удешени су још и други оптички делови, као на пр. шупље или равно огледало за боље осветљење онога што се гледа (јер сто пута увећана слика је због толиког увеличала нејасна и слабо осветљена, да се једва може видети) и микрометар или справа за тачно мереље тих ситних предмета и т.д.

Да видимо сада какав је оптички састав сложеног микроскопа.



Као што се из саме слике види, она два сочива која сачињавају сложен микроскоп, јесу сочиво в и В. Предмет, који се гледа, налази се на стакленој плочи а, а осветљен је скупљеним зрацима, који се одбијају са шупљег огледала (које може бити и равно) и падају на њега осветљавајући га. Једно сочиво б налази се испред самог предмета

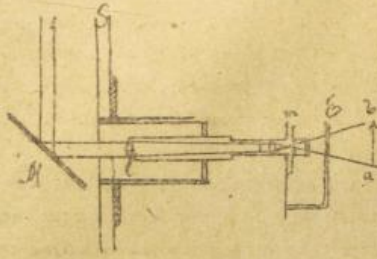
а због чега се и зове предметно сочиво или о б ј е к т и в. Оно друго јесте испред самог ока и зове се очно сочиво или о к у л а р. По себи се разуме, као што смо и раније наменули да објектив и окулар могу бити састављени из два или више само тих сочива, у ком случају микроскоп јаче увеличава.

Предмет а не сме да се, као код лупе мећути између и л и о с о ч и в а, већ се мора тачка, падобе између и л и с е и објектива даље да премашењем његове светлости објектив да, према досадашњој стварној слици увећану. То је слика, као што знамо, још и изврнута, али то ниш та не смета микроскопском посматрању. На другом је крају очни окулар који се сада мора тако намаштити, да она стварна слика коју је дао објектив, падне између окулара и њихове жиже (F). Другим речима окулар овде игра исту улогу, коју и свака лупа. Он ће дати од стварне слике, сад увећану и увећану слику а то је она слика, која се микроскопом посматра. Као што се види, овакном комбинацијом сочива код сложеног микроскопа, предмет се у два маха увеличава: Први пут објектив даје увеличану слику, а други пут опет окулар као лупа увеличава ту већ увеличану слику.

Један исти микроскоп може различито увеличавати предмете зависно од објектива и од окулара. Ако узмемо један известан окулар па као објектив (који увек може бити мањи од окулара) узмемо само једно сочиво, добићемо неко извесно увеличавање. Ако место објектива са једним сочивом ми темо друго са два или три, добићемо истим окуларом веће увеличање. Исто тако ако задржимо објектив, па узмемо јаче окуларе, добићемо и јаче увеличане и т.д. Према томе сваки микроскоп има два или три објектива, али толико исто и окулара, те се на једном и истом микроскопу могу по потреби правити разне комбинације у увеличању. Целокупно увеличање једне такве комбинације дознаћемо кад будемо знали, колико је увеличане објектива, а колико окулара за се, па та два увеличања помножимо. Ако окулар увећава на пр. 20 пута, а објектив 5 пута, целокупно је увеличање онда 20.5=100 пута. И овде се разуме увеличање линиско а не површиско. Добрим микроскопима може се постићи у средњу руку увеличање од 2000 пута у пречнику или од 4000000 пута по површини. Међутим и ако се с једним микроскопом може постићи то лико увеличане, ипак се оно употребљава само у ретким приликама. Најбоби

чиња се увеличавају преко између 500-1000 пута у пречнику јер што је увеличање веће, у толико је и посматрање теже: слика је врло слабо осветљена стрели се утисци врло јако осећају. те се зато тако јаким увеличањем могу служити само врло извежбани микроскописти.

в.) С у н ч а н и м и к р о с к о п. Микроскопи о којима смо до сада говорили, обично су тако направљени, да само један посматрач може посматрати, ако више хтели да увеличану слику једнога микроскопа види читав један скуп људи, онда се служимо т.зв. с у н ч а н и м м и к р о с к о п о м. Он је утврђен за какав сунцу окренут прозор, тако да му равно огледало М. стане на поље а све остало унутра, у замрачној соби. Сунчеви зраци S падајући на равно огледало одбијају се најпре кроз сочиво ℓ па онда кроз сочиво O, те се скупе у ниску тога сочива у т. где се налази онај предмет, који хоћемо да увеличамо, тим скупљеним зрацима, тај се предмет јако осветли. Светлост пролазећи кроз предмет, пада на систем од два или три сабирна сочива која дају врло јако увеличану и извртуту слику предмета на 2 3 4 или више метара удаљеном белом завесу или платну. На тај начин, ту слику виде сви они, који се нађу у тој иначе замраченој соби.



г.) Ф о т о е л е к т р и ч н и м и к р о с к о п. Пошто се у свим ма приликама не може рачунати на сунчеве зраке, народито не увече, то су направљене справе, код којих се место сунчеве светлости употреби или јака Д р и м о н д о в а или још јача електрична светлост. Саставни део микроскопа остаје готово исти, само је промењен онај део, који има сада ову светлост да пошље у микроскоп. Микроскоп са електричном светлошћу зове се фотоелектрични микроскоп.

Увеличавање појединих предмета сунчаним или фотоелектричним микроскопом врло је занимљиво, јер се читавом једном скупу људи могу показати веома јако увеличани ситни предмети. Једно влакно из косе, увеличано таким микроскопом скоро је као [illegible] а изгледа као каква овца и

т.д. Нзанимљив је гледати крвоток пузаваца, који се увећан на платну појави у облику читаве једне осветљене географске карте, по којој врло брзо теку реке и речице. У колико су експерименти са сунчаним или фотоелектричним микроскопом занимљиви за веће скупове, у толико су посматрања обичним микроскопом важнија са научног гледишта, јер се помоћу њега ушло у траг многим животињицама, за које се сада зна, да су извор многим заразним болестима.

2. Справе за примицање предмета.

Микроскопом смо успели да разгледамо бескрајно ситне предмете; он износи пред наше очи хиљаде разних појединости, за које иначе не бисмо никада знали ни помислити, и ако су ту око нас, у непосредној близини нашој. Што смо микроскопом постигли за предмете нама блиске или веома ситне, то се постиже справама за примицање предмета, у које спадају дурбини и телескопи за предмете истина огромне по величини али и бескрајно далеке. Резултат је за наше голе очи један и исти, јер се ни ови предмети и ако су велики, исто тако не виде, као ни они предмети, и ако су веома велики, исто тако не виде, као ни они први и ако су блиски. И као год што нам је микроскоп нове животе открио, тако нам је дурбин и телескоп показао нове дотле непознате светове.

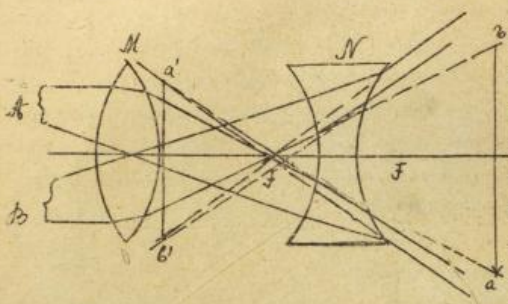
Док микроскоп значи справу за гледање ситних предмета, дотле дурбин и телескоп значи справе за гледање далеких и великих предмета. Према теме по етимологији само речи, телескоп значи сваку справу, која нам на који начин помаже да видимо удаљене предмете. Међутим у пракси се држи разлика између дурбина и телескопа, и ако и један и други престављају справе са истим задатком: Да предмет што је могуће више примакну нашем оку. Та разлика долази од њиховог унутрашњег састава. Дурбинима у опште називају се оне справе за далеко гледање, код којих главне слике да ју с о ч и в а, далеке код њих слике постају преламањем светлости; они се због тога тога зову још р е ф р а к т о р и м а. И дурбини а по и телескопи не увећавају слике онако, како што их доводе ближе к нама, те их гледамо под већим углом.-

Д у р б и н и.-

Дурбина има разних врста према томе, за коју се сврху који од њих употребљава; али ми ћемо само помонути неколико, како бисмо се могли

упознати са главним конструкцијама, које владају у свима тим дурбинима

а) Г а л и ј о в (холдски) дурбин или обичан (позоришни) дотледа Још крајем 1608. год направио је сам Галилеј један дурбин, и њиме одмах открио Јупитерове пратиоце, пронашао пеге на сунцу, брегове на месецу и д. Та врста дурбина и данас је позната под именом Галилејова или холдска дурбина. То су нашли обични позоришни догледи, само је у оно доба прављена једна цев за посматрање једним оком. У Галилеову дурбину има само два сочива. Једно двогубе пупчасто, на које падају зраци, који долазе од предмета, то је објектив, а друго је издубене и до њега је око, то је окулар. На прво сочиво O M падају зраци са далеког предмета AB. Ти зраци

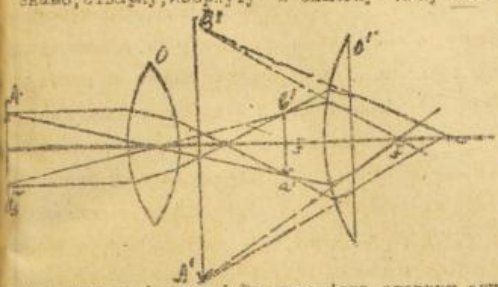


пролазе кроз сочива тако, да би дали у ab смањену и пренврнуту слику тога предмета. Али пре него што се ти зраци пресеку да дају отварну слику ab намести се двогубо издубено сочиво и поквари отварну слику. Око, које сад долази иза њега продужи растурене зраке истим правцем и види од предмета у о б р а ж е н у у с п р а в н у и у в е ћ а н у с л и к у a'b'. Таква конструкција и тако постају слике код Галилеова дурбина.

Позоришне дурбине праве се сједињењем два Галилеова дурбина, који дају слику у оба ока, што увећава јасност и даје рељеф.

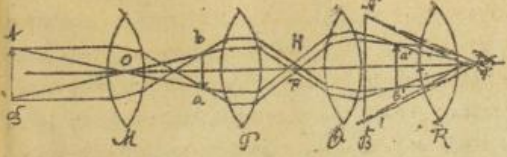
б) А с т р о н о м с к и д у р б и н. - Он је одређен за гледање и посматрање звезда, као и осталих небеских тела и појава. Прави се само са два сабирна сочива, која дају изврнуту слику. Али како та изврнута слика нам у колико не смета астрономским посматрањима, то се она тако изврнута и оставља, јер се тиме конструкција самог дурбина знатно упрошћава. Конструктивни распоред таквог једног астрономског дурбина види се на приложеној слици. На једном крају веће или мање цеви утврди се сабирно сочиво O - објектив. Зраци, који паралелно падају на такво сочиво или са ко-

га небеског тела, скупљају се у жижи F тога сочива, и ту дају, као што знамо, стварну, изврнуту и смањену слику ab. У другој ужој цеви, која улази у прву ширу цев, утврђено је једно сабирно сочиво O, кроз које се посматра мало час поменута смањена слика, која је у исто време и изврнута, $a'b'$ ово је друго сочиво је окулар. Овај окулар игра улогу обичне лупе, т.ј. следећи кроз њега стварну слику ab добија се од њега уведена и увећана слика $A''B''$ то је она слика, која се дурбином види. По себи се разуме, да само треба окулар тако у цеви наместити, да стварна слика ab буде између окулара и његове жиже. Како објектив тако исто и окулар састављени су обично из два сочива, како ради сферичне тако и ради ахроматизма и других важних особина сложених сочива.



Сваки астрономски дурбин, као и сложени микроскоп, може јако увећавати посматране предмете, само та увећања нису иста код дурбина као код микроскопа. Дурбин има увек само један објектив а има или три увећавајућа окулара. Код микроскопа видели смо да има и више објектива и више окулара, те зато су и комбинације при увећавању многобројније.

в.) З е м а љ с к и д у р б и н. - То је дурбин, који се употребљава за гледање далеких предмета на земаљској површини. Он даје слику пр. пут. ј. онаку исту, какву је и у природи. У томе се разликују од астрономског дурбина. То се постиже између два сабирна сочива намештена између објектива и окулара. Ако је предмет AB на великој даљини, не у бесконачности, његова ће се слика начинити изврнута и смањена, у ab као жижна објектива M. Ако је друго сочиво P намештено на таквој даљини од објек



тива, да се његова жижа поклапа са ликом ab онда светли зраци, који пола-
зе из b пошто прођу кроз сочиво P узму правац паралелан споредној осе
bO. Тако исто и зраци што излазе из a предмиће се паралелно осе-
вини aO. Пошто се ова два снопа зракова укрсте у H пролазе кроз треће
сочиво Q чија се жижа поклапа с том тачком H. Први сноп после пре-
мака сећи ће се у тачки b' а други a'; у $a'b'$ добиће се слика предме-
та AB неизврнута. Ова се слика сматра онако исто као и код астроном-
ског дурбина са једним сабирним сочивом-окуларом R који је тако намеш-
тенда се влада као лупа.

Слика $A'B'$ коју видимо овим дурбином, биће увећана, изврнута
и већа од $a'b'$.-

Цев, која носи окулар, као код сложеног микроскопа, тако и код
свих дурбина, покретна је и може се кретати непосредно и руком (код про-
стијих справа) или нарочитим завртњима. Сваки посматрач премешта окулар час
у једну час на другу страну, док не угледа слику са свим јасну и оштир-
ну. Где ће се он са окуларом зауставити зависи како од посматрачевих
очију, тако и од даљине посматраних предмета, као и од употребљеног увели-
чавања.

Каквоћа једног дурбина, као и мој његова увеличања зависи у
главном од објектива. Најважнија је ствар, да стакло, од кога се објектив
реже, буде што је могуће чистије, да у њему не заостану мали мехурићи или
као нека влакна. Резање и глађење окулара је од мање важности, јер од њи-
хове савршености зависи бистрина оне стварне слике, коју објектив даје, а
која се затим посматра окуларом. Све је то врло тешко постићи, нарочито
код великих дурбина, па зато су такве справе, кад се добро израде, врло ску-
пе.-Од двоје пак дурбина једнако добро израђена, онај ће давати већа увели-
чања, код кога је објектив већи. Јасност оне увећане слике, коју гледамо
кроз окулар, зависи на првоме месту од јасности стварне слике, коју даје
објектив; па даље од боја оних зракова, који кроз објектив пролазе, те ту
слику дају. Лако је могуће појмити, да ће тих зракова бити у толико више
у колико је објектив већи. Према томе онај ће дурбин допустити веће увели-
чање чији је објектив већи. Али ма како велики био дурбин, опет он има из-
весне границе у увеличању, која се може прећи, и која зависи не само од

ичине, већ и од потпуности израде објектива. Ако се узме да је објектив
ког дурбина сасвим добро израђен, онда се приближно може наћи његова
а увеличања, кад се прочник његова објектива, изражен сантиметрима, помно
жи са 20 (Највеће је увеличање, да сад постигнуто са окуларевим прочни-
ма см. од 1800-2000 пута или у новијим приликама посматрани и до 3000
пута).

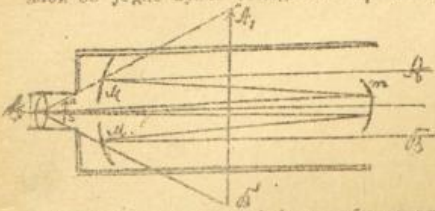
За сва тачна астрономска посматрања, као и за сва мерења, додаје
се дурбинима (и то код њихових окулара) нарочите справе. Чему њима је
најважнији М и к р о м е т а р непремештени танким концима од паучине, т.
з. к о н ч а н и ц а м а, на које пада слика звезде и планете, која се посма-
тра, и помоћу којих се мери или делови две близке звезде или пак величи-
на саме планете, или величина небеских појединости на њиховим површинама
и т.д. Ти укрштени конци од паучине служе, да се положај појединих тачака
на каквом близком телу утврди, и да се по променама тих положаја одреди кре-
тање или тих тачака или целих тела, као и брзина њиховог кретања.

Да ли ће се код једног дурбина моћи употребити веће или мање
увеличање, зависи поглавито од отвора, у коме се налазе налазе. Светлост до-
лази са небеског тела, пре но што уђе у дурбин, пролази кроз слојеви ваз-
духа сасвим разно загрејани. Услед тога, као што смо раније рекли видели
ваздух струји у разним правцима и врло подрхтава, тако да се може казати
као да трепти. То треперење ваздуха јако утиче на оштрину слике, јер и она
иде у слично треперење а слика, коју ти зраци у дурбину дају, врло је не-
згодна и н т р а п р е д о ч и м а. То нарочито слике је тим веће, што
је увеличање веће. С тога се ретко кад могу код дурбина употребити
највећа увеличања. Обично се посматра са много мањим увеличањем, јер су
тада слике оштрије и мирније, те се и многе појединости боље виде.

Б.) Т е л е с к о п. - Као што смо раније напоменули, место очи-
ног може се употребити као објектив и шупље огледало, које ће дати слику
за посматрање. Тако је постала друга група справа за гледање, тј. прибора
за небеских предмета које се зову т е л е с к о п и. Сем тога, док се код дур-
бина посматра правцем његове дужине, дотле код телескопа може се или та-
ко исто посматрати, или спреда па и са стране, према начину како се он
и направи. Према томе имамо и три разне конструкције, три врсте телескопа.

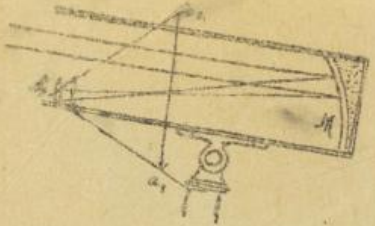
а - Г р е г о р о в т е л е с к о п. На дну једне широке цеви на-

нави се једно вупно огледало M и,које у средини пробушено. Зраци A_1B долазе са неког небеског тела па паралелно одбијају се од тога огледала на нама познат начин, те пре него што ће се састати, да дају стварну слику, падају на друго вупно огледало m у средини цеви



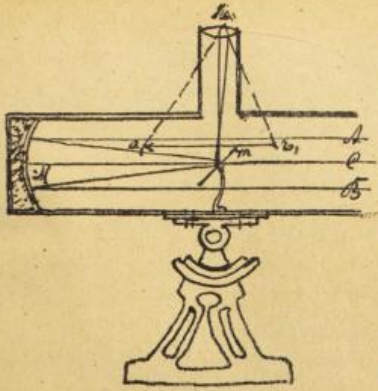
од кога се одбијају и дају стварну смањену слику ab пролазећи кроз отвор у великом огледалу. Та стварна слика посматра се окуларом, као код дурбина, даје уобразиљу много већу слику A_1B_1. Велики је недостатак код Грегоровог телескопа, што морамо на пут светлим зрацима да постављамо огледало m и то баш испред самога центра вељега огледала, којем би слика била најоштрија и најсимпатичнија. Отуда је посматрање слике доста непријатно и нејасно.

б.-Хершелов телескоп.-Са ним само једно издубљено огледало M и окулар O. Те је огледало нагнуто према оптичкој осовини телескопа тако, да се к слици посматране звезде добије ab са стране телескопа a код окулара O, који је као и код Грегорова телескопа увећава у a_1b_1. Код овога телескопа зраци пошто претрпе једно одбијање, губе много мање светлости па у пређем случају, те је слика много јаснија него код Грегорова телескопа. Али и овде има једно недостатак, што се слика мора посматрати спреда а окрећући леђа предмету, због чега се мора главом посматрачевом заклонити



један део отвора цеви, и спречити велики део светлости, да улази у њу, и да је са осталим зрацима много јаснију слику.

в.-Бутнов телескоп.-Код њега се слика посматра са стране. Појединости његове виде се на придатој слици. Зраци A,B,C са огледала M, које није пробушено падају на једно равно огледало m нагнуто под углом од 45^0-или што је чешћи случај, на правоугли призму, па се одбију у страну и дају слику ab. Та се слика онда посматра са стране, ближе или



Даље од самог краја цеви, обичним окуларом увећање неће бити као у првом и другом случају. И овде се јавља готово иста невгода, која је била и код Грегорова телескопа. До скора су сва огледала за телескопе прављена од метала; али су та огледала имала многих невгода у себи: поред те велике мањине, кад су мало већа, она услед мушичне брзо потамне на ваздуху те се морају поново гладити. То поновно глађење је врло деликатан посао, јер се ниже огледало врло лако може покварити. Данас се огледала за телескопе праве од стакла, код којих се само посребри она површина, која треба да одбија светлост. Кад се та сребрна навлака исквари, она се може врло лако заменити новом и да се при том ни у колико не промени кривина огледала.

Упоређење дурбина и телескопа.- Како код дурбина тако и код телескопа окуларни је део један исти; они се разликују само по објективу. Имамо прилике у којима су се телескопи показали бољи од дурбина, као што је и обратно.- Дурбини имају ту добру страну, што се њима лакше рукује и што се њихови објективи, једном добро израђени, но мењају лако. Поред тога, упоређени са телескопима истога пречника, дурбини дају много бољу слику. С друге стране дурбини се теже израђују, те су зато и знатно скупљи. Прва је тешкоћа што се не могу добити велики комади стакла са свим чистим без мана, а то је био главни терет што се врло дуго није правио велики дурбини. Пошто је објектив сваког дурбина састављен из два разна сочива, то треба за сваки објектив израдити и углачати површине, док на против огледало телескопско има само једну углачану страну-површину.

У овом је случају предност телескопа. Али огледало телескопско врло много уноси светлост, која на њега пада, ~~врло много уноси светлост, која на њега пада~~, а поред тога је и врло тешко, те

је руковање целом справом неугодно, особито кад је она велика. Под утицајем ваздуха, нарочито влаге, углављене површине метала [illegible] брже потамне и сваким се њиховим глављењем делази у опасност, да се кривина површине поквари. Истина је, да се тој невгоди доскочила стаклоним огледалима, као што смо напред видели, али ни једна ствар, која одређује у дурбини а [illegible], а у којим телескоп. Због тога, што се велика огледала лако праве но сочива, у телескопу се може добити светлија слика него ли у дурбину, али та слика ма колико светла била, није свагда оштра и тачно ограничена, као код дурбина. За то се телескоп не може употребити онде, где се тражи велика тачност, било у положају саме слике или у њеним појединостима.

Према тоне данас се може рећи одређено шта је и телескопа и дурбина. Телескопи су згоднији и бољи за тела, која су слабе светлости, али која нису оштро ограничена (као комете и небеске магле) Због тога су за таква посматрања телескопи претежнији од дурбина. На против за посматрање звезда и планета, где је потребно да се појединости тачно виде, згодни су дурбини и они више увеличавају (јер телескопи могу да увеличавају до 3000 па чак и до 4000 пута) јер су им слике оштрије, па се и боље могу распознају.

Интерференција светлости.-

Свако зна за светлошћу, у погледу геометриске природе њене, да светли зраци полазе са најмање два светла извора, онда услед узајамног дејства њиховог и одбијања под извесним углом, укрштавају се међу собом -интерферишу, као што је то било случај и са таласима, слабећи се при том и узајамно појачавајући, дају највише час [illegible] час [illegible] осветљења. Исти ови резултати посматрања и дискусије, де којих смо досад приликом говора о интерференцији таласа, вреди поменути и овде. Тамо смо нашли, да су кретање два таласа била представљена обрасцима

$y_1 = a_1 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$, $y_2 = a_2 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x+\delta}{\lambda}\right)$ а њихово резултујуће кретање обрасцем: $y = y_1 + y_2 = A \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x+\delta_1}{\lambda}\right)$ који казује да је тај резултат опет таласасто кретање. Да ли ће y имати вредности нулу, максимум или минимум, дакле, да ли ће бити овако или онако кретање таласа, зависи једино од резултујуће амплитуде тога кретања A за које смо нашли да је: $A = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda}}$.

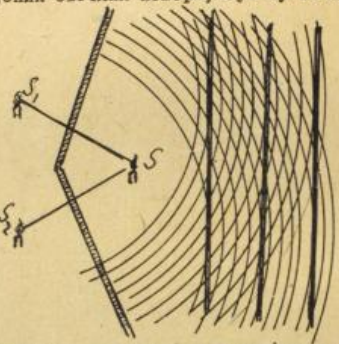
Какво ће бити A, позитивно или негативно уображено зависи само од фазне диференције δ која може имати разне вредности. Вредност, пак $a_1 + a_2$ су сталне, непроменљиве (боја светлости), као што су такве и вредности π и λ. Ако буде на пр. $\delta = \lambda$ (што ће бити, кад светли зраци пођу са два светла извора у исто време и истим таласним дужинама) добићемо заменом: $A = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2}$ (јер је $2\pi \cdot \frac{\lambda}{\lambda} = \cos 360^\circ = 1$) одакле је $A = a_1 + a_2$. ово ће исто бити и кад је $\delta = 2\lambda \left(\frac{4\lambda}{2}\right), 3\lambda = \left(\frac{6\lambda}{2}\right), 4\lambda \left(\frac{8\lambda}{2}\right)$ у опште $\delta =$ парним броју полуталаса $2n \cdot \frac{\lambda}{2}$. Ако узмемо, да је и $a_1 = a_2$ онда је $A = 2a_1$ у овом случају резултујућа амплитуда равна збиру компонујућих, ту она достиже своју максималну вредност.

Ако је $\delta = \frac{1}{2}$ наћићемо заменом: $A = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 - 2a_1 a_2}$ (јер је $\cos \pi = \cos 180^\circ = 1$) или одавде: $A = a_1 - a_2$ Сматрајући исто и у првом случају да је $a_1 = a_2 = a$ наћићемо да је $A = 0$ ово је нама минимална вредност. Ту се светли зраци укрштавајући се, гасе; то исто ће ступити и кад буде $\delta = \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}, \frac{7\lambda}{2}$ и т.д. у опште $\delta =$ непарном броју полуталаса

Ово укрштање светлих таласних зракова, са равном фазном диференцијом познато је, као што сте видели и као што рекосмо, под именом и н т е р ф е р е н ц и ј е с в е т л о с т и. Осветљење ће наступити максимално јаче, ако је фазна диференција равна парном броју, таласа $2n \cdot \frac{\lambda}{2}$ а сасвим ће се угасити, тј. светлости на месту укрштања нестати, ако δ буде равно непарном броју полуталаса $(2n+1) \cdot \frac{\lambda}{2}$. Све ово што вреди за интерферисање два светла зрака или светлосна таласа, вреди и за 4, 6, 8, 10. . . За читав низ виших; у теме ћемо случају добити и читав низ наизменце поређаних максимума и минимума са благим прелазима једних у друге.

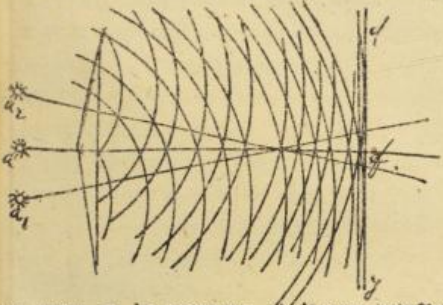
Ну ово је само теориско тумачење интерференције светлости. Питање је сад: Како ћемо експериментом изазвати и досадања своја посматрања доказати? Требало би узети две свеће, или у опште два светла извора, па њима осветлити једно тело, и онда гледати шта ће бити и т.д. Али пошто је овде међу осталима и тај услов, да оба извора простиру од себе светлост са истом таласном дужином, то се не може и не сме тако радити, јер није могуће наћи и створити таква два светла извора. Ну и овде су се научари довикли, доскочили тој немогућности тиме, што су од једног извора направили на основу досадањем, два, која, разуме се, дају светлост са једнаким тала-

ским дужинама. То је први покушао, а тај свој покушај и у практику увео *Fresnel*. Он је узео два огледала од црнога стакла (или метала)-црна с тога да не би на њих пала светлост упазила у саму материју, већ да би се одмах с прве површине одбила, положио их је, једно према другом под врло великим углом, ставио испред њих на извесном остојању, један светао извор S. Овај ће се сада огледати и у једном и у другом огледалу и дати у њима по познатом правилу своје слике (разуме се уобразиље) S_1 и S_2. По законима одбијања, та ће се светлост на тај начин одбити тако, као да одбијени светли зраци полазе са слика S_1 и S_2 као и са засебних одвојених светлих извора, који су истог интензитета и са светлошћу истих таласних дужина. Овим се дакле постигло оно, што је се желеле, или што је управо било потребно. Зраци, који су се одбили на показани начин приближују се један другом док се на извесном месту и непомешају-неукрсте-не интерферишу дакле. Ако се сад на то место стави заклон, видећемо јасно, да сва места, на која пада та неукрштена светлост, нису подједнако осветљена, већ да су нека најмање потпуно мрачна а друга, такође најмање, јако осветљена са поступним, наизменичним а при том благим прелазима из једне светлости у другу. Прва су места поменути већ *minimum* и неосветљена, а друга *maximum* и осветљена. Мрак или угашена светлост је онде, где је по прејашњим $\delta = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}$, и т.д. а појачана светлост онде, где је $\delta = \frac{2\lambda}{2}, \frac{4\lambda}{2}, \frac{6\lambda}{2}$ и т.д. Они пак поступни прелази између све јачег и све слабијег осветљења показују варирање и преовлађивање једнога и другог између $\frac{2\lambda}{2}$ и $\frac{\lambda}{2}$, $\frac{4\lambda}{2}$ и $\frac{3\lambda}{2}$. Ако заклон полако одичемо или примичемо, и места *minimuma* и *maximuma* полако ће се мењати примичући се један другом или удаљујући се један од другог. Везујући при том одговарајућа места *minimuma* или *maximuma* добијемо врло много кривих линија, које све припадају реду хиперболе са жижама својим у S_1 и S_2. Све се оне могу лако да израче помоћу чега се лако могу лако наћи и заклони, који карактеришу те хиперболе, као и према те-



ме, закони за [illegible]

За изазивање интерференција служи осим овога Fresnel-ова [illegible] и тз. бипризма. То је једна призма састављена из двеју. Обично се прави кад се једна веома тупоугла призма пресече на двоје, па се те половине приљепе једна уз другу. Светло извор шаље зраке на бипризму, који се



кледани у правцима тако преламају, као да полазе од два светла извора a_1 и a_2. После тога преламања имаћемо, као и у првом случају два скупа светлих зракова, који се на извесном одстојању, гдеје наметнут закон, укрштају међу собом, дајући извесне максимуме и минимуме. Из слике се види да ће максимум појачане светлости бити онде, где се укрштају, интерферишу брегови са бреговима таласа а минимум тј. где светлост изчезава гаси се онде где се укрштају, интерферишу брегови са долинама таласа. Појачање светлости биће у тачкама f, c, h, а гашење њено у тачкама d, g

Исти резултат интерференције светлости можемо постићи и бисочивом, тј. једним сочивом, састављеним из две полутине других двају или само једног и истог сочива:

Сви ови случајеви интерференције јасни су и главни докази да светлост није материја, већ извесно таласање тј. таласно трансверзално кретање као што је у почетку дефинисање да је светлост материја, неби било онога губља, уништавања њена, јер се материја не да и никако немоће уништити она се може само претворити из једнога у други облик. За таласање пак видели смо, кад је било говора о таласању уопште, да се могу интерференцијом уништити или појачати међу собом, те помоћу саме те чињенице не само доказујемо да је светлост таласно кретање, већ и тумачимо, објашњујемо саму ту појаву светлости.

И н т е р ф е р е н ц и ј а м о н о х р о м а т и ч н о г б е л е с в е т л о с т и .- До сада смо говорили о интерференцији светлости у опште, не водећи при том рачуна, о каквом светлошћу имамо посла. Ну ваља и овде, као што смо то и до сада чинили правити разлику између интерференције, која монохроматичне, просте

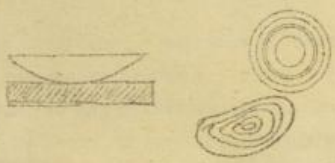
светлости, и интерференције је беле светлости. Ако посматрамо интерференцију само за пр. жуте светлости, наћићемо као најзначајније промене поменутих максимума и минимума за жуту и црну боју. При томе ове поједине просто обојене светлости не дају подједнако широке максимуме и минимуме, црвена их даје најшире, љубичаста најуже а остале боје варирају, по реду којим иду у спектру, између црвених и љубичастих. Та неједнака величина и ширина максимума и минимума, са и њиховим наизменичним одстојањима и прелази долази до неједнакости самих испитиваних дужина. Како су ове највеће за црвену а најмање за љубичасту светлост, то је и разумљиво зашто су максимуми и минимуми најшири за прву а најужи за другу обојену светлост. – Према томе ако сада поставимо и посматрамо интерференцију беле светлости сунчеве наћићемо испочетка само са наизменичним светлим, обојеним или тамним пругама тачнија или пругама интерферисане светлости, али пругама различито обојеним. Максимум интерференције што је у самом центру тамном, где се све готово боје посматрају међу собом, бео је и означен само мало црвеном бојом. У осталим максимумима број боја постепено повећава, тако да се при крају готово у једном од њих, а после и у свим осталим јављају све спектралне боје – који је случај познат под именом интерференција спектра. На тај начин налазимо један читав низ мање више размишљених спектара, који се постепено услед непрестаног слабљења саме светлости сасвим из ока изгубе.

Појава интерференције светлости.

Са интерференцијом светлости срећемо се готово на сваком кораку у свакодневном животу. Према томе сама та појава није тако ретка као што би се на основу досадашњег на први поглед мислило. Кад напрсне на пр. какво подебело стакло, онда се, кад се добро загледа, у тој пукотини јављају преливи од основних дугиних саставних боја који су постали интерференцијом светлости у овом танком слоју ваздуха. Тако исто бива и код мехура од сапунице [illegible] су интерферисале са њих одбијене светлости. Да се [illegible] где одсјаривање дугиних боја јави треба да буде дебљина мехура чак око $\frac{1}{10.000}$ mm. У колико је он тањи у толико ће одбијање и преламање бити јаче и обрнуто. Интерференција, управо преливање боја, виђа се врло често на површинама устојаних вода, нарочито у барама што бива услед оне танке скрамице масти која се обично хвата на површини таквих вода. Њу можемо изазвати и кад канемо коју кап терпентина или какве масти у воду, који се одмах по њеној површини рашири у врло танак слој и изазива ти-

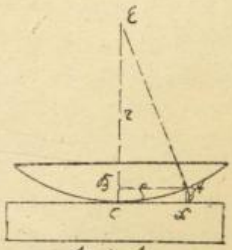
терференцију светлости.

Све ово боје на овај начин добивене, који су ова разна преклапања таласа наимају се општим именом боја танких листића. Где су сва провидна тела чврста, течна и гасовита, доведена у ниочице, листиће довољно и врло танке посматрање, као што видимо услед интерференције, обојаних доста живим дугиним бојама. Кристали на пр. који се могу цепати у танке листиће као лискун, пиос и др. производе ове најлепше то исто бива и са стакленом, кад се издува у врло малу лопту. Чашца уља брзо разастрта по површини воденој, пружиће масе воденог, протежавши све нијансе скентра у једном истом поретку у т.д. У исту групу боја спада, тј. боја танких листића, боје протеноваи њихове величине, приказано је оне боје, помоћу ваздушног слоја, заморном између стаклених плоча, од њих је једна равна а друга испупчена-сочиво је равно испупчено. Ако се ко обе површине добро изгрибу и наместо близу једног пункта скентра, сакупиће се у самој тачки додира једна танка мрља, која, окружена са оне стране, до неке извесне дужине, једним бојадисаним протеновима; интензитет постепено опада. Од положаја самога сочива зависи и облик ових протеновa; нагињући положај сочив добивено разноврсне облике, узак концентрични протенови. Ако имамо посла са монохроматичном светлошћу на пр. са црвеном бојом, ти ће се протенови, као напред *такође и остали* појављивати црвени и тамни (прамчиће ће протени бити у толико мањи, у колико се дотична боја више преламa. Ако ли на сочиво пустимо белу светлост, протенови ће изгледати бојадисани разним бојама скентра, чему је узрок тај што протенови просих боја имају разне пречнике и што се преклапају, долазе, попадају више или мање у скентране боје.



Ове бојаме Њутонових протенова долазе услед интерференције светлости, о којој смо до сада говорили. Она се јавља при сусрету таласа, од бијених с прве површине. Израчунавајући дебљину слоја ваздушног, кога узме заостале између сочива, и ове стаклене плоче, Њутн је нашао, да ако је полупречник тамне пруге, светли протенови јављају се и редају један пред другог на одстојању r_1, r_3, r_5, r_7 . . . а тамни на одстојању r_0, r_2, r_4, r_6 . Протенови пак и тамни и светли долазиће је

дан за другим на растојању $\sqrt{0}, \sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}$ То је закон простирања Њутнових прстенова. Дебљина ваздушног слоја на појединим местима лако ће израчунати на овај начин. ако са ϱ означимо полупречник једног светлог или тамног прстена, и са δ дебљину ваздушног слоја, који се може сматрати као један листић имаћемо из правоуглог троугла ABC: $AB^2 = BC^2 + AC^2$ или $AB = CE - BC = 2 - \delta$ заменом добијамо $r^2 = \varrho^2 + r^2 - 4r\delta + 2\delta^2$

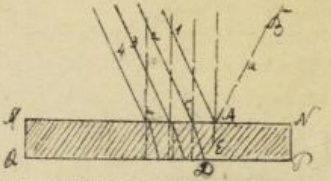


$$2r\delta = \varrho^2 + \delta^2$$

$$\delta = \frac{\varrho^2 + \delta^2}{2r} = \frac{\varrho^2}{2r} + \frac{\delta^2}{2r}$$

пошто је количина δ врло мале вредности (често по $\frac{1}{10}$ и $\frac{1}{1000}$мм) а r према њој доста велико, то се члан $\frac{\delta^2}{2r}$ може, без бог зна какве разлике-грешке својим занемарити, у ком би случају имали да је само $\delta = \frac{\varrho^2}{2r}$ Како ϱ и r можемо врло тако да одредимо то нам и врло лако изнаћи дебљину ваздушног слоја на појединим местима.

Да бисмо протумачили шта смо посматрали, да је један врло мали део бегов ($\frac{1}{100}$ мм), мада је цео слој усамој ствари клинастог изгледа, састављен из једне плоче са правилним зидовима (као мехур сапуњавице), И ова шта ће бити на једном таквом: На површину MN пада сноп зракова



под извесним углом, који ће се одбити по закону одбијања. Таза првог зрака код A биће: $y_1 = a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ а код B пређе дужину x где је наше око: $y_2 = a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x+x_1}{\lambda}\right)$ и зрак 2 пада на MN где се један бегов део одбија а други прелама а с доње површине CP одбија тако, да се поклапа са првим одбијеним зраком AB а заједно с њим долази у наше око. Образац ће се за бега важити онај исти, само што се овде мора водити рачуна и о губитцима у интензитету, које он на свом путу претрпи. Сем тога док он дође до површине MN пређе за дужи-

му AE краћи пут од првог зрака а док иза је на средини у ком случају мо-
гло 1 доћи $1\frac{1}{2}$ тј. друга таласна дужина и стигне до неког ока учини
за $2CE$ дуги пут од него, што се такође мора узети у рачун. Према томе
ако је губитак интензитета при преласку $\frac{1}{2}$ при одбијању с доње по-
вршине $AP-S$ а при повратном изласку на средини (који другом преласку
и одбијању на ову и ону путну разлику AE и $2CE$ то чемо за зрак добити

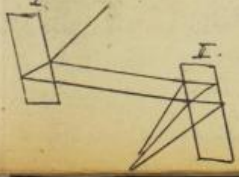
$$y_2 = a\sin\omega t\left(\frac{1}{2}-\frac{s-\frac{\lambda}{2}}{\lambda}+\frac{2CE}{\lambda}-\frac{1}{2}\right)$$

Тако исто бива и са трећим зраком, чији се један део, који се
је пресом с тек после неколико одбијања појавља, као други излази из
средине са првим зраком, те с њим и другим долази у наше око. И за њега
морамо водити рачуна о губитцима интензитета, којих овде има више као и
путних разлика (где место $2CE$ треба узети $4CE$) и т.д. Замишљи тако
једначине $y_1, y_2, y_3 \dots y_n$ ако их све саберемо, добићемо једну резул-
тујућу једначину облика: $y = y_1 + y_2 + y_3 \dots y_n = \Sigma(y)$

$$= A\sin\omega t\left(\frac{t}{T}-\frac{s-\delta}{\lambda}\right)$$

Ето како постаје интерференција светлости код танких листића
Ако се тиче међусобних дебљина протенова, и оне тако исто, као и дебљине
[illegible] зависи на првом месту од таласних дужина. Кад је
таласна дужина OA јавиће се први кречни протен; кад је она $\frac{1}{2}$ јавиће се
први светао протен, на таласној дужини $\frac{2A}{3}$ јавиће се други кречни, а на $\frac{1}{3}$
друга светао протен итд.

Реорактометар.- У вези са овом интерференцијом код таквих листи-
ћа јесте и интерференција, коју можемо лако извабати и код дебелих листо-
ва и плоча. Треба само извазвати путну разлику (стварну диференцију δ) међу
два светла зрака, па је тим изазвати и интерференција њихова, јер дебели
листови нису ништа друго до скуп, безброј танких листића. На овом је осно-
ван тзв. реорактометар од Јамена, та справица састављена је из две при-
ближно паралене полче дебеле.



На I пада један светао зрак, где се један ње-
гов део с прве површине одбија а други тек
пошто се преломи с друге површине. Та два зра-
ка падају на плочу II где се с њима деша
исто оно што и са оним првим

зрака. Не тај начин назвата је она за интерференцију потребне ф а з н а
д и ф е р е н ц и ј а. Где се сви зраци преломљени и одбијени с друге
плоче састану ту ће (на позват већ начин, интерферисати, дајући извесне
[illegible] и [illegible]

Ово је корисно употребљено за одређивање таласних дужина код
чврстих, течних и гасовитих тела. Ако на пут горњим, с прве плоче одбије-
ном зрацима, метемо какво тело, ти ће зраци пасти на плочу II. и укрести ће
се после одбијања пак пошто се промене кроз то тело. Тиме ће се, разуме
се промениути и место интерференције и таласна дужина тих зракова. Према
тој већој или мањој промени суди се о већој или мањој телесној дужини
претрпана посматраног тела. -На овај начин се испитују и још многе дру-
ге молекулајне појаве и њихови међусобни односаји.

С а в ј а њ е и л и д и ф р а к ц и ј а с в е т л о с т и

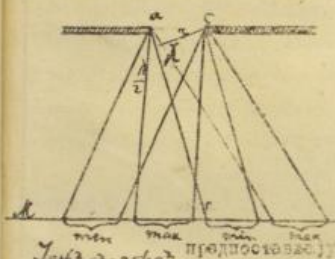
Разноврсни појави савијања могу се на сличан начин објаснити,
као и интерференција, а и с помоћу ње саме. Савијање, се појављује, ако
светлост долази из малених отвора, па прелази уз ивицу каквог непрозир-
ног тела а потпуније и дубље у сенца уске ивице. Појаве савијања надаље
имамо и ако каква светлост пролази уским рупом у непрозирном затвору
или целим низом таквих рупа. Ако се кроз њих гледа на плавом какво ме-
тално свеће, видеће се с обе њене стране читав низ обојених слика или
њихових или само низ других боја. Ако се уском пукотином посматра бела
светлост, онда се појављује више спектра са белим или тамним, налик на
оне, што их призма преламања стварају. Овакве спектре и обојена пруга-
ња видимо и кроз трепавице, кроз чије на перју, кроз запрљане или орошене (замагљене) стаклене плоче и т.д. Ако их посматрамо кроз једну рупу или уску пукотину.

Цела ова појава може се објаснити теоријом таласа светлости уз-
имајући при том у помоћ Хајгенс — ов принцип о таласању. Сва-
ку тачку у једној таласастој површини можемо сматрати као средиште е л
е м е н т а р н и х т а л а с а, који се одатле на све стране простиру. Сваки такав елементарни талас не покаже за себе неко осетљиво дејство само тамо, где се они интерференцијом -укрштањем јављају, стварају јасно кретање или светлост, као што смо видели, појачају, било угасе ју.

на основу тога и дава управо сабирање светлости. Ако интерферирању све вости спречимо остављивши један зрак или се један рупом или пукотином, сваки ће молекул светлога таласа који до пукотине дође дати свој елементарни талас, те ће се део тога светлог таласа који на тај начин прође кроз рупу, расути-сепити само тим зрак.

Разуме се да се и у овако изолованом делу светлости дешава интерференција, по поменутим законима, те ништа изненађујуће кроз пукотину, поменуте већ [illegible] као и појединe спектарске односно дужине боје.

Нека је једна таква пукотина (која је обично $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{1000}$ и т д. mm), на ком предмету (на пр. на прозору) а иза ју или да се добије један сноп светлих зракова. По Хајгенсовом принципу свака тачка у пукотини



између а и с јесте извор посебних елементарних кружних таласа, који се крећући се од пукотине даље, простиру на све стране од самога зрака MN. Интензитет светлости управо пред самом пукотином је, ако узмемо да у једном снопу има 16 зракова $J = 16^2 a^2 = 256 a^2$ предпостављајући да сваки од њих има једну исту амплитуду a, а сваки зрак светли интензитетом $I = \frac{1}{16} a^2$. Где ће бити појачања а где гашења светлости, где максимум осветљења, а где минимум исто смо видели у нешто напред. Ако је растојање $ar = \frac{\lambda}{2}$ (где смо λ добили спуштањем управе из C на зрак MN), онда се неки зраци међусобно интерферишу, имаћемо да је интензитет правога максимума осветљења $J_1 = 0{,}406 J$ одакле смо броја дошли на овај начин: Видели смо да је резултујућа амплитуда таласног кретања: $A = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2 a_1 a_2 \cos 2\pi \frac{r}{\lambda}}$ у овом специјалном случају она ће бити: $A = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2 a_1 a_2 \frac{2\pi}{32}}$

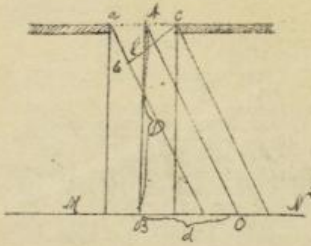
Ну ако предпоставимо као што смо и учинили да је $a_1 = a_2 = a$ добићемо да је: $A = \sqrt{2a^2 + 2a^2 \cos \frac{2\pi}{32}}$ или $A = a\sqrt{2 + 2\cos \frac{2\pi}{32}}$. Количник $\frac{2\pi}{32}$ кад се изврши дељење, износи $11^0 - 25'$; тим заменом у последњој једначини и после свих рачуна, који би се имали око тога да раде налази се да је $J_1 = 0{,}406 J$. Ако сад узмемо другу нагиб ће већ као што се из слике види на прво али такс за сно растојање

буде сада λ -цео талас, можемо посматрагава своја својства на I случај, п
деливши оних 16 зрачкова на двоје - до 8, чија је таласна разлика сада
својства $\frac{\lambda}{2}$. У овом ће случају као што смо напред извели, оба дела са
сматраног снопа зрачкова, интерферишући појединим одговарајућим зрач
ма међу собом, потрти и дати зрак $J_1 = 0$ — први минимум осветљења
на заслону MN . Пођемо ли сад и даље, па узмемо још неке вредности, тако да
је оно прво растојање $\frac{\lambda}{2}$ сада постало $\frac{3\lambda}{2}$ онда ћемо поделити сноп од 16
зрачкова на три дела - по прилици 5 зрачкова у сваком, са међусобним отс
јањем $\frac{\lambda}{2}$ имаћи, пошто се два дела међусобно поништавају, остављено нам
M'ce интензитетом : $J_2 = \frac{1}{9} \cdot J = \frac{1}{9} J$. На тај начин добијемо други максимум
осветљења.

Ако овако резоновање продужимо и даље, видећемо, да ће се минимуми јавити, кад је оно растојање : $\frac{4\lambda}{2}$, $\frac{6\lambda}{2}$, $\frac{8\lambda}{2}$ итд. а максимуми кад је оно: $\frac{3\lambda}{2}$, $\frac{5\lambda}{2}$, $\frac{7\lambda}{2}$ итд. (са интензитетом: $\frac{1}{25} J$, $\frac{1}{49} J$, $\frac{1}{81} J$ итд.) и да на показа,—ни начин интензитет осветљења опада са квадратом броја поменутих растојања полуталасног,(као што ће и у општем случају он увек опадати са квадратом тога растојања).

Одређивање таласних дужина светлости.

Све до сада изложено згодно се употребљује за лако одређивање таласних дужина појединих светлости. Како то бива видећемо на потоњег. Снопом зрачкова оне светлости којој ћемо овим методом да измаћемо талас ну дужину, пропаћи кроз отвор, пукотину **ac**, и да је на показан на неки екран или фотографску плочицу . Ако узмемо на око само крајње зраке, и то један који је управан на заслону AB, а други који је под извесним углом нагнут према њему, где је у C у исто време и први максимум осветљења, наћићемо на сличних троуглова ABC и **abc** да се $ab : ac = BC : AB$ или пошто је $ab = \lambda$ сасвим диференција, дакле $= \ell$, $ac = \delta$, $BC = d - \Delta\delta = \Delta$ наћићемо заменом да се $\ell : \delta = d : \Delta$ одакле је само $\ell = \frac{\lambda \cdot d}{\Delta}$. У овом обрасцу све вредности су познате или се лако могу наћи осим таласне дужине ℓ, одакле се она може врло лако израчунати. Кад се нађе само колика је ширина пуко-

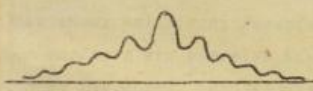


тиче ,(δ)растојање првог светлог p_0 првог тамног прекска (d)и најзад висина (x)или управно растојање заклона o_p пукотине,налази се лако заменом,и таласна дужина посматраном светлости.Ако на пр.узмемо да је: $\delta = 0{,}5\ mm$, $L = 150\ cm$ и за првену светлост $d_1 = 2\ mm$ наћићемо заменом да је таласна дужина црвене светлости: $\lambda_{cr.} = \frac{0{,}5 \cdot 2}{150} = 0{,}0066\ cm$.

Кад бисмо место црвене узели плаву светлост, d ће бити мање $d = 1{,}4\ mm$ те бисмо као и у првом случају заменом нашли:

$$\lambda_{pl} = \frac{0{,}5 \cdot 1{,}4}{150} = 0{,}0046\ mm.$$

Из овај начин поједу интерференције и савијања светлости,можемо израчунати тачно таласну дужину ма само једним врстама светлости,него чак и таласној дужини појединих Фраунхоферових линија.Ту о теме ће бити врло мале дације,где ћемо показати још много лакши метод за те одређивање.Као што напред рекосмо интензитет поменутих *максимума* и *минимума* није једнак,већ исти у толико опада,у колико таласна дифференција(почевши од $\frac{\lambda}{2}$)расте.Највећи је интензитет у средини,према самој пукотини,а клоњи од ње лево или десно он је све слабији и слабији.Те опадање графички представљено,изгледаће биед прилике,као што нам приложена слика показује.Брегови таласни на слици показују увастепне *максимуме* у колико су брегови увишенији,испупченији а долине удубљеније ,у толико је интензитет одговарајућих *максимума* и *минимума* већи и обрнуто.



О п т и ч к е р е ш е т к е.-Сва ова досадања посматрања савијања светлости вреде за онај случај,кад имамо посла само са једном пукотином или рупом.Међутим можемо појаву савијања светлости расматрати и кроз 2;3;10. . . . безброј пукотина,кроз читаву једну,каке се те обично каже **о п т и ч к у р е ш е т к у**.У теме случају свака пукотина врши савијање нале светлости за себе,без обзира и утицаја на остале оне.При тем се пасебичном савијању и извођењу интерференције може десити,да се извесни *максимуми* и *минимуми* једне пукотине,на тај ће се начин они више или мање појачати међу собом,биле у осветљењу биле у тами .Али деси ли се случај,што такође бива врло често,да се при тем случају поклопи извесан *максимум* или *минимум* једне пукотине,они ће се ме-

ду себни пертрт и дати један ~~minimum~~ више. У колико је број пукотина ве-
ћи, у толике је и међусобне пеклапање појачане и помицање ~~max.~~ и ~~min.~~
~~мини~~. Даље и овде имаће посла саме са појавама ~~max.~~ и ~~min.~~ биће те мно-
хроматичне-биће беле светлости (само ва еву у другиним бојама). Резултат са
вијања и интерференције је према теме нети, као и са једнам пукотином,
узимајући само његову већу или мању контрастност, што зависи од већег
или мањег броја пукотина или уреза.

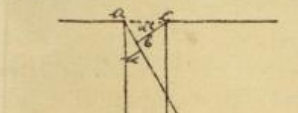
Оптичке решетке праве се на стаклету или на металеном огледа-
лу. Узме се једна добро полирана стаклена плочица, те се на њу, у извесној ме
врпини нарезу врло ситне танке линије. Те резаље врши се дијамантом; ови
провучен преко стакленог, парајући га, оставља на њему свој дебљи или танк
траг, који је довољан за светлост, разуме се да се ~~ту~~ сматра као једна пукоти-
на. Црте се могу поставити у равнијој величини и на разном одстојању јед
на од друго. Према теме се на једној и истој површини плочице може поста-
вити различити број тих црта. Могу на пр. бити на међусобном растојању од
10
1/100 до 1/500. . . . па чак и 2000.

Немају свакојих оптичких решетака најдаље се много и много
више не с једном само пукотином, одговарају таласне дужине појединих свет-
лости и како напред наговестисмо, фраунхоферових линија. Ако имамо посла
са монохроматичном светлошћу, јавиће се они појачани или ослабљени ~~max.~~
~~минимум~~ и ~~minimum~~. Ако ли је та светлост бела или ~~ће~~ имаће места њих читаву
једну серију спектара, у којима боје не иду истим оним распоредом,
којима смо констатовали на сунчевом спектру, призмом добивеним. Сретање
тих боја је веће или мање и сразмерне њиховим таласним дужинама, само об-
рнуто; не што је те биле код призме. Овде ће најмање скретање бити љубича-
стих а највеће црвених зракова. Сем тога и распоред расутости спектра
у оном њиховом низу ~~maximum~~ и ~~minimum~~ биће различне. Први је најма-
ње други се за њим већ мало повлачује, тако да се у трећем спектру по-
чињу већ мешати поједине боје са бојама претећег, чврстог спектра и т.д.
У колике су зарези гушћи, у толике је дисперзија појединих боја већа.
У теме ћемо се уверити, ако једну плочу са извесним бројем и густином за-
рева према светлости под већим или мањим углом, поменуте расутости спек-
тра биће веће, јер су теме зарези за ту светлост постали провидне гушће

*) Могу их на расстојању од 1 mm бити

не мете би била, да је плоча управна на правцу светлих зрачења.

Као што рекосмо између свих електричких резонатора који се може одређују таласне дужине светлости. Потребно је и довољно само знати најмањи угао, који захвата maximum или која Фраунхоферова линија са управним зраком ове светлости, којој хоћемо као и посматрању Фраунхоферовој линији да израчунамо таласну дужину.



Ако на пр. прва линија F у тачки C и зрак aC заклапа са ab угао α имаћемо из правоуглог троугла abc, $ab = ac \sin\alpha$. или пошто је ab тражена таласна дужина λ а ac једна пукотина δ то је $\lambda = \delta \sin\alpha$. Угао α одређујемо нарочито за те удаљени дурбином, те треба само знати δ. Ни у чему је лакше наћи. Кад знамо, да на пр. у 1 метра 100 уреза, ширина сваког тог уреза биће: $\delta = \frac{1}{100}\,m = 0{,}1\,mm$. На тај начин помоћу променљивих дурбин, можемо сваком линији посебно одредити таласну дужину. Ово је на сва зрачења на овај начин и одређена.

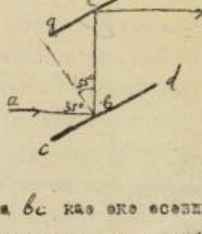
Фотографисање у бојама. - Сем тога на интерференцији светлости основано је и фотографисање у бојама (фотохроматија) које је пронашао Липман. За ову сврху фотографска плоча не треба да се посипа сувим или влажним хлоридом сребра, већ чему је било у свако време рано, већ извесном осетљивом сувом провидном као и само стакло. Ова непровидна стрна плочице стави се једна провидна у коју се уопе жива, која служи на тај да светлосне зраке, који продиру кроз овај провидан слој и стакло, савршено одбије појачавајући тиме, интерференцију пропуштене светлости. Сама појава интерференције биће овде какву смо је видели говорећи о танким листићима или нехуровима сапуњавице. Танки листићи представљени су овде овим провидним слојем. Интерференција ће се десити у самом том слоју; како ће се и где појавити: такву ће и боју у њему показати. Ну као што се и види, ове фотографисање у бојама неће бити само на стаклету, а ни на којој другој материји (картији, дрвету и т.д.). Овде смо казали само принцип тога фотографисања, а у појединости неће се упуштати.

Из свега овога може се јасно видети, да је светлост извесне таласне дужине, што је досадашњим експериментима довољно констатовано, по-

кавање. Ну таке таласне може бити трансверзалне, тј. управне на правцу сво-
лог зрака или лонгитудиналне, тј. упоредне са правцем самога зрака. На ово
питање не можемо на основу досадашњег, ма сада тачно и одлучно одговорити
јер и код једног и код другог кретања имамо одбијање, преламање, па и са-
му интерференцију (као код звука). Али нам једна нова до сада не спомену-
та појава светлости, која ће нам помоћи, да коначно решимо стављено пи-
тање: Да ли је светлост трансверзалне или је лонгитудиналне кретање. То
је појава:

П о л а р и з а ц и ј а с в е т л о с т и. - Поларизацијом се
зове особина извесних светлосних зракова, по којој је једном одбијен или
преломљен зрак постаје неспособан, да се на нову одбије или преломи у
извесним правцима. П о л а р и з о в а н и или п о л а р и с а н з р а к је онај, који показује разне својства у разним равнима, које бисмо по-
ставили у правац, којим се зрак шири. У обичној не поларисаној светлости
нађемо старе треперове нама бране и у свим могућим непрекинутим правцима
док у поларизованој трепери стар само у једном одређеном правцу. Полари-
зована светлост има, дакле, само један сталан правац треперења, а непола-
ризована има све могуће правце у којима треперн. Светлост може полари-
сати или одбијањем или преламањем, које опет може бити различите: просте
или двогубе.

1.° П о л а р и з а ц и ј а о д б и ј а њ е м.



Ако светао зрак *ab* падне на огледало *cd* (од црнога стакла), да је угао упадања 54° 35, он ће се одбијен о његовој бити јако и о другог таквог истог огледала *gh* које је паралелно са *cd* и дати јасну слику, коју можемо лако да ухватимо, ну окреће ли се огледало *gh* око зрака *bc* као око осовине, интензитет ће по други пут одбијених зракова све више и више слабити, док за окретање од 90° не постане = 0. Светлост се у томе случају угаси, мрачно видимо; слике и нема. Придаљем окретању, али увек паралелне са *cd* тај ће интензитет почети све више расти достигнуће при 180° максимум пређашњу своју јачину, јер ће се опет зрак *bc*

Ово комплетирајући, ја нам се и нешто каже више: Казује да зна Ньега
Светлост: шта је шта светлала

потпуне с њега одбити. На исти начин закључујемо, видећемо да ће се светлост угасити. Кад отпадне за 270° и опет достићи ће овај максимум за угао од 360 и т.д.

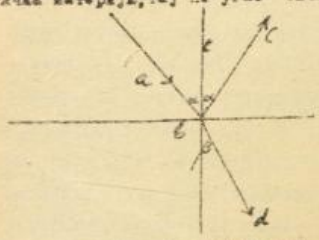
Ово смо нашли да су зраци одбијени с прве отпадала *ab* при првом одбијању са стаклета пратрпиех неку извесну промену. За тог случаја није, не би било ни оног разлога у извесним приликама, јер ако место другога закрећемо сада оно зрак *ab* као ова прва отпадала *cd* видећемо да ће се "обичан" светло зрак *ab* на целом отпадало закренути, к ма где он ма ву пао, увек одбити као и у првом случају. Пакле овај зрак пазак на *cd* под углом 54° 35', није претрпио неку промену, већ и после одбијања остао "обичан", разуме се мало слабијег интензитета. Та се може десити и са одбијеним зраком *bc* тј. и он би се у сваком случају и при сваком закретању док се с њега истим интензитетом одбио. Ну као што се јасно види то с њим није случај. Зрак *ab* је, пад упадним углом од 54°35', одбивши се о прву отпадала, претрпио такву промену, да је он с другога после закретања за 90° и 270° потпуне угашен, тако да се је може се то рећи, потпуно и поларизовао, поларисао. Падне ли зрак на прво отпадало пад другим којим углом, а не пад углом од 54°35', те се он при закретању ни угао од 90° и 270° потпуне неће угасити тим поларизовањем, већ доминичне само у мањој.

Угао потпуне поларизације.

Овај угао упадања, при ком настаје потпуне поларисање, зове се поларизациони угао. Он је код једне исте материје, која одбијање врши за различите светлосне боје, као што се, обрнуто за једну исту боју мења код различитих одбијајућих материја (за стакло 54°35', за воду 59°, за дијамант 68° и т.д.). Пређе но што поларизациони угао нађемо овај закон, који је значајан због своје простоте. Угао поларизације је онај упадни угао, при ком одбијени зрак стоји управно на предамљењем. Ну овај се закон не може применити, за сваковрсне одбијаку од кристала, који двогубо предамљују. За њега се да лако извести овај закон: Тригонометриска тангента поларизационог угла равна је експонентну предамљења материје, која одбијање врши. Значи не рекнијега да је у општем: $\frac{sina}{sinb} = n$ али пошто је по Френетеровом закону

$\alpha+\beta=90^\circ$ то је $\beta=90^\circ-\alpha$ а $\sin\beta=\cos\alpha$ те можемо записом кажти; да је $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=tg\alpha=n$.

Када дакле тангента угла α буде равна експоненту преламања дотична материја, тај ће угао бити поларизационим углом. Ну мало једно сва-



кост боја па и мијања у њој има различит експонент преламања, те се ће ни никада поларизована светлост угасити, ма ове биле монохроматична или беле, већ ће на против увек остати један део, који ће и даље ширити неко извесно време ипак мале преламања.

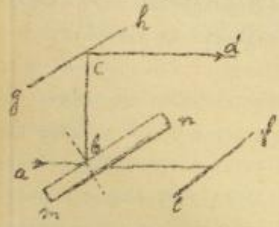
Рефлексија пак одбијања, у којој се светлости поларизује, зове се још и угао-П о л а р и з а ц и о н а р а в а н. У овој равни једном одбијеном зраку не може се више одбити под поларизационим углом у равни ни праву, ће смо већ и напред видели а о, тем ће бити речи и доцније.

Појава поларисане светлости тумачи се од прилике овако. Код одбијеног природног зрака неодбијени и неполаризовани, сматра се да се трептаји врши, које нису њима видети, трансверзално на све могуће страно у свима правцима, управљеним на том зраку-дакле цилиндричан.

Ако сада такав један цилиндричан зрак падне на неке огледале, онда ће оне трептаји, која су управна на огледалу, остати и с једне и с друге стране падога зрака. На тај начин добије се т.зв. поларисти или хемиски зрак. Те је у исто време и поларисани зрак, који се пружа само у једној равни, трептаји који леже између она два огледала и паралелне првом огледалу. Ако је према томе оне друге огледале паралелне првој, поларисти зрак продужиће трептаје своје и после овога другог одбијања, ма пруж мање и мале правац свога трептаја. Али ако те друге огледале удесимо тако, да буде управне управне на првој, и те ће се трептаји, будући управне на огледалу, одмаћи и светлост ће више сасвим угасити. Те би биле потпуне поларисане. Према томе дакле, поларисана се светлост разликује од обичне, што не трепери у свима правцима, већ само у једном паралелном првој одбијајућој површини. Ако ли се сасвим не угаси, већ остане ухваћена слика нешто свеклуца, можда непотпу-

не поларисане.

2.П о л а р и з а ц и ј а п р о с т и м п р е л а м а њ е м. Ако досадање прве огледе од земљине изворне бројем 10-12, провидних, једну иза друге наслаганих стаклених плоча mn, те ће светао зрак ab при одбијању с његове прве горње површине претрпети исте оне промене какве смо напред при огледу видели. Ну неће један део тог зрака ући у сам тај скуп плоча, већ ће се он одбити, те ће и он претрпети неке промене, које су сличне онима промењама одбијеног зрака bc јер ће га прве огледало cf ако је паралелно са mn сасвим управити, или ако се окрене за угао од 90^0 према њима одбити. Из свега изведене овај закључак: Светао зрак ab пао на једну стаклену плочу (или као што смо их увек звали) под углом од $54^0 35'$, подељиће се (расцепиће се) у два зрака, у један одбијени а други продужени зрак, који се при одбијању с неког огледала сасвим противне природе. Окрене ли се продужени поларисани зрак за 90^0, те ће се онда његове промене потпуно подударати са оним одбијеним поларизованим зраком.



П о л а р и з а ц и о н е с п р а в е. Све оне справе, просто речи на ма какав начин способне, којима је сврха да обичну светлост претворе у поларну, зову се у опште п о л а р и з а т о р и м а. Де сада нам је као поларизатор служило огледало cd к овој скупи стаклених плоча mn А справе које служе да се поларна светлост посматра, испитује-анализује, као што је огледало gh и cf (у 2 случају) зову се за разлику од прве не само употребљавајући, већ и а н а л и з а т о р и м а. За сада споменимо само две справице, којима се служимо при поларисању светлости, без којих не бисмо могли докучити ништа о самој тој појави; а остале, колико их буде, помињаћемо ми у колико те буде потребно, описаћемо доцније у толикама појединости поларизационих.

Да видимо сад како смо досадашњег бива:

3.П о л а р и з а ц и ј а д в о ј н и м п р е л а м а њ е м. Рашће када смо говорили о преламању светлости у опште, предпоставили смо да је средина, која преламање врши, хетерогена, тј. у свима њ

ника исте једнака. Ако ово није случај већ имамо појаву са анизотропним срединама, или у специјалном случају са кристалима, који не припадају правом систему, те место простога преламања наступа д в о ј н о или кристално упадно, када се у два зрака. Један од њих управља, сј. ем њих у упадној равни и показује неки сталан однос (синусни закон) преламања. Он је према томе о б и ч а н з р а к. Други се разликују од првога, н е о б и ч а н з р а к.

Међу кристалима, који имају својства двогубог преламања, потиче се на првом месту исландски шпат (кречњак). Ако на њега падне који светли зрак, добићемо на показани начин обичне и необичне преломљени зраке, од којих је један, како погледа, први јачи сводљи од другог. Ако оба та зрака испитамо једним анализатором уверићемо се да су оба потпуно поларизована. Поларизационе равни обају стоје управне једна на другу. О томе се можемо уверити, вредајући две слике, добивене двогубом преламању кроз исландски шпат. Слабијем оку обадва зрака погледају потпуно подједнаке светле, али ако се испред њих стави какав анализатор, опоје он да се један или за време једног целог обрта анализатора губи и јавља два пута, од куд можемо, да су оба излазна зрака поларизована у равнима, које стоје управне једна на другој. Необично поларизован зрак распознаје се од обичног по томе што се његова не обична слика при кретању анализатора и сама окреће око слике обичног зрака. Наступајући при том, као и сва последња, слабијег или јачег интензитета.

Ове различне појаве обичне и необичне поларизованог зрака бива по М а л у с о в о м з а к о н у. Ако је J интензитет целокупне светлости, која пада на поларизатор а са J_n – означимо интензитет необичног зрака и са J_o интензитет обичног зрака, нашло се да је: $J_n^2 = J^2 \cdot \cos^2\alpha$, $J_o^2 = J^2 \sin^2\alpha$ Ако ове две једначине саберемо, добијемо: $J_o^2 + J_n^2 = J^2 \sin^2\alpha + J^2 \cos^2\alpha$; $J^2 \sin^2\alpha + J^2 \cos^2\alpha = J^2(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) = J^2 \cdot 1 = J$. дакле оно од чега смо и пошли, или другим самим речима: Збир интензитета необичног и обичног поларизованог зрака раван је првобитном интензитету њиховом. Осим тога налази се да се трептање, такође по Малусову закону, необичног зрака врши по закону-обрасцу: $y = a\sin\omega\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ а кретање обичног по обрасцу: $y = a\sin\omega\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ где је α један

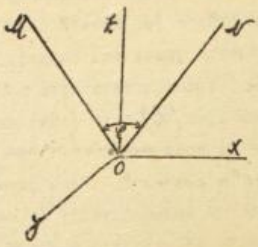
са главном
угао, који поларизациона раван заклапа пресеком кристала. Испитујући горње, прве две, једначине о интензитету, најпре ће нам још нешто: У колике се у опште угао α мења у толике I_α и I_0 наизменце расту или опадају. У колике је α блике 90^0 у толике ће се $\cos^2\alpha$ приближавати нули а $\sin^2\alpha$ јединици. У том случају ће обичне поларисани зрак (I_0) бити јачег интензитета од необичног. Кад буде $\alpha = 45^0$, онда ће зрак необични и обични светлити једнаком интензивношћу, јер је $\sin 45^0 = \cos 45^0$. Ако је $\alpha = 0$ онда је и $\cos^2\alpha = \cos 0 = 1$, а $\sin^2\alpha = \sin 0 = 0$. У овоме случају је пак необичан зрак јачега интензитета од обичног, који се кад буде тачно $\alpha = 0^0$ са свим губи, нестаје га. У колике сад α више расте, у толике и интензитет обичног зрака јача, док, као што смо видели за $\alpha = 90^0$ не достигне свој максимум у ком случају обичног зрака са свим нестаје. Резултат замене биће исти, ако α расте или опада и почевши од 90^0 па до 360^0. Из овога излази оно исто, што смо и мало час казали, тј. трептање необичног и обичног поларизованог зрака врши се управо једне на друге. Прво трепереве врши се у правцу осе X а друго у правцу осе Y.

Питање је сад, како светлост, не само другобе поларизована, већ у опште, трепери или т р а н с в е р з а л н е или л о н г и т у д и н а л н е.

Напред смо већ рекли, да ћемо на ово питање одговорити и решити тиха помоћу поларизације светлости. Не ћемо те сада у неколике и учинити. Узећемо на ово један зрак "обичне" светлости. Ако га пропустимо да пређе кроз кристалдски шпат, видели смо што ће од њега бити: Он ће се разложити у два обична и необична поларизована зрака. Тај зрак нами долази у правцу осе X а она два поларизована нека трепере један у правцу M, а други у правцу N заклапајући међу собом угао γ. Кретање светлога зрака је као што знамо: $y = A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ Кретање различних зракова M и N биће: $M = A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)a$

$N = B\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x-\delta}{\lambda}\right)$

где δ означава каквесну промену, разлику другога зрака N од првога. Кад ћемо оба ова зрака, тј. њихове обе правца, разложити на по три компонента и те у: $M_x\ M_y\ M_z$



$$M_x = A\cos\alpha \cdot \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$
$$M_y = A\cos\beta \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right),$$
$$M_z = A\cos\gamma \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

а врак N такође у:

$$N_x = B\cos\alpha' \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x+\delta}{\lambda}\right)$$
$$N_y = B\cos\beta' \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x+\delta}{\lambda}\right),$$
$$N_z = B\cos\gamma' \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x+\delta}{\lambda}\right)$$

где су α и β и γ углови, које гради гравац OM са осама x у и z.

На тај начин добијамо шест компонената правца, од којих по два и два иду правцем осе x у и z. Ако, према томе, сад саберемо сва кој осе одговарајуће компоненте, добићемо по једну заједничку компоненту дакле свега три компоненте с којима ћемо имати посла.

Те заједничке компоненте оса биће:

$$X = M_x + N_x$$
$$Y = M_y + N_y, \quad Z = M_z + N_z.$$

Као што се на слици види, ови овде имамо да сложимо два правца два таласа, који међу собом интерферирају. Њихово ће резултате, као што смо у интерференцији светлости видели са резултујућим амплитудама Δ_x, Δ_y, Δ_z бити опет таласи, тј.

$$x = \Delta_x \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x+\delta}{\lambda}\right)$$
$$y = \Delta_y \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x+\delta}{\lambda}\right),$$
$$z = \Delta_z \cdot \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x+\delta}{\lambda}\right).$$

Ну како је резултујућа амплитуда у опште:

$$A = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda}} \quad \text{или} \quad A^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda}$$

то ћемо по њој заменом a_1 и a_2 својствености добити:

$$\Delta_x^2 = A^2\cos^2\alpha + B^2\cos^2\alpha' + 2AB\cos\alpha\cos\alpha' \cdot \cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda}$$
$$\Delta_y^2 = A^2\cos^2\beta + B^2\cos^2\beta' + 2AB\cos\beta\cos\beta' \cdot \cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda},$$
$$\Delta_z^2 = A^2\cos^2\gamma + B^2\cos^2\gamma' + 2AB\cos\gamma\cos\gamma' \cdot \cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda}$$

Резултати сваки ових резултујућих амплитуда биће:

$R^2=\Sigma_x^2+\Sigma_y^2+\Sigma_z^2$ или пошто је $\Sigma\beta\gamma\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$

$R=A^2+B^2+AB\cos\varphi\frac{\delta}{\lambda}(\cos\alpha+\cos\beta\cos\gamma+\cos\gamma\cos\beta)$

Светлост, као што видимо, која прође кроз исландски шпат, никако се не гаси, већ даје или једну или две слике што зависи од угла α (по претходној дискусији). Интензитет је њен после предамаља увек сталан: збир интензитета тих двеју слика мора бити раван интензитету само оне једне слике. Према томе, да би нам горња једначина представљала ту компоненту вредност интензитета као и да не буде интерференције, потребно је да у њој трећи члан буде $=0$, тј. да буде $\cos\alpha+\cos\beta\cos\gamma+\cos\gamma\cos\beta=0$

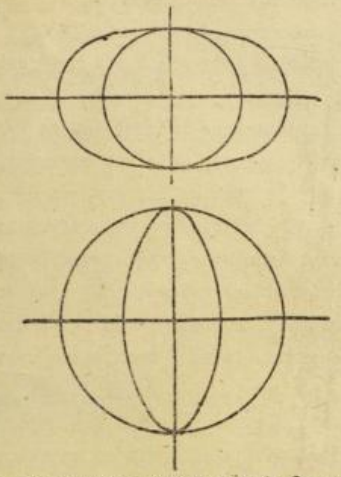
Да пак ове вредност буде $=0$, потребно је и довољно да праве, које се осама заклапају углове $\alpha, \beta, \gamma, \alpha_1\beta_1\gamma_1$ стоје једна на другој управно-што значи да мора бити $\measuredangle MON=\varphi=90^\circ$ Из свога се јасно види, да светлост трепери трансверзално а не лонгитудиално. Да је пак светлост лонгитудиално таласање, она два од једнога првобитнога постала, расцепљена зрака MN не би ни пошто могли стајати један на другом управно. Сем тога непојамно би у опите било откуд долази и то, да се и светли зраци при паралисању увек цепају у два зрака, две компоненте, које су са свим противно положају у двема једне на другој управним равнима. Јер у једном потпуно хоризонталном светлосном зраку, у ком његови најмањи делићи трепте лонгитудиално, тј. у правцу самога зрака не може бити никакве разликости у овом или оном правцу, у правцу овог доле или с лева на десно па дакле ни каквог раздвајања, цепања у два дела, који су у ова два правца различитог понашања. То се пак може као и различито понашање поларисаних зракова може објаснити само тиме, ако светао зрак, т. ј. његови најмањи делићи не трепере лонгитудиално већ трансверзално, и ако су поларисани зраци такви, у којима трептање делића бива само у једној кроз зрак управно постављеној равни, док је то трептање у обично светлим зрацима у свима могућим правцима, равнима, које се око зрака могу поставити. Осим исландског шпата, још много других кристала имају особину двогубог предамања, па се према томе и објашњава поларисање светлости. Ваља нам поменути још и Турмалин, који има врло честу употребу у поларизационим справама. И он као и исландски шпат кристалише по хексагоналној систему, понајвише у призматичним (док шпат у ромбедарским) облицима. Има то својство да обично предомљене зраке више абсорбује од необичних.

Због тога подебља плоча од турмалина пропушта крез-а се готове само необичне зраке дајући на тај начин просто поларисану. Као исландски шпат поларизују обичне и сви кристали, који имају јасну осу симетрије ка и сви кристали хексагналне системе, чија је четврта оса дуга или кра-ћа, управна на осталим косе леђу собом нагнутим према осевинама. Ну ва-ља овде нагласити и то, да се светлост у свима овим кристалима неће увек у сваком правцу, двојне преломити. Има праваца у таквим кристалима, којима кад светлост у њих упадне, она се просто предлама. Ти правци зову се о п т и ч к и м о с а м а: према њима се кристали деле на оптичке ј е д н о с н е и/и д в о с н е кристале, према томе да ли се те просте пре-ламање врши у једном само правцу или у два праваца. Те се оптичке осе или поклапају са главним осама кристала или су њима паралелне. У сваком дру-гом случају преламање је двогубо.

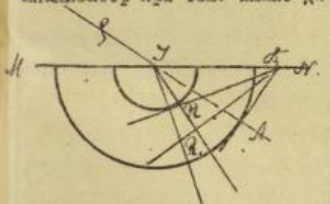
П р о с т и р а њ е о б и ч н о г и н е о б и ч н о г з р а к а кроз један и исти кристал није једнако. То долази од различите еластичности молекилске у разним правцима кристала, јер смо у своје вре-ме видели, да је брзина простирања, $c = \sqrt{\frac{e}{d}}$ где с представља еластичност, а d густину оне материје кроз коју се кретање простире, дакле од ње и брзине његове (с) зависи. Обичан зрак предлази кроз кристал у свима правци-ма истом брзином а брзина необичног зрака мења се са правцем простирања његова. Тај правац је највише управан на главној оси, а кад је он њој паралелан, онда се брзина његова изједначују са брзином простирања обичног зрака у ком случају наступа оно просто преламање. Према томе у кристалима, који двогубо преламају имамо два система таласних простира-ња: Један систем за обичан преломљени зрак, који је кугластог облика, а други да необично преломљени зрак, који је елиптичког облика.

Уз то се може десити, да круг који на слици представља пресек кугле и који је представљен једначином: $x^2+y^2 = a^2$ или лежи у елипси представљеној једначином: $a^2x^2+b^2y^2=a^2b^2$. Као пресеку елипсоида или око не обухватајући је. Према томе разликујемо две врсте кристала: Код прве врсте кретање необичног зрака је брже од кретања обичног; елипсоид у то-ме случају обухвата лопту. Код друге врсте, обрнуте простирање обичног зрака брже је од простирања необичнога, због чега лопта обухвата елипсо-ид.

пд

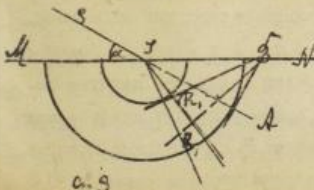


Први су кристали **негативни** или **репулзивни**, међу које спада шпански шпат, рубин, смарагд и т.д. Други су **позитивни** или **атрактивни** као рубин, циркон, дионтас и др. Из овога се лако извести, да поларисане појединих зракова зависи једино од тога, какав ће положај заузети упадни зрак према главној оси. Другим речима, зависи од правца у ком се према главној оси рачунајући сечо плочу од кога кристала хексагоналне системе, која ће послужити после као поларизатор или анализатор при томе имамо да разликујемо три случаја:



а.) Ако плочу хоћемо паралелне главној оси тако да раван упадања светлости буде управна на самој поларизационој равни. У том ће се случају зрак преломити двогубо на показани већ начин. Један ће зрак извити на једну, други на другу страну, трепереви обичан кугласто, а необичан у елипсоиду (као што смо то видели на првој слици).

б) Ако плочу сечемо у правцу управном на главној оси, онда ће се преломљени зрак опет развити, као и у првом и другом случају - само облик њихов трепереља неће бити као и до сада, већ уздужним пресеком пресечене лопта и елипсоид. Ово се у неколико види и на слици 3. Све ово тиче једно оних кристала, као што су ови кристали хексагоналне и квадратичне (тетрагоналне)



а. 9

кристалне системе.

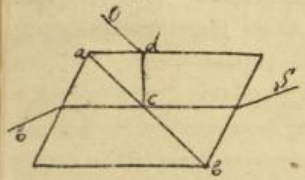
Примена је њихова при поларисању светлости врло велика. Од њих се већином праве поменути већ поларизатори, од којих се најчешће употребљују: турмалинска стаклца, танка турмалинска плоча, призма која двогубо преламља, Николова призма и онај стакленп стуб, који смо као и пре стакла напред у неколико описали.

Плоче од турмалина секу се паралелне главној оси на које светли зраци падају управно. Такве плоче пропуштају кровасе светлост, која долази од правог огледала, а уништавају је, ако их окренемо за 90°. Сем тога, као што смо то пре поменули, турмалин има и ту важну особину, да кроз себе пропушта само природну светлост и светлост поларисану у равнини управној на његовој главној осовини (необично поларисана светлост) на противан је непровидан за поларизовану светлост, чија раван поларизације иде паралелно са његовом осовином (обично поларисана светлост), јер је сву апсорбује-упија.

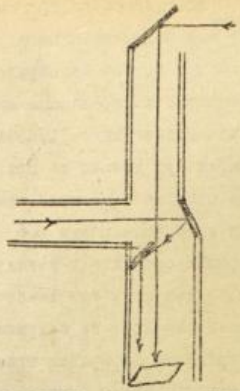
Призма што двогубо преламља.-гради се обично од исландског калцита (или фолдшпата) и употребљава се као анализатор код многих оптичких инструмената. При том је потребно, да све призме буду ахроматичне, јер кад на њих падне сложена светлост, она се разлаже од преламања. С тога се таквој једној од калцита направљеној призми дода једна стаклена призма са таквим углом преламања, да она, преламајући зраке на противну страну, уништава гестове са свим дејство расипања. Кад се призма што двогубо преламља утврди на крају једне цеви, онда ће се дознати, да ли је поларисани потпуно светли сноп што пролази кроз сву цев кад се, обрћући цев око своје осовине, добије за један цео обрт, у четири правоугаона положаја саме један лик. Обичан лик губи се, кад раван главног пресека (тј. раван, у којој се налази прави упадног зрака и прави оптичке осе) управна поларизационој равни, а необичан свагда, кад се главни пресек поклапа са поларизационом равни. У свима другим положајима двогубе призме, интензитет ликова најмање је већи или мањи него.

Николова призма или Никол је једна од најсавршенијих и најбољих анализатора, јер са свим безбојна, потпуно поларише светлост, и пропушта само поларисане зраке у правцу своје осовине. При конструисању ове призме, узме се ромбоедар исландског калцита, са оштрим угловима 20-30 мм. висине, 8 до 9 мм дебљине и угловима од 68 до

де 90° и просече се на два дела равном управном на разни великих дијагонала (главни пресек Николе). Затим се обе ове половине залепе у истом правцу т.зв. К а н а д с к и м б а л с а м о м. Тако конструисан паралелопипед јесте Николов призма или Никол. Експоненат преламања канадског балсама (1,536) мале је нади од обичног кварцног стакла (1,6581); али је много већи од његовог обичног експонента, од куд долази да при преласку снопа светлости SO кроз призму, обични зраци трпе на површини ab потпуно унутрашње одбијање и узимају правац cdo док међу тим необичан зрак се преламља сам кроз ту површину вибрирајући паралелно са краћом призматичном дијагоналом. Према томе дакле, Николова призма, као и турмалин, пропушта кроз себе само необичан зрак, због чега може да буде, као и он, анализатор, али се употребљава и као поларизатор, нарочито за добијање белог поларисаног снопа светлости.



Сем тога ваља нам овде споменути и справе које се, применом и на основу досадањег употребљују за мерење интензитета појединих светлости (као звезда планета и т.д.) Те су справе фотометри, којих има више комбинација. Израчунавање интензитета бива код њих упоређивањем двеју светлости, од којих је једна познатог нам интензитета (свећа на пр., лампа која да која јединица светлости), а друга она, којој интензитет хоћемо да мерамо. Ако је интензитет поларисаног зрака познате светлости, по Малусову закону: $J_1 = J_0 \cos^2\alpha$ (где је J_0 интензитет обичне, природне светлости, а интензитет поларисаног зрака непознате светлости: $J_2 = J_0 \cos^2\alpha_1$; имаћемо упоређењем $\frac{J_1}{J_2} = \frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha_1}$. Из овога се односа лако израчунавају интензитети непознате светлости. Као што се види све зависи од углова α и α_1, α угао који главни пресек Николева призма заклапа са поларизацијом равни, α_1 је угао за који треба праву скретати. Њих можемо лако измерити и наћи. Најпростији конструисани фотометар састоји се из једне цеви, облика, какав је од прилике на слици. На врху, горњем отвору те цеви налази се једно косо нагнуто огледало, на које падају и с кога се одбијају зраци оне светлости, која се жели да испитује. Овај одбивени зрак предужеље свој пут даље кроз цев.



Кроз другу пак ћелију са стране улази зрак ове светлости, којем хоћемо да упоређујемо прву светлост. Сад се одбија са два огледала и ми упоред кроз цеп са оним правим зраком. На самом отвору једни и паласку ова два зрака на њ се метне једна Никелова призма која сада служи као анализатор, пошто су зраци са оним огледалом већ поларизовани. Ту ћемо сада окретати дотле док интензитети слика обеју светлости буду једнаки по интензивности. Кад се то постигне са се посматра, онда се намери угао кретања призме поступи по горњем обрасцу.-

Као што напред већ рекосмо, ови и овакви појави двогубог преламања и поларисања јављају се на кристалима хексагоналне и тетрагоналне системе. Кристали тесералне системе пропуштају светлост на све стране под једнако: Код њих се зрак у свим правцима просто прелама и поларише. Остаје нам сад да видимо још, како се понашају при том и кристали осталих триј система на пр. кристали моноклиничке, триклиничке и ромбичне системе у којима су све особине разне величине и у којима нема главне осе, као код поменутих двеју система.

Кристали ромбичне, моноклиничне и триклиничне системе, у погледу физичких, нарочито оптичких особина својих знатно се разликују од прва два тзв. једноосних кристала. И код њи се мота светлост прелама двогубо али много другчије, него што смо напред видели, јер су оба преломљена зрака необична, тј. обичнога зрака никако и нема, као што га је било код прва кристала. Сем тога кристали ових триј система имају две оптичке осе тј. два правца, којим се светлост не прелама и не поларише два пута двогубо, док су прва имали само једну оптичку осу. Положај тих праваца зависи од кристалне природе кристала; за њих велимо да су оптички дво-осни кристали. Ну и у том простом преламању ових разликују се, тј. просто преломљени зрак кроз једноосни кристал другчије је и у многоме се разликује од просто преломљеног зрака кроз двоосни кристал.

У овом случају ,као што смо видели,зрак,који се просто прела ма излази из кристала (или плочице исечене од кога од кога једног осног кристала)као један само зрак .У другом случају,ако кроз који две осни кристал пропустимо један светао зрак,овај ће се у правцу оптичке осе просто преломити или изићи из кристалске средине као читав један сноп зракова.Овде се није десила каквог вишегубог преламање,већ се је просто преломљени зрак при изласку своме пењење у више опет затворених зракова.Сваки случај преламања зове се к о н и ч н о м р е ф р а к ц и ј о м.Да пођемо сада мало даље .Код кристала са једном осом видели смо да се двогубо преломљени зраци крећу,тј. трепере по двема површинама,од којих је једна кугла (лопта)а друга елипсоид са двема осама a и b Код

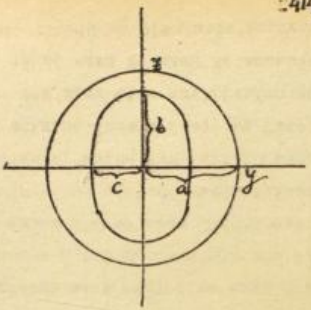


двоосних кристала елипсоида са две осе нема ,већ са три : a b и c јер се код њих трепереће врши у три правца .Ако та три правца заклапају са координатама x , y и z углове $\alpha\beta\gamma$ имаћемо да је $x = a\cos\alpha, y = b\cos\beta$ и $z = c\cos\gamma$ елипсоид ће бити на све три осе.Стварно ћемо мало упростити,ако сматрамо да су две осе, на пр. b и c једнаке међу собом$(b = c)$. У том случају имаћемо два правца ,два зрака простирања.Један ће се од њих простирати по лопти,чија ће једначина бити: $x^2+y^2+z^2 = a^2 = b^2 = c^2$ што значи да за полупречник лопте можемо узети или a,или b или c.Други ће се зрак простирати елипсоидом чија је једначина површине: $a^2x^2+b^2(y^2+z^2) = a^2b^2$

Дискусија ових двеју једначина;-предпоставићемо да је $a > b > c$ и да су дате y бројевима (одређених дужинама).

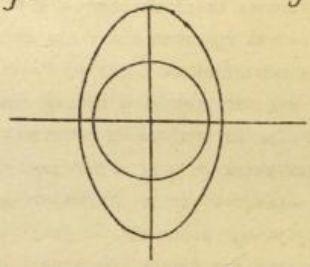
а.)Ако је $x = 0$ пресек ће лопте са равни yz бити потпун круг,јер заменом имаћемо: $y^2+z^2 = a^2$ а пресек елипсоида биће потпуна елипса (не узимајући пре предпоставки ове да је $b = c$ већ $b > c$) $y^2+z^2 > b^2$ или дељењем са b^2c^2 имаћемо: $y^2/b^2 + z^2/c^2 > 1$.

И круг и елипса леже у равни yz Круг прва тако зваћемо описати из координатног почетка полупречником $r = a$ а елипсу ваља конструи

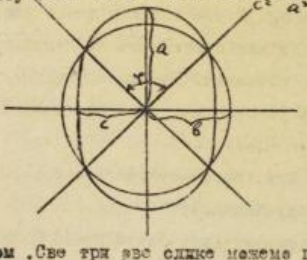


сати са великом осом $2b$ и z а малом $2c$ па у-свакав ће бити пресек лопте и елипсоида у равни yz као што се из слике види; круг је у овоме случају описан око елипсе.

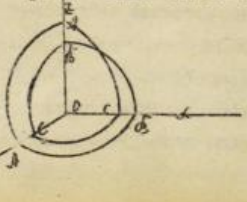
б.) Ако је сад $x=0$ имаћемо заменом пресек са равни xy круг: $x^2+y^2=c^2$ и елипсу: $a^2x^2+b^2y^2=a^2b^2$ или $\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$. Грађи чки ово представљајући, круг ћемо на координатнога почетка описати полупречником $2=c$ а елипсу ћемо конструисати са великом осом $2a$ по y, а малом $2b$ по x. Сада ће овде круг бити уписан у елипси лежећи заједно у равни xy.



в) На послетку ако је у $z=0$, онда имамо за круг једначину: $x^2+z^2=b^2$ а за елипсу: $a^2x^2+c^2z^2=a^2c^2$ или $\frac{x^2}{c^2}+\frac{z^2}{a^2}=1$.

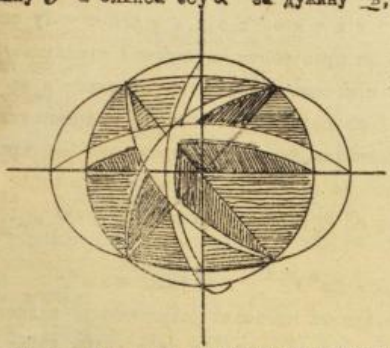


Спојивши конструкцију и круга са $2=b$ и елипсе (са великом $2a$ и z а малом $2c$ пеxеси) добићемо пресек кугле и елипсоида у равни xz као што нам те у неколике прилежена слика показује. У овом се случају круг и елипса секу, укрштавајући се међу собом. Све три ове слике можемо представити и једном просторном сликом.

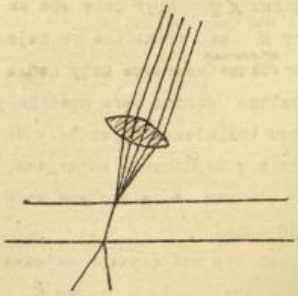


Узећемо три координатне осе у равни yz круг сече осе y и z на одстојању од координатнаг почетка за познату дуж a и, а елипса осу y за c осу z за b дужине.

Таке може и у равни xy круг сече осе на одстојању c а елипсе су x за c а су y за a. Најзад у равни xz круг сече осе за дужину b а елипсе су x за дужину b, а су z за a. Ако све те појединачне пресечне тачке повежемо међу собом добићемо изглед тога пресека у првом (од 8) октанту, он ће у целини и у перспективи изгледати, као што нам га од прилике показује слика а.



Од сва три ова случаја најважнији је овај трећи у слици b. Такве смо пресечне слике видели и код једноосних кристала само, што су се тамо круг и елипса дедуцирали, а не, као у овом случају, пресецали и укрштавали. Праве, које пролазе кроз две и две насупрамне унакрсне тачке круга са елипсом, јесу о п т и ч к е о с е двоосних кристала. Ако шљачу кристалну посматрамо паралелне тим осама, и светао зрак падне на њу, он ће се у правцу тих оса преломити просто, а не, као обично, двогубо. У том случају добијамо раније поменуту коничну рефракцију. Ова оптичке осе могу заклапати међу собом већи или мањи угао од 90°. Према томе и делимо двоосне кристале, исто као и једноосне, на двоје п о з и т и в н е или по н е г а т и в н е (или одрочке ако је мањи од 90°) ако је тај угао већи од 90°. Линије што полове те најгибње углове осе, зову се с р е д њ и м л и н и ј е. Сем тога на круг и елипсу можемо повући и једну тангенцијалну (дедирну) раван, коју ако обрнемо за 180° добијамо један круг, који је основица оне конусне површине, по којој се један зрак или читав сноп зракова цепа, прошавши кроз кристал у правцу оптичких оса. Тиме се као што смо напоменули, образује један коначан број зракова, који је само извесне дебљине а у унутрашњости је шупаљ. Ваља нам овде разликовати још и унутрашњу коничну рефракцију од спољне. Иста је кад се то коничне расипање изврши у самом кристалу, те сваки од једног главног зрака падали читав сноп зракова (види др.....) Спољна је пак рефракција, кад на пр. једном сабирном сочивом, један сноп зракова скупимо конично (у жижи) тако, да он улази у кристал као само један, разуме се много ил



тезентивнији, светао зрак. Код сваког кристала треба на последку поменути и његове о п т и ч к е к о н с т а н т е. Ту спада на прво место експонената преламања тога кристала у појединим правцима и за тим и угао, који оса заклапа са координатним осовинама. Експонената преламања код аragонита на пр. за осу a јесте $n_a = 1.532$, за осу b $n_b = 1.686$ и за осу c $n_c = 1.690$.

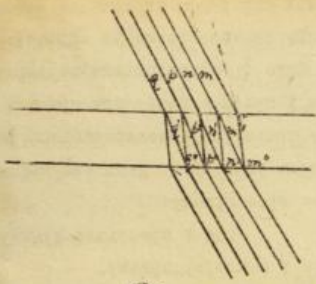
Угао највеће еластичности јесте $\alpha = 80°52'$ а најмање $\alpha = 9°2'$ Најзад угао између оптичких оса двоосних кристала различите је величине за разно обојене светлости. Тако на пр. за жуту је боју $= 18° 4'$, за црвену $17°59'$, за љубичасту $18°27$ и т.д.

Могло би се још о овоме подоста говорити, али се ми за сада нећемо дубље и појединачније у то упуштати, већ ћемо одмах прећи на један пододељак светлости на поларизацији, а тај је као што смо то и код обичне светлости констатовали:

И н т е р ф е р е н ц и ј а п о л а р н е с в е т л о с т и.

Обадва светла зрака и обичан и необичан на које се као што видесмо, један природан зрак разлаже двојнога преламања, могу ~~тек~~ се у многим случајевима интерферисати међу собом. Ну док смо код природне светлости за интерференцију неку узимали у помоћ Fresnel-ова огледала, би призме и бисочива и т.д. дотле то овде не морамо чинити, пошто то зраци пропуштени кроз неки кристал, сами *врше*, идући један према другом конвергентно, те дају једну од најлепших оптичких појава. Том се приликом јављају многе и разноврсне обојене слике, које су веома карактеристичне за појединe кристале и минерале; зрак на пр. m што пада на неки кристал, разлаже се преломив се двогубо, у два зрака m_1 и m_2 који из њега излазе прибилно паралелни. Ова тога зрака m долази читав сноп зракова, од којих ћемо посматрати само оне, који цепајући се као и оне два зрака: један од њих $n_1 p_1 q_1$ иде и поклапа се са n, p, q. Ако пређашњи путови тих појединих поклопљених зракова нису једни и исти

чега они пресецају кроз неки кристал са особином



вој између њих има неке фазне диференције што они лако међу собом интерферишу стварајући при том сне разне обојене слике. Френел и Арго поставили су ове законе, до којих су дошли чисто експерименталним путем:

1. Два поларисана зрака, чије су поларизационе равни међу собом паралелне, интерферишу међу собом као и обични светли зраци и

2. Два поларисана зрака, чије су на против поларизационе равни управни једна на другој никако не интерферишу.

Ова њихова два закона су најважнији, који имају велику вредност, јер се само помоћу њих могу објаснити разни случајеви, при којима поларисани зраци интерферишу или не интерферишу, те чине или не чине појаве обојених слика.-

Да видимо сад, шта ће бити са једним светлим зраком, кад он буде пао на који једноосни кристал. Преламајући се, он се цепа у два зрака (изузимајући само : 1. случају који на већа најлакше готове паралелни ; 2. такве ћемо зраке пропустити сад кроз Николову праву која у овој прилици служи као анализатор. Пре но што се је посматрани зрак преломио у самој упадној тачки A, његово се треперење по обрасцу: $y_1 = a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ где је амплитуда треперења кроз ваздух $a = a$ а X дужина пута од извора светлости до A, зрак сада упао у сам кристал цепа се, као што рекосмо у два зрака-необичан и обичан зрак. Увек иде пре обичан зрак, зрак AC. Треперење ће његово у самој излазној тачки C бити по Њусову закону: $y_c = a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \frac{AC}{\lambda_1}\right)$ у ком је обрасцу угао α онај угао, који заклапа још непреломљени зрак са поларизационом равни кристала, а λ таласна дужина необичног преломљеног зрака кроз кристал. Треперење истог зрака ван кристала, у ваз-

луху даље, и то у тачки $\mathcal{A}$ коју смо добили спуштивши из излазне тачке $\mathcal{B}$ обична зрака управну на први зрак, биће слично овоме, по обрасцу:

$$y_2 = \cos\alpha \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} - \frac{AC}{\lambda} - \frac{C\mathcal{B}}{\lambda} \right).$$

Овде λ долази поново за то, што и зрак AC опет простире кроз ваздух, као и у првом случају пре предамања. Ако сад нетемо пред овај зрак Николову призму, чија поларизациона равни захвата са поларизационом равни кристала угао α, добићемо дефинитивну једначину за трепереље после пролаза кроз призму:

$$y = \cos\alpha \cos\alpha_1 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x+x_1}{\lambda} - \frac{AC}{\lambda_1} - \frac{C\mathcal{B}}{\lambda} \right)$$

где x представља дужину пређеног пута од тачке $\mathcal{B}$ до узадне тачке у Николову призму.

Овако биша трепереље необичног зрака, трепереље пак другога, обичнога зрака, биће тако исто, само по Малусову закону, што ће место $\cos\alpha \cdot \cos\alpha_1$ доћи $\sin\alpha \cdot \sin\alpha_1$, т.ј. биће: $y_1 = \sin\alpha \sin\alpha_1 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x+x_1}{\lambda} - \frac{AC}{\lambda_1} - \frac{C\mathcal{B}}{\lambda} \right)$ Ова два зрака треба да интерферишу дајући једно резултујуће трепереље, као што смо у своје време нашли облика: $y = R \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{\Delta}{\lambda} \right)$

Овде Δ садржи све вредности: $x, x', AC, C\mathcal{B}$ и AB у овом нам је само непознато R које долази у место резултујуће амплитуде са коју знамо да је: $A^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} = R^2$

Не како је из горње две последеде једначине, упоређењем са пре тамашњим њима сличним једначинама,

$a_1 = \cos\alpha \cdot \cos\alpha_1$ и $a_2 = \sin\alpha \cdot \sin\alpha_1$, те ћемо добити да је:

$R^2 = \cos^2\alpha \cdot \cos^2\alpha_1 + \sin^2\alpha \cdot \sin^2\alpha_1 + 2\sin\alpha_1 \sin\alpha \cos\alpha \cos\alpha_1 \cos 2\pi \frac{\Delta}{\lambda}$. Пошто је по обрасцу за $\cos\alpha + \alpha_1$ двогубог угла: $\cos 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} = \cos^2 \pi \frac{\Delta}{\lambda} - \sin^2 \pi \frac{\Delta}{\lambda} = 1 - 2\sin^2 \pi \frac{\Delta}{\lambda}$.

(јер је $\cos\alpha = \sqrt{1 - \sin^2\alpha}$) но, ако у последњој једначини заменимо ту вредност, имаћемо да је:

$R^2 = \cos^2\alpha \cos^2\alpha_1 + \sin^2\alpha \sin^2\alpha_1 + 2\sin\alpha_1 \sin\alpha \cos\alpha \cos\alpha_1 \left(1 - 2\sin^2 \pi \frac{\Delta}{\lambda}\right)$ или

$R^2 = \cos^2\alpha \cos^2\alpha_1 + \sin^2\alpha \sin^2\alpha_1 + 2\sin\alpha_1 \sin\alpha \cos\alpha \cos\alpha_1 - 4\sin\alpha_1 \sin\alpha \cos\alpha \cos\alpha_1 \sin^2 \pi \frac{\Delta}{\lambda}$.

Из тригонометрије знамо да је $\cos(\alpha - \alpha_1) = \cos\alpha \cos\alpha_1 + \sin\alpha \sin\alpha_1$ или квадрирајући $\cos^2(\alpha - \alpha_1) = \cos^2\alpha \cos^2\alpha_1 + \sin^2\alpha \sin^2\alpha_1 + 2\sin\alpha_1 \sin\alpha \cos\alpha \cos\alpha_1$, те заменом имамо да је даље: $R^2 = \cos^2(\alpha - \alpha_1) - \sin 2\alpha \sin 2\alpha_1 \sin^2 \pi \frac{\Delta}{\lambda}$. Ово је образац за резултујућу амплитуду онде, где необичан и обичан зрак интерферишу међу собом. Ну вала нам правити разлику између амплитуде обичнога и необичнога зрака.

Ако је за необичан зрак $N^2 = \cos^2(\alpha - \alpha_1) - \sin 2\alpha \sin 2\alpha_1 \sin^2 \pi \frac{\Delta}{\lambda}$ за обичан, пошто је управан на необичном, после неких измена биће:

$O^2 = \sin^2(\alpha - \alpha_1) + \sin 2\alpha \sin 2\alpha_1 \sin^2 \pi \frac{\Delta}{\lambda}$.

Д и с к у с и ј а. Обе ове једначине су то је из два израза. Први од њих зависи од углова α и α_1, а други поред њих и од таласне дужине λ. Према томе овај казује да се боја пропуштене светлости неће променити већ да ћемо имати само *максимум* или *минимум* осветљења, тј. појачане светлости и зрак; а овај други казује да ћемо имати обојене слике у оном случају, ако пропустимо кроз кристал белу светлост, или само *maximum* и само *minimum*, ако имамо посла са монохроматичном светлошћу.

Ну углови α и α_1, могу се непрестано мењати и добијати разне вредности. Према томе мењаће се и обрасци за необичан и обичан зрак, добијајући при том такође разне вредности. Ако на пр. учинимо, окрећући анализатор Николову призму, да буде $\alpha = \alpha_1$, или $\alpha - \alpha_1 = 0$ па те замене у горњим обрасцима наћићемо да је: $N^2 = 1 - \sin^2 2\alpha \sin^2 \frac{\Delta}{2}$; $\theta^2 = 0 + \sin^2 2\alpha \sin^2 \frac{\Delta}{2}$. Овде као се види нема наступа разлика између N и θ. Кад један од њих буде имао *maximum* осветљења, а *minimum* или нулу, друго ће имати супротно. Ако потражимо и да је $\alpha = 0$ онда ћемо добити заменом да је $N^2 = 1$ а $\theta^2 = 0$.

Исти резултат добијамо и кад угао α буде $= 90°$. Ну како све кристале можемо сећи управно или паралелно или косо према њиховој оси, то нам овде ваља као и до сада разликовати ова случајева. В е ј ц и п р о т е ж о в и у п л о ч и ц а м а ј е д н е о с и м а п р и о с т а л а м у ј е с у п о с е ч е н е у п р а в н о н а о с о в и н и њ и х о в е ј:- Кад је поларизациона раван поларизатора кристала, паралелна поларизационој равни анализатора-Николове призме (даље кад је угао $\alpha = 0$) онда се у монохроматичној светлости види сл. 1.- Она је састављена из наизменичне светлих и тамних протежа, просечених једним белим крстом чији је један зрак паралелан а други управан на поларизационој равни. Ако је сад поларизациона раван анализатора управна на поларизационој равни поларизатора (даље $\alpha = 90°$) онда се види појава интерференције представљена сликом 2. Протежи су сви обојени комплементарним бојама тих боја; оне су им прво наиле што прва





гено и пресечени правим кротом а во као у првом случају белим. Овај сиву крст у оба случаја неће бити састављен из две укрштене кривине; једној су му зраци мирски по 2°3 и више степења. У средини су они најтањи, а што се више иде крају све се више и више шире. Ако се место монохроматичне светлости употреби бела светлост, пруге неће бити само светли и тамни, но и спектерским бојама обојени као и бутови пруге. Само што је овде поредак појединих боја двојак. Кад је $\Delta = 0$ тј. кад су поларизационе равни укрштене, боје су у пругама поређане истим оним редом, какав је био у сунчеву спектру.

Код једног и истог кристала ширина пруга је у толико мања, у колико је плочица, кроз коју се поларише и анализе светлост дебља.

2. Обојени пругови у плочицама једноосних кристала, насечених паралелно оптичким осама. - У овом се случају оба продрвена и један на другом управно поларизована зрака простиру кроз кристал са разним брзинама, те при том одмах стварају за интерференцију потребну фазну диференцију. Тачке једнаке осветљене леже и овде на кривим линијама, само што овде нису као код плочица управљене осе, кругови, већ хиперболе. У овом случају постоје два хиперболска система, чије асимптове заклапају правцем главног пресека плочице угао од 45°. Овде су криве линије најјасније, кад раван у којој леже осе кристала заклапа са равни Николове призме угао од 45°.

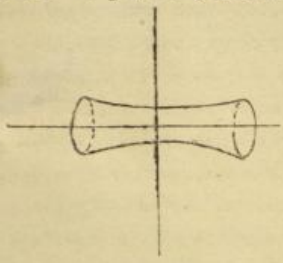


3.) Ако те плочице сечемо косо према осовини кристала, добијемо слику сличну и круговима и хиперболама. Обојеност је иначе иста какву смо видели у првом случају.

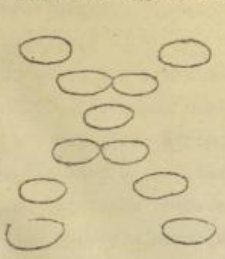
Вадь нам још наћи и изохроматичну површину код једноосних кристала, тј. ону површину, код које ће извесна места на њу бити обојена истим бојама и имати једнаке таласне дужине. Ако је радијус вектор такве једне површине u а подупречник ϱ мора постојати за сваке место на њој овај сталан однос: $u(\frac{1}{\varrho} - u_0) = \delta$. Кад ту површину конструишемо она ће изгледати облика, као што га од прилике слика показује. u_0 претставља експоненат преламања обичне преломљене зрака.

Све се ово до сада тицало кристала са једном осом. Сада видимо како бивају

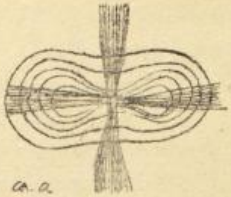
Интерферентски појави код дво-осних кристала. Кад се од једнога двоосног кристала исече је-



дна плочица и метне на место пређашње ис-
плочице једноосног кристала, из истих ће раз-
лога као и код ових, морати наступити интер-
ференција поларисана светлости. Саме су те
појаве код двоосовних кристала још сложеније, јер су и закони преламања у њима сло-
женији. И овде кристал можемо сећи у разном правцу према главној осовини па и у сред-
њој линији. Ако их сечемо паралелно осовини, добићемо протенове бојадиса
на облика, какав смо од прилике видели у другом случају код једноосних
кристала. Ако ли кристал сечемо управно на средњој линији (бисектриси) до
бићемо слике разнога облика према томе, на којој је даљини тај пресек од
саме средње линије. Ако сечемо подалеко од ње, слике су концентричне елип-
се, ако ли ближе њој те елипсе ће се све више и више прибижавати, док се
на једном месту не дедирну па онда споје, и на послетку кад пресек по са-
мој средњој линији, не саставе и не даду једну елипсу. Ако тако продужи-
мо сећи и на другој страни средње линије, добићемо укупну слику облика



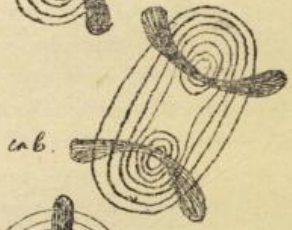
какав видимо на приложеној слици (a); она
се као што се види састоји из црнога кр-
ста и при серије ахроматичних овалних пр-
нова, од којих су две оне пројекције оптичких оса, а трећа их серија, која се зове
лемнискатом обе обухвата. Таква је слика
кад су осовине и анализатора и поларизато-
ра, обе дакле Николове призме (од турмали-
на скитиплоча). Између којих се као и у првом случају кристална плочица мође
управно једна на другу. Ако сад лагано недирајући ни мало Николове при-
ме, обрћемо кристал добићемо слику a' где се црни крст раставља у две
крака хиперболе. Кад кристал пре тим окренемо за $\frac{1}{4}$ 45^0 добићемо $a\,b$



сл. а



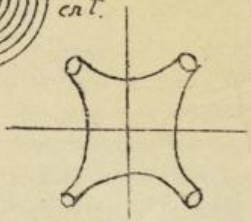
сл. б



сл. в



сл. г



сл. в. Ако ли су осовине Николових призама паралелне међу собом запажећемо исте бојадисане криве линије, али ће њихове боје бити комплетарне оним првим а крстови што их секу прећи из црне у бело боју. Најзад двоосне кристале можемо себи и управне према главној оси. У том случају добивамо слику са концентричним округластим слабо сиволавим шареним прстеновима пресеченим једном тамном мало савијеном пречагом (в. сл. г)

Ови се појави најбоље опажају на дебљим плочицама, али се ни у ком случају не могу да виде цели шарени прстенови, већ се обично види црни крст (или бео) или сегменат од хиперболе и прстенова, којима се ипак може на основу досадањег да рачуна да ли је кристал једноосан или двоосан.

У овом је случају изохроматична површина: $u\left(\frac{1}{\varepsilon_1}-\frac{1}{\varepsilon_2}\right)=\delta$ (јер имамо 2 осе) конструисана као и у првом случају и имаће обичне двогубе хиперболе (сл. х.) Осим кристала који двогубе преламају светлост има и тела код којих можемо ту особину изазвати неким механичким дејством, нарочито притиском. Обично стакло на пример нема тога двојног преламања, ну оне добија ову особину ако се каквим узроком његова еластичност измени у једном правцу више но у другом. За ово је довољно да се јако компримује у једном правцу савије или кривља т ј јако загрејано брзо охлади. Ако се кроз овако измењено стакло пропусти сноп поларисане светлости добићемо поја-

се готове сасвим налик на оне, што смо спазили код двоосних кристала, али многе измењене, што све зависи од облика који је дат стакленим плочама (кетураст, квадратни, троугласти, петвероугли) и од степена напона његових молекула и т.д.

Поларизација. - Има кристала и тела у опште, која се зато, што им еластичност није у свима границама иста, различно апсорбују светлост, тј. у једном правцу апсорбују једне у другом друге зраке, а друге опет пропуштају и т.д. С тога, кад се минерали посматрају у њиховим танким плочицама под микроскопом, онда природне боје њихове толико слабе, да се обичне ни познати не могу. Неки који су загасити и готове непровидни изгледају у танким плочицама провидни и са особеним бојама, тако да се онда могу лако разликовати од правих непровидних минерала или тела у опште. Мислило се најпре, да неко тело може на тај начин имати највише две боје, због чега се та особина и називала: **дихроизам**. Али су се обртањем и посматрањем кристала у свима могућим правцима опазиле нијансе сваке боје или повише њих, та се особина зове сада **холихроизам**. Зна се у опште да су полихроични минерали са једном оптичком осом **једноосни**, а са две оптичке осе **трихроични**, јер су код првих две осе еластичности у истим мах и правцу две разне апсорбције светлости, а код других три осе еластичности условљавају и три неједнаке апсорбције. Полихроизам се изучава помоћу поларизације светлости (поларизационог микроскопа), али се ми у те појединости нећемо упуштати. Ове разне варијације у апсорпцији и зракова и полихроизму врло су добри знаци за разликовање неких тела минерала, јер су у једној и истој фамилији минерала често врло велике.

Кружна и елиптична поларизација. Све ово што смо до сада казали, тиче се како смо и у почетку напоменули линијски поларисане светлости, тј. светлости у којој се кретање најмањих делића, или трепереља њиховог вршило по једној само линији и у једном само правцу. Ну сем овако поларисане светлости има да поменемо овде још две врсте т.зв. **циркуларно или кружне и елиптичку поларисану светлост**. Код прве молекули трепере по кругу увек у истом смислу, а код друге по елипси, чија су осовине паралелне и управно према главном пресеку кристалне плочице, и једна и друга поста-

слагањем, интерференцијом појединих таласа; који ће случај наступити или боље, какве ће бити резултујуће кретање зависи једино од фазне диференције таласа.

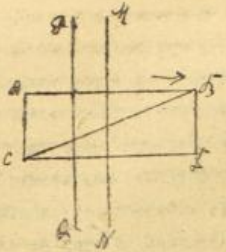
Имамо осу x и y по којима се трептање врши. Ако је фазна диференција равна нули ($\delta = 0$) т.ј. ако је кретање у правцу обеју координатних оса вина једне и исте, или другим речима, ако оно почиње једновремено имаћемо линијски поларисани зрак. При том, ако се те кретање врши и са једнаком амплитудом, добијамо линијски зрак, који са обема осама заклапа угао од 45^0, иначе је он према њима под разним угловима нагнут. На против кад то кретање не почиње једновремено, већ у правцу једне осе почиње пре, него у правцу друге, имаћемо посла са елиптички или са кружно поларисаним зраком. Први ће случај наступити онда ако је фазна диференција $\delta = \frac{\lambda}{2}$ а други онда, кад удесимо да је $\delta = \frac{\lambda}{4}$. Ако је то задовољење веће, опет ћемо добити елипсу само што ће она у том случају бити сплоштенија. Особина кружно поларисане светлости је та, што кад пређе кроз анализатор који двогуби преплама, да је за свако место на њему д в о $\quad$ п о ј е д н а к о ј а с н е $\quad$ с л и к е, а осем тога кад пређе кроз $\frac{\lambda}{4}$ плочицу, прелази у линијски поларисану светлост. У првој особини се слаже са природном светлошћу, а у другој се разликује од ње. Особине пак елиптички поларисане светлости јесу те, што она при пролазу кроз анализатор, који такође двогуби преплама, даје две у опште н е ј е д н а к е о с в е т љ е н е, н е ј е д н а к о ј а с н е $\quad$ с л и к е, од којих се ни једна, ма при каквом обрнућу анализатора, не може потпуно да угаси. На послетку и она се представља кад пређе кроз $\frac{\lambda}{4}$ плочицу у линијски поларисану светлост, али те само онда, кад је главни пресек плочице паралелан једној од њених оса.

Горње задовољење $\delta = \frac{\lambda}{4}$, $\delta = \frac{\lambda}{2}$ и т.д. може се врло лако постићи плочицом од лискуна. Зрак, који пређе кроз такву плочицу од лискуна, имаће фазну диференцију $\delta = \frac{\lambda}{4}$, $\delta = \frac{\lambda}{2}$ и т.д. што све зависи од њене дебљине. Плочица која задоцни зрак за $\frac{\lambda}{2}$ зове се као што смо напред рекли и употребљи $\frac{\lambda}{4}$ плочица, или плочица за $\frac{1}{4}$ таласа.

Најглавнија разлика између поларисане светлости од кружног и елиптички поларисане јесте та, што се она згодним обртањем анализатора може цела да угаси, а она никако, ма у који положај ставили анали-

затор ~~[illegible]~~ у поларизатору може тако да угаси ~~[illegible]~~ све поново ће у који почне ~~[illegible]~~ и анализатор. Тек више, кад се линиски поларисана светлост и угаси па се између поларизатора и анализатора стави једна лискунова плочица поларисана ће се светлост опет појавити, и неће се док је лискунске плочице ту никако угасити. На тај се начин линијски поларисана светлост плочицама $\frac{\lambda}{4}$ може лако да претвори у циркуларне (кружно) поларисану светлост. Елиптички пак поларисана светлост, као и кружна изазива се од прилике на овај начин. Узећемо једну плочицу кристала који дегубе предаја и пустићемо да на њу падне један светао зрак. Он ће се преломити, као што знамо у два зрака, обичан и необичан. Експоненат преламања обичног зрака је 1.5[illegible] а необичнога 1.5563 - већи дакле од обичнога. Према томе је таласна дужина обичнога зрака већа од таласне дужине необичнога зрака ($\lambda_o > \lambda_n$) т. необичан зрак се брже креће од обичнога, те ће он за једно исто време прећи већи пут, но што ће те учинити обичан зрак. Тиме смо постигли извесну фазну диференцију. Ну ако сад на путева два зрака ставимо још једну плочицу кристала двојног преламања, настаће два случаја. Ако је та плочица исте дебљине са првом, и оса јој је што је главне укрштена управно према оси прве плочице, обичан ће зрак при проласку кроз њу изићи као необичан, а необичан обрнуто као обичан. При том ће пређашњи обичан зрак прећи сада као необичан већи пут од пређашњег необичног и сада обичног зрака, те ће се на тај начин пређашња фазна диференција сада покварити, јер су се те путне разлике међу собом поравнале (пошто је дебљина плочице једна иста).

Ако ли је друга плочица мало тања па се путне разлике не могу изравнати, због чега ће и зраци из ње изићи са извесном већом или мањом фазном диференцијом. На тај начин мењајући дебљину плочице, можемо да добијемо зрак са $\lambda, \frac{\lambda}{2}, \frac{\lambda}{3}, \frac{\lambda}{4}, \frac{\lambda}{5}, \frac{\lambda}{10}$ ... и т. д. На овом је принципу основан Бабинетов компензатор. Он се састоји из двеју једнаких правоуглих призама од кварца ABC и BCD које се хипотенузним равнима својим наслањају једна на другу, образујући тако једну плочу. Све су пресечене тако да је осовина призме ABC паралелна са AB а осовина призме BCD управна на CD. Ако пустимо да који зрак прође кроз овај компензатор, он ће се поцепати у два зрака - обичан и необичан



Зрак MN који иде кроз средину компензатора и пролази у обема призмама исти пут чини се као и сваки други зрак али за ње оба пролазећа зрака, и обичан и необичан, излазе без икакве фазне диференције исто онако, као што смо напред видели, кад је друга плочица исте дебљине које и прва. Сваком је другчије са зраком, који продази кроз средину компензатора. Зрак PQ у том случају пресеца призму ABC на једном месту дебљине l а призму DEF на месту дебљине l' која је као што се на слици види мања од l. Због тога пак обичан и необичан зрак, као у другом случају претходног при изласку из компензатора имају извесну лучну разлику, равну оној, која би се показала кад би зрак прошао кроз једну плочицу од кварца $l-l'$ чији би главни пресек био паралелан главном пресеку оне призме којој одговара већа дебљина l. На тај начин можемо сад мењајући само место упадна зрака да добијемо поларисане зраке са фазном диференцијом $\delta = \frac{\lambda}{4}, \frac{\lambda}{2}, \frac{\lambda}{6}$ Ну да би се и та тешкоћа мењање упадног места појединих зракова избегла, удешен је нарочити завртањ, којим се једна од призама, дода, креће више или мање, како је кад потребно: већа l' или мања l'. Према томе познавајући ову разне величине фазну диференцију, ми лако можемо, као пре лискуном, претворити дневни поларисану светлост у елиптично или циркулярно (кружној) поларисану, или једну од оних у другу и т.д.

Ротаторна или хроматичка поларизација.

У вези са овим појавама поларисане светлости кроз кристале, хтамо се и са појавама, које се дешавају при пролазу светлости кроз неке кристале, који одступају од правила, да обични паралелно оптичкој осовини не поларизују светлост у том правцу. Они дакле за као обични исто двогубо преламају и поларишу само с том разликом, што та светлост ни је више бела но добијамо разно обојене слике. Кад неки већ поларисани зрак прође кроз плочу на пр. од кварца изрезану управно на осовину при нормалном изласку зрак остаје опет поларисан али не у истој равни, у

којој је био поларисан про свога пролаза кроз кварц. За то су овој појави и дали назив ротациона или ротаторна поларизација. Сем тога та је светлост, што при том излази из анализатора и обојена на и плочице минерале изгледају од разне руке обојена. Због тога се тај појав зове ихроматична поларизација или боје плочице: поларизација је обојена се примећава на плочицама чија дебљина не прелази границе: 1,0.1,001 мм. јер ако су те плочице танке, избрајније зракова одвеј се мало диференцирају, да би то уклапсаво на боју светлости што излази. Ако оставимо на миру плочицу од кварца а окрећемо само анализатор око његове вертикалне осе, поларизована се светлост не гаси, као и што је био да сада случај, већ се тим обртањем мења само боја слика. Кад се његова крајна дијагонала стави у паралелни положај са истом дијагонала ~~стави~~ поларизатора, светлосне су појаве онда тако рећи комплементарне онима при укрштеним Николовим призмама. С тога и она два живо обојена лика, које ћемо опазити кад будемо кроз плочицу од кварца од неколико мм. дебљине изрезане управно према кристалној осовини, пропустили сноп поларисане светлости, биће обојена комплементарним бојама, јер где се њихови крајеви покривају, изгледа бео. Обрћући анализатор и даље, оба лика мењаће непрестано своје боје и пролазиће постепено у све боје спектра, састајући при том узајамно комплементарне. Ове се боје редају у истом поредку какав смо видели у дуговом спектру, само за разне минерале који имају ову особину, па и за разне индивидуе једног истог минерала треба анализатор окретати лево или десно (и за исти угао) па да се тај поредак постигне на да су све те плочице исте дебљине и све управно на оптичкој осовини исечене. Ово показује да су разне плочице кварца имају исту ротаторну моћ, само неке скрећу поларизациону раван на десно а друге на лево. За то се и разликују на д е с н е, с т р о ј и р н е или д е с н е к в а р ц о в е и л е в и р н е или л е в е к в а р ц о в е.

Ово је случај кад на плочицу кварца пустимо белу поларисану светлост, ако ли место бела употребимо монохроматичну светлост, онда ће се јавити две слике бојом те светлости обојене, на пр. црвене или плаве и т.д. При окретању анализатора једна се од тих слика може потпуно или незадимно угасити, што зависи зависно од тога да ли је употребљена са

монохроматична светлост потпуно или непотпуно чисто обојена.

Ротација поларизационе равни за разне просте боје нису исте она је у толико већа што је мања таласна дужина употребљене светлости За једну пак и коју монохроматичну светлост и за плочицу једнога и исто га кристала, ротациона је моћ сразмерна дебљине те плочице, једнаке дебљине граде и приближно једнаку ротацију-Огледима је доказано и нађено да плочица кварца од 1 мм дебљине скреће поларизациону раван црвеног зрака(чије је λ=645)за 17°80" а поларизациону раван љубичастога (λ=40 за 44°5'.Ма ове значајне разлике између ова два угла излази то да се при пролазу поларисане светлости кроз плочицу кварца разне просте боје равнога зрака морају поларисати у разним равнима,због чега и долази,да се једно од оних двају слика,приликом употребе беле светлости не може никад да угаси.

Ако кроз кварц пропустимо конвергентно поларисане зраке,тј. доведемо на да интерферишу,добићемо једну интерферену слику која ће у центру свом имати једно исто беле опкољено изохроматичним протеновима,



пресеченим таквим крстом,само што пречаге свога крста неће пошавши од центра већ од првога протена.Оно пак ће у центру осветлено је оном бојом коју смо употребили ако смо тј.радили са монохроматичном светлошћу,а ако смо употребили белу сунчеву светлост,боје се те мењају,окрећући анализатор десно или лево(према томе да ли је плоча деснокраога или левокраога кристала).Сем тога протенови ти неће бити потпуни кругови,већ ће они бити четвороуглаштог облика.

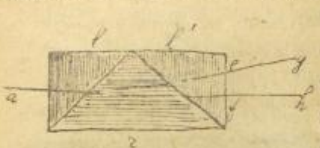
ЕРИЈЕВЕ(*Airy*)СПИРАЛЕ.

Ако поклопимо две кристалне плочице исте дебљине,али да је један десно а друга лево,па их унесемо у поларизациона апарат између анализатора који су укрштени,и пустимо на њих конвергентну светлост, добићемо ову појаву.Средина интерферисане слике биће тамна,паралелна ,и од не у место пречага онога црнога крста и место оних концентричних протенова,појаве четири спирале,развијајући се сваки за себе док се



на једном пречну на пресеку све. Те се спирале зову Ејријеве јер их је он прв сл изно и прочуо. Описао кривине ових спирала показује, у какву плочицу прво улази све лост, тј. која је плочица окренута према поларизатору. Ако светлост улази прво у дес трорлирну плочицу, онда је на десно окренута конкавна страна спирале (↻). Ово ротаторно поларисање можемо објаснити од прилике овако. Сваки линијски поларисан зрак може се сматрати, или замислити бар, да је постао из два циркуларно поларисана зрака у ком случају као што смо нагла, треба да је $\delta = \frac{\lambda}{2}$ један од њих кружи десно а други лево. У механи ци смо већ видели да кад једну тачку напомнемо двема силама, резултују ће кретање њене бити управљено правом линијом. Према томе дакле можемо и линијски поларисан зрак у неколико с разлогом сматрати, да је резултат двају циркуларно поларисаних зракова. Услед тога сад, који ће од та два зрака бити тј. која је компонента линијског зрака већа на ту ће се страну и сама поларисан раван окретати, јер ће плочица од кварца сто једну зрак разложити у две компоненте. Ако су те компоненте једнаке међу собом, ој разложени се зраци крећу истом брзином, поларизациона раван биће у правцу првобитнога резултујућег линијског зрака. Ако ли су неједнаке тј лева је компонента већа од десне, или ова од леве, поларизациона раван скренуће за известан угао лево или десно од првобитнога правца линијског треперава зрака. Код левога је на пр. кварца лева компонента већа као што је и кретање на тој страни веће, а код десногa је кварца то обрнуто Рат чунским ћемо путем ово претставити на овај начин. Видели смо да уопће об ично поларисани зрак врши своје трептаје по обрасцу $y = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ који сада можемо написати у облику $y = \frac{a}{2} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \frac{a}{2} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} - \frac{\lambda}{4}\right) + 0$ где се други и четврти члан потпуно остаје саме горња вредност за y. Први и други израз показује извесне зраке који се разликују у ва $\frac{\lambda}{4}$ то ће према досадашњем дати један циркуларно поларисани зрак, на пр. десни. Тако исто и трећи и четврти израз разликују се за $\frac{\lambda}{4}$ због чега ће и они дати један циркуларно поларисани зрак, само што је он са знаком (↺)

дају те супротан правац. Према томе је онај обичан линијски поларисани зрак сада растављен на ова два циркуларно поларисана зрака. Тако се исто могу и два циркуларно поларисана зрака претворити опет у један линијски, једе треба само обрнуте радње радити. Овај је опит и доказ навео по моју кварца већ више пута споменути *Fresnel*. Он је направио т.зв. Френелову призму. Исекао је од десног кварца призму γ чији је угао преломна 152° а стране јој према оси кристала имају исти нагиб. Тако исто исекао је и од левога кварца призму γ' чији је преломни угао исто 152°, а стране јој према оси кристала имају исти нагиб. Ове призме састављене су тако, да су основне равни основни кристала паралелне, а ивице управне на ивице призме.



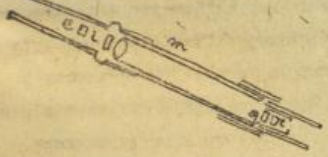
Те две призме састављене су тако што се на слици види, са оном призмом и тако добије једну призму, чија је основна паралелна основним кристала, а ивице управне на ивице призме. Кад сад пустимо да један зрак светлости прође кроз ову призму, онда ће кварцу појачати леву компоненту, а десни десну, те ће се на крају крајева из саме призме изићи два циркуларно поларисана зрака (појавиће се две слике) - један лево а други десно поларисан.-

Све ово што смо до сада казали за кварцу, вреди и за друге оптички једноосне кристале; који поларишу ротаторне. Сва је разлика међу њима у већој или мањој моћи таквог поларисања. Од свију чврстих тела у кварцу се најлепше опажају појаве ротационе поларизације. Сем кварца и неких једноосних кристала ову моћ имају и многе течности и раствори. Међу кристалима оптички двоосних не познајемо ни један, који би могао ротаторне поларисати светлост.

Опажање је да се по променљају поларизационе равни могу пеоћати разлике у састављу тела и у тим случајевима када то хемиске анализе не показују. На пр. грожђани шећер скреће поларизациону раван на лево (леву леву), а обични шећер на десно (десностраво), док је хемиски састав оба шећера исти. Према томе даље обртање, ротација поларизационе равни зависи само од молекулске конструкције, унутрашњег склопа, посматрајући тела, а никако од агрегатног стања његова. Само је нађено да је ротациона моћ код течности у опште мања но код кварца. У концентрованог сирупа обичнога шећера, који од свију течности има највећу ротациону

мей 35 пута је она већ слабија но код кварца. Осем тога ротациона моћ поларисане светлости зависи и од температуре тела, која се испитује, али она код свију тела не расте или опада са температуром, већ код неких расте, код неких опада. Напред смо већ напоменули, да поларизациона боја зависи поред осталога и од дебљине плочице, као и од тога, како стоји њена раван спрам оптичких елемената кристала.

Најважнија примена ових особина ротационог поларисања осим много другога у индустрији, нарочито при фабрикацији шећера, кад се хоће да добије количина и каквог је шећера у једном раствору. Раствор обичног шећера скреће поларизациону раван на десно; у колике је тај раствор богатији и богатији шећером, у толике ће и ротација расти сразмерно количини растворенога шећера. Према томе се дакле по углу скретања лако може извести квантитативна анализа неког раствора. То исто важи за раствор левулозе (левога шећера), само се анализирани материја, која има шећер, раствара неком нарочито једном справом, која се зове С а х а р и м е т а р. У њему имамо три главна дела: цев у којој је течности чију концентрацију испитујемо, поларизатор и анализатор. Цев је од бакра, дужине 10, 20-30 см напуњена течношћу; изнутра мало бакрена и на оба краја затворена двема стакленим паралелним плочама. Она се ставља у другу једну цев, која се на оба краја завршује двема плочама, у којима су причвршћени тако звани поларизатори и анализатори. Пред отвор једне од тих цеви намести се обична лампа чија светлост у правцу осовине инструмента сурефе најпре поларизатор-призму ? - која двогубо преламља. Само необичан лик може да дође у око, а обичност се стање, пошто је та тачкаста рефлектована апсорбована у унутрашњи зид цеви. Та двогубо призма у такоме је положају да поларизациона раван стоји управно и пролази кроз осовину саме справе. - Пре овог налазе се призме поларисана светлост сусреће плочицу кварца са двојном ротацијом, тј. која скреће поларизациону раван исто доба на десно и на лево. Ради тога је она начињена од два слоја кварца са супротним скретањем, које стоје



једна поред друге и то тако да је линија њихова раздвајања управна и у истој равни у којој и осовина апарата. Све плочице кварца, исечене управно преко својих кристалних осовина, имају дебљину 3,75 мм. на јој одговара ротација од 90°, дајући при том слику руменкасто љубичасте боје, која се зове осетљивом бојом, јер се и најмањим окретањем поларизационе равни (05°) та једноликост обојених слика кварца напушта, као што смо напред видели, ове узајамне комплементарне боје. Обе кварцне полудиске скрећу поларизациону раван један на десно, други на лево. Пошто је прошао и кварц q, поларисани сноп зракова пролази сад кроз течност, пошто је у цеви m, а затим пада на другу плочу кварца C која је проста и не мора имати одређену дебљину. Ова ова плоче пред још неких појединости, налази се и једна двогуба призма C која служи као анализатор при посматрању поларисаног снопа, пошто пролази кроз течност и разне плоче кварца. Ако на пр. пре напуњене цев неутралном течношћу, видећемо да ће се супротна дејства плочица кварцових с лева стране само спрва уништити и како је дејство течностине, обе половине плоче q виђене кроз анализатор C да ће савршено онакве слике, какве смо већ пре тога видели. Али ако се цев место неутралне течности напуни каквим раствором ротационе моћи ова цеви увећаће ротациону моћ једнога кварца, за двојну ротацију q и у толико ће умањити ротациону моћ другога кварца. Отуда излази да обе половине плоче q неће имати једнаку боју, и ако једна половина има на пример црвену боју, друга ће имати плаву. Сад се обртањем призама и плоча кварцових на левом крају справе удеси тако да обе половине плоче q двојнога кристала добију своју прелазну руменкасто љубичасту, осетљиву боју. Кад је то већ постигнуто онда се гледа на утврђеној и нарочито за то удешеној скали, ком податку одговара компјус, и број који њему одговара, одређује непосредне јачину концентрацију раствора. У осталом се детаље појединости нећемо упуштати. Све је само принцип та ове једне методе испитивања која се оснива на поларисане светлости

На сем ове примене поларизационим бојама и сликама могу неки минерали лако да се лако разликују, особито кад су у стенама по танким плочицама од стена услед ове поларизације, познају се да ли је структура кристала проста или сложена и како су њени састави распоређени. Сваку промену и разлику молекуласког склопа на појединим местима таквих тела дознајемо врло лако помоћу поларисане светлости, јер

с њим услед најмање промене и неправилности њихове површи и облици оних концентричних кругова, елипса и хипербола, као и кротови мењају. За један комад стакла не може се ничим другим констатовати, како су у њему молекули распоређени. Али ако га испитамо у поларисаној светлости, тј. с једне стране пустимо поларисану светлост а с друге га посматрамо анализатором, одмах ће нам се јавити разне слике различне обојене и разнога облика. Према томе изводимо, да молекуларна конституција стакла није хомогена, већ је на разним местима различита и неправилна. Сем тога свако се ове лаке испитују и неједнакости дебљине на појединим местима једне плоче, биле стаклене или ма чега другог тела, јер смо казали, да ротација поларизационе равни зависи у многоме и од дебљине плочица, кроз коју поларисану светлост пропуштамо. Сасвим ће друкчији распоред боја и облика слика бити на оним местима чија се дебљина разликује ма и за $\frac{1}{1000}$, $\frac{1}{10000}$, $\frac{1}{100000}$ и т.д. дебљине.

Ње досадањем изгледа да ми треба, управо да мораме сами да правимо поларисану светлост. Међу тим је та појава много чешћа не што бисмо ми на први поглед и мислили. Свака ће у опште светлост одбијена са површине ма кога тела више или мање поларисана. Ако гледамо на пример плочу лискуна у светлости одбијеној с црнога огледала, видећемо слике обојене врло лепо разним бојама. То значи да је та светлост поларисана. Тако исто и кад је небо ведро, светлост је сунчева одбијена са ма које површине и предмета у неколико и поларисана, само ће то поларисање различите на разним висинама. Тако на пример са стола рефлектована светлост такође је поларисана, јер ако ставимо између стола и једнога анализатора неку плочицу, одмах ће се појавити разне обојене слике, разуме се већ много слабијега интензитета, не што до сада експериментима изводисмо.

Велика је примена поларисане светлости у т.зв. п о л а р и з а ц и о н о м м и к р о с к о п у. Сваки овакав микроскоп треба да има две Николове призме. Једна се од њих ставља испод предмета а то је поларизатор, јер јој је главни задатак, да поларише светлост, коју прима од једнога огледала испод себе и даје је предмету који се хоће да посматра. Друга се призма меће између ока и објектива или преко окулара и то је анализатор, јер се у њему испитује, анализује светлост, која је већ кроз

стављени минерал или какав други предмет прошла. Светлосни се појави у микроскопу мењају према разним међусобним положају Николових призама у њему. Ако се под микроскопом међу укрштеним призмама, у ком би случају биле потпуно помрачене (јер необичан зрак што излази из поларизатора ваља у анализатору управно на његов пресек, те ће се и он као и обичан у поларизатору, сасвим утулити), пропадају танке минералне плочице, онда ће се ови светлосни појави или мењати или не, према оптичким особинама минерала, који се проналеже. И по томе се разликују поједини минерали (међу собом) један од другога. Сем тога у оваквој поларисаној светлости, тј. оваким микроскопом можемо да констатујемо и видимо извесне детаље много боље, но што бисмо те могли у обичној светлости. Исто тако кад посматрамо и једну длаку (или зрно шећера и т.д.) показују се извесне боје готово онаке исте, као што смо те видели код кристала у поларисаној светлости. На тај начин можемо испитивањем лако доћи и до најмањих појединости у структури једне длаке или ма кога тела, које кроза се пропушта поларисану светлост. Нарочито је то испитивање детаља у структури светлости важне код кристаја, што се врло лако и лепо може постићи у поларисаној светлости.

Све су ово само неке од велике важних особина и примена поларисане светлости. Њом се много што шта доказало, у шта се дотле сумњало, открило или у испитивању олакшало и усавршило. Колико је за науку у опште важна спектарна анализа, толико је исто важна и примена поларизације светлости. И једна и друга нашла је примене и у индустрији. Прва се примењује при грађењу најбољега Бесмеровог челика, а друга при фабрикацији шећера. Питање је сад само: Како трепери поларисана светлост: Да ли у равни у којој је и поларисана, или у равни управној на поларизациону. Ма да смо појавама у поларисаној светлости одговорили и тај одговор на стављено питање о треперењу обичне природне светлости и доказали -, опет се овде ни ми не можемо ни у колико послужити, јер ни једна не решава питање у корист једнога или другога одговора. - Fresnel, који је до појединости проучио поларисане светлости, мисли да поларисана светлост трепери у равни управној на поларизациону. Други пак физичари, који су се такође бавили проучавањем особина и појаве поларисане светлости, тврде и доказују сасвим противно, тј. да је њено треперење у истој равни, у којој је она и

поларисва на.- На овд се ово питање још неможе коначно решити и на
што дати одлучан одговор, како је то баш у ствари. Доцније кад будемо говорили о електромагнетичној теорији светлости, коју је пре 30 год. развијо Maxwell , видећемо како се замишља да се трепереве врши и у једној и у другој равни само су једна кад трепере у самој поларизационој равни електрични таласи , а други који трепереву равни паралелној на њој магнетски таласи. Отоме ће речи бити у своје време, кад будемо (2) (1) (mo) саму ту теорију излагали у науци о електрицитету.

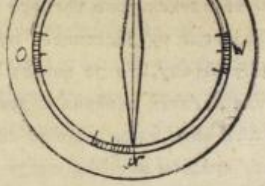
Крај науке о светлости.

Литографија Косте М. Бојковића Македонска 21.
- Београд -

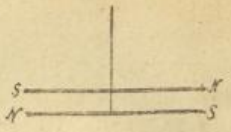
М А Г Н Е Т И З А М.

Природни магнет је минерал хемиског састава Fe_3O_4 коме је главни саставни део гвожђе, и који има, кад је слободан, ту особину да привлачи ситне делове гвожђене и челичне. Овај минерал пронађен је близу вароши Магнезије у Малој Азији, и отуда му је и име. Магнети могу бити природни и вештачки. Природни су они који се као такви налазе у природи (магнетит). Код њих је магнетизам неправилно распоређен т.ј. природни магнет је негде више а негде мање магнетичан. Вештачки су пак они магнети, који се граде вештачким путем. Њима можемо да дамо облик какав ми хоћемо. Сви закони изведени за вештачке магнете важе и за природне.

Магнетски полови. Ако парче природног магнета исечемо у виду шипке и оставимо га да слободно виси хоризонтално или га подупремо, такав магнет има то својство да се једним крајем обрне приближно југу а другим се северу. Крај магнета окренут северу зове се северни пол а онај окренут југу јужни пол. Линија, која везује та два пола зове се магнетна оса. Ако парче магнета изрежемо у виду ромба добија назив магнетска игла, а ако је та магнетска игла подупрта и у кутију затворена, те је згодна за мерење добија назив бусола (компас). Бусола служи за одређивање правца, кад знамо колико северни и јужни пол магнетске игле скреће скреће од правог севера и југа. Магнетске игле, које се употребљују на лађама нису просте, као обичне бусоле, већ су састављене из више мањих иглица повезаних.



Често пута потребно је да удесимо магнетску игду да не стоји под утицајем земаљског магнетизма као што је то случај код справа за мерење струјине јачине т.зв. галванометара. За ту цељ праве се нарочите игле



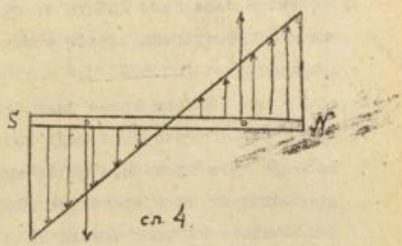
зваће астатичке. То су две паралелне игле, којима су полови супротно окренути тј. на којој је страни северни пол једне на истој је страни јужни пол друге. Те две игле спојене су међу собом и висе о концу.

ТЕОРИЈА О МАГНЕТИЗМУ

Ако какав магнет преполовимо видећемо да смо од једнога магнета добили два потпуна магнета јер ова два парчета засебно, имају сваки од њих свој северни и јужни пол. - Док је магнет био цео, он је највише привлачио опилке гвожђа на крајевима а у средини најмање. Ако преполовимо магнет а ове половине добијају већу привлачну моћ на крајевима, што потврђује опит (кад метнемо магнет у опиљке гвождене). Па и ове половине магнета, ако половимо и даље, свако његово парче биће засебан магнет са својим два пола и привлачним снагама на крајевима. Ово се тумачи тим, што се сматра, да је сваки магнет састављен из читаве серије елементарних - молекилских магнета, т.ј. да је сваки молекил за себе магнет. Како су ти молекиларни магнети поређани, док још тело није намагнетисано. тумачи се овако: Код таквог тела молекили као елементарни магнети имају разне положаје један према другом, и тако се код њих не јавља магнетизам. То се може сликом овако представити. Кад ми то тело магнетишемо, ми уређујемо те елементарне магнете и доводимо их у положај, (какав нам ова слика казује) где су једноимени полови свих тих елементарних магнета окренути на једну страну. Што је магнет најјачи на крајевима, тумачи се тим, што се на среди магнета северни и јужни полови елементарних магнета потиру а једни полови оних елементарних магнета, који су на крајевима, остају непотрти, те зато крајеви магнета имају најјаче привлачење.

Ако хоћемо да нађемо геометриско место половима магнета, то ћемо радити овако: Ако јачине привлачења магнета представимо силама, т.ј. дужинама линија, које су на крајевима најјаче а идући средини магнета све слабије и слабије; за други пол поменуте силе идући супротним смислом јачина им исто тако опада, што су ближе средини. Ако врхове тих сила покупи-

мо, видећемо да оне све леже на правој линији (сл.4.) Знамо из науке о техни ту, да је нападна тачка сила код троугла на трећини висине, то и овде пол же диру на трећини половине магнета, или на шестини целога магнета, и то на ше стини најближој до краја.



сл. 4

Осим ове досадање хипотезе која се састоји у томе да сваки маг нет састављен из елементарних-молекилярних магнета, имамо ми још једну хи потезу-Амперову, која се објашњава струјом. Ако проведемо струју кроз жи цу, која има округао облик, видећемо, да ће струја кружити кроз овај спроводник и да ће једна половина тог спроводника имати један пол, а друга половина други пол магнетски; тако исто тумачи се да у сваком магнету кружи струја од једног пола ка другом. Овај хипотезис видећемо доцније и детаљније, кад будемо говорили о електрицитету.

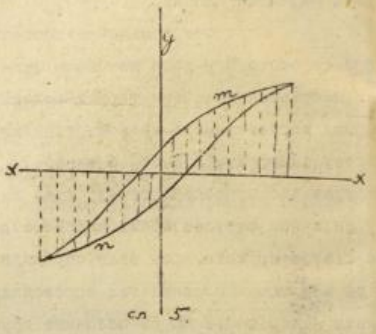
Магнет изложен страним утисцима, као потресу или високој темпера тури, губи од своје јачине. Зато се тело лакше намагнетише, кад се налази у потресу, јер се тиме молекули померају и сила магнета, којим га магнетиземо, лакше доводи у распоред молекиралне магнете. При потресу магнет губи своју јачину, зато га треба чувати од потреса.

Магнети, који се имају преносити и излагати потресу, препарирају се нарочито т.ј. мећу се у нарочите бубње, који се окрећу и тим се тресу по сле чега остану у њима извесна количина магнета, која је стална.

Као што смо напоменули и температура утиче на магнет, јер ако неки магнет загрејемо до усијања, пошто се охлади, он је потпуно изгубио сво ју моћ магнетизма. То се тумачи тим, што се молекил. при грејању размичу и излазе из оног потенцијалног стања.

Често има потребе да се магнет поквари размагнетише и поново намагнетише: то кварење и поновно магнетисиваље, представљамо графички у јед ној равни, помоћу координатног система, при чем по X оси преносимо силу, ко ју употребљујемо за размагнетисаваље и поновно магнетисаве а по y оси јачину магнетизма, који тој сили одговара. Кад сила којом размагнетишемо бу

де равна нули т.ј. кад прекинемо струју, то би требала и јачина магнета буде равна нули, али то неће бити, већ ће јачина његова имати опет неку в ност већу од нуле. Ако све те тачке, које одговарају појединим посматрањ повежемо добићемо криву облика m (сл.5.) Ако хоћемо то тело опет да намагн тишемо и онда ћемо добити за графичког представника овакног утицаја криву m (сл.5.).



Из ове криве види се, да је сила према нули, т.ј. постала је већа од нуле, а челик није постао ни мало магнетичан. То задоцњавање магнета назива се хистереза магнета. Тај отпор да се тела дају лако и тешко магнетисати и размагнетисати назива се коерцитивна сила, тако код челика је већа коерцитивна сила него код гв ђа, па зато се челик теже намагнетише него гвожђе али и теже испушта магне тизам, такав магнет назива се сталан или перманентан. Гвожђе одмах прима м гнетизам, али га одмах и испушта и зато се зове привремени магнет.

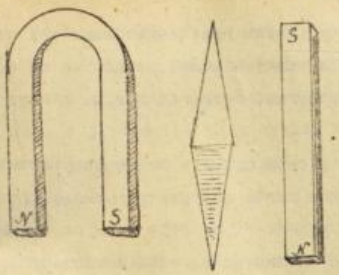
Сваки од ових магнета има своју примену. Тако привремени магнет употребљује се при електричним потребама, стални пак, као обични магнети у виду потковице, шипке и др. Кад дејствујемо магнетом на опиљке од гвожђа, оп

ће привући те опиљке и сваки опиљак постаће за себе магнет, док је у ве зи с овим.

Код правилних магнета као што смо видели разликујемо два пола, који су на крајевима, могу се полови направити и на средини магнета. и такви магнети, код којих има полова и на средини, називају се

Облик магнета може бити различан, што зависи од нас; обично се магнети граде у виду потковице, шипке и магнетске игле (сл.6.)

Да би се са малом масом добило више магнета граде се т.зв. ламе дарни-ламинати магнети, који су у виду потковице или троструке т.ј. три потковичаста магнета везана у једно. Магнети се никад не држе отворено т.ј. без наоружања или арматуре, јер им тада слаби магнетизам, већ су увек наору жани.



сл 6

Кад међу половима два јака магнета унесемо неко тело примећујемо да ће оно заузети известан положај Према томе какав ће положај заузети делимо тела на двоје: на парамагнетична, која заузимају исти правац, који им дају сами магнети тј. правац магнетске осовине и дијамагнетична, која заузимају положај управни на осу магнета . Нема тела па ма кога агрегатног стања била а да су неосетљива према магнету о туда правило: Сва су тела осетљива према магнетизму.

....ВЕШТАЧКО МАГНЕТИСАЊЕ....

Вештачко прављење магнета бива у главноме на два начина: Утицајем - индукцијом и у новије време електричном струјом.

Магнетисање утицајем врши се на више начина.

1. Узме се нпр. магнетична игла, која је направљена од челика а још није магнетна, па се онда један крај превлачи северним полом каквога магнета, а други крај јужним полом истог магнета. Крај магнетске игле, којим смо превлачењем северним полом магнетисали, магнетисаће је јужно а јужни северно. При том треба пазити да једним полом исти број пута предучемо колико и другим.

2. Метода двојног превлачења, која се састоји у томе, што челик, који хоћемо да магнетишемо, превлачи место једног са два магнета.- Узму се два магнета саставе се њихови разноимени полови и ставе се на средину челика, који хоћемо да магнетишемо, за тим се вуче један ка једном а други у исто време ка другом крају. То се понавља и даље и тако ћемо од челика добити магнет. Можемо и другчије магнетисати челик помоћу двојног превлачења. И овде се као и мало пре, магнети саставе у средини па се оба нераздвојно превлаче од средине ка једном па затим од средине ка другом крају. При овоме треба пазити,да обадве стране добију једнак број превлачења.

Најзад магнетисање утицајем може бити врлодно, како се обично и ради код потковичастих магнета. Узмемо два парчета челика потко-

коничастог облика и саставимо их краке, затим привлачимо магнетом сву- да колико. Овако можемо магнетисати и шипчаи челик, само код оног начинимо геометрискy слику као: четвороугао, петоугао и.т.д. и свуд у- колико привлачимо.

Извесни магнети не могу у себи примити бесконачну количи- ну магнета, већ до неке извесне границе после те границе можемо привла чити и најјачим магнетом, колико год хоћемо он се неће моћи појачати. За такав магнет каже се да је засићен. Количина магнета зависи од вели чине масе.

МАГНЕТСКА ПОЉА.

Ако смо рекли, да можемо изоловати један магнетски пол од утицаја другог, т.ј. да замислимо да је магнет врло дугачак, па да дје ство једног пола тога магнета не квари дејство другог пола, већ да сва тај пол утиче на своју околину. Ако се сад у близини тога пола налази ма каква магнетска маса m_1 или може их бити више.нпр. $m_1, m_2, m_3 \ldots$ m_n већ ће пол утицати на те масе било привлачећи или одбијајући. Простор коме се налазе те масе, на које тај пол дејствује, назива се магнет ско поље. Оно се пружа од пола па на све стране. Што је пол магнета је чи: тим је поље тога пола веће и обратно..Ми можемо узети да се то по- ље простире у бесконачност наравно слабо.

Ако тражимо интензитет привлачења и одбијања тога магнета, наћићемо да свуда тачке једнаку магнетску, који имају једнак интензитет леже на површини лопте, чији је центар сам тај пол.

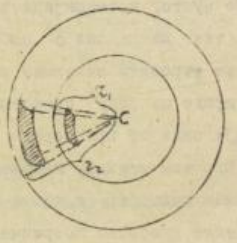
Сад можемо сваки представити да свака интензивност има своју одговарајућу лопту, све те лопте концентричне су. То видимо и код на- ше планете - земље, јер је њено привлачење концентрисано у средишту, и оно је једнако за све тачке, које се налазе на површини лопте, чији је центар у центру наше земље. То што је привлачење земљино на половима јаче него на екватору, тумачи се тиме што наша земља није потпуна лоп- та, већ је на половима спљоштена, т.ј.полови се њени ближе средишту.

Када се нека маса налази у пољу неког магнета, то ће овај привући, по најкраћем остојању, т.ј. по правој - полупречнику лопте,на којој се тачка налази. Знамо да путеви - полупречници морају бити у-

равни на тој лопти, Тако исто бива и кад пол одбија ту масу, дакле одби
а је опет по правој линији. Такви примери срећу нас врло често у обичном
животу. Тако нпр. кад неко тело слободно пада то ће оно ићи право к центру
земљином, т.ј. кретаће се у правцу полупречника земљиног. Те линије по ко
јима пол некога магнета дејствује привлачиће или одбијајући на тела, која
се налазе у његовом пољу, називају се линије магнетског привлачења.

Снага, којом једна магнетска величина привлачи другу магнет -
ску величину, назива се интензитет магнетизма прве за место, на коме се на
лази друга. Снага којом неки магнет у јединици масе привлачи такође једини
цу масе на јединици остојања, зове се јединица интензитета, т.ј. ако се са К
означи интензитет пла ако б (једнина магнетске масе) остоји од јединице ма
се на јединицу даљине, онда је К = 1. Но ако њихово остојање није равно
јединици, већ неком броју r онда ће бити $K = \frac{1}{r^2}$ Ако ни масе нису равне је-
дињици већ m_1, и m_2 онда ће интензитет бити $K = \frac{m_1 m_2}{r^2}$ дакле ин-
тензитет је управно сразмеран масама и обрнуто сразмеран даљинама.

Магнетске линије привлачења по броју своме дају нам могућност
да одредимо интензитет извесног пола.
Узимо кугу неке извесне јачине при-
влачења, чији је полупречник r = 2 и
у чијем се центру налази пол а тој
кугли осецимо комад површине, на пример
четвороугаоног облика и крајње тачке
те површине везимо са центром - пола
тада добијамо пирамиду. Сад ако замис-
лимо на остојању r од пола описану кугу
и ако те продоре везмемо добијамо слику слична оној првој само која
је четири пута мања од оне прве. Поделимо ту слику на четири дела, и узми-
мо да кроз сваки тај поделак пролази по једна магнетска сила - линија т.ј.
на остојању 1, интензитет је за ту површину = 4 дакле на ту површину пада
ју четири линије, али те исте 4 линије падају и на прву површину, која је
4 пута већа од ове, те је интензитет ове површине 4 пута мањи него интензи
тет оне прве. Дакле на два пута већем остојању интензитет је четири пута
мањи, на три пута већем остојању интензитет је 9 пута мањи и.т.д. дакле ин



сл 7.

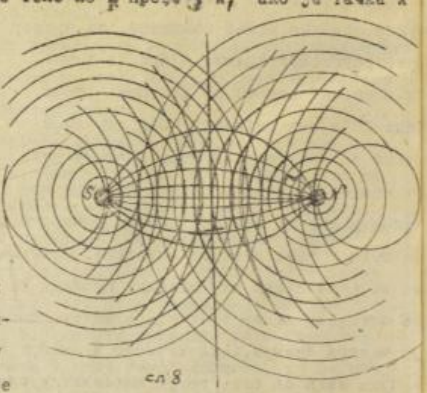
тензитет опада квадратом, остојања.

Ако узмемо горњу површину за јединицу, а површина исте лопте је $4r^2\pi$ онда је интензитет за $m=1$, $K=\frac{1}{4r^2\pi}$ а ако је маса привлачења тела m онда је за другу неку куглу интензитет K_1 чији је полупречник R а маса иста m $K_1=\frac{m}{4R^2\pi}$ или $\frac{m}{R^2}=4\pi K_1$ па како $\frac{m}{R^2}$ није ништа друго до сила, којом се они привлаче (то се види из обрасца $\frac{m_1 m_2}{r^2}$) то значи да се сила добија, кад се интензитет помножи са 4π.

Посматрајмо сада два пола. Нацртајмо пресеке еквипотенцијалних површина - еквипотенцијалне кругове, и то за сваки пол засебно.

Ако пресеке одговарајућих еквипотенцијалних кругова ставимо, добијамо једну праву линију свака тачка те праве подједнако одстоји од N и S, а како су N и S полови истога магнета, то су они једнаки, то је свака тачка у поменутој линији у неутралном положају, јер је оба пола подједнако привлаче. Док год се неко тело креће по тој линији, оно не врши никакав рад, зато се та линија и зове линија нултог потенцијала, јер је рад који то тело врши, крећући се по правој линији раван нули.

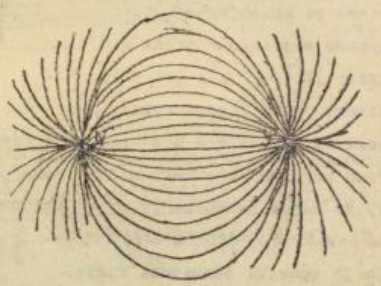
Узимо за проучавање једно тело у тачки A, коју смо одвојили од линије нултог потенцијала и хоћемо да је доведемо из A у A, онда ако је тело у A тако да га пол S одбија а пол N привлачи, онда ће се на то премештање утрошити извесан рад, да тело из A пређе у A, ако је тачка A такве природе да је S привлачи а N одбија онда се при горњем врши рад. При том преласку извршена је јединица рада, јер је тачка прешла из једне нивовске површине у другу. Али исти ће се рад извршити односно утрошити, ако се тачка из A креће ка B и од B ка A. Но тело би пало из A у A, само тада, кад би га пол S независно од пола N привлачио или одбијао. Али у овоме случају и N дејствује, наравно слабије од S јер је тело даље од N и



сл 8

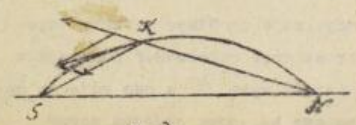
.зато ће се оно кретати дијагоналом AE па и овом приликом извршиће се јединица рада (или произвести или утрошити). Кад се дакле тело креће из A ка E оно је дакле у истим односима према S и N. Ако то поновимо за више тачака, добићемо једну криву линију, која није ништа друго до пресек еквипотенцијалне површине за оба пола, а AB је комад тога пресека. Пресеци ти биће концентрични кругови, који се на једном крају сближавају а на другом разилазе, и то сближују се већма што су ближе нутној линији, а разилазе се све више, што су даље од ње. Посматрајући понашање једног независног пола видели смо да су еквипотенцијалне површине биле концентрични кругови, а линије магнетских сила биле су полупречници.

До свих линија ~~линија~~ можемо доћи посматрајући оба пола засебно. Повуцимо из тачака N и S магнетске линије за оба пола, и то тако да 1 од пола N буде паралелно 1' од пола S даље да 2 ∥ 2', 3 ∥ 3', 4 ∥ 4' и т.д. Сад нађимо пресеке свију линија које имају једнаку диференцију (пример за 3' - 1 = 2 4 - 2 = 2 5 - 3 = 2) па ћемо добити криву линију за диференцију пр. 2. Тако исто можемо добити криву и за диференцију 3, 4..... Ако ове фигуре обрнемо за 360 добићемо изглед целог магнетског поља, а еквипотенцијални кругови биће на ове линије управни.



сл. 9.

Узмимо два пола S и N и једну магнетску количину било северну или јужну. Рецимо да је северна, онда ће је јужни пол привлачити више но што ће северни пол одбијати. Зато ће једна компонента бити већа но северна по паралелограму сила, та магнетска количина кретаће се дијагоналом паралелограма образованом по тим двема компонентама и у овом случају биће

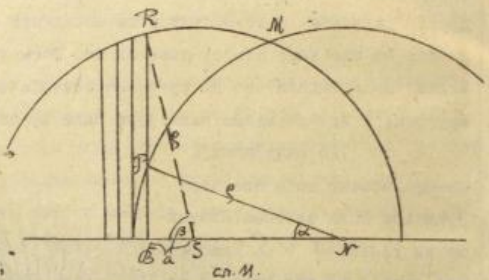


сл. 10

привлачење обрнуто сразмерно квадрату растојања (Бутнов закон).

Али та магнетска количина неће се кретати целом дијагоналом јер чим се из K помакне она је у другом положају према N и S с тим се мењају и компоненте, па и резултанта и услед тога кретања тачке К врши се по кривој линији облика, који видимо на горњој слици.

Да одредимо једначину такве криве линије узмимо два магнетска пола N и S и ван њих тачку М, која је од њих подједнако удаљена: опишимо круг из N отвором NM па тако исто и из S отвором SM Да би конструисали тачке те криве линије повучимо неколико нормала на праву SN (са леве стране),



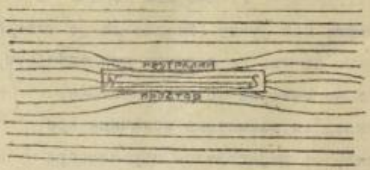
сл. 11.

узмимо једну такву нормалу и њен пресек са кругом, описаним из S саставимо са тачком S а њен пресек са кругом описаним из N саставимо са N.
Нека је нормала Rr у једној од нормала које спадају NS
Угао који заклапа RN и NS нека је α а угао који заклапа RS и NS нека је β из слике имамо да је $Br = \rho \cos\beta$ и $Br = \rho \cos\alpha$ Из овог је:

$$Br = BN - NS = \rho(\cos\alpha - \cos\beta) = a \quad \text{или} \quad \frac{a}{\rho} = \cos\alpha - \cos\beta$$

То је тражена једначина криве.

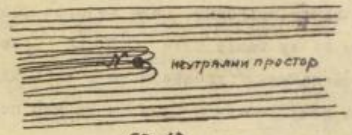
Кад код неког магнета теку магнетске линије паралелно, онда се такво поље зове хомогена у противном поље је хетерогено. Да видимо шта ће бити, кад узмемо неки перманентан магнет у пољу земљиног магнета, поље земљиног магнета хомогено је зато линије земног магнетизма теку паралелно Замислимо да су две линије земног магнета, и кад у њих унесемо магнет чији је пол N на истој страни где је и N пол земљин, а тако исто и пол S Овде ће магнет покварити паралелни правац линија земљиног магнетизма, а и то тако, да оне линије, које су ближе магнету скрећу из свог паралелног положаја и пролазе кроз N а оне које су даље, оне ће услед дејства њеног



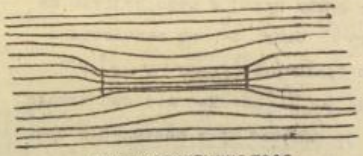
сл. 12

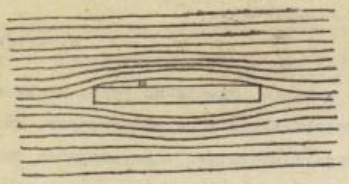
угнути се према њему, и то угнуће биће све слабије, што је линија даље од магнета, док најзад линије не поћу опет паралелно, јер на њих не утиче маг нет због даљине. Ми видимо да ће остати извесно место, кроз које неће про лазити линије земљиног магнета. То констатујемо, кад у то место метемо маг нетску иглу, она ће постати индиферентна према земљином магнету.

Ако у поље земног магнета унесемо опет магнетску иглу, са мо тако да је окренемо да буде S магнетске шипке, где је N земног маг нета, и овај ће магнет променити правац магнетских линија земљиних а то се види из слике 13. И овде има као у првом случају простор у коме се магнетска игла по наша индиферентно према зем љином магнетизму. Парамагне тична тела унесена у поље зем љиног магнетизма упијају у се бе магнетске линије (види сл.14) Дијамагнетична тела раде обрат но т.ј. удаљују те линије од се бе (види сл. 15)



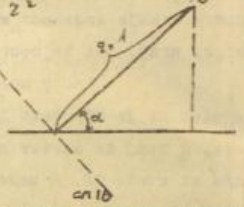
сл. 13.


парамагнетична тела
сл. 14.


дијамагнетична тела
сл. 15.

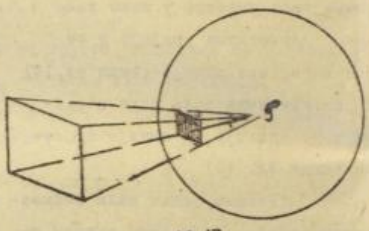
Узимимо један мали елемен таран магнет, чију ћемо дужину о значити са l а масу са m и тра жимо дејство тога магнета у односу на једну тачку P. Дејство тога маг нета на тачку P на јединици одсто јања биће $2ml$ и то је за угао $\alpha = 90°$ кад права, која везује средину маг нета са тачком P стоји управно на магнету. Али ако то није случај, онда се узима у рачун и угао α, образац за дејство постаје: $2ml\cos\alpha$ То је било, кад је се тачка налази ла на јединици одстојања од магнета; али узимимо да се налази на одстојању r

од магнета, онда пошто знамо да дејство магнета или у опште привлачења опада са квадратом даљине, то се отуда и образац за дејство - потенцијал претвара у образац $p = \frac{2ml\cos\alpha}{r^2}$



Количина $2ml$ назива се магнетски моменат и бележи се M отуда се образац претвара у $p = \frac{M\cos\alpha}{r^2}$

Ако узмемо читаву површину, која дејствује на тачку и ако се δ означимо магнетски моменат за ту површину, онда дејство површине у односу на ту тачку биће $\frac{\delta\cos\alpha}{r^2}$ Ако сад карактерне тачке те површине везмемо са тачком P добићемо тело пирамидиног облика. Опишимо из тачке P лопту са полупречником $r = 1$ и нађимо површину коју ивице помнуте пирамиде граде на тој лопти. Та површина биће слична првој и ако је дејство на тачку P биће ω из сличности имамо сразмеру: $\frac{\omega}{1} = \frac{\delta\cos\alpha}{r^2} : 1^2$ отуда $\omega = \frac{\delta\cos\alpha}{r^2}$ Као што смо казали δ је моменат прве површине и означимо га са M па ћемо добити $\omega = \frac{M\cos\alpha}{r^2}$ отуда правилом Потенцијал неке површине у односу на тачку P раван је оном потенцијалу, који је на остојању = 1 а обухваћен је истим рогљем - пирамидом.



сл. 17

МАГНЕТСКИ ЛИСТ

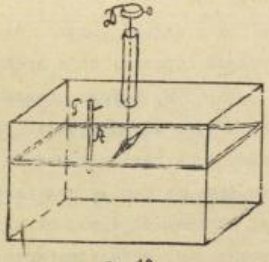
Замислимо један металан лист, гвозден или челичан, који је магнетисан тако, да елементарни магнети стоје управно на површину тога листа, тако да је једна површина листа намагнетисана северно а друга пак јужно. Такав магнет назива се магнетски лист. Да би смо знали дејство таквог магнетског листа треба знати густину магнета (количину магнета на јединици површине) и дебљину његову. Ако је густина δ а дебљина δ, онда је јачина магнета $\phi = \delta\delta$. Кад нека тачка пређе с једне стране тога листа магнета на другу, пита се како ће се променути дејство. Дејство, које чини целокупна површина за ту тачку = $2\pi\delta\delta$ (2π је пун угао под

којим ми видимо ту плочу свуд унаоколо) Пређе ли тачка на другу страну, дејство ће бити: $-\mathcal{D}$. Разлика између првога и овога дејства је $4\mathcal{D}$ и каже се: Да кад једна магнетска тачка пређе с једне стране листастог магнета на другу, дејство јој се промени за $4\mathcal{D}$

ЗАКОНИ МАГНЕТСКОГ ПРИВЛАЧЕЊА И ОДБИЈАЊА.

А. Кад су полови изоловани. Дејство двају изолованих полова одређујемо на два начина, и то: Куломовом вагом или осцилацијоном методом.

1) Куломовом вагом.- Куломова вага састоји се из једне стакдене кутије, на горњој површини на средини налази се отвор, кроз који пролази једна стаклена цев, на врху које се налази направа $\mathcal{D}$, о вој виси врло танак сребрн конац, о који се веша магметска игла; та направа удешена је тако, да се може и хоризонталном положају кретати по вољи на једну или другу страну (као завртањ). Сад се игла доведе у раван магнетског меридијана, али тако да при том сребрни конац не буде ни мало упреден. То се постизава тим, што се на место магнетске игле стави бакарна игла и доведе се у правац магнетског меридијана, при чем се конац неће усукати, јер земни магнетизам не утиче на бакар. Сад се скине бакарна игла на њено место стави се опет магнетска игла, која сад заузима тачно правац магнетског меридијана.



сл. 18

Но треба најпре да одредимо дејство земљиног магнетизма на магнетску иглу. То постизавамо на овај начин: Узмемо руком за врх стубића о ком виси конац и покренемо на десно направу $\mathcal{D}$ за толико, да игла скрене са магнетског меридијана за угао од 1° Направа $\mathcal{D}$ удешена је тако, да се на вој може прочитати угао, за који смо је променили а иглина скретања у овом случају $= 1^\circ$ читамо на подели, која се налази на кутији, и у хоризонтал ној равни са иглом, те нам тако сам врх игле показује степен, за који је игла скренула. Ако смо направу $\mathcal{D}$ скренули за угао α зависи од дужине и дебљине жице, о којој виси игла, а он је сталан за једну Куломову вагу. То упредање жице по Кулому је 35 за 1° скретања магнетске игле.

Пошто смо тако одредили дејство земљино на магнетску иглу која се за једну вагу одреди само једном за свагда, и на овој се прибележи. Ако треба да одредимо дејство какве магнетске шипке на ту иглу, то радимо овако: Кроз отвор P који се налази такође на горњој страни кутије, спусти се магнет A при том се пази, као што смо казали, да игла мора остајати у правцу магнетског меридијана, а да при том комад не буде ни мало усукан. При спуштању магнета A кроз отвор P мора се пазити на то, да се спушта исти пол магнета, којим је и игла на ту страну окренута.

Магнетска игла под утицајем магнета A скренута је од магнетског меридијана за угао α тај угао зависи од јачине магнета A према магнетској игли и од јачине магнета. При једном опиту на некој извесној даљини добије се угао α_1 при трећем угао α_2 ..... и.т.д. Дакле сваком одстојању магнета од игле одговара нарочито угао. На тога кретања и над се при том узме у рачун дејство земљиног магнета на иглу и торзију конца нашао је Кулон закон, који гласи: Два приближно независна пола привлаче се сразмерно квадрату њихов одстојања. Магнетички образац пише са $\frac{m_1 m_2}{r^2}$ То је општи Кулонов образац, који вреди и овде.

2. Метода осцилације састоји се у овоме: Ако имамо једну магнетску иглу и који принесемо помоћног магнета, видећемо, да ће она услед дејства тога пола клатити, и што је пол магнета ближе игли, то ће клаћење бити брже, а ако је пол даље то ће клаћење бити спорије. Сад ако одредимо број клаћења у једној секунди на два различна одстојања, т.ј. да су у једном испитивању магнетска игла и пол магнета ближе а у другом даље, из разлике тога испитивања констатоваћемо опет исти закон $\frac{m_1 m_2}{r^2}$ као и код Кулонове ваге.

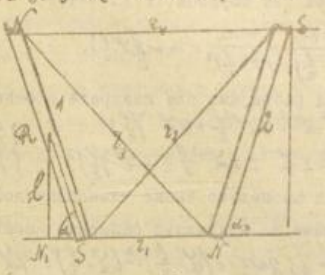
То је било дејство бар приближно изолованих полова. Али ако хоћемо да водимо рачуна о тоталном дејству долазимо до другог резултата.

В. ТОТАЛНО ДЕЈСТВО ДВАЈУ МАГНЕТА.

Узмимо два магнета, положаја, какав нам слика 19 показује Дејство између S пола првога и између N пола другога, дато је обрасцем $+\frac{m_1 m_2}{r^2}$ Дејство је између S пола првога и S пола другога дато је обрасцем: $-\frac{m_1 m_2}{r^2}$ (негативан знак је услед одбијања истоимених полова. Дејство пак између N пола првога и N пола другога дато је обрасцем $-\frac{m_1 m_2}{r^2}$ И најзад дејство између N пола првога и S пола другога

дато је обрасцем + $\frac{mm_1}{z_4^2}$

Средиште магнета првога је у R Вежимо R и S_4 из R спустимо управну на z_1 та управна је крак силе z_1 и ако је $RS=b$ половина дужине магнета и $RSN_1=\alpha$ т.j. угао која гради z_1 са магнетом 1 онда је као што знамо, статички моменат производ силе и крака, т.j. $\frac{m\,m_1}{z_1^2} b \sin\alpha$. За дејство између S пола првог и S пола другог магнета имамо моменат: $\frac{m\,m_1}{z_2^2} b \sin\alpha_2$ За дејство између N пола првог и N пола другог магнета имамо моменат $-\frac{m\,m_1}{z_3^2} b \sin\alpha_3$ И најзад за дејство између N пола првог и S пола другог магнета имамо моменат $+\frac{mm_1}{z_4^2} b \sin\alpha_4$ Кад саберемо ове моменте добијемо:



сл 19

$$0=\frac{mm_1}{z_1^2} b\sin\alpha_1 - \frac{mm_1}{z_2^2} b\sin\alpha_2 - \frac{mm_1}{z_3^2} b\sin\alpha_3 + \frac{mm_1}{z_4^2} b\sin\alpha_4$$

Али ако скратимо са $mm_1 b$ добијемо:

$$\frac{\sin\alpha_1}{z_1^2} - \frac{\sin\alpha_2}{z_2^2} - \frac{\sin\alpha_3}{z_3^2} + \frac{\sin\alpha_4}{z_4^2} = 0$$

За равнотежу сила, т.j. за стално положај магнета, један према другоме, треба да је овај израз раван нули, као што је у оба обрасца назначено.

Дејство целокупног магнета у специјалном положају

- Гаусова положаји.-

Положај

Двају магнета одредио је Гаус. Он је узео два специјална положаја и један од њих зове се први Гаусов положај: а други зове се други Гаусов положај

Први Гаусов положај је такав, да је горњи магнет хоризонтан, а доњи пак управан на њега. Да видимо сада законе привлачења: N пол горњег и S пола доњег привлаче се снагом: $\frac{mm_1}{z_1^2}$, а N пол горњег и N пол доњег одбијају се снагом: $-\frac{mm_1}{z_2^2}$. Ако сад означимо са ℓ целокупну дужину магнета, а са Z одстојање тачке ослонца доњег магнета с N пола горњег имамо да је: $z_1=a-\frac{\ell}{2}$ и $z_2=Z+\frac{\ell}{2}$; ако сад ове вредности заменимо у горњим обрасцима добићемо за привлачење $\frac{mm_1}{(a-\frac{\ell}{2})^2}$ а за одбијање $\frac{mm_1}{(Z+\frac{\ell}{2})^2}$

Тотално дејство биће раз-

лика ова два обрасца, т.ј. дакле

$$f=\frac{mm_1}{(\mathcal{L}-\frac{l}{2})^2}-\frac{mm_1}{(\mathcal{L}+\frac{l}{2})^2}=mm_1\left[\mathcal{L}-\frac{l}{2}\right]$$

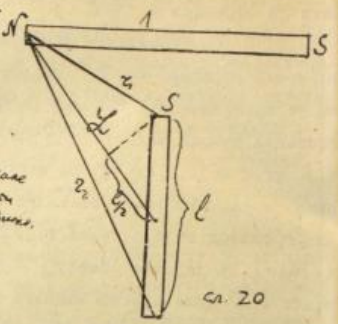
Ако сад развијамо ове квадрате добићемо

$$(\mathcal{L}-\frac{l}{2})^2=\mathcal{L}^{-2}+2\mathcal{L}^{-3}\frac{l}{2}+4\mathcal{L}^{-4}(\frac{l}{2})^2\ldots\ldots$$
$$(\mathcal{L}+\frac{l}{2})^2=\pm\mathcal{L}^{-2}\mp 2\mathcal{L}^{-3}\frac{l}{2}\pm 4\mathcal{L}^{-4}(\frac{l}{2})^2\ldots\ldots$$

} ако остале вредности Заменимо.

Ако сад променимо знаке члановима доње једначине па извршимо сабирање добићемо:

$4\mathcal{L}^{-3}\frac{l}{2}$; дакле $(\mathcal{L}-\frac{l}{2})^{-2}-(\mathcal{L}+\frac{l}{2})^{-2}=4\mathcal{L}^{-3}\frac{l}{2}$



сл. 20

Кад сад у горњој једначини заменимо ове вредности добићемо:

$$f=\frac{mm_1 4\frac{l}{2}}{\mathcal{L}^3}=\frac{2lmm_1}{\mathcal{L}^3}$$

Из овога чита се правило:

Магнети привлаче се управо сразмерно масама, а обрнуто сразмерно кубовима њихових даљина. То је био први Гаусов положај, сад да видимо

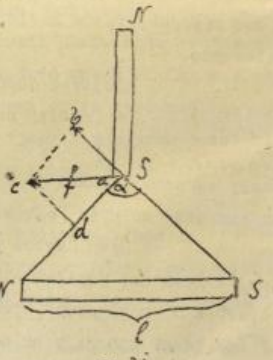
ДРУГИ ГАУСОВ ПОЛОЖАЈ.

Други Гаусов положај разликује се од првога у томе, што је овде доњи магнет хоризонталан, а горњи управан на њега. N пол доњега и S пол горњега привлаче се компонентом ad; а S пол доњег и S пол горњег одбијају се компонентом ab. Кад из ове две компоненте начинимо паралелограм кретања, то ћемо из сличности троуглова добити $abc \sim aNS$ ову сразмеру:

$\mathcal{L}^0 : ab = NS : z$ где је $z=\mathcal{L}$ или

кад заменимо $ab=\frac{mm_1}{\mathcal{L}^3}$ и још ако је $NS=l$ добићемо у горњој сразмери $f:\frac{mm_1}{\mathcal{L}^3}=l:\mathcal{L}$;

одакле је $f=\frac{mm_1 l}{\mathcal{L}^3}$. Дакле важи и овде исти образац као и за први Гаусов положај, само је овде вредност два пута мања него код првог Гаусовог положаја.



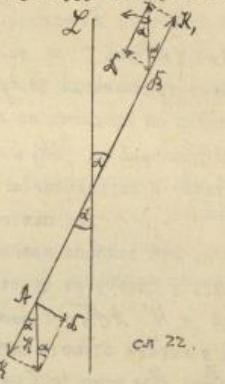
сл. 21

МЕРИДИЈАН-ДЕКЛИНАЦИЈА. ИНКЛИНАЦИЈА И ИНТЕНЗИТЕТ ЗЕМЉИНОГ МАГНЕТА.

Што магнетска игла заузме стајан - одређен положај према земљи, долази од магнетизма земљиног јер је и земља потпун магнет, и тим

Свака игла, кад је положена на земљиној површини, узима се као да је положена на неки магнет и која услед дејства земљиног магнетизма заузима правац север - југ. Тај правац, који заузима магнетска игла под дејством земљиног магнетизма, назива се магнетски меридијан. Он се одређује по правцу магнетске осе. Али астрономски северни и јужни пол са северним и јужним полом магнетским не поклапа се већ постоји неко скретање, то скретање назива се магнетска деклинација. Дакле скретање магнетског меридијана од астрономског зове се зове се деклинација.

Ако поставимо једну магнетску иглу из њеног равнотежног положаја према земљином магнету да видимо какве силе дејствују на ову. Чека нам је игла скренута AB из меридијана за угао α, а $\mathcal{L}$ правац магнетског меридијана. На овако скренуту иглу дејствује један спрег сила, који долазе од земног магнетизма. Он жели да скрене магнетску иглу ка правцу магнетског меридијана $\mathcal{L}$; разложимо сваку од тих сила на две компоненте, једну која иде у правцу игле, а друга која стоји нормално на самој игли. Компонента K дејствују истим правцем а супротним смислом, за то се поништавају, а само управна компонента $\mathcal{D}$ дејствује на иглу. Из слике видимо да је $\mathcal{D} = K \sin\alpha$ Вредност H у овоме обрасцу стална је за једно место, дакле сила $\mathcal{D}$ зависи од угла α. Ако је $\alpha = 90^\circ$ т.ј. сила стоји управно на магнетском меридијану, сила $\mathcal{D}$ има тада највећу вредност. Вредност за силу $\mathcal{D}$ у овом случају зове се: Директиона снага земљиног магнета.



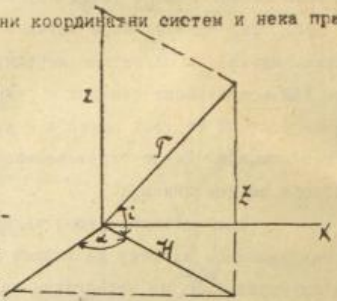
сл 22.

Инклинација.- До сада смо посматрали положај игле, која се кретала око вертикалне осе, а у хоризонталној је равни, сада видимо обратно т.ј. положај игле, која се креће око хоризонталне осе у вертикалној равни.

Ако пустимо иглу, да се креће око хоризонталне осе а у вертикалној равни, и да заузме стални равнотежни положај (престављајући при том да игла лежи у равни магнетског меридијана). Онда се угао, који игла тада начини гради са хоризонтом назива се инклинација. И инклинација као и деклинација имају на разним местима земље и разне вредности.

Закон за инклинацију у односу на просторни координатни систем.

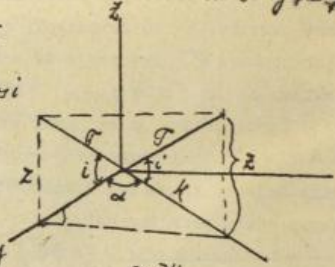
Узмимо један просторни координатни систем и нека права представља положај магнетске игле за неко место. Кад је она стављена тако да нам покаже инклинацију Нека је угао i инклинација т.ј. угао који игла заклапа са хоризонтом. Ако T разложимо на две компоненте једну хоризонталну а другу вертикалну добићемо слике: $H = T\cos i$ за хоризонталну а $Z = T\sin i$ за вертикалну компоненту, имамо да је $tgi = \frac{T\sin i}{T\cos i}$



сл 23

Заменимо ли вредност из горњих једначина добићемо да је $tg\, i = \frac{Z}{H}$. Дакле инклинација зависи од хоризонталне и вертикалне компоненте.

Ако пак игла не лежи у једној равни са магнетском меридијаном, већ заклапа извесни угао нпр. α онда ћемо имати вредност за инклинацију у односу на просторни координатни систем : знамо да је $tg\, i' = \frac{Z}{H'}$ како је $H' = AB = H\cos\alpha$ то заменом у горњем обрасцу добићемо $tgi' = \frac{Z}{H\cos\alpha}$ Ну како је $Z = T\sin i$, $H = T\cos i$ то ћемо заменом добити : $tgi' = \frac{T\sin i}{T\cos i\cos\alpha}$; али $tgi = \frac{\sin i}{\cos i}$ одн. $tgi = \frac{tgi}{\cos\alpha}$



сл 24

То значи да инклинација зависи од угла α т.ј. од угла који раван игле гради са равни земаног меридијана. Што је угао α већи то ће и инклинација бити већа. Најзад кад је угао $\alpha = 90^\circ$ онда игла стоји управно. И инклинацију и деклинацију одређујемо справама непосредно.

ИНТЕНЗИТЕТ ЗЕМАЊОГ МАГНЕТИЗМА.

Хоризонтална пројекција тоталног земаног магнетизма јесте Константа земног магнета, која се назива хоризонтални интензитет земног маг

Земљина. Видели смо да прве две (компоненте) т.ј. деклинацију и инклинацију, можемо мерити непосредно: али интензитет можемо мерити тек посредним путем и то: из времена клаћења слободне магнетске игле и веног скретања. Ако пустимо једну магнетску иглу да се клати на месту на који тражимо интензитет земљиног магнета исто клаћење биће истоветно клаћењу а вршиће се по обрасцу клаћења клатна $t = \pi\sqrt{l/g}$ где је l дужина магнетског клатна а g привлачна снага земљина. Али пошто нам је немогуће начинити апсолутно математичко клатно то нам ваља у горњем обрасцу у место l увести количину X - дуговину физичког клатна. Тада ћемо добити да је $t = \pi\sqrt{X/g}$ где је $X = i/ms$. Овде је i моменат љењивости клатна, m маса а s остојање али је $ms = M$, статички моменат, па заменом у раније обрасцу добијамо: $t = \pi\sqrt{i/msg} = \pi\sqrt{i/Mg}$. и то је образац за клаћење физичког клатна. Тај образац примењујемо за магнетску иглу. Пошто на клаћење магнетске игле не утиче привлачна снага земљина - тежа, већ хоризонтални интензитет магнетски, т.ј. количина магнетизма коју ми тражимо, то ставимо у горњем обрасцу место g количину T. У овом обрасцу m је магнетна маса а s није остојање тежишта но дужина магнета и ако је означимо са l то ће образац за клаћење магнетске игле под утицајем земље бити $t = \pi\sqrt{i/mlT}$ или ако ставимо да је $m \cdot l = M$ где је M магнетски моменат онда је $t = \pi\sqrt{i/MT}$ или $MT = \pi^2 i/t^2$ . . . . . 1).

У једначини првој непознато нам је M и T т.ј. имамо једну једначину са две непознате. Треба нам да нађемо још једну једначину са исте две непознате те да би из њих могли наћи непознате M и T. Да би добили ту једначину посматрамо један од Гаусових положаја. Нека игла SN која се поставила у известан положај утицајем земље промени тај положај утицајем магнета SN тако да нови положај заклапа са сагласни угао φ. Сила којих се утицајем земљиним јавља тежи да поврати ту иглу у равнотежни положај док сила магнета дејствује супротно.



Нађимо резултат оба та дејства. Разложимо обе те силе на по две компоненте од којих једна иде правцем

игле а друга управно на игли. Оне силе које иду правцем игле, потиру се на оним на другој страни игле, а дејствују само управне компоненте. Ако хоћемо равнотежу онда мора бити $AB = AC$ но $AB = M T \sin\varphi$ где је M моменат магнетске игле), а $AC = \frac{2MM'}{\mathcal{L}^3}\cos\varphi$ Образац за прв Гаусов положај, где је $\mathcal{L}$ растојање од игла, то је: $M T \sin\varphi = \frac{2MM'}{\mathcal{L}^3}\cos\varphi$

или $T \operatorname{tg}\varphi = \frac{2M}{\mathcal{L}^3}$ или $\frac{M}{T} = \frac{\mathcal{L}^3 \operatorname{tg}\varphi}{2}$ 2

ово је друга тражена једначина, у којој су непознате количине M и T Решимо по M па ћемо добити: $M = \frac{T\mathcal{L}^3 \operatorname{tg}\varphi}{2}$ и кад заменимо у 1) обрасцу добијамо:

$$\frac{T^2\mathcal{L}^3 \operatorname{tg}\varphi}{2} = \frac{\Pi^2 J}{t^2}; \quad T^2 = \frac{2\Pi^2 J}{t^2 \mathcal{L}^3 \operatorname{tg}\varphi} \quad \text{или} \quad T = \frac{\Pi}{t}\sqrt{\frac{2J}{\mathcal{L}^3 \operatorname{tg}\varphi}}$$

што је образац за одредбу хоризонталне компоненте земаиног магнетизма.

Да би се све ове количине, које се налазе с десне стране одредили, треба пустити иглу да клати под утицајем земаиног магнетизма, те да нађемо време клаћења. Моменат девијости налазимо по обрасцу $J = \frac{\mathcal{L}^2 + R^2}{12} Q$ где је $\mathcal{L}$ дужина игле, R дебљина а Q тежина. Даље треба одредити угао φ помоћу магнетског теодолита, који ћемо сад описати. $\mathcal{L}^3$ лако је непосредно измерити јер је то одстојање игле од магнета у Гаусовом положају. Дакле све је познато за одредбу T које и сами видимо.

СПРАВА ЗА ОДРЕЂИВАЊЕ ТРИЈУ КОНСТАНАТА

ЗЕМНОГ МАГНЕТИЗМА.

Справа, којом се одређују све ове три константе, назива се магнетски теодолит. Овај теодолит састоји се из једне призматичне магнетске кутије, чије су базисне површине угаоничне и служе као огледало у ком се чита подела и скретање. У тој огледалаетој површини магнетској гледа се дурбином лик поделе. Помоћу дурбина одреди се сад астрономски меридијан затим се пусти магнет да слободно њише, он ће заузети правац магнетског меридијана. Ми сад окренемо дурбин и читамо поделу у огледалу, и угао за који смо окренули дурбин из астрономског меридијана.

Инклинација се одређује справом, код које се траже нагиб игле према хоризонту кад раван игле пада у раван магнетског меридијана.

Магнетски меридијан одређује се овако: Узме се инклинацио на бусола и окреће се тако, док се не доведе да магнетска игла заузме вертикалан положај према хоризонту. Раван магнетске игле у оваком положају нормална је на равни магнетског меридијана, зато треба раван игле пасти у раван магнетског меридијана.

Компоненту хоризонталну т.ј.интензивност земаног магнетизма, треба посматрати клаћењем игле под утицајем земаног магнета и скретања. Све те вредности налазимо теодолитом. Одређиваље клаћења интензитета посматрањем клаћења и скретања бива: Кад се пусти игла да се клати и помоћу нарочитог сата - хронометра, коме се зна ход, одреди време клаћења игле онда метемо магнетску иглу у први Гаусов положај и по њеноме кретању одредимо вредности $\mathcal{L}$ и δ су за један теодолит сталне и одређене вредности, t имали смо посматрањем, које смо до сада изложили.

Има извесних места на разним ширинама земље, која имају исту деклинацију, инклинацију и интензитет.

Кад сва места која имају исту декланацију везмо једном линијом, онда ће она бити кривог неправилног облика. Линије, које везују места истом декланацијом, зову се изогене. Линије које везују места са истом инклинацијом зову се изоклине. И најзад линије које везују места истог интензитета називају се изодинамичке.

Деклинације могу бити источне и западне, према томе да ли игла скреће на исток или запад од астрономског меридијана. Линије. на којима је инклинација равна нули, називају се аклине. Раван,која стоји управно на магнетској оси наше земље, а пролази кроз центар њен, зове се магнетски екватор.

Варијација тих трију компонената. За Београд нађено је да има деклинацију 8° на запад, инклинацију 60° и интензитет земног магнета 622.

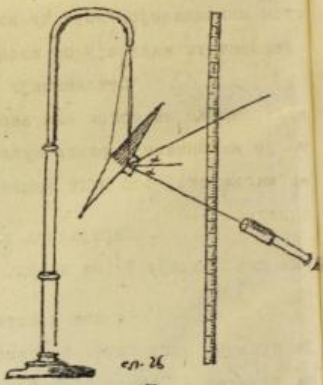
Но ове константе нису за једно место сталне већ се мењају. Те промене могу бити: вековне, годишње и дневне. Тако посматрана је вековна промена у Паризу и то промена деклинације и нађено је да је године 1580 била деклинација 11° зато тим се кретала на запад и 1700 год. била је 8° 10′ на запад. Године 1819 достигла максималну вредност од 22° 29′ западно Затим се постепено кретала на исток и године 1874 била је 17° 30′ то исто бива и са инклинацијом.

разна доба године различна; тако летње деклинације су јаче но зимне и т

Дневне измене су такве, да магнетска игла за 24 сата н
стална, већ има различну и деклинацију и инклинацију. Све дневне промен
иду упоредо са температуром, те тако деклинација има максимум од 2-5 ча
после подне, а инклинација напротив има минимум.

Постоји нека зависна веза између инклинације и интензит
Тако кад инклинација расте, интензитет опада и обратно.

Справа којом се може одредити деклинација зове се декл
ациона бусола. Справа за одређивање инклинације зове се инклинациона бусо
А справа којом се одређује интензитет земаљског магнетизма зове се бифила
магнетометар; састоји се из једног магнета обешеног о два конца који леж
у једној равни код игла стоји управно на магнетском меридијану. Чим игла
скрене мали конци се уврну и не леже више у једној равни, услед чега се т
жиште игле надигне а Земља теж својим магнетизмом да га врати у равнотеж
На магнету је огледалце, и кад је магнет управан на магнетском меридијану
онда кроз дурбин, а на огледалу, које је на магнету, читамо број удаљена
летве. Ако се интензитет тога места смањи или повећа, онда ми нећемо више
видети у огледалу онај исти број летве, који смо видели овај пут, већ нек
ји други. На тај начин по углу скретања
меримо интензитет.


сл. 26

Осим ових периодичних можемо
имати и пертурбационих - случајних про-
мена Тако магнетска игла мења свој поло-
жај, кад је бура земљотрес и.т.д.

Овакве промене на магнетској
игли зову се: магнетске буре.

МЕРЕЊЕ МАГНЕТСКИХ ВЕЛИЧИНА.

У Механичкој деду видели смо,
да све физичке појмове и величине можемо
представити трима количинама: Временом T масом M и дужином L. Покушајмо да
и магнетске количине изразимо истим количинама.

а) Сила привлачења двеју магнетских маса јесте $P = \frac{mm_1}{r^2}$
ако је $m = m_1 = 1$ а $r = 1$ онда имамо јединицу магнетске силе; само ми

маса и растојање масу равне 1 онда можемо ставити $m = m$, па је $P = \frac{m^2}{l^2}$
Димензија силе је $P = LMT^{-2}$ магнетизма маса $m = \sqrt{P l^2} = l\sqrt{P} =$
$= L L^{1/2} M^{1/2} T^{-1} = L^{3/2} M^{1/2} T$

b) Потенција је као што знамо сразмерна маси магнета а обрнуто сразмерна даљини l, $v = \frac{m}{l} = \frac{L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}}{L} = L^{1/2} M^{1/2} T$

c) Интензитет магнетског поља добијамо из обрасца за силу којом се привлаче две масе у магнетском пољу и интензитета H т.ј. $P = mH$ или $H = P/m$ те је интензитет $H = P/m = \frac{MLT^{-2}}{L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}} = L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$ димензије интензитета магн. поља.

d) Магнетски моменат изражен је обрасцем $M = ml = M^{1/2} L^{3/2} T =$
$= L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}$
димензије магн. момента. Као што се види све величине магнета у стању смо да изразимо трима (по) знатним количинама.

К Р А Ј.

Литографија Косте М. Бојковића Македонска улица бр. 21.

Београд.

Физика.-Топлота. табак 1.

НАУКА О ТОПЛОТИ.

Кад смо проучавали звук, казали смо да је граница трептаја, до ка
ј ом чути звук можемо, 40.000 трептаја у једном секунду. Преко ове грани
трептање је за уво неосетљиво, али оно утиче на нашу кожу, и познато је ов
именом т о п л о т а. Ово је дакле један нов феномен, коме је главни узрок
кретање. Да ми код сваког тела овога појава, знамо из искуства, јер је до
волна наша кожа па да кажемо, да је наше тело топло или хладно-само што је
ово осећање наше коже релативно. Тако на пр. кожом осећамо, да је подрум зим
топао, а лети хладан, но ово је осећање релативно, јер је температура подру
ма готово увек стална. Па пошто нашом кожом не можемо да констатујемо тач
но степен топлоте, то се за ово служимо нарочитим справама.-
Свако се тело налази у извесном стању топлотном, и то се зове т е м п е
р а т у р а. Но између температуре и топлоте треба правити разлику, јер то
двоје није једно исто, пошто дока тела од других имају исте топлоте, и међу
њима температура им је иста. Њу меримо т е р м о м е т р и м а, а да би од
редили апсолутну количину топлоте, узима се као мера к а л о р и ј а. У
експерименталној физици ћемо калорију тачније проучити, а овде ћемо поменути само
ово је она. Под к а л о р и ј о м разуме се она количина топлоте, која је
потребна, да један ($1 cm^3$) грам воде загреје за 1^0. Свака калорија зове се
м а л а, јер има и в е л и к и х к а л о р и ј а, т.ј. количина топлоте, ко
ја је кадра да 1 кгр. воде загреје за 1^0.

К а к о с е ј а в љ а т о п л о т а ?.-Топлота се јавља на
два начина или се: 1-преноси с молекила на молекил, или 2-кроз етар тј. кроз
простор модиљуми у зрацима; дакле топлота је с п р о в о д н а или зрачна. Прва
се јавља нпр. кад држимо какав челичан прут на ватри, видећемо после извес
ног времена, да се цео загрејао и онде, где ми руком држимо, топлио, да га
више нр можемо држати у руци, а то је стога што се топлота преносила-спрово
дила -с молекила на молекил. Друга се јавља нпр. кад станемо близу загрејане
пећи, осетићемо топлоту. Да је и једна и друга топлота једно и исто увери
ћемо се самим посматрањем и једне и друге. Тако нпр. код пећи ћемо видети

да постоји и спроводна и зрачна топлота, што значи, да ће к зрачна топлота загрејати неко тело-као и спроводна.-кад до њега дође. Разлика је између њих једино у томе, што код прве трпе ваздушна врста молекила, а код друге опет друга врста молекила.

О с о б и н е т о п л о т е.-Топлота је 1.) н е м е р љ и в а тј нема никакве тежине, јер она није материја, као што се раније држало, пошто се овде само молекили крећу већом брзином, а маса им је остала иста у ствари не постоји.-2. Топлота се не да у једном телу затворити, већ је мора пуштати у околину, ако ова и није на истом ступњу топлоте, докле она т е ж и да се н е п р е с т а н о р а с п р о с т и р е.-Што се тиче појава на телима, које топлота изазива, оне се могу поделити на двоје: или ће топлота остати на самом телу, или ће се и на друга тела пренети. Ова топлота, која се задржи, или ће се употребити на то, да повиси температуру телу, или ће му променути агрегатно стање:

У з в о р и т о п л о т е.-Први извор топлоте јесте С у н ц е Оно је главни извор топлоте за нашу земљу. За годину дана пошаље сунце толико топлоте земљи, да је та количина довољна, да кодену куглу ~~исваку по-~~ ~~ли-пречнику, удаље-ној-удаљену од сунца~~ око земље, дебелу 31 м, истопи.-Други извор топлоте јесу х е м и с к е р е а к ц и ј е - п р о ц е с и.-Трећи извор за топлоту јесте м е х а н и ч к и р а д, јер кад је она производ протака, то је њим и можемо произвести. У обичном животу има много прилика при којима се топлота производи на овај начин. Тако нар. при бушењу бургијом, при трљању металног дугмета о вунену материју, при трљању дрвета једно друго-као што дивљаци производе ватру -при кресању кремена добијамо варнице и т.д. Румфорд је при бушењу тола произвео толику топлоту, да је воду могао прокључати. Четврти извор топлоте јесте г о р е њ е, које није ништа друго до хемиски процес тј. сједињавање кисеоника са телом које гори. Сва тела имају своју нарочиту температуру горења. Кад сва топлота изађе одатле и кад се нарушби и поремети у самом сједињавању; и у случају да та... количина топлота, коју су је произвели, онда ону топлоту која ... У противном бива с а г о р е -

Физика-Топлота.

в а њ е, као што се дешава нап. између угљена и кисеоника. За сагорк 1 грам водоника са потребном количином кисеоника, потребна је највећа количина топлоте, која се може вештачким путем произвести, а то 34.000 калорија тј. да се 34.000 гр. (34 кгр.) воде загреје за 1°. Ако је пак чист угљен потребно је 8.000 калорија. За тим за дрва разне сорте треба и различна количина топлоте. На испаравање воде троши се врло много топлоте. У дрвету пак има непела који треба загрејати на стога се ту, и за ово троши топлота. Све споредне ствари у вези су приликама велике, и стога сва ова тела морају имати другогачију топлоту, и за то нека горива дају више топлоте но друге. Што се тиче горења нека тела горе на обичној температури (фосфор), а нека тек на вишој (дрво, угљен) и међу свима овим горећима заустављено се код горења чистог угљена са чистим кисеоником. Но у ваздуху није чист кисеоник, већ су 4/5 азота, а само 1/6 кисеоника, долази и већа количина азота. И ако су све ово споредне ствари, опет у појединим приликама од њих много зависи.

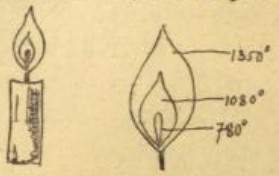
Тела горе на разне начине тј. да ли развијају гас и дају пламен, или не развијају гас те и не дају пламен, већ нпр. чист угљен гори без пламена тиња, а ако има у њему гасова, онда се јавља пламен. Увећемо на пр. да посматрамо пламен код свеће, дрвета и т.д. где се јавља топлота и светлост. Топлота пламена зависи од утицаја ваздуха т.ј. од количине кисеоника, и што је већи отпуј, кисеоника то је већа и количина топлоте потребна да је загреје. Зато и није економска топлота пламена колико треба да је.

Пламен - његова конструкција.

Узимо да запалимо свећу, тада треба прво да се загреје фитиљ и да се створи мало отока, на ком тада услед порозности фитиља растопљени материјал свеће пење и претвара у гас, који се запали и добије се пламен. На пламену имамо да разликујемо: 1,) д о њ и п л а м е н и ј а с т и о. То су јако испарити угљоводоници. Овај је део пламена врло хладан. -) У н у т р а ш њ и д о с т а к о в и н а п л а м е н а. Ово су гасови и испарени продукти, што још нису дошли у додир ваздуха, те се загревају. Овај је део пламена прилично хладан и само у њ у ужасно наслагане чађи се

Физика - Топлота

ници се одмах запалити. Овај је део пламена материјал за горење. З д е о
н т а м е н а топлији и светлији
к 4 д е о п л а м е н а где се
гасови једине са кисеоником и горе;
те је за то овај део најсветлији и
најтоплији. На послетку долази један



хладан пламена који је у непосредном додиру с ваздухом, он је хладнији јер своју топлоту даје ваздуху. Да је зимота пламен једнако топао, уверићемо се, ако брзо провучемо кроз пламен танку дрвену шипку (палидрвца), то ће она на неким местима постати црна, а на неким ће остати онаква, каква је и пре била. Температура је пламена у врху 1350°, у средини 1080°, а у хладном делу 780°.

Пламенова има који с в е т л е и који н е с в е т л е. Светлост пламена долази у обичном пламену, или од оксида магнезијума у магнезијумском пламену и т.д. Пламен водоника не светли, јер нема никаквих чврстих делова.

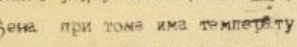
П е т и и з в о р топлоте јесте ж и в о т и њ с к и о р г а н и з а м, јер се животиње могу сматрати као справа, које х е м и ч к о и р е а к ц и ј о м прибављају себи топлоту. Та је топлота за исту животињу стална. Топлоту имамо код свих животиња, и ако су неке од њих хладнокрвније. Свакако је температура топлокрвних животиња већа од температуре хладнокрвних и од температуре околине, али главно је да и хладнокрвне животиње имају већу температуру него околина (за 2°- 5°) у којој као нап. рибе нису могле примити топлоту од воде, пошто је она хладнија, и имају дакле већу температуру него вода. До данас нема животиња, код које би топлота била мање од топлоте околине, те према томе све животиње можемо сматрати као топле изворе. Код човека је средња топлота 37°C. Најнижа је температура примећена код једног Хотентона а она је 35,8° C, а највиша 38.9° C, једног од 3, а другога од 42 година. Птице имају већу топлоту. Највећа је топлота код кокошака 43° C. и најнижа је код јастреба 27° C, код мачке и коза сто 38 9° C, код тигра 37 2° C, и т.д. Пошто смо се упознали са неке особинама топлоте, на шта сада нема дејства на тело. Та дејства

имо на две групе 1 д е ј с т в о г д е с е а г р е г а т н о
њ е т е л а н е м е њ а и 2 где се оно м е њ а

1. ДЕЈСТВО ТОПЛОТЕ
БЕЗ ПРОМЕНЕ АГРЕГАТНОГ СТ И А.

Ш и р е њ е Први појав који опажамо кад неко тело загрева
је јесте да се његови молекили један од другог удаљују т.ј. тело се
ири издужи заузме већу запремину стога што загревањем повећава ам
плитуду сваког молекила и кад се она повећала то треба молекилу доста
места да се рашири. Ширење може бити л и н е а р н о т.ј. само у јед
ном правцу п о в р ш и н с к о је у в а к у б н о је у сва три,
правца

Л и н е а р н о ш и р е њ е Узмимо једну металну шипку АВ
а дужином l_0 која је једним крајем утврђена при томе има температуру
у 0^0 и загрејмо је на ϑ^0, то ће шипка постати дужа и биће после за-
грејања дужине $\mathcal{L}$. Означимо ли са λ целокупно издужење



шипке услед загревања за ϑ^0 онда је $\lambda = \mathcal{L} - l_0 + \lambda$, образац
је од прилике исти као и код е л а с т и ч н о с т и,
само што овде не вучемо тегове већ загревамо - К о е ф и ц и е н а т
т о п л о т е (као и код еластичности јесте издужење, кад се једна
шипка загреје од једнице дужине за 1^0 и истегне за α, дакле к о е ф и -
ц и е н а т ј е α. Ако ли пак загрејемо шипку не за 1^0 већ за ϑ^0 онда
је истезање биће $\alpha.\vartheta$ ако при том још не узмемо јединицу дужине већ ду-
жину l_0 онда је целокупно истезање $\lambda = l_0.\alpha.\vartheta$. Према томе после загрева-
ња цела шипка је дугачка $\mathcal{L} = l_0 + \lambda = l_0 + l_0.\alpha.\vartheta = l_0(1+\alpha\vartheta)$. Ако је $\vartheta = 1^0$ и $l_0 = 1$, онда је
$\mathcal{L} = \lambda$ а то је тај к о е ф и ц и е н а т и с т е з а њ а α је за раз
личне температуре различно. Видећемо да он игра врло важну улогу и има
примене (примерену) на разним температурама разним мерама н.пр. метром и мерење
се мора на известан степен топлоте свести, обично на температуру 0^0
јер би иначе погрешно мерили, пошто је мера (н.пр. лењир од метала)
равне дужине, ако је изложена разним температурама (јер је она када за
лична) а да не сводимо на температуру 0^0 служимо се обрасцем
$\mathcal{L} = l_0(1+\alpha\vartheta)$, из кога, решавајући по l_0 добијамо једначину $l_0 = \frac{\mathcal{L}}{(1+\alpha\vartheta)}$

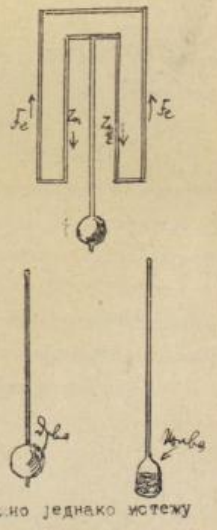
Чека је мерио (н.пр. пекар) прављена на ϑ° а ми меримо на ϑ_1° онда имамо $l_0=\frac{L}{(1+\alpha\vartheta)}$ $l_0=\frac{L_1}{(1+\alpha\vartheta_1)}$ одавде је $\frac{L}{1+\alpha\vartheta}=\frac{L_1}{1+\alpha\vartheta_1}$, а одатле $L=L_1\frac{1+\alpha\vartheta}{1+\alpha\vartheta_1}$. Ово је образац за исправљање мере на температури, на којој меримо, кад нам је позната дужина ——— мерила на температури ϑ и сама та температура на којој је мерило израђено. Онако се ради при свима тачним мерењима. Разлика што је нађена овим обрасцем између дужине на дотичној температури на којој је метар дељен и између дужине на дотичној температури мала је, но иначе за једнике дужине износи много. За Pt је $\alpha = 0.0000285$, за $Ag\ \alpha = 0.0000191$, дакле сребро се мање шири од олова. За Cu је $\alpha = 0.0000172$ за Fe, $\alpha = 0.0000118$, за $Pt\ \alpha = 0.0000108$ и т.д. - Код површинског ширења немамо ничега новог него одмах прелазимо на:

Ширење у сва три правца - кубно или телесно.-

Ту морамо водити рачуна о запреминама и $V=V_0(1+\gamma\vartheta)$ слично обрасцу $L=l_0(1+\alpha\vartheta)$ за линеарно ширење, само што је коефициенат други. Рачуном је нађено да је ово $\beta=3\alpha$ и то овако. Ма какво било ширење, можемо га сматрати да ће бити у три димензије. Запремина тела у општем је $V=l^3$ а на температури ϑ имамо $V_\vartheta=l_\vartheta^3$. Заменом вредности за l_ϑ имамо $V_\vartheta=l_0^3(1+\alpha\vartheta)^3=l_0^3(1+3\alpha\vartheta+3\alpha^2\vartheta^2+\alpha^3\vartheta^3)$. Пошто је α коначно то је и његов квадрат и куб још мање, те чланови, у којима је α на другом или трећем степену чинитељ, могу изостати, те ћемо на тај начин имати $V_\vartheta=l_0^3(1+3\alpha\vartheta)$ или $V_\vartheta=V_0(1+3\alpha\vartheta)$ из чега се види да је $\beta=3\alpha$ т.ј коефициенат кубног ширења три пут је веће од коефициента линеарног ширења.

Примена ширења.- Прва је примена ширења она, што смо видели код тачног мерења. Друга је примена ширења што се помоћу њега може одредити, колика је молекулска снага каквог тела, кад смо говорили о еластицитету а кад смо гвоздену шипку, пресека 1 см, а дужине један метар оптеретили са 100 кгр. истегла се за 0.000048. као што је то експериментом доказано. Ако ли пак ту шипку загрејемо од 0° до 100° продужиће се много више и то за 0.001235. Ако сражимо односно међу сбе две вредности, видећемо да је ова друга 26 пута од прима-

ће већа од прве, другим речима, кад би смо шипку од 1 метра дужине см.^{2} у пресеку истегли са 26 x 100 = 2.600 кгр., она би се истегла за 0.00123. Дакле свеједно, или оптеретили ту шипку са 2 600 кгр. или је загрејали до 100^0 и до овоме можемо да дознамо молекилску снагу код тела, које се услед хлађења купи. Н.пр. шине на тачковима напијају се врело, па приликом хлађења стегну точак толико јаче снагом од 2600 кгр. колико имају □ см. у пресеку. Исто тако за куљу ко ја је сиђе, нема бољег средства, но стегнући је с две стране гвозденим крстовима, састављеним једном шипком, што кроз вид иде, и која се прво загреје а после шрафови стегну. Овде ће произведена снага бити много већа, но ма шта друго употребили. Ово што вреди за гвожђе вреди и за остале метале, само што је код неког од њих ова снага много већа, а код неког мала. Широко је наше примене и код клатна јер се и ту дужима клатна мења према температури. Казали смо у ком односу стоји кремо клатна са дужином клатна и нашли смо да је $t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. Ово је дакле и код истог клатна променљиво, јер се око услед температуре продужава и скраћује. При нижој температури оно спорије клати, но при вишој. За обичан живот ова потрешка није ништа, али за научно мерење и ово треба у рачун узети, и на овом узроком праве се компензована клатна, т.ј. клатна која се морају развити неједнако од температуре. За се компензујући

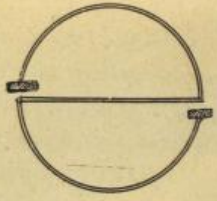


клатна постижу, што се разни делови материје приближно једнако истежу или пак у врло малом разлогу. За то се узму две гвоздене шинке које се истежу у извесном смислу - на више, и две цинкане које се супротно утврђене т.ј. истежу се у супротном смислу - на ниже и између њих је

Утврђено клатно. Према овоме пошто се цинк и гвожђе подједнако понашају према температури то колико се тежиште клатна услед ширења цинка спусти у толико се услед ширења гвожђа подигне, те на тај начин тежиште остаје увек стално на истом месту, ма како се температура мењала те је и дужина клатна стална. У свима другим приликама прави се клатно од дрвета, пошто је оно према температури најнеосетљивије. Но у место оног сочива на клатну узима се суд са живом, и дужина клатна одређена је за извесну температуру пошто у колико се тежиште услед ширења живе попне, јер дно не може да сиђе, у толико се услед самог клатна, шипка опусти и отвар је исти.

На ова два начина можемо прилично постићи да направимо клатно компанзовано.

Ова особина метала да се шире употребљена је код џепних сатова и ту компензација бива код спирале са точком. Точак се окреће око перпедикуларне осовине и регулише кретање својим моментом лењивости, а ако се точак услед температуре рашири, то му је и полупречник, а следствено и моменат лењивости већи и кретање није изохроно. Да би се ово избегло, онај део сата који клати гради се овакор облика као што показује слика. се састоји из котура који је у средини утврђен а на крајевима има два лука од два разна метала, који се разно шире на истим температурама и на њима се налазе (а терета (куглице) исте тежине. Ако температура промени онда се опруга искриви или исправи и тиме се терет више приближе или удаље један од другога, те тако моменат лењости точка остане исти и тим клаћење буде изохроно.



Ширење течних тела. - Код овог ширења није ствар проста, јер ни једну течност не можемо одвојити за се, зато морамо водити рачуна о ширењу суда у коме је течност. Ако имамо стаклени суд, напуњен водом, и ако тај суд нагло замочимо у врелу воду видећемо да ће се вода у суду спустити, а доцније опет попети. Томе је узрок што се суд прво моментално загрејао, услед тога се

ширио, а топлота још није води у довољној мери сазнатена, да се и она шири; доцније, кад се услед повишене температуре топлота пренесе и на воду, онда се и она шири и пење. Обратно бива кад топао суд са топлом водом у њему, нагло спустимо у хладну воду, тада ће се вода на суда излити напоље, пошто се суд услед хладноће скупио, а вода се још није охладила. Овде имамо дакле два посла, јер се суд сасвим независно шири од течности, и ова два ширења морамо одвојити; најпређемо им прво вредност, а за тим узети њихову разлику. Нека је V_ϑ запремина суда на температури ϑ (а разуме се на 0° биће V_0), онда је $V_\vartheta = V_0(1+\beta\vartheta)$; међутим запремина течности за исту температуру нека је V_ϑ' (за 0° биће V_0'), и онда је $V_\vartheta' = V_0'(1+\gamma\vartheta)$. γ је други коефицијенат и већи је од β , ако смо нпр. посматрали стаклени суд и живу, јер се жива више шири него ли стакло. Да видимо сада промене запремине $V_\vartheta - V_0 = V_0\beta\vartheta$ и за течност $V_\vartheta' - V_0' = V_0'\gamma\vartheta$. Ово су промене и код суда и код течности а нама су потребне промене за јединицу запремине (нпр. за запремину од 1 литра) с тога ћемо поделити са V_0 и V_0' $\frac{V_\vartheta - V_0}{V_0} = \beta\vartheta$; $\frac{V_\vartheta' - V_0'}{V_0'} = \gamma\vartheta$! Ова је пак промена за јединицу запремине али на ϑ°, а нама је потребно да знамо промену за 1°, т.ј. треба два последња израза поделити са ϑ и онда је:

$$\frac{V_\vartheta - V_0}{V_0 \cdot \vartheta} = \beta \quad ; \quad \frac{V_\vartheta' - V_0'}{V_0' \vartheta} = \gamma$$

Ово су коефицијенти ширења за суд и течност за јединицу запремине и на температури од 1° а нама треба њихова разлика, т.ј. $\gamma - \beta$, јер је $\gamma > \beta$ (с претпоставком да је течност жива а суд стаклен) и биће $\gamma - \beta = \alpha$ а одавде решавајући једначину по γ или β можемо наћи једно или друго ширење. Од свију течности које нас интересују, најважније су две: **в о д а** и **ж и в а**. Вода зато, што у обичном животу без ње не можемо - дакле је од неопходне потребе, а жива зато, што се она као течност металне природе лако пере и чисти и што се **п р а в и л н о ш и р и**. Ово је ширење код воде сасвим неправилно. Тако, она је на $4^\circ C$ најгушћа, т.ј. има најмању запремину. Почевши нпр. од $10^\circ C$ где јој је извесно запремина v, она је на 9° гушћа (своди се на мању запремину него што је v) на 8° још гушћа и т. д. све до $4^\circ C$, где је максимум њене густине. По овом правилу требало би

да на 3°C постане још гушћа, но то не стоји већ је сасвим обратно. На 3°C је запремина воде већа но на 4°C. На 0°, на којој се температура мрзне, V_0 је веће него V_4. Вода испод леда има већу температуру и гушћа је но на 0° и зато се лед може да одржи на површини, иначе би морао у-тонути. Ако узмемо да је густина воде на 4°C равна 1, онда имамо:

Густина воде на 0°C = 0.999871
" " " 4°C = 0 оооооо
" " " 10°C = 0.999824
" " " 15°C = 0.965870

Сем воде овако се понашају још и гвожђе, антимон и др. Кад се гвожђе и антимон истопе, и на њиховој се површини образује танка кора, која као и код воде плива. Држало се дуго да је вода једини изузетак, но после се тек видело да то није истина. Кад се вода нагло шири онда пуцају судови, јер се они не могу за исто време да шире. Сво што би-ва са малим судовима бива и са великим гвозденим бомбама, у којима је-ло затворити воду и наложити је ниској температури. Ма како била бомба дебела, пуцаће, само ако буде довољно воде, т.ј. толико, да је широко као што вељом сне-гом, но што је могућија између молеки-ла гвожђа. Из истог узрока пуцају пу-котине у стенама. Ако вода уђе у њихове шупљине, затим се смрзне, и услед њеног ширења стена мора да пукне. И земља се овако рони услед во де; а тако исто пуца и кора на дрвећу.

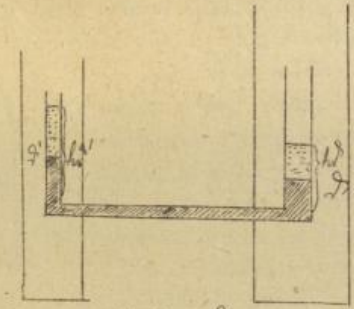


Што се тиче ширења живе, она нема ту тачку као вода, на којој је густина највећа, - већ се сасвим правилно шири и зато је згодно у-потребљена за справе, којима се мери температура, т.ј. за т е р м о-м е т р е. Ма каквог облика били, они су састављени из свога: из ј е д н о г с у д а, који може бити или округао, или плосан, или спи-рални и ј е д н е ц е в и, у којој се жива лење и која је горе хер-метички затворена, јер над живом треба да је безваздушан простор, т.ј. да нема ничега, што би сметало њеном ширењу. Да би то могло бити цев



загрева дотле, док сав ваздух не
ваде, а после се на горњем крају
апи, те на живи нема никакав притис-
, и у тако направљеном термометру
ом се правилно шири и помоћу њега мо
одредити температуру дотичне средине.
како се термометар прави то је овде
нике а поменућемо само то, да ово није лака ствар, јер мерење температу-
ре треба, да је што тачније.

Коефицијенат ширења живе.-Њега можемо наћи
мако. Узмимо један комуникацио-
суд. Док је иста температура,
обе стране живе стоји на јед-
ј висини. Ако сад један крај уне-
мо у суд који има температуру ϑ
други у суд који има температу-
ϑ'. Сад у обе цеви остаје нова
кина, јер равнотежа и даље пос-
ји или успеш равне температуре,
дан је стуб краћи а други дужи.



је h_0 то висина оба стуба на 0° онда имамо: $h_\vartheta = h_0(1+\alpha\vartheta)$; $h_{\vartheta'} = h_0(1+\alpha\vartheta')$
направимо разлику између оне две висине, пишемо:
$h_{\vartheta'} - h_\vartheta = h_0\alpha(\vartheta' - \vartheta)$ одавде је $\alpha = \frac{h_{\vartheta'} - h_\vartheta}{h_0(\vartheta' - \vartheta)}$

што се види, у овом су нам обрасцу обе количине познате и одатле мо-
но израчунати α. Оно износи 0.000 18153. За практичне рачуне узима се
пет децимала.

Да би термометар био тачан, треба на првом месту, да је цев сува;
уго, да је сву једнаке ширине тј. да је једнако калибрисана,
је термометар већ пун онда нам је остало до тога, да одредимо извесне
ардиналне тачке. За нулту тачку температура кључане воде. Према
ином дељењу остојања између кардиналних тачака, имамо три врсте термо-

метра: Целзијев, Реомиров и Фаренхајтов. Код првог имамо поделу на 100 делова, тако да је тачка мрзнења нулта, а тачка кључања воде стота. Код Реомира су исто сто делова подељени на 80. Код Фаренхајта пак имамо 212 делова, али нулта тачка Целзијева и Реомирова поклапа се са 32 тачком Фаренхајтовом.

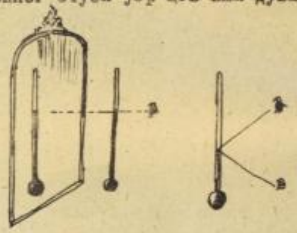
Однос између ових подела имамо на овој таблици:

n° Reg Celsius-a износи 4/5 n° Reg Reaumur-a 9/5 n° + 32 Reg F

n° „ R. „ 4/5 n° „ C 9/4 n° + 32 „ „

n° „ F „ 4/9 (n° - 32) C 4/9 (n° - 32) „ R

Да видимо како се може температура тачно прочитати и услед чега се јављају погрешке при читању. Прва погрешка долази од тзв. п а р а л а к с е (која долази услед дебљине цеви) тј. од тога како ћемо наместити око при читању термометра при висини живиног стуба јер цев има дуварове извесне дебљине па ако овдо косо гледамо, читамо вишу температуру, него што је у ствари. Дакле ако гледајући треба да је у висини живиног стуба, и пошто је ово немогуће, најбоље је читати термометар у огледалу, и ми овдо треба да гледамо у равни сна[illegible] два



конца, тј. на термометру и огледалу, да где линије које их саставља пресеца живин стуб, то ће бити тражена температура. Друга погрешка долази у тзв. Калибрисања, јер нигде нисмо сигурни да је једна термометарска цев свуда исте ширине, што би требало да буде. Тако исто стојање стуб живе у неком делу цеви на већој висини но у другом што значи, да је први део ужи од другога. Стога треба пре деобе, или ако је цев већ подељена, узети живин конац и померити га између сваких 2-3° тј. између 6° и 9° и разлику између конца у сваких 2-3° забележити, па је при читању узети у рачун. Од овога доста зависи тачност показивања термометра. Подела пак или је на цеви или обично на једној металној дашчици поред цеви.

Трећа погрешка долази отуда, што стални тачке (0° и 100°) могу бити нетачне, јер може бити, да је лед снег у који је метут термометар

или одређивања 0 тачке нечист, или да је хлађен испод 0°. Тачка 0 може бити виша (изнад 0°) кад у снегу или леду има воде, или кад куглица термометра не долови у непосредан додир с ледом, већ их раставља слој ваздуха који смета да термометар осети праву температуру снега. Тачка 100 исто тако као и нулта може бити погрешно одређена, ако је вода нечиста, нарочито ако има раствор које соли, чиме се тачка кључања воде повишава и за 100° одредимо нижу температуру. Тачка 100 одређује се у воденој пари како буде куглица у близини воде која пара може још мењати температуру. Ова тачка 0° и 100° не стоје стално, ако смо одредили 0° и хоћемо да одредимо 100°. Стога треба тачке 0° и 100° увек оверати при посматрању јер сваки термометар који је често пута употребљаван на температури 100° жива добија извесну и н е р т н о с т и сталност, правилно се шири (већ на 9° показивања нису тачна. Нови термометри не могу бити никад тачни, као они већ употребљавани, јер је код оних жива претрпела извесне промене. Док су термометри нови треба их на време прегледати и контролисати сталне тачке.

Погрешка се јавља још услед а т м о с ф е р с к о г п р и т и с к а, јер је куглица од врло танког стакла и попушта еластична и ако смо одредили 0° на нормалном притиску, то ако се овај повећа куглица ће да попусти и жива ће се више од 0° да попне и обратно.

И т р е њ е с а м е ж и в е кров-чев доводи до погрешке тј. од начина читања-да ли се термометар чита кад пада или кад се пење. Као што је познато, жива не квасі цев и њен је меникс испупчен а то је треће другачије кад се она пење а другојачије кад се спушта. Ако жива у термометру пада нпр. од 20° до 10°, то има тенденцију да се заустави на више нпр. на $10^1/2$, обратно је кад се жива пење; у том случају она се неће попети до 20° већ до $19^1/2$ и т.д. Кад имамо више температура у исти нах да одредимо то ћемо их све посматрати извесним истим смислом нпр. пењањем и погрешка ће бити мала иначе је услед трења већа. Ово неправилно пењање и падање термометра зове се м р т в и х о д. Погрешка се јавља нпр. још и при одређивању температуре течности. Јер ако саму куглицу потопимо у дотичну течност имаћемо два ширења: ширење куглице и ширење живиног конца

над течношћу, због чега треба цео термометар загњурити у течност. Тада се ~~ће~~ ток та ~~ће~~ погрешка губи а иначе онај део живе у куглици и сам заузме те мпературу течности а онај у цеви температуру ваздуха.

Погрешка долази још и услед о б л и к а с а м е ц е в и. Она је пресека или округлог или елиптичног. Округао је пресек најбољи. Ову погрешку можемо у неколико избећи, ако оба пресека посматрамо истим оком, но ипак је тачније округао. Та грешка долази још услед к о н с т и т у ц и ј е с т а к л а због неједнаког његовог ширења. За два термометра потпуно једнака из исте фабрике, није сигурна ствар, - и ако смо један као тачан нашли, да ће оба показивати исту температуру.

Ми одређујемо температуру тела брзо, ма да је жива потребна неко време, да заузме температуру тога тела, па и отуда може произаћи погрешка. Дакле при читању температуре све се ова мора у рачун узети.

Осим ових обичних термометара имамо их и за нарочите циљеве, као што су:

1. - Л е к а р с к и т е р м о м е т а р, код кога нема подеоке од 0° - 100° већ само између 35° и 40°. Ти су термометри кратки, сваки степен подељен је на десет делова те се на томе термометру може читати и десети делови степена.

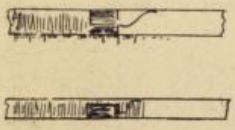
2. - Т е р м о м е т а р п о т е ж и н и, којим се служимо у оном случају кад не можемо да одредимо температуру обичним термометром (нпр. у рупама, бунарима). Ти се састоје из једне стаклене извијене куглице, која је напуњена живом. Такав се термометар спусти онде, где се хоће да одреди температура, и у колико се жива услед топлоте шири, у толико ће она истећи из куглице, те се зато мери т е ж и н а живе пре и после спуштања, дакле налазимо:

$\theta - \theta_1 = q \cdot \theta_2 - \theta_0(1+\alpha\vartheta)$ θ_2 је тежина пре спуштања а θ_1 после, α је познато, а само је ϑ непознато, и решавајући једначину по њему налазимо тражену температуру. Кад би смо за овај случај увели обичан термометар он би већ при вађењу из рупе променио температуру и жива би у њему другојачије стајала него што је била на самоме месту, где је мерење

вршено.

3. Термометар максимума и минимума.

То су термометри, који у једном низу времена могу показивати највишу и најнижу температуру у ваздуху за 24 сахата. Има их разних система, но главни му је облик сао обичном термометру. Пре него што га почнемо градисати, унесе се унутра у цев један цилиндер од челика - платине, који је везан једним малим спиралним пером, но врло малога напона, т.ј. да га најмања сила може померити. Ако се жива у цеви почела да пење, т.ј. температура расте, онда се и цилиндер подигао; ако пак температура опада, цилиндер остаје на дотичном месту и доњи његов крај показује нам максимум температуре за то време. Ако је цилиндер од гвожђа, то га можемо магнетом кроз стакло привући до живе и оставити за 24 сата, па у том времену наћи највећу температуру.



За минималну температуру узима се термометар са алкохолом и ваљак од порцелана, а онај горњи део је гвоздени (осетљив према магнету). Кад температура расте алкохол се шири и слободно пролази између зида и цилиндра, а кад опада алкохол иде до цилиндра и услед кохезије између алкохола и порцелана вуче га на ниже, за тим се опет пење и за време за које смо посматрање вршили,- биће најмања температура онде, где се цилиндер заустављо.

ШИРЕЊЕ ГАСОВА.

Пошто се гасови лако шире, то је код њих лако посматрати ширење само што код њих има великог утицаја притисак. Одређено је да се сви гасови подједнако шире, ако су далеко од кондензационе тачке.

Нађен је коефициенат ширења $\alpha = 0.003666$ или $\alpha = \frac{1}{273}$. Овај коефициенат има врло велику вредност код гасова. Рад, који молекули код гасова изврше приликом ширења (Р.С.Т.) много је већи но код

чврстих и течних тела, и зато та овде не смемо занемарити, јер се гасови врло брзо шире. То ширење може овде бити под врло великим притиском и под сталном запремином. У првом случају у колико се гас разири, у толико рецимо и оуд буде већи, и како притисак буде сталан. Али може бити да оу видови чврсти, дакле да гас остаје под истом запремином.

У првом случају наћи ћемо коефицијенат за гас под сталним притиском а у другом под сталном запремином. Та два коефицијента развијају се:

Ако је v стално $\alpha_1 = 0.0036706$

" " P " $\alpha_2 = 0.0036609$

средна вредност $\alpha = 0.00366$

Ове су вредности нађене за ваздух, а то вреди, као што знамо, и за остале гасове.

На основу овога постоји: Г а л и л е о в или Г е л и с а к о в з а к о н по коме сви гасови, када се изложе једнаким температурама, шире подједнако. Ако пак узимамо гасе изложене разним температурама, али да запремина сваки пут остане иста, онда се притисци мењају сразмерно температурама. То ће се представити на овај начин: нека је ϑ' температура загрејаног гаса, а ϑ обична температура гаса, знамо из раније да постоје једначине:

$$v_\vartheta = v_0(1+\alpha\vartheta) \quad \text{и} \quad v_{\vartheta'} = v_0(1+\alpha\vartheta')$$

Ако тражимо однос између ових једначина имаћемо:

$$v_\vartheta : v_{\vartheta'} = (1+\alpha\vartheta) : (1+\alpha\vartheta')$$

Ово исто важи и за притиске:

$$P_\vartheta : P_{\vartheta'} = (1+\alpha\vartheta) : (1+\alpha\vartheta')$$

Поделимо десну страну са α па ћемо имати: $P_\vartheta : P_{\vartheta'} = (\frac{1}{\alpha}+\vartheta) : (\frac{1}{\alpha}+\vartheta')$

Како је пак $\frac{1}{\alpha} = 273$ добићемо заменом те вредности:

$$P_\vartheta : P_{\vartheta'} = (273+\vartheta) : (273+\vartheta')$$

Овај број 273 узет са знаком „-" (минус) назива се а п с о л у т н а н у л а. А температура $\Theta = (273+\vartheta)$, дакле рачуната од апсолутне нуле, назива се а п с о л у т н а т е м п е р а т у р а.

Кад заменимо у горњим једначинама имамо.

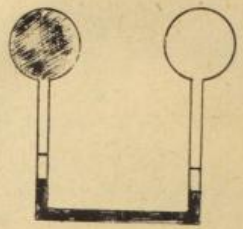
$$p_1 : p_2 = \vartheta_1 : \vartheta_2 = \frac{p_1}{\theta} = \frac{p_2}{\theta'}$$

што тако:

$$\frac{v_1}{\theta} = \frac{v_2}{\theta'}$$

На основу правилног ширења гасова направљен је т.зв. в а з д у ш н и т е р м о м е т а р. Састоји се из једног суда (А) од стаклета, порцулана или др. У овај суд се затвори ваздух. Он је у вези са другим судом (В) у коме се налази жива. У том суду налази се један шиљак до кога ваља увек довести живин мениск. Осим тога имамо једну цев од каучука и другу стаклену. Кад хоћемо да меримо температуру ми ћемо прво куглу мотути и довести живин мениск до шиљка. Жива ће у стакленој цеви стајати до висине B_0. Ако загрејемо сад ваздух у кугли он ће се ширити и потискивати живу. Да би смо довели мениск до шиљка, вал. ми стаклену цев извући што више, да би смо одржали равнотежу притиску, који је сад у кугли једнако већи због веће температуре. Сад ће жива у стакленој цеви имати висину $B\vartheta$. Из ових посматрања добили смо једну компликовану једначину, из које се одређује α. На овом термометру могу се прочитати: с т о т и д е л о в и с т е п е н а; но пошто је ово скопчано са атмосферским притиском и околном температуром, то показивање није тачно, али је шиљак тачније но код термометра са живом. Он има још једну добру страну, а то је, што ми можемо врло високе температуре да читамо, као што су н.пр. температуре топљења појединих метала. Видећемо доцније у калориметрији да се овако високе температуре нарочито за метале, који се тоне на високој температури (платина, иридијум и т.д.) може читати или још на један начин или т е р м о е л е к т р и ц и т е т о м. Ако бисмо хтели само да покажемо да је температура код једног тела другчија

жимо се тако званим диференцијалним термоме-
ром или термоскопом.



се састоји из две кугле пуне га
везане помоћу једне цеви, у ко
ј је алкохол или друга каква теч
ст. Једна је кугла нагарављена
у, јер сва црна тела боље упи-
у топлоту. Кад се једна кугла
се у простор топлији или хлад-
и, то ће се гас у дотичној кугли раширити или скупити, а тиме и
ност у цеви попети или спустити. Дакле само се констатује, да је у
ом простору друга температура. - При одређивању специфичне тежине га-
треба пазити на којој је температури одређивање, јер знамо да је:
$\gamma = \frac{p}{T}$ пошто се γ мења према температури, за то треба на њу и о-
тити пажњу. За тачно одређивање специфичне тежина гаса има нарочити
ина, који ми нећемо помињати.

Дејство топлоте на тела с променом агрегатног стања.

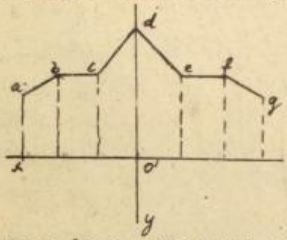
Свако тело загревањем шири се, т.ј. увећавањем температуре, ње-
ни молекили теже, да се један од другог одвоје, чиме, опет, запремине
тела увећавају. Увећавањем температуре могу се молекили тако један
другог удаљити, да је снага, која их држи, врло мала, тако, да тело
мени агрегатно стање. - Појав, кад чврста тела увећавањем температу-
ре, мењају агрегатно стање, и прелазе у течност, зовемо **топљење**.

Ако се и течност загрева дотле, да се молекили више и не прими-
ре, онда течност мења агрегатно стање и то је појав **испарава-**
ња.- Пошто је агрегатно стање функција топљења и притиска, то се
ко тело може претварати у сва три агрегатна стања.

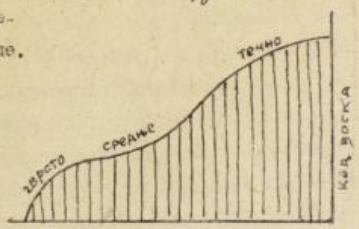
Топљење.

Процес топљења није код свију тела један исти, н.пр. лед при

загревању одмах прелази у воду, док восак прво омекша, па онда тек пре
лази у течност. Код разних тела разна је температура топљења. Тако је
она за лед 0°, за живу -39°, за гвожђе
преко 1.000°. Најтеже се топи иридијум па
платина. За платину је температура 2000°.
Најбоље се процес топљења може графички
и представити и то би било идеално топље-
ње. По оси X преносимо утрошену топло-
ту а по оси У температуру коју тело има.-



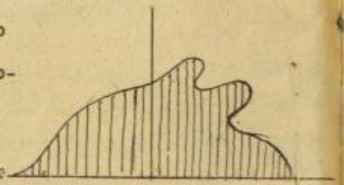
Ако смо имали тело на 0°, па га загревамо, његова ће се температура по-
већати, и његово ће нам повећање представити линију ab, која се не-
престано пење и нагнута је према оси X. На тај начин доћи ћемо до оте-
шења на коме се тело топи и од тога тренутка, па док се тело сасвим
не истопи, температура ће му остати стална, ма како му увећавали топло-
ту, јер се овде сва топлота потроши на савлађивање молекилског привла-
чења тога чврстог тела, т.ј. треба покидати везу између молекила зато
опет треба саопштити молекилима већи рад, а то ће мо учинити повећава-
њем топлоте, услед чега треба да је количина трошива већа и зато ће мо
добити једну хоризонталну линију bc (која показује сталност температу-
ре). Кад се тело сасвим истопи, тада ће се и температура истопљеног те-
ла (течности) повећати и добијамо опет једну нагнуту праву cd. Ако ли
ак радимо обратнодобићемо опет једну изломљену линију $defg$. Но као
то смо казали, ово би топљење било иде-
лно, т.ј. да се тела тако правилно топе.
а лед бисмо можда добили линију – Ход
опљења. Међутим сва тела немају пра-
илну линију, т.ј. да се зна тачно где
е топљење отпочело а где свршено. По
ривој линији ~~~ топе се тела
оја прво омекшају па се после почну
а топе (восак). Тачка на којој се тела топе потпуно одговара оној,
а којој се и очвршћавају. Има тела која могу више да се охладе па да
е пређу у чврсто стање. Ако се тело прегреје, онда температурна линија
х лађења није симетрична линија температуре топљења.



Температура топљења за исто тело и исти притисак - иста је.

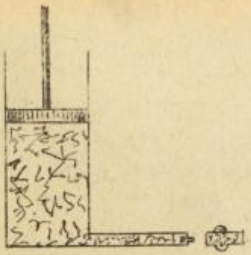
Ево неколико температура топљења:

Pt = 2200° (тело које се најтеже топи) - Pt = 1800°- 2000°, што зависи од њене чистоће) - челик - 1600°; Au и Ag =1060°; Zn =325°; S =111°; Hg =-39°; H_2CO_3 = -58° и т.д.



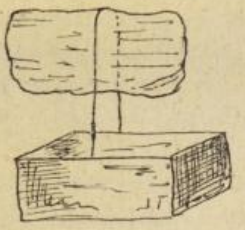
Сумпор се у почетку топи на 111° доцније при повећавању температуре не топи се по правилу, већ је на 160° чврст остатак и мрк са другим физичким и хемијским особинама. На још већој температури опет је течан и жут, и ход топљења је за њега сасвим другојачији. Врло лако утиче на тачку топљења појединих метала и то да ли су они чисти или не, јер врло мала количина неког страног тела мења тачку топљења. Код легуре се увек топлота смањује. Тако н.пр. ако узмемо 15 делова Bi; 4 дела Sn; 8 дела Pb и 3 дела Cd, добили бисмо тако звану Wood -ову легуру, која се топи на 60°.

Поред температуре, важна је ствар, колику је запремину заузело растопљено тело. По правилу требало би, да сва тела при топљењу заузимају већу запремину, али и у томе има изузетака. То се исто дешава и код гвожђа, бизмута, антимона и др. Рекли смо већ, да температура топљења зависи од притиска, и зато је она и код истог тела променљива. Тако лед се под обичним притиском топи на 0° а иначе не. Под врло јаким притиском лед се одмах топи, а кад му притисак попустимо а температура остане иста, онда се стврдне. Ово се виђа у обичном животу. Кад кола пређу по леденици, примећује се глатка површина, т.ј. лед се истопио испод точка, а после неког времена опет се следио. На основу овога из леда можемо извлачити чисто еластичне ствари, као из каквог теста. Притиснућемо лед и пустити да истопљен тури као вода кроз неки најразличитији пресека, чији је задатак, да даду леду свој облик, јер, чим притисак смањимо лед се смрзне и тако добијамо најразличитије форме леда.



Исто тако ако напунимо бомбу какву водом, па је затворимо и почнемо да је хладимо, вода се у њој неће смрзнути ни на -10° С, али ће се ширити услед чега ће бомба пући и у том моменту кад вода изађе на нормалан притисак, смрзнуће се. Ако бисмо увели један комад леда, и преко њега обесили жицу, о којој виси тег. Услед притиска тега, лед ће се отапати на оном месту где жица додирује, али се после врло кратког времена, чим жица мало прође опет смрзнуту, и тако ће жица проћи кроз цео комад, и он ће ипак остати читав и непресечен.

С к р и в е н а и л и л а т е н т н а т о п л о т а.



Кад се тело почне топити, онда ма колико топлоте ми придодавали, ипак се температура неће повисити и остаће стална све дотле, док се не истопи и последњи делић тела. Питање сад, на шта се троши та топлота? Да би тело прешло из чврстог у течно стање, потребно је да се његови молекили тако рећи раскину, одвоје један од другога, а да би то било потребна је извесна количина рада и тај се рад добија топлотом, коју ми придодајемо. Ову топлоту не можемо констовати термометром, већ као што ћемо доцније видети тзв. калориметром. Оваква се топлота - латентна - јавља и при преласку тела из течног стања у гасовито, због чега се зове **т о п л о т а т о п љ е њ а**, а друга **т о п л о т а и с п а р а в а њ а**.

Ако помешамо 1 кгр. воде од 80° С. и један кгр. леда од 0°С добићемо 2 кгр. воде од 0°, што значи, да је потрошено 80 јединица топлоте на савлађивање молекилске снаге, те да се 1 кгр. леда од 0° претворити у воду

од 0°. Важно је споменути, да је за друга тела потребно мање топлотних је диница. Тако за Zn је потрсно 28.13, за Pb 5,70, за Fe 5.03 и т.д.

Обратан процес топљену јесте м р к њ е њ е (код воде) или ч в р с т а в а њ е (код осталих тела). И овде вреди све исто, као и за топљење, само што је радња обратна.

Р а с т в а р а њ е јавља се кад чврста тела доведемо у додир са течностима, и оно може бити са хемиским процесом и без њега те према томе имамо х е м и ј с к о и ф и з и ч к о растварање. На пр. кад парче нејера растворимо у води, то је физичко растварање, јер ако раствор испаримо добијемо опет нејер. Исто је ово, и кад се метемо у воду. Ако ли пак у сумпорну киселину метемо цинк и раствор испаримо нећемо добити цинк већ $Zn SO_4$ - значи да је било хемиско растварање. О хемиском растварању ми нећемо овде говорити.

Ф И З И Ч К О Р А С Т В А Р А Њ Е.

Свака течност може извесну количину неког чврстог тела на извесној температуру да растворе. Али растварање иде до извесне границе, према томе ни течност не може примити чврста тела у себе. Такво стање зове се з а с и ћ е н о, а сам раствор зове се з а с и ћ е н р а с т в о р. Свакој температури одговара нарочита засићеност, на пр. врела вода више раствара нејера, но хладна и кад се постигне та засићеност, ма колико нејера додавали он се неће растворити. Из засићеног раствора можемо чврсто тело одвојити: а) к р и с т а л и с а њ е м, б) с н и ж а в а њ е м т е м п е р а т у р е и с) т а л о ж е њ е м.

Растварање прати увек снижавање температуре, јер се извесна количина топлоте троши на савлађивање молекиларног привлачења, те да се чврсто тело растворн. Ово служи за вештачко производење ниских температура (и то се обично узима лед и со, лед и киселина, вода и со, со и киселина) Тако нпр. раствор од 5 делова стипсе и 5 делова нишадора у 16 делова воде даје температуру 32°C или фактички добија се -27°C због околине. Смеша снега и леда и H_2SO_4 производи температуру од -55°C. Ово је уједно најнижа температура која се овим путем може произвести. Глауберова со и HCl дају температуру од 27°C. Смеса од 50 делова Sn 103 дела Pb, 83 дела Bi са 808 дело

за H_2, даје температуру од -27°C. Ове вредности добијане по теорији, мање су у практици увек за 2°-3°. Ако хоћемо да произведемо нижу температуру и од -53°C, онда ћемо мешати једну од ових мешавина с другом, и тако ћемо добити још нижу температуру. О овоме ћемо говорити доцније и упознати се са свима новим системама на сасвим другом принципу, помоћу који се постиже, да је ова температура 100°C.

Т а л о ж е њ е, т.ј. добијање чврстог тела из раствора обратан је процес растварању. Кад имамо врло засићен раствор, треба га охладити, и све што је више растворено повећавањем температуре, одвојиће се као чврсто тело (јер знамо да је температура, пре но што се тело почне растварати, већа но после пошто се растварање довршило, и да се троши на савлађивање снаге молекиске, па ако она не буде довољна, троши се за ово и температура околине, зато ће и цео раствор бити на нижој температури). Овај систем је обично употребљен за таложење.

Тачка мрњења је обично нижа, кад је течност нечиста. Тако чиста вода мрзне се на 0°, а ако има соли растворених онда на -4°C, зато се у хладним предилима за одвајање соли на морске воде служимо са мрзнењем јер се вода мрзне (а у том леду нема ни трага од соли која је била у води) а со остане. На екватору пак обратно бива: испарава се вода јер се она разлије у плитка корита поред обала и услед сунца испари, а со остане на дну.

И С П А Р А В А Њ Е.

Ми смо до сад, загревајући чврста тела претварали их у течност, но ако продужимо загревање све даље и даље, молекили ће се све више и више удаљавати тако да ће течност почети да испарава. Али пре сваког испаравања предходи к љ у ч а њ е. Свака течност кад се загрева, то доњи, њој топлоти најближи слојеви загревају се и претворе у гас (мехурић) који се као лакше пењу на површину воде и то се пењање мехурића зове к љ ч а њ е. Ово образовање првога гасног мехурића или водене паре (код во де) бива дакле кад се савлада спољни притисак напоном произведених гасова у унутрашности течности неке течности, као што су вода и нима могу испаравати и на обичној температури. Али то су случајеви чисто механичке природе јер ту струја ваздуха односи све молекиле по молекиле.

ЈАЈДЕН ФРОСТОВ ФЕНОМЕН

Ако прегрејемо дно каквог суда, на пр. ако га усијамо и донесемо на њега неколико капљица хладне воде, она неће испарити, већ ће остати течна на усијаном бакру, док температура остане иста. Ово долази отуда што се први слој воде, који додирне бакар, одмах претвори у пару, те ће према томе капљица бити наслоњена на слој водене паре, те се неће моћи загрејати до испарења. Кад се пак почиње температура снижавати, онда наступа адхезија између воде и суда, и течност ће за један тренутак експлозивно испарити. Слично томе, ако имамо један суд са хладном водом и ако једну усијану куглицу, која је у вези са електричним звоњењем спустимо у хладну воду звонце неће звонити, а кад се охлади оно ће отпочети да звони док је кугла усијана звонце не звони зато, што се је око не образовао слој водене паре, који не спроводи електрицитет.

Течност у загрејаном суду заузима облик кугле зато, што је загревањем суда смањена у многоме адхезија и тиме котезија постала већа од адхезије. Тако исто ако имамо усијану решетку, па кроз њу неће течност протицати, као што би то вода учинила да она није усијана. На основу Ајден-Фростовог феномена дешавају се често експлозије код парних казана, јер вода са којом се казани пуне, нечиста је, те услед тога око казана на чини се једна кора од примесака, које вода у себи садржи. Овако обложен казан теже долази у додир са водом, те према томе треба и више топлоте, те да се вода испари. Кад услед разног ширења казана и коре кора пресне и вода дође у додир са усијаним казаном, то вода неће ни квасити казан докле, док се он на том месту не охлади и тек тада ће вода доћи у додир са казаном и моментално ће сва вода да испари, и казан услед великог напона мора да експлодује због тога треба за казане употребљавати чисту воду и казан чешће чистити, из овога се види да ли ће течност квасити суд или не, као и то, да ли ће њен мениск бити испупчен зависи од температуре самога казана. У обичним приликама, кад немамо посла са прегрејаним судом, тада ће се појединим мехурићи течности одвајати, док на по следку течност не прокључа. Овде игра врло велику улогу и ваздух, тако во ...ложена вода ваздух не кључа на 100° већ на 105° - 103°, а ако би такву воду натерали

да проклуча на 100°, она би се сва претворила у водену пару и том приликом наступила би експлозија. То се може и обратно посматрати, тј. ми можемо водену пару у згодном положају да охладимо толико, да је довољан само какав додир са стране, па да све пређе у воду. То бива често пута у облацима, где је водена пара охлађена, да само ако ветар нанесе прашину на њу, одмах ће се сва претворити у воду и пасти на земљу у том случају ми кажемо да је провала облака. Кад течност почне да кључа, онда то кључање иде дотле док се сва течност не претвори у пару, и за све време кључања **температура је течности стална.**

Испаравање и кључање зависи од температуре, а нарочито треба водити рачуна о притиску јер он овде игра још важнију улогу, него ли код топљења. Због притиска вода не кључа увек на 100° већ на 80° 70° и т. Торичелијева празнина није никад апсолутна празна већ увек има више или мање живине паре због притиска (киског). Појављивања мехура код кључања може бити пре ако смањимо атмосверски притисак, и да ли ће мехур изаћи раније или доцније на површину зависи једино од тога, да ли је већи или мањи атмосверски притисак. Казали смо, да се код термометра јавља погрешка због тачке кључања а она даље зависи од притиска. На високим брегованима вода кључа на 90°, 80° и т.д. и самом овом температуром можемо одредити висину, на којој се налазимо. На основу тога што се повећањем притиска повећава и температура кључања, направљен је лонац који служи за раскуваваље тешко растворљивих тела. То је један суд јаких дуварара који је одозго херметички затворен! Унутра је вода и тело, које хоће да се кува. Права количина течности испарава на обичном притиску, али њена пара притиску је сад на осталу течност чиме се повишава температура кључања. Што год више испарава, то се све више и притисак повећава, што ми и хоћемо, јер на поклопцу је удешено, докле се може притисак регулисати (вентил), и сувишак паре, да се пусти на поље. Овде на пр. можемо скувати кости, из којих хоћемо да добијемо после тучка

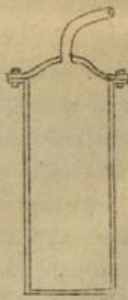


ће а оне се неће кувати на температури од 100°, већ од 120° и т.д. и зато ће се боље скувати обратно пак, кад хоћемо кључање на нижој температури као нпр. при фабрици шећера, све што има температу 100° не би се могло кристалисати, а што хоћемо да кристалишемо, разлијемо у судове (велике казане), у којима се ваздух разреди, те тачност прокључа на 60°, 70°.

У колико тачка кључања зависи од притиска види се из ових цифара:

Ако је притисак 5 мм.				вода кључа на			0°.
"	"	"	9,4"	"	"	"	10°.
"	"	"	17,3"	"	"	"	20°.
"	"	"	58,7"	"	"	"	50°.
"	"	"	760,	"	"	"	100°.
"	"	"	1140.	"	"	"	111,2°.
"	"	"	1520.	"	"	"	121°.

Кад је вода у казану већ почела да кључа онда нема никакве опасности, да грејемо колико хоћемо. Да ли ће вода прокључати на 100° или на којој другој температури зависи још и од чистоће воде и количине апсорбованих гасова. Ово су све згодни додови да дају напутка за кључање. Као год што се чврсте тела на разним температурама топе, исто тако имају своју тачку (температуру) кључања.



Ево неколико температура кључања:

Вода на 100°	жељезо на 300°	цинк на 1040°.
Алкохол 79°-80°	жива на 350°	и т.д.

КЉУЧАЊЕ ТЕЧНОСТИ КОЈЕ СУ НЕЧИСТЕ

Сви раствори теже кључају но чисте течности. Ако имамо две течности помешане, прво ће испарити она, која кључа на нижој температури, па тек она друга течност. Но при овоме прва течност неће испаравати нешто на оној температури која јој одговара, већ је довољно само да буде вишој дотако ће и друга течност испаравати на температури нешто нижој, но на којој она сама кључа. Према овоме две помешане течности ће снижавају, односно повишавају једна другој температуру кључања.

На мој каучама утиче још и чистоћа суда. Ако је велика лепљивост између суда и течности, она ће тако проћаскати.

РАЗЛИКА ИЗМЕЂУ ПАРА И ГАСОВА.

Ова се разлика састоји у понашању према закону Мариотовом, и ако се понашају по овом закону или још тачније по закону Шарл-Геј-Лисаковом, онда је гас, а ако се не понашају по овом закону онда је пара. Докле се год гас понаша по овом закону, он је гас, чим пак почне да одступа значи, да је близу конденсационе тачке, тј. да ће у скоро прећи у течност, и онда већ није гас него пара. Ваздух и угљена киселина се донекле понашају као гасови (на обичном притиску и обичној температури ја после се владају (кад се притисак повећава или температура снижа) по Мариотовом закону и онда су паре; прегрејана пара на 1000° понаша се као гас. Нема до данас гаса, који се већ могао и који није претворен у течност и питање о пари и гасу јесте питање температуре и притиска; у свима околностима температуре са повећавањем притиска може се сваки могући гас претворити у течност. Значи да ће неки гас, или пара зависи од притиска и температуре. За сваки гас има једна критичка температура; то је температура на којој се гас још може конденсовати.

Ако ли се пак макар мало пређе та температура, онда постаје енергија (тј. одбијање молекула толика да се не може савладати ни највећим притиском. За CO_2 критична је температура $31°,3$ С; за етар $195°,2$ гасови, за које је доказано, да су перманентни претворени су такође у течност. Они су изложени у једном суду великом притиску и у исто време хлађени су, затим се отвори славина да кроз њу изађе гас, који нагло шири се, губи топлоту (јер ширећи се врши рад а тиме троши топлоту за време тога рада) и тиме се још више охлади и тече као течност. Има више, могу неки гасови да остану као чврсто тело у виду снега, као што је угљена киселина, када је хлађена $-70°$ а већ на $-53°$ прелази у течност. Азот-моноксид можемо претворити у снег на температури $-105°$, а кад се метне још и под звоно ваздушнога шприца добија се температура од $-140°$ С.

Т О П Л О Т А И С П А Р А В А Њ А.

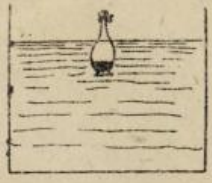
Кад нека течност почне да кључа(тј. да испарава)од тога тренутка па док сва течност не испари, температура је стална(слична оној код топљења)па ма како ми додавали топлоту -температура се неће повисити, а једино ћемо постићи то,што ће течност брже да испарава.Питање је,где се та топлота троши.Она се троши на унутрашњи рад,тј.на савлађивање силе којом држи молекиле течности,те да би могли испаравати.Та се топлота код течности зове т о п л о т а и с п а р а в а њ а.Кад гас кондензујемо у течност,топлота се испаравањем ослобађа и чини,да је непосредна околина више и мање загрејана.На овоме-што течност испаравањем троше извесну топлоту-оснива се вештачко прављење леда.На пр.довешћемо воду у везу с течношћу која испарава чиме ће води одузети топлоту,док се ова не следи.

Кондензовање гасова може се изазвати на три начина:1/ - п р и т и с к о м, 2/- х л а ђ е њ е м и 3/- п р и т и с к о м и х л а ђ е њ е м,

1/-П р и т и с к о м своди се на мању запремину -молекили су његови блиски један другом и привлаче се агрегатно,пак,стање са молекилима,који се привлаче,јесте течно.

2/-Х л а ђ е њ е м се умањава амплитуда кретања гаса(као што се температура повећава)чиме се молекили један другом приближују,а агрегатно се стање мења.

3/- И п р и т и с к о м и х л а ђ е њ е м тј.у исто време и доводи се гас на мању запремину те се молекили приближе један другом и смањи се енергија молекила,тј.одбијање њихово.Ово је најсигурнији и најбољи начин.Први гас,што је претворен у течност а такође и у чврсто стање био је угљена киселина.



Паре на разним температурама имају разну густину(спец.тех.).Одређивање те густине бива као и код гасова.Најпростија

метода јесте ДИМЕ-ОВА.За ту циљ на пр.узима се флашица једна,која се запуши куљу унесе мало алкохола или оне течности,чијој пари одређујемо густину.Ова флаша се кеће у кључану воду те течност испари и рашири се у суду.Сад ако отворимо цев к суд изврнут замочимо у хладну воду,вода ће појурити унутра и испунити извесну запремину суда.Помоћу односа између ове воде и запремине одређује се густина.

НАПОН ПАРА.

Да би вода могла испарити,потребно је,да њена пара има бар тај напон да може савладати притисак од једне атмосфере.Напон је пара различитих течности различан.Тај напон мери се манометрима.Узмимо неколи ко цеви Торичелијевих и у празнине пустимо по мало од разних течности . Течности ће ове испаравати у безваздушном простору и ми ћемо приметити да ће жива у разним цевима стајати на разним висинама према томе,да ли је напон већи или мањи.

ПРОСТИРАЊЕ ТОПЛОТЕ.

Топлота се у неком телу неда затворити све дотле,док постоји разлика у температури тога тела и околине његове,значи да се топлота мо ра простирати.

У главном има три врсте простирања топлоте: 1/-с п р о в о ђ е њ е м,2/-з р а ч е њ е м,3/-е в е к ц и ј о м или м е х а н и ч к и м п у т е м

1/-Сп р в о ђ е њ е м топлота се простире од молекила на моле кил од слоја на слој.На пр.кад гвоздену шипку загрејемо на једном крају осетићемо топлоту и на другом,који није у непосредном додиру са топло ним извором,тј.топлота се од једнога краја спровела на други.

2/-З р а ч е њ е је кад се топлота у зрацима простире .На пр.та ко је простирање кад фуруну загрејемо и кад осећамо јару-као што вели ми народ

3/-М е х а н и ч к и н а ч и н простирања топлоте(евекције)по стоји код гасова и течности,на пр.при загревању течности у суду доњи слој,загреја се и рашири,и као лакши тежи,да се пе-

ће ући на тај начин евекцијом или механичким путем носи топлоту на повр-
шину течности.

СПРОВОЂЕЊЕ ТОПЛОТЕ КОЈ ЧВРСТИХ ТЕЛА

Кад говоримо о овом спровођењу топлоте, треба тело загревати по-
чев с једног краја, па ће се топлота слојеви
ма пренети до другог. Ако је извор топлоте
сталан, настаће један пут извесно равнотеже
у топлом стању, и то ће бити онда, кад је
дан слој с друге стране неда исто толико то
плоте, колико је с једне примио. Ова равноте-
жа јесте врста д и н а м и ч к е или п о к-
р е т н е р а в н о т е ж е. У погледу спро
вођења топлоте разна се тела врло, разно по
нашају. Нека врло брзо преносе топлоту и зато кажемо да су добри спровод-
ници топлоте или д о б р е п р о п л о н о ш е, као што су у опште сви ме-
тали, а неки врло споро и то су р ђ а в е т о п л о н о ш е, као што су
сва растресита тела, где нису молекули један другом близу, као што је ву-
на, перје, дрво, (гасови су такође рђаве топлоноше, они су и з о л а т о р и
за топлоту). Најзгоднији експеримент за ово спровођење биће, ако посмат-
рамо једну шипку. Узећемо један слој и у њему загрејаћемо једну шипку, на-
пунићемо га за тим водом и загрејаћемо. Топлота ће се пренети на шипку, али
ако приносимо термометре на разна места шипке, видећемо да је крај близи
суду загрејанији а даље пак да је мање загрејан. Ако температуру продо-
вавимо правим линијама које су управне у дотичним тачкама шипке, и њихо-
ве горње тачке саставимо добићемо криву линију, која нам показује, како
како температура опада што иде више у спољну тачку шипке. Ова крива ли-
нија је за [illegible] тако другојачије што значи да свако тело на свој начин
спроводи топлоту.



сл. I.

сл. 1.



Ми можемо да упоређујемо ступањ спровођења топлоте код разних тела на разне начине. За мерило се обично узима она количина топлоте, која за један минут прође кроз тело од 1 кв.см. у пресеку и да произведе на крају температурску разлику $\vartheta - \vartheta_1 1^\circ$, за гвожђе релативно ова топлота износи 10 тј. за је дан минут прође кроз коцку од 1 см. толико топлоте, колико је довољно да се за 10 гр. ве де загреје од 0° до 1°. Ова метода назива се: К а л о р и м е т р и ј с к а. Сребро је најбољи топлоносац, и због тога обележићемо његову моћ спровођења са 100 према њему је моћ Cu = 73,6; Au=53,0; месинга 23,1, Fe =12,0. Како разна тела различито проносе топлоту одређују се овим експериментом. Имамо точак (сл. 2) коме су пљоски од разног материјала (дрво, Fe, Zn и т.д.) Пљоски су обојени црвеном бојом, која има особину да поцрни кад се загреје. Ако загрејемо осовину неко време сребрна ће пљоска сва поцрнити, бакарна не сва одатле ће све мање бити црне и рецимо код дрвета ће се још одржати прво на боја.

ОДРЕЂИВАЊЕ КОЕФИЦИЈЕНАТА СПРОВОЂЕЊА КОД ТЕЧНОСТИ.

Ово је код течности много теже, јер код ових простирање топлоте бива и конвекцијом, тј. механичким путем. Зато се суда одозго зе јници, па се он загреје до 100° те тако одозго саопшти течности топлоту и то првом горњем слоју. Овај први преноси топлоту другоме, други трећем и т д. до последњег слоја, који је на дну суда. Загревањем течности одозго, кон-
векцијом. Најбољи је начин и објашњен опит Пеклиндуктал за воду
бетчава се простирање топлоте према сребру 0.009, за живу-0,054.

СПРОВОЂЕЊЕ КОД ГАСОВА.

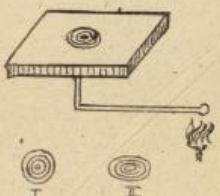
Код њих се срећемо са највећом тешкоћом при одређивању моћи спровођења. Услед велике покретљивости њихових молекула не можемо избећи конвекцију а ни зрачење. Ево како су извођени неки експерименти према ни они нису тачни. Узме се један суд, у који се уметне други мањи, али тако да

простор између оба суда није велики. У тај простор између оба суда сад се доведе гас. Услед трења о зидове милекли се неће кретати и топлота, коју доводимо спољним судом преноси се са слоја на слој до унутрашњег суда где се може мерити. На овај начин нађене су ове цифре и односе према сребру: за H =0, 029 за ваздух: 0,00343; за CO_2 = 0,0019.



СПРОВОЂЕЊЕ КОД КРИСТАЛА И ОРГАНСКИХ МАТЕРИЈАЛА.

Да би испитали спровођење ми средину кристала везујемо металном шипком, која на крају загревамо. Горња површина премаже се танким слојем воска. Према опажању воска меримо и мој спровођења. При свим опитима приметићемо да ако кристал припада којој правилној системи (ако је кристал с једном оптичком осом) онда се восак отапа у концентричним круговима. Ако је пак кристал са две оптичке осе и отапање бива у концентричним елипсама.



Код органских тела на пр. дрвета спровођење је различно према правцу. У главном се може спроводити тројако: у правцу конаца, радијално и тангенцијално. У првом случају спровођење је најбоље, а у последњем најмање.

Овим завршујемо ово спровођење топлоте у ужем смислу, а прелазимо на две топлоте, који се јављa услед таласања молекила етра, а то је:

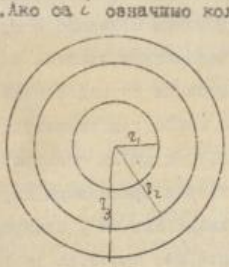
ЗРАЧНА ТОПЛОТА.

Топлота се зрачењем простире исто тако, као и неко таласко кретање. Топлота се простире у правим линијама. Да је ово заиста свако уверићемо се, ако испред топлотног извора ставимо какав предмет, то ће се иза овога образовати т о п л о т н а с е н к а, која ће бити ниже температуре лонто је пред њом предметом. Ово значи да се топлота зрачи у правим линијама, јер кад би се простирала у кривим линијама, не би било топлотне сенке. Зрачна се топлота потпуно слаже са светлосним зрацима у којима је

увек и извесна количина топлоте к затв ми остављамо да све ово и проучимо у одељку о светлости; поменућемо само да је температура, на којој то на светле од прилике на 525°. Б р з и н а п р о с т и р а њ а т о п л е т н и х з р а к о в а и з н о с и 300.000 км. у с е к у н д у к а о и с в е т л о с т. Зрачна топлота не може се простим термометр осетити. За ово служи т е р м е м у л т и п л и к а т о р. Он се оснива на томе, што два разна метала заливена и на једном крају загревана а на другом хлађена, производе струје, које ако ухватимо и пренесемо у галванометар је једна коничка цев, на чијем се крају надаљ снопи заливених шипака. Једна шипка с једна стране везана је галванском струјом а тако исто и једна шипка с друге стране снопа. Чим падне на њ најмањи топлотни зрак на снопи, образоваће се струја и галометар ће нам према томе показати и констатовати зрачну топлоту.

ИНТЕНЗИТЕТ ТОПЛОТНИХ ЗРАКОВА.

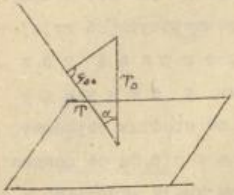
Полазећи од једнога извора топлота се простире у лопастим површинама. Количина топлоте у свакој оваквој кугли иста је. Ако са r_1, r_2 и r_3 означимо полупречнике ових кугала, биће њихове површине: $4r_1^2\pi$, $4r_2^2\pi$, $4r_3^2\pi$ и т.д. Ако са i означимо количину топлоте, која долази на јединицу површине онда ћемо на првој лопти имати топлоте $i_1 4r_1^2\pi$ на другој лопти $i_2 4r_2^2\pi$ и т.д. Пошто пак све ове количине морају бити једнаке имамо: $i_1 4r_1^2\pi = i_2 4r_2^2\pi = i_3 4r_3^2\pi$ - - - - -



Одатле је $i_1 r_1^2 = i_2 r_2^2 = i_3 r_3^2 =$ - - - - или $\frac{i_1}{i_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$

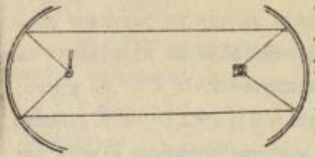
тј. и н т е н з и т е т и с у у о б р н у т о ј с р а з м е р и с к в а д р а т и м а о с т о ј а њ а. За интензитет топлотних зракова мо још и овај закон. Ако зраци топлотни падају косо на какву површину заклапају с нормалом за ту површину угао α, онда је интензитет зрака мере са косинусом угла $\frac{\alpha}{T} = T_0 \cos\alpha$. То је интензитет оних зракова који падају управно.

ЕМИСИЈА



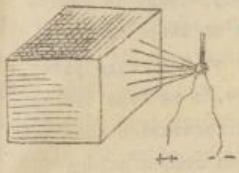
Кад једно тело загрејемо на виши ступањ температуроки, на ком је његова околина, оно зрачи да издаје своју топлоту околини. Та се појава зове е м и с и ј а. Ако ли се тело налази на нижем ступњу температурском од околине, оно почиње да упија, абсорбује топлоту од околине. Ова се појава зове а б с о р б ц и ј а. Тело с којом јачином емитира и абсорбује топлоту, Емисија зависи од температуроке разлике и од природе саме површине, која емитира. Тело, које најјаче емитира а према томе и абсорбује јесте чађ, и ако то емитиране обележимо са 100 онда је за туш 85, за хартију 98, за восак 96, за стакло 90, за лед 85, за живу 20, а метали 12 и т.д. Метали у опште врло слабо емитирају топлоту.

Сад ћемо да видимо да ли постоји хладноћа услед чега и одакле долазе хладни зраци. Да би ово испитали, узећемо два шупља огледала.



Метнућемо у њиху једно парче леда, а у њиху другога термомултипликатора. Топлотни зраци леда удариће у дотично огледало и од њега ће се одбити у паралелним зрацима и ударити у друго огледало, на ће се напоследку скупити у њиха, где је своја или термомултипликатор. Ми ћемо приметити да ће температура термомултипликатора опадати. Сво нагледа да се хладни зраци леда скупљају у њихи другога огледала и термомултипликатор хладе; али то у стварн није, јер ћемо приметити доцније, да ће се лед топити, што значи, да је термомултипликатор шилао топлоту леду и на тај начин трошећи своју топлоту, смањивао је своју сопствену температуру дакле је овде термомултипликатор емитирао, јер иначе нема смисла да се лед топи. Према овоме ми и немамо х л а д н и х з р а к о в а. Помоћу емисије топлоте можемо наћи топлоту сунца, месеца а тако исто може се наћи и температура васионе, неба и атмосфере. За ово треба изложити један термомултипликатор слободном зрачењу неба и по брзини зрачења можемо одредити температуру неба. Код ваздуха

сваки се слој његов на свој начин загреје. За земљу је исто то, што смо казали и за онај пример. Кад је ведро зими је врло хладно, топлота се емитира и услед нагнога зрачења цела се површина охлади. Ово бива и у најтоплијим пределима-особито ноћу, када се у жарким пустињама вода претвара ноћи смрзне. Зими пак чим је замагљено и температура је већа-топлија је -јер зрачење није нагло. Исто тако, ведре су ноћи хладније, топлота са земље што је на њу доњи слој одлази. Увек дакле зрачна топлота иде од топлијега предмета на хладнији. -А да ли ће неко тело зрачити више или мање топлоте, зависи од конституције тела и од боје површине. За увераваље како које тело емитира топлоту, најбоље је да узмемо једну шуплу коцку, напунимо је врелом водом па све стране нека разно обојимо или од разног метала направимо нпр. прва да је посребрена, друга стаклена, трећа од харције и четврта нагарисана чађу. Сад ћемо метнути један термомултиплијкатор или диференцијални термометар, на ону посребрену страну коцке нему окренемо. (Топлотни зраци зраче са те стране коцкине на мултиплијкатор или диференцијални термометар, а ону посребрену страну коцке нему окренемо.) Топлотни зраци зраче са те стране коцкине на мултиплијкатор или електричан термометар и прочитаћемо извесно стање; за тим окренемо галванометру другу страну коцкину и стање ће бити веће него прво, и ако је температура иста. Затим окренути трећу страну па четврту и тако моћемо направити читаву скалу. Овим се и дознаде да углачана тела горе зрачу мање (рефлектују) а која се брже охладе. Челична углачана тела никад се не могу —



покрити росом или слином, јер не може температура да им се спусти толико да водену пару у околини кондензује.

Као што смо електричним термометром одређивали зрачну топлоту можемо исто тако одредити и количину топлоте, коју сунце шаље земљи за једну годину дана и од које топлоте само један део на нас долази. Ова се топлота израчунава пирхелиометром. То је једна металне ку-



тија, чији је доњи капак продужен у виду цеви и кутија је напуњена водом. У цеви се налази један термометар. Горњи је капак гладак и нагарављен, да би боље упијао топлоту. Ово се све мотне на какве ногаре и може се удесити тако, да сунчани зраци на горњи капак падају управно. Вода се загреје од сунчаних зракова и термометар показује извесно стање које се бележи ϑ_1, затим се охлади за 5 min и нађе се друга температура ϑ_2, коју ћемо опет забележити. Права је температура $\vartheta = \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2} = \vartheta$.

Кад знамо количину воде и промену у температури, онда је одатле лако израчунати и количину топлоте која је утрошена на загревање. Овим начином добија се количина топлоте на једну површину за 5 min. Овде узимамо у рачун и абсорбцију која слаби интензитет топлоте. Но ми ћемо ову топлоту свести на јединицу времена а сад помоћу горњих података и количине топлоте, која је потребна да загреје 1 gr. воде за један степен наћена је обрасцима количина топлоте, коју 1 cm^2 површине добија и та је топлота 1.7633 калорија, тј. топлота, којом се може 1 gr. воде да загреје за 1.7633. Према томе израчуната је количина топлоте, која падне на 1 кв. смет, земљине површине за годину дана и она износи 231.604 калорија. То је топлота, која може једну куглу описану полупречником, који је раван одстојању земљином од сунца, а дебљином 30 m. истопити. Треба да поменемо још једну врло интересантну справу, која је у почетку много обећавала. Основана је на самом зрачењу, и зове се р а д и о м е т а р. То је један крст од алуминијумске жице, на чијим се крајевима налазе плочице од алуминијума с једне стране нагаравњене. Тај је крст на оштром шилку. Справа је одозго покривена звоном испод кога је ваздух извучен, али не сасвим већ до неке. Ако сад ту справу изложимо топлотним зрацима, видећемо да ће поче-

ти крст да се обрће брзином која је сразмерна интензитету топлоте. Код ове вртешке топлота не дејствује као код парних машина већ само зраци њени. Једна је страна сваке плоче нагарављена а друга је чиста, бела. Чисте стране плоче биће напред при окретању крста. Ова справа пр̌стаће да се окреће, кад извучемо извесну количину ваздуха, али се никад сав ваздух не сме извући, и ако је он под звоном, извлачи се дотле, докле не буде притисак 0.3 см, при ком је највећа брзина окретања. Брзина окретања управно је сразмерна интензитету топлоте и обрнуто сразмерна квадрату даљине топлотнога извора. Рекли смо да емисија зависи од природе тела и ми овде имамо две плоче са две разне површине, од којих је једна чиста а друга нагарена, т.ј. једна страна има максимум емисије а друга минимум. Пошто нагарена површина прима више топлоте (а то може примити је дино преко ваздушних молекила, који у плочу ударају) то ће са те стране и много већи број удараца бити; страна чиста као што смо казали-има минимум емисије и с те ће стране бити мањи број удараца ваздушних молекила. Овде имамо дакле две силе, које на плочицу дејству супротним правцима, и зато ће плочица пођети да се креће у правцу веће силе, т.ј. чисте површине плочица или ће напред. Кад је притисак испод звона већи, справа се неће окретати зато, што је вакуум трење, а кад би смо ваздух сасвим извукли, не би било молекила, који ће у плочицу ударати и на тај начин кретање производи. Кад је испод звона мисеонк, онда треба да је притисак 0,22 см. Да само молекили врше ово кретање, јер нема молекила, који ће, тако рећи бомбардовати плочу са свих страна, и савладати инерцију и зато се крила и не крећу најбрже, кад ваздух сабијемо. То је с тога, што ту сад у рачун долази и трење. Кад је ваздух густ, много већи број молекила бомбарду плочу али већи број молекила се томе и противи. Мора дакле бити једна извесна густина ваздуха, кад је ефект највећи, кад је брзина окретања највећа, и ово је критична тачка. Ако је густина ваздуха већа или мања од ове и брзина је окретања мања. Ова је справа у почетку обећавала врло много и мислило се, да се кретање може просто ни из чега или услед врачена произвести, но доцније се приметило, да ово вреди само за лака тела, а код тешких отпор је већи, те ово не може ни да постоји.

АБСОРЦИЈА ТОПЛОТЕ.

Од топлоте која пада на тело, један ће се део од њега одбити, други прећи а трећи ће тело задржати и услед њега ће се загрејати. Прва два дела неће тело загрејати. Она топлота, коју тело задржи и у њему остане зове се а б с о р б о в а н а-а појав сам зове се а б с о р ц и ј а. Друга се топлота зове о д б и ј е н а-а појав о д б и ј а њ е. Трећа пак д и ј а т е р м и а н а-а појав д и ј а т е р м а н и ј а!

Да ли ће неко тело више или мање топлоте абсорбовати, зависи од природе тела, т.ј. има тела, која лакше упијају мрачну топлоту (топлоту до 500°), друга пак светлу топлоту (преко 500°). Тело, које највише може абсобовати топлоте, јесте ч а ђ, која готово сву топлоту упије. у г л а ђ е н а тела мање а б с о р б у ј у т о п л о т у од раних в и ђ а, више о д б ј а ј у.

Узимо да на неко тело падне количина топлоте Q, и нека оно од ове топлоте абсорбује Q_1 -тада однос $\frac{Q_1}{Q}$ = А назива се к о е ф и ц и ј е н а т а б с о р ц и ј е. Тај је коефицијенат за сва тела мањи од јединице, јер ни једно тело не може абсорбовати сувишку количину топлоте, колико на њега падне. Чађ, као што знамо, најбоље абсорбује, с тога се његов коефицијенат абсорбције највећма приближује јединици. Чађ упија готово све топлотне зраке. Међу тим има тела, која неће упијати сваке зраке. На пр. ако упију зрак од 400° неће упијати зрак од 700°, или који други. Као што се види постоји извесно избирање према топлској дужини зракова. Због овога ваља увек при абсорбцији водити рачуна о природи тела и о природи самих топлотних зракова.

ОДНОС ИЗМЕЂУ ЕМИСИЈЕ И АБСОРБЦИЈЕ.

Ако имамо извесну количину топлоте, која пада на разне тела, онда ћемо имати:

Топлота коју ће прво тело упити $Q_1 = QA_1$
" " " друго " " $Q_2 = QA_2$
" " треће " " $Q_3 = QA_3$

. . . . . .

где A_1, A_2, A_3, ... значе коефицијенат абсорбције. Исти емисије пак зависиће од коефицијента емисије ε, од температуре ϑ и од перф

шине S дакле:

Емисиона моћ за прво тело $= \varepsilon_1 \vartheta S$

" " " друго " $= \varepsilon_2 \vartheta S$

" " " треће " $= \varepsilon_3 \vartheta S$

- -

Казли смо раније да је моћ емисије равна моћи абсорбције, дакле на тај начин имаћемо:

$$\frac{\varepsilon_1 \vartheta S}{\varepsilon_2 \vartheta S} = \frac{\vartheta A_1}{\vartheta A_2}$$ Из овога излази $\frac{\varepsilon_1}{A_1} = \frac{\varepsilon_2}{A_2} = \frac{\varepsilon_3}{A_3} = \dots = \dots = const.$

Однос између коефицијаната емисије и абсорбције увек је сталан тј. у колико се тело брже греје, брже ће се и хладити и обрнуто. Овај се закон назива К и р х о в љ е в.

Ако означимо коефицијенат емисије чађи са e, код које је коефицијенат абсорбције $= 1$ онда ћемо у односу на какво друго тело имати:

$\frac{\varepsilon}{A} = \frac{e}{1}$ а одатле је $\varepsilon = Ae$ т.ј. к о е ф и ц и ј е н а т е м и с и ј е н е к о г а т е л а р а в а н ј е а б с о р б ц и о н о м к о ф и ц и ј е н т у, у м н о ж е н о м с а к о е ф и ц и ј е н т о м е м и с и ј е ц р н о ђ а т е л а-ч а ђ и.

ПРОПУШТАЊЕ ТОПЛОТА.

И у овом се погледу разна тела разно понашају. Она тела, која пропуштају топлоту, називају се д и ј а т е р м а н а т е л а, а она тела која је не пропуштају називају се а т е р м а н а. И у пропуштању постоји извесно одабирање. Једно тело неће пропуштати све зраке подједнако. Најбоље пропушта топлоту кристална со (саоник). У овим справама (дурбинима) праве се сочива од кристалне соли, где се хоће сва топлота да пропусти, а не да и сочиво абсорбује. Има тела која се различно понашају према топлоти и светлости, где долази стипса и сумпорни угљеник. Кад неко тело изложимо сталном извору топлоте, то ће температура до некле да расте, па ће се онда зауставити, што значи, да је наступила дабилна равнотежа њихова т.ј. колико год топлоте тело прими, толико и одпусти. Ваздух је потпуно дијатерман, зато се он непосредно топлотом сунца и не загреје, већ сву топлоту пропусти и земља се загреје па се после тек евекцијом ваздух загреје. Исто се овако понаша и лед. Стакло се такође овако понаша, но оно

много лакше пропушта високу топлоту но нижу.

Зраке од 1000° пропушта стакло 77%
" " 700° " " 57%
" " 400° " " 34%
" " 120° " " 12%

На основу овога можемо ра..дунцу да проклучамо воду: зато треба да имамо једну четвртасту кутију, којој је унутрашност оцрњена, и она се напуни водом, покрије стаклетом и изложи сунчаним зрацима. Топлотни зраци сунца пролазе кров стаклену плочу и воду и загревају црне дуварове суда затим се топлота од црних дуварова враћа, али пошто није високо, то стакло тешко пропушта и натај начин остаје готово сва у суду и воду загрева док не проклуча.

Топлотни зраци могу се одбити, рефлектовати, поцуларисати, интерфе рисати, преламати се, расипати се и т.д. и т.д. Но ово је згодније да пре ђемо код светле топлоте, пошто ових појава и тамо има, и зато ћемо ово проучи ти у науци о светлости.

КАЛОРИМЕТРИЈА.

Тела се према извору топлоте разно понашају, на пр. једном свећом (док ова сасвим изгори) загревамо 1 кгр. воде и нека смо је загрејали на 75° узмимо исту такву другу свећу и загревамо на пр. 1 кгр. олова. Видећемо да је температура олова много већа од 75°. Ако трећом свећом загрева мо неко треће тело добићемо неки трећи број степени температуре. Дакле због нечега, што чини разлику у грејању, а то је с п е ц и ф и ч н а т о п л о т а, свако се тело загрева извесном моћи. Мало час смо истом количином загревали исте тежине разних тела и добијали смо разне температуре ма да сва три тела имају у себи исту количину топлоте. Према овоме термо метар не може да показује апсолутну количину топлоте у неком телу. За ме рење ове струје к а л о р и м е т а р.

За јединицу апсолутне количине топлоте у неком телу, узима се ону к о л и ч и н а т о п л о т е, к о ј а ј е п о т р е б н а д а ј е д а н к у б н и с м. (1 гр.) в о д е а г р е ј е з а 1° Ова се је диница зове: к а л о р и ј а. Калорија може бити м а л а и в е л и к а према томе да ли се она количина топлоте, која је потребна да 1 куб. см.

или 1 куб.дм.воде загреје за 1^0.

Показано је,да није потребна иста количина топлоте,да загреје воду од 4^0 на 5^0 или од 11^0 до 12^0.

Због овога је **калорија стоти део оне топлоте, која је потребна да 1кгр. или 1 гр. воде загреје од 0^0 на 100^0.** Свако тело не може подједнако према тој количини топлоте загрејати се.Количина топлоте,која јединицу некога тела загреје за 1^0,зове се **капацитет топлоте**, а ако ту количину топлоте упоређујемо према топлотном капацитету воде,онда се зове **специфична топлота.**

Ако је неко тело тешко 1кр. и има специфичну топлоту c,онда да би се загрејало за 1^0,потребна је количина топлоте C ако је пак тешко m грама,онда треба топлоте $m.c.$ сем тога,ако се не греје за 1^0 већ за ϑ^0, онда ће целокупна количина топлоте,која ће тело од a грама загрејати за ϑ^0 износи $a.m.c.\vartheta$

ОДРЕЂИВАЊЕ СПЕЦИФИЧНЕ ТОПЛОТЕ.

Одредити специфичну топлоту значи испитати,како се тела греју,т ј. које лакше а које теже.За одређиване специфичне топлоте има разних метода,од којих ћемо напоменути најважније.

А-СПЕЦИФИЧНА ТОПЛОТА ЧВРСТИХ ТЕЛА.

1/-**МЕТОДА МЕШАЊА.** Узећемо један комад тела,коме специфичну топлоту тражимо;нека је његова маса m и загрејмо га до ма кога степена.У исти мах спремићемо један мунзл конкаст суд,напуњен водом.Тај суд треба да има термометар.Суд са термометром зове се **калориметар.** Не ли је тело загрејано на ϑ^0 ,и нека му је специфична топлота C, онда је апсолутна количина топлоте у том телу $Q_1 = C, m, \vartheta_1$ У калориметру ;а онда је апсолутна количина топлоте у води $Q_2 = m_2 c_2 \vartheta_2^0$ сад ћемо тако загрејано тело (ϑ^0)спустити у калориметар,да се охлади и добијемо неку температуру ϑ^0 која ће бити заједничка и телу и води у калориметру.Пре мешања имали смо свега топлоте $Q_1 + Q_2$ или $c, m, \vartheta_1 + c_2 m_2 \vartheta_2$;кад смо пак помешали добијемо: $\vartheta^0 = (m, C_1 + m_2 c_2)$

исто воде чија је маса m_2 специфична топлота c_2 а температура ϑ_2^0

и онда је, пошто се ништа није изгубило $c_1\vartheta_1 m_1 + c_2\vartheta_2 m_2 = \vartheta^0(m_1c_1 + m_2c_2)$

одатле можемо израчунати c_1: $c_1(m_1\vartheta_1 - m_1\vartheta^0) = m_2c_2(\vartheta^0 - \vartheta_2)$; $c_1 = \frac{m_2c_2(\vartheta^0 - \vartheta_2)}{m_1(\vartheta_1 - \vartheta^0)}$

Дакле да бисмо познавали специфичну топлоту некоме телу по методи мешања треба да знамо: масу тела (m_1), масу воде (m_2) специфичну топлоту воде (c_2), температуре, које су имали тело и вода пре мешања (ϑ_1, ϑ_2) и на послетку температуру воде (ϑ^0), а то је у исто време температура тела после мешања.

Ово је дакле образац за налажење специфичне топлоте тела, али треба још једну ствар узети у рачун.

При извођењу горњег обрасца, ми смо узели у рачун само количину и температуру воде, али ми имамо у калориметру још и стаклени суд с пола, стакло термометра, а затим и живу у термометру. Према томе, горњи образац не даје овакав тачан резултат. Због тога ми замишљамо да је све ово од воде, т. ј. сводимо на воду, стакло и живу, а ако бисмо имали скалу на термометру од порцулана и то или, како се каже, одређујемо горе побројаним предметима в о д е н и е к в и в а л е н а т. Кад се све ово узме у обзир у рачун, онда имамо овакву једначину:

тело- -вода - - стакло с пола --- стакло терм. --жива--порцулан

$m_1c_1\vartheta_1 + m_2c_2\vartheta_2 + m_3c_3\vartheta_3 + m_4c_4\vartheta_2 + m_5c_5\vartheta_2 + m_6c_6\vartheta_2 =$

$= \vartheta^0(m_1c_1 + m_2c_2 + \ldots m_6c_6)$

Одавде се опет може израчунати

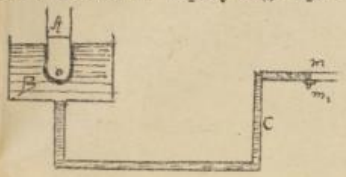
МЕТОДА ТОПЉЕЊА ЛЕДА.

И овде се узима парче тела, кога се специфична топлота тражи и загрева на ϑ_1^0, чиме добијамо $Q_1 = m_1c_1\vartheta_1$. Сад се у једном суду налази лед, којим се увек одржава на 0^0, али воде да нема никако, због чега се на дну налази једна славина, кроз коју вода пролази. Кад смо овако тело загрејали на ϑ_1^0 спустићемо га у суд. Лед ће одмах почети да се топи. Воду која ће услед тога загрејаног тела топи, треба сву прикупити, и нека је ова $= m_2$. Знамо да 1 кгр. леда треба 80 калорија да се претвори у воду; према томе да се добије количина воде m_2 потребно је да се утроши топлоте $80m_2$

Док је се пак ова вода отопила тело је издало количину топлота $Q_1 = m_1c_1\vartheta_1$. Према томе је $m_1c_1\vartheta_1 = 80m_2$ а одатле: $c_1 = \frac{80m_2}{m_1\vartheta_1}$ Ова метода је мање тачна од прве, јер не можемо сву воду покупити, пошто се нешто за тим на комаду леда.

БУНЗЕНОВ КАЛОРИМЕТАР.

Он се оснива на ширењу воде при с л е ђ и в а њ у. Он се састоји из једне цеви(А) у коју се меће тело коме одређујемо специфичну топлоту, и суда В, који се продужује у мању цев. Прво се вода у суду прокуча да би се ослободила гасова па онда охлади толико док се око цеви (А) не ухвати кора леда Услед ширења воде при слеђивању вода ће бити потискивана у цев (С)што се може по мањe по броју m. Сад се у А метне тело чију специфичну топлоту тражимо вед око цеви А почеће се отапати и смањивати своју запремину,према томе ће и ниво m пасти назад. Према количини леда,коју тело отопи одређујемо му се специфична топлота.



3/ МЕТОДА ПРЕМА БРЗИНИ ХЛАЂЕЊА.

У колико се неко тело брже загрејеје,у толико се брже хлади. Ако се неко тело охлади за t_1 секунда од температуре нека назовемо ϑ, на ϑ_0 а друго тело охлади се за t_2 секунда,онда је:

$$\frac{m_1 c_1 \vartheta}{t_1} = \frac{m_2 c_2 \vartheta}{t_2}, \quad c_1 = \frac{m_2 c_2 t_1}{m_1 t_2}$$

Ако је тело вода,онда је $c_2 = 1$,дакле $C_1 = \frac{m_2 t_1}{m_1 t_2}$. При одређивању специфичне топлоте опажа се та тешкоћа,што ако се тело мало више загреје,то се онда и судови могу загрејати толико да почну топлоту топлоту зрачити због чега треба да је $\vartheta_1 - \vartheta_2 = 1^0$ до 2^0. Да би се избегло зрачење треба суд обложити рђавим топлотоном,који и они одузимају извесну количину топлоте. Због онога и јесте одређивање специфичне топлоте прво сложен посао и ако у први мах изгледа да је прост.

Ако ли се тело,коме специфичну топлоту тражимо, растварa у води одређује се специфична топлота тела према којој другој течности,у којој се не растварa,на пр.у алкохолу,петролеуму и т.д. Само овде треба знати специфичну топлоту течности,према води ,на то узети у рачун.

ОДРЕЂИВАЊЕ СПЕЦИФИЧНЕ ТОПЛОТЕ ТЕЧНОСТИ.

У једној кугли (суду)загрејаћемо течност на ϑ^0 и спустићемо течност с куглом у калориметарску посуду $\vartheta(m_1 c_1 + m_2 c_2)$ где је m_1 маса теч-

ности , m_2 маса кугле у којој уносимо течност у калориметар: Нека је у калориметру вода са количином топлоте $m_3 c_3 \vartheta_3$. Кад смо унели куглу у калориметар онда је температура ϑ_2 и на тај начин добијемо једначину:

$$m_3(\vartheta_2-\vartheta_3)=(\vartheta_1-\vartheta_3)(m_1c_1+m_2c_2);\ m_3c_3\vartheta_2-m_3c_3\vartheta_3=m_1c_1\vartheta_1-m_1c_1\vartheta_3+m_2c_2\vartheta_2-m_2c_2\vartheta_3-$$

$$-m_2c_2\vartheta_1-m_2c_2\vartheta_2;\ c_1[m_1(\vartheta_1-\vartheta_2)]=m_3c_3(\vartheta_2-\vartheta_3)+m_2c_2(\vartheta_2-\vartheta_1)$$

$$c_1=\frac{m_3c_3(\vartheta_2-\vartheta_3)+m_2c_2(\vartheta_2-\vartheta_1)}{m_1(\vartheta_1-\vartheta_2)}$$

Ме најзгоднији је начин одређивања помоћу к а л о р и ф е р. То је справа која личи на термометар. Калорифер је донекле напуњен живом а њему се налазе две белеге a - b између којих је испупчење, а испод је кугла. Справа се загрева и жива се попне изнад b, тада се цела справа надвисе над течност и чека се докле се жива не спусти до b. У том моменту спусти се справа у течност и чека се док жива не дође до a.



Тада се измери температура течности у суду, а затим се на воду из суда просипа у место ње успе течност, чију специфичну топлоту тражимо и пошто зимо исто што и над је вода била у суду и сад њено у суду неку другу температуру. Ми смо дакле к води и течности предали исту количину топлоте, а добили равне температуре. Однос тих двеју температура $\frac{\vartheta_2-\vartheta_3}{\vartheta_1-\vartheta_2}$ даје нам специфичну топлоту течности. Ова је метода изналажења специфичне топлоте употребљена готово за све течности. Вода се најтеже греје и од течних и од чврстих тела. За воду је $C=1$, за алкохол је $C=0,6$ Ова стакло земљу и камење $C=0\ 2$ за метале: бакар, гвожђе и месинг је $C=0.09$ за сребро је $C=0.06$, за платину и злато је $C=0.03$, за лед је $C=0.05$

СПЕЦИФИЧНА ТОПЛОТА ГАСОВА.

Одређивање специфичне топлоте гасова спада у најтеже физичке експерименте, јер врло мале количине утичају и немогуће их је сачувати да топлоту суда у коме су не продаду. Код гасова треба разликовати ове врсте топлоте:

1/ Ако се гас загреје у суду чији је запремински садржај [illegible]

промина стална ,или се:

2/-Гас загрева при сталном притиску,а запремина се мења;према овоме имамо специфичну топлоту гасова при сталној запремини и специфичну топлоту гасова при сталном притиску.

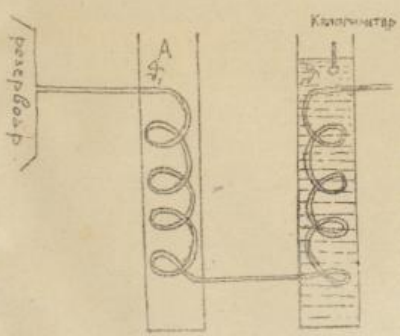
Знамо,да кад се извесно тело шири,оно мора вршити известан рад

На вршење тога рада троши се топлота о том утрошку до сада нисмо водили рачуна,јер он према целокупној количини рада при ширењу. Ако је гас у каквој херметично затвореној кугли,неће се моћи ширити и ми ћемо моћи извесну специфичну топлоту C_v, ако је гас пак у еластичној кугли онда гас има да изврши рад P_3 и имаћемо другу специфичну топлоту C_p. Пој асно је,да мора бити $C_p > C_v$ т.ј.специфична топлота под сталним притиском већа од специфичне топлоте под сталном запремином,јер је у првом случају поред загревања гаса потребно да се извоји рашире.Увек дакле треба одредити обадве специфичне топлоте.

а) -СПЕЦИФИЧНА ТОПЛОТА ГАСОВА.

ПРИ СТАЛНОМ ПРИТИСКУ.

У једном великом резервоару (гасометру) налази се гас,који се једном серпентином спроводи у суд у ком се загрева.Из овога суда спроводи се другом серпентином у калори



метар и на почетку пусти се на поље.Ако је гас у суду (А) загрејао на ϑ_1 а затим је дошао серпентином и ту се охладио до ϑ_2 температуре.При овом треба тачно одредити количину гаса m_1 (који је изашао на поље).Нека је у калориметру воде у количини m_2 са температуром ϑ_2 .Тада постоји ова једначина:

$$m_1 c_1 \vartheta_1 + m_2 c_2 \vartheta_2 = \vartheta(m_1 c_1 + m_2 c_2) \text{ одавде је } C_1 = \frac{m_2 c_2 (\vartheta - \vartheta_2)}{m_1 (\vartheta_1 - \vartheta)}$$

По овој методи треба се старати да је притисак стални,што се на отиме манометром

в)-СПЕЦИЈЕЛНА ТОПЛОТА ГАСОВА ПОД СТАЛНОМ ЗАПРЕМИНОМ.

Замислимо, да суд може да се шири, на пр. ако је то каква бешика. Нека је ваздух у бешици има температуру θ^0 Загрејмо га за 1^0. Услед тога ће се запремина повећати а температура гаса биће $\theta+1$ Ако сад притиснемо бешику тако, да сведемо на малопређашњу запремину, услед згушњавања гаса повећава се температура још за τ Свега ће температура износити $\theta+1^0+\tau$. Ово τ треба одредити помоћу термометра. Оно износи за све гасове $\tau=0,41$ Какле рачуном може се израчунати C_v



Између C_p и C_v постоји овакав однос: $\frac{C_p}{C_v}=\frac{1+\theta}{1}=1+\tau$. Кад се замени τ онда је $\frac{C_p}{C_v}=1\,41$. Помоћу овога односа, кад знамо C_p, лако је наћи рачуном C_v Овај однос може се извести из брзине звука. Кад се звук простире од једнога места на друго, што бива таласањем у кугластим таласима т. ј. згушњавањем разређивањем ваздуха, а тиме се повећава и снижава температура ваздуха. И ово је дало повода зашто се теорискн нађени обрасци за брзину звука не слажу с оним, која је нађена експерименталним путем, пошто се на рачун брзине образује топлота.

Специфична топлота разних гасова је, кад узмемо да је за H_2O $C=1$, за H, $C=3\,409$; ваздух $C=0\,2.875$, CO_2 $C=0.2728$

ПРИМЕНЕ ОДРЕЂИВАЊА СПЕЦИФИЧНЕ ТОПЛОТЕ.

I/ Помоћу специфичне топлоте можемо одређивати количину топлоте коју има неко тело. На пр. траži се колику је количину топлоте тело примило у себе, кад смо га загрејали од ϑ_0 до ϑ_n? На температури ϑ_0 тело је имало у себи топлоте $\theta_1=mc\vartheta_0$ а на температури ϑ_n има $\theta_2=mc\vartheta_n$ Разлика $\theta_2-\theta_1$ даје нам топлоту коју је тело примило:

$$\theta_2-\theta_1=mc(\vartheta_n-\vartheta_0)=\theta_1$$

II) Специфична топлота гасова нашла је врло велику примену за одређивање атомске тежине, на основу тога, кад се специфична топлота помножи са атомском тежином даје Дилонг-Петитов број 6,04, т. ј. ако је А атомска тежина онда је С.А=6 4:А=6 4/С. На пр. за Fe је С=0,1138; А=56; С.А=6,37, за Cu је С=0,0939 А=63,4; С.А=

5.33

6,04-Од овога најмање оступа угљен,и код њега је $C.A=3$ Ова неправилност вреди и за борилицијум.

III./ Трећа је примена специфичне топлоте за објашњење многих природних појава.Нађено је за влажну земљу $C=0,5$,а за суву је $C=0,2$ Због овога је у Шведској и Норвешкој средња температура много ниже,но што је код нас,ма немају никада топло лето,као ми.Но и зиму немају хладну,као ми.Ово је с тога,што се лети троши врло велика количина топлоте на загревање морске воде и зато лети није топло као код нас. Зими пак вода се охлади и отпусти 80 јединица топлоте,која је топлота довољна,да земљиште загреје и због тога је зими само топлије него код нас.Постанак приморских ветрова може се на овај начин објаснити.Сунчани зраци,што падају на земљу,загреју за 5 пута више земљу него воду. Обрнуто бива при хлађењу:земља ће се брже охладити,те ће наступити диференција у температури,а услед ове и диференција у густини ваздуха.Ту ну је рећи ваздух на копну,с тога ће ветрови дувати с мора на копно. Ноћу пак рећи је ваздух над морем а струје ваздуха крећаће се с копна на море.

4/- је примена за одређивање врло високих температура.Термометром са живом можемо одредити температуру до 300° а преко ове не можемо јер је жива близу тачке кључања.За високе температуре служимо се калориметарским методом.На пр.да одредимо температуру растопљене платине . Нека та платина има количину топлоте $Q_1=m_1c_1\vartheta_1$ где је ϑ_1 непознато, ми хоћемо да га нађемо.У калориметру ми имамо количину топлоте $Q_2=m_2c_2\vartheta_2$

Кад убацимо платину у калориметар добићемо неку температуру ϑ.Према познатим законима мора бити: $m_1c_1\vartheta_1+m_2c_2\vartheta_2=\vartheta(m_1c_1+m_2c_2)$

одавде је $\vartheta_1=\frac{\vartheta(m_1c_1+m_2c_2)-m_2c_2\vartheta_2}{m_1c_1}$

5/-Помоћу калориметра можемо одредити л а т е н т н у т о п л о т у т о п љ е њ а и т о п л о т у п р и и с п а р а в а њ у.Сасим је све једно,да ми ћемо ми тело п р е т в а р а т и из чврстог стања у течно,као обрнуто,доћи ћемо до исте цифре и према томе радићемо како нам је над згодније.Тражићемо на пр.топлоту топљења воска.Убацимо извесну количину растопљеног воска у воду.У течном стању у воску је

било топлоте $m_1 c_1 \vartheta_1$ а ако је се, пошто смо га наручили у воду, охладио до температуре ϑ_2 онда је изгубио од своје топлоте: $m_1 c_1 (\vartheta_1 - \vartheta_2)$ ј. толико је топлоте предао калориметру. Сад настаје стврдњавање и при том ће одавати топлоту. Нека оде $m_1 \delta_1$ где је δ_1 непознато и значи ону то плоту, коју одаје јединица тежине прелазећи из течног у чврсто. Кад је очврсло тело, оно има још у себи известан вишак топлоте и тежиће да се изједначи у температури са водом. Због тога ће одати још $m_1 c_2 (\vartheta_2 - \vartheta)$ непокупна количина, коју је восак одао, износи: $m_1 c_1 (\vartheta_1 - \vartheta_2) + m_1 \delta_1 + m_1 c_2 (\vartheta_2 - \vartheta)$ значи масу воде, ϑ_0 прву температуру а ϑ заједничку температуру очврслога воска и воде. Ако увемо још у рачун и суд калориметров и нађемо водени еквивалент W онда је:

$$m_1 c_1 (\vartheta_1 - \vartheta_2) + m_1 \delta_1 + m_1 c_2 (\vartheta_2 - \vartheta) = W (\vartheta - \vartheta_0)$$

одакле се лако може решити δ_1.

На сличан начин можемо израчунати топлоту испаравања. Само овде треба водити рачуна и о великом раду при преласку течности у гасовито стање, при чему се известан део топлоте троши на савлађивање притиска. Ако грејемо воду од 0° до 100°, онда ћемо на ту цељ утрошити извесну количину топлоте (рецимо τ). Сад је потребна друга извесна количина топлоте (рецимо T) ће да би се ова добивена пара могла раширити на обичан притисак (+ 2. обележена) зове се т о п л о т а и с п а р а в а њ а. Она износи код воде 536, 67 калорије, а ако рачунамо од 0°, онда износи више калорија и то 636, 67. Та је топлота врло велика. У над се сад један килограм водене паре претвори у течно стање-воду, он ослобађа 536, 67 калорија. Ово је нашло употребу у домаћој економији за ц е н т р а л н о г р е ј а њ е с о б а, где се пари претвара у воду.

Т Е Р М О Х Е М И Ј А

1/- ТЕРМОХЕМИЈСКИ ПРИНЦИПИ.

Ни сила ни материја не могу се хемијским процесима поништити ни створити већ се могу на један или други начин изменити. На пр. при једињењу кисеоника и водоника, али се оба та материја садрже у води. Исто тако енергија кисеоникових и водоникових молекила свакако се је смањила при пролазу у течно стање, али се тај губитак енергије јавља у облику топлоте. Хемијским процесом можемо доћи промењени материју молекила, али не про-

Сад треба воду од 100° претворити у пару од 100°, али за исти загрејавање, јер је потребна количина изражена једначином (1).

мењано унутрашњи склоп, те наступе други односи између афинената; у том случају постају нови молекили и енергија тих молекила може бити већа или мања од енергије првобитних молекила. Ако је већа тада се при хемијском процесу в е з у ј е (абсорбује) топлота, а ако је мања, тада се о с л о б а ђ а топлота. У колико је већа диференција у енергији у толико ће бити јача топлотна промена. Т е р м о х е м и ј а има з а д а т а к да и з м е р и т у топлоту што се о с л о б а ђ а или в е з у ј е при х е м и с к и м п р о ц е с и м а. Топлотна промена, која се јавља при постанку неког једињења зове се у т в о р н а топлота, а топлотна промена што се јавља при растављању некога једињења, зове се р а с т а в н а т о п л о т а.

2/.-ТЕРМОХЕМИЈСКИ ОСНОВНИ ЗАКОНИ.

1/-Т о п л о т а је м е р а за в е л и ч и н у о н е, х е м и с к е р а д ње, к о ј а се в р ш и при р е а к ц и ј и.

2/-К о л и ч и н а т о п л о т е з а в и с и само од п о ч е т н о г и к р а ј њ е г стања без о б з и р а, к а к в и м ће путем доћи и кроз какве ће фазе п р о ћ и.

3/-К а д се и з в р ш и м а каква х е м и с к а р а д ња, о н а даје т а к о к р а ј њ е стање, при ком се д о б и ј а м а к с и м у м топлоте.

3/-ДИФЕРЕНЦИЈА ТОПЛОТЕ.

Казали смо да је топлота један облик молекилске енергије. Топлотна енергија некога тела јесте апсолутна количина топлоте, која се рачуна од апсолутне нуле, т.ј. од -273°.

Узимимо извесну количину леда на апсолутној нули т.ј. оној температури кад се сматра, да је енергија молекила равна нули, па потражимо количину топлоте, коју лед има на 0°. Специјична топлота леда је 0.5 Дакле имамо 272,6 x 0.5=136, 3 калорија. Оволику количину топлоте има лед на 0°. Кад узмемо у рачун, да је потребно 80 калорија, да се лед од 0° претвори у воду од 0°, онда вода од 0° има у себи 216, 3 калорија.

Вода на 100° има 100 калорија више, дакле 316, 3. Да би се пак вода од 100° претворила у пару исте температуре потребно је још 536 калорија. Из овога излази, да пара од 100° има 536 калорија више него вода на 100° Према томе пара од 100° има у себи 852 калорије. Ово би била а п с о л у т н а к о л и ч и н а т о п л о т е, која се још зове с а д р ж и н а е н е р г и ј е. Од не вала разликовати о с е т љ и в у к о л и ч и н у т о п л о т е која се мери термометром и зове се с а д р ж и н а т о п л о т е.

Али ми не можемо одредити тачно апосулутну количину топлоте због тога, што нисмо сигурни да лед на 273° има исту специфичну топлоту (0.05), као и лед на 0° дакле не знамо да ли специфична топлота леда остаје стална. Услед тога ми можемо само говорити о д и ф е р е н ц и ј и т о п л о т н е е н е р г и ј е. На пр. лед на 0° има 80 калорија мање него вода на 0°; вода на 100° има 536 калорија мање него пара на 100° и т.д.

4/- ТОПЛОТА ХЕМИСКИХ ЈЕДИЊЕЊА И РАСТАПАЊА.

При сваком хемиском једињењу троши се или ослобађа топлота. При хемиским процесима треба разликовати два случаја. Нека на пр. имамо једињење C=A + B. При растапању утроши ће се извесна топлота те да добијемо на једној страни молекиле A, а на другој страни молекиле B. Ако сада те молекиле A и B одвојимо одмах од једињења A и B, онда је то ч и с т о х е м и с к о р а с п а д а њ е. Но ако не одвајамо те молекиле A и B, већ и даље остају са једињењем C, онда се то растапање зове; д и с о ц и ј а ц и ј а.

Г О Р Е Њ Е.

Под горењем разумемо једињење појединих тела са кисеоником. При оваквом горењу јавља се т о п л о т а. Апсолутну количину топлоте сагоревања некога тела одредићемо калориметром. Ми ћемо у један суд затворен унети тело које треба да сагори, на пр. угљен. Овај суд је у вези са другим судом, у ком се налази кисеоник. Сад се прво кутија са угљеном у њој спусти у калориметар. Угљен се затим запали и помоћу кисеоника, који долази из другог суда сагорева. Овим сагоревањем угљена произвешће се топлота и вода ће се у калориметру загрејати. Сад треба одредити температуре те воде у калориметру, која се је услед сагоревања загрејала. И

на тај начин помоћу обрасца одређује се апсолутна топлота сагоревања. Тиме је одређено колико сваки горећи материјал производи калорија. Тако, један кгр. водоника кад потпуно сагори са одговарајућом количином кисеоника производи 34 462 калорија.

Дрвени угаљ производи 8 080 калорија

Графит " 7 700 "

Гвожђе " 1,130 "

Код сваког сагорљивог материјала треба водити рачуна о температури на којој почне да гори и топлоти која се горивом произведе. Има тела која горе на обичној температури, а има која горе на највишој температури. У прву врсту тела долази: фосфор а и гвожђе. Ако у једну цев узмемо спиже гвожђа па кроз њих пропустимо струју водоника, који ће им одузети кисеоник. После овога затворимо цев. Ако сад ту цев разбијемо, то ће спиљци полетети у варницама, јер се је гвожђе запалило. Кад је гвожђе хемиски чисто, то сагори прво његова горња површина и образује се на њој слој оксида, који спречава даље сагоревање, јер мала количина топлоте, која је постала оксидисањем првога слоја разнесе се врло брзо на све гвожђе, те услед тога је постала врло мала топлота, која треба следећи слој да запали. Но пошто је мала за ту цев и сагоревање прекида престаје даље. Вода као продукт кисеоника и водоника троши врло много топлоте и никад се не добија оних 34 462 калорија водоника. Јер кад водоник гори у ваздуху тада од тих 34 462 калорија има да се утроши и на одвајање кисеоника од 4/5 азота. Треба увек разликовати топлоту сагоревања и температуру пламена. Сухо дрво даје топлији пламен него ли влажно. Кад увећамо струју ваздуха пламену, добија се већа температура ма да немамо већу количину кисеоника, јер имамо увек исту количину топлоте сагоревања, а разну температуру пламена.

Тако је за

	на обичном ваздуху	на удвојеној температури.
Угљен температура пламена	2729°	1945°
Кокс " "	3968°	2693°
Суво дрво " "	2996°	1791°
Обично дрво(20% воде)" "	1918°	1102°.

а количина топлоте сагоревања:

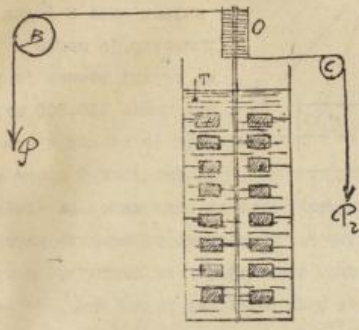
Угљена је 8080 калорија
Кокса је 7348 "
Сух.дрв." 3616 "
обич.дрв. 2756 "

МЕХАНИЧКА ТЕОРИЈА ТОПЛОТЕ.

Констатовали смо да се механичким радом може произвести топлота. Тај механички рад може бити различан: притисак, ковање, трење и т. д. Да се заиста тим производи топлота зато имамо примера сваког дана у животу ако што год сечемо, бушимо, таремо ударамо и т.д. при чему примећујемо да ће наши алати као и сами предмети, које израђујемо, бити загрејани. Кад хоћемо да запалимо шибицу, ми га таремо о какав предмет и при том се развију толико топлоте, колико је довољно да се фосфор запали. Дивљаци производе ватру помоћу два сува дрвета, која тару једно о друго. При бушењу једнога тога дрвета развија се топлота да буде мекше у коју сврху дрвета. Бушењем набијени гас о в а ј е р тиме приближујемо молекиле, услед чега се енергија јавља као т плота. Обрнути ће појав бити, кад се овако набијени гас нагло рашири. Молекилима ће требати већа енергија, а ту енергију може им дати само топлота околине, због тога се при ширењу гасова снижава температура. Ми на пр. можемо нашим устима и грејати и хладити како нам је кад потребно. Ако пуштамо ваздух из плућа кроз велики отвор уста, он ће давати топлоту, ако ли га пак сабијемо пуштамо кроз мали отвор, он ће се нагло ширити и абсорбовати топлоту од околине. Ако пустимо један камен од 1 кгр. са висине 1 мет. он ће извршити рад од једнога метар килограма $\frac{mv^2}{2}$. Ова количина енергије није се сва претворила у топлоту већ је том приликом постало и нешто звука, али свакако испитујући сад количину топлоте каме на и која је прешла у молекиско кретање-т о п л о т у. Пошто знамо да Земље видесмо да је већа, а шта је дошло услед енергије Ватсонове ких овакових примера за претварање механичкога рада у топлоту, то ћемо сад потражити о д н о с и з м е ђ у рада и топлоте т. ј. тражићемо колико треба на пр. рада да се изврши па да добијемо једну калорију Овај однос зове се м е х а н и ч к и е к в и в а л е н а т т о п л о т е. Овај еквивалент може се одредити на разне начине.

1/- ЏУЛОВ ЕКСПЕРИМЕНАТ.

По енглеском физичару Joule-у свако се одређује механички еквиваленат. Узме се један метални суд у који се успе вода или жива и у воду је утврђена осовина са металним лопатама. Да би се осовина окретала налази се на њој ваљак O око кога је обмотано уже, чији је један крај пребачен преко котура B и носи тег P, а други пребачен преко C и носи други тег P_1. Ако се пусти да ови терети падају они ће вршити рад услед кога ће се оса са лопатицама окретати и лопатице тарући се о медијуме воде производиће топлоту. Чим буде количина топлоте у суду већа термометар (T)који је замочен у воду показиваће температурску разлику. Ако и меримо висине које су тегови прешли, док се је температура воде повисила од ϑ до ϑ' онда можемо наћи рад, који они изврше по обрасцу $R = P_1 s$ Овај рад биће механички еквиваленат топлоте. Нека је количина течности у суду = a специфична топлота c онда ће количина топлоте која се развија док тегови изврше рад R бити: $ac(\vartheta' - \vartheta) = R = P_1 s$.



где P значи тегова тежину а s висину, коју су прешли.

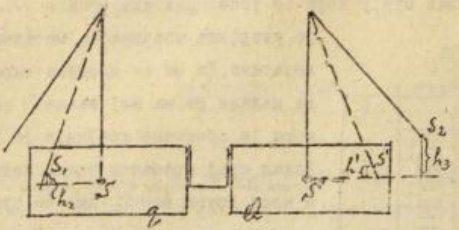
Кад знамо колико је утрошено рада, да се произведе извесна количина топлоте, онда простом деобом можемо наћи колико је потребно рада да се произведе једна калорија топлоте. На тај начин налази се да је производење једне калорије топлоте потребно извршити 425 мкгр. рада. Овај број 425 мкгр. јесте м е х а н и ч к и е к в и в а л е н а т т о п л о т е.

У опште, кад се течности крећу и тару, повишава им се температура, јер се њиховим трењем о корите производи топлота. Тако на пр. вода доњом делу водопада Ниајагарског има много већу температуру него на њом.

2/- ХИРНОВ ЕКСПЕРИМЕНАТ.

Механички еквиваленат може се одредити и овим другим начином,

којим ћемо уједно контролисати први. Узећемо једну кошку од олова, која је издубљена у њој се налази жива и један термометар. До кошке с једне стране обешен је тежак камен 200-300 кгр. који је обешен и може да се клати. С друге



стране налази се камен друге тежине. Ако један од ових каменова мотавимо из равнотежнога положаја за висину h посматрамо ли тежишта камена S онда ће S' у новом положају бити више од S за висину h' и пустимо га да удари у кошку, он ће унети у њу количину рада $R_1 = Qh'$. Од кошке ће се пренети удар на други камен. При повратку његову удариће кошку половина. Удар се преноси на први камен. Овај ће одскочити за h_2 и утрошити за то неки рад $R_2 = Q \cdot h_2$ Сад се зауставе оба камена и посматрамо на термометру диференцију у температури. Да је кошка при првом удару остала на миру, онда би се цео рад $R_1 = Qh_1$ претворио у топлоту. Међу тим од тога треба одузети количину рада qh_2 која је утрошена, док се камен q попео на висину h_2 а исто тако и количину рада $Q \cdot h_3$ која је утрошена на пењање камена Q на висину h_3 Из овога излази, да је кошки свега предато рада:

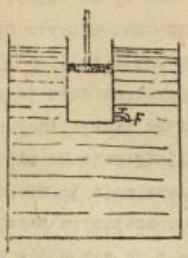
$$R = R_1 - R_2 - R_3 = Q \cdot h_1 - qh_2 - Qh_3$$

Ако је тежина кошке, M, специфична топлота δ а температура пре и после удара T_1 и T_2, онда је количина примљене топлоте: $M\delta(T_1 - T_2)$ Однос између рада и ове топлоте јесте механички еквивалитет топлоте и он је: $\Sigma = \frac{R}{M\delta(T_1 - T_2)}$

Ако за једну кошку нађемо водени еквивалитет нпр. W онда је, $\Sigma = \frac{R}{W}$ Радећи замене вредности за R и W нашли смо да је $\Sigma = 425$ кгм.

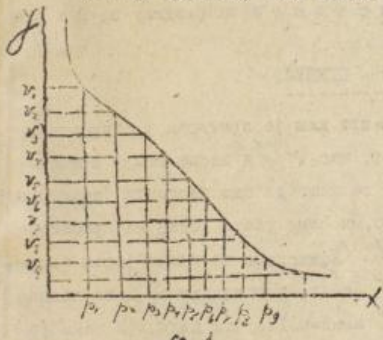
3/-МЕТОДА ОДРЕЂИВАЊА ЕКВИВАЛЕНТА ПОМОЋУ САБИЈАЊА ИЛИ ШИРЕЊА ГАСОВА.

За ту цељ узима се бакарна цев у којој се креће клип, који јој херметички затвара, да би се ваздух могао сабијати. При сабијању разви-

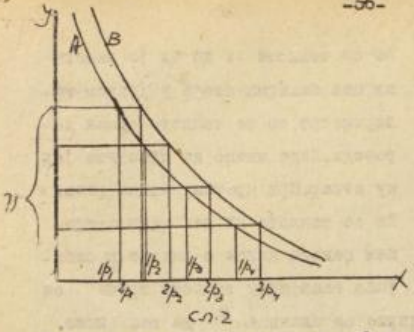


ће се топлота и да би је измерили, цев бакарна стоји у једном калориметру, те се топлота одмах спроводи. Овде имамо да одвојимо једну страну. При кретању клина развиће се топлота на два начина: трењем самога клина о зидове и сабијањем гаса; прву топлоту треба од војити. А то се ради на овај начин. Одврне се славина F да гас може нешто изаћи напоље, па се на тај начин израчуња топлота, која постаје само услед трења. Затим се цилиндар поново напуни гасом и славина заврне, па се гас сабије, те се на тај начин одреди топлота, која постаје само услед сабијања. Пошто пак израчунамо рад који утрошимо на сабијање, онда лако долазимо до еквивалента. На овај начин се добија Σ =429. Овај се број разликује за 4% од онога који смо добили радећи по првим двема методама али по свој прилици овај је последњи број погрешан услед нетачности при мерењу топлоте. Као што смо помоћу сабијања гаса одредили еквивалент, исто тако можемо и помоћу ширења, и добићемо исти број Σ =429.

Ако при сабијању гаса имамо и цилиндар и клип од метала, који исто спроводи топлоту, онда ће се сва произведена топлота одмах спроводити, тако да ће гас само мењати запремину и притисак, а температура ће му остајати стална. Такве промене на гасу називају се и з о т е р и ч к е.



Ако узмемо да графички представимо ове промене и на оси X пренесимо притиске, а на оси y одговарајуће запремине, добићемо једну криву линију, која се зове и з о т е р м и ч к а л и н и ј а (сл. 1) Она нам показује притиске и запремине, кад температура остаје иста.

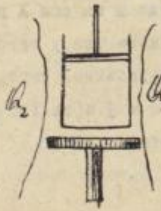


сл.2

Пошто су по Маријотовом закону притисци обрнуто сразмерни са запремином, т.ј. $\frac{p}{p_1} = \frac{v_1}{v}$ то ће ова једначина бити једначина изотермичке линије. Ако ли се пак при сабијању гаса не спроводи одмах, то плота, која је произведена, већ се и температура гаса мења, онда имамо т.зв. а д и ј а б а т с к а промена г а с о в а. Овде је ствар другчија. притисци не зависе само од запремине већ и од температуре. Према томе, ако нотражимо адијабатеку линију, притисци, које преносимо по х-оси биће већи, те ће линија бити стрмења. На сл.2. имамо обе линије: изотермичну и адијабатичку (А и В), које је се као што се види, не поклапају. За адијабатску линију важи ова једначина $\frac{p}{p_1} = \frac{v_1}{v}^{K}$ (где је $K = \frac{c_p}{c_v} = 1,41$), дакле, за њу важи п о т е н ц и р а н М а р и ј о т о в з а к о н. Ако при сабијању или ширењу гасова водимо рачуна о произведеној температури онда се Маријотов закон мења и имамо једначину $\frac{p_2 v_2}{\theta_2} = \frac{p_1 v_1}{\theta_1} = h$ (некој константној количини). Вредност горњих односа навива се М а р и ј о т - Г е ј - Л и с а к о в а к о н с т а н т а за разлику од М а р и ј о т о в е к о н с т а н т е.

КАРНОТОВ ЦИКЛУС.

Ако имамо извесно стање гаса при ком је притисак p, запремина v а температура θ па му мењамо час p, час v час θ и после неког времена вратимо се поново у исто стање, онда се каже да смо извршили један ц и к л у с. Да бисмо добили један циклус, ми ћемо узети један најпростији случај, као што је урадио *Carnot*. Замислимо да имамо један адијабатски цилиндар са исто таквим клипом. Дно пак цилиндра нека је од метала, који добро спроводи топлоту, испод цилиндера нека се надаје један адијабатичан сто, тако да кад ставимо дно цилиндра на сто онда је гас у цилиндру окружен



са свих страна телима, која не спроводе топлоту. Осим овога имамо десно и лево од стола два топлотна резервоара, од којих један има температуру θ_1 а други θ_2 при чем' претпостављамо, да је $\theta_1 < \theta_2$. Ове резервоаре топлотне замишљамо тако велике да могу одати цилиндру известан део топлоте, а да се у њима не осети промена у температури. Ако представимо графички потпуно стање p, v, θ_1 т.ј. пренесемо на х-осу запремину, на у-осу притисак, онда ће нам тачка А бити позната и у њој ће притисак, онда ће нам тачка А бити позната и у њој ће притисак бити p, запремина v_1, и температура θ_1



Сад ћемо цилиндар ставити на сто и забијате ваздух. Сад би требало температура да онада, али кров дно цилиндра, које је од доброг спроводника, непрестано добија топлоту из резервоара θ_2 дакле гас у цилиндру остаје на сталној температури θ_2 т.ј. промене су у њему изотермичке као што се може представити изотермичком линијом BC, која је, као што знамо из ранијег положаја од адијабатичке линије. Ако сад гас мотнемо поново на сто и он кадшто ра до температуре θ_1 тада ће се промена у њему моћи представити адијабатичном линијом CD. Сад уносимо цилиндар у резервоар θ_1 и забијамо. Температура би требала да се повећава, али ће резервоар θ_1 одузимати сву произведену топлоту, тако да ће температура остати стална θ_1, што значи да опет имамо изотермичку промену промену гаса, представљену линијом DA. Овим смо завршили један ц и к л у с.

Сад имамо да одредимо количину рада, коју смо добили и ону количину, коју смо утрошили. Добивени рад представљен је површином v_1ABCDv_4 а утрошен рад површином $v_1AD v_4$ дакле добивено је више рада, и тај су вишак представља површину циклуса ABCD. Овај је рад позитиван. У осталом лако је појмити откуда је овај рад. Ми смо из резервоара θ_2 узели извесну количину топлоте и пренели у θ_1 и та топлота произвела је сувишак рада. Ако утрошени рад означимо са Q_1 добивени са Q_2 онда је добивени сувишак рада за један циклус био $R = Q_2 - Q_1$ а за више циклуса

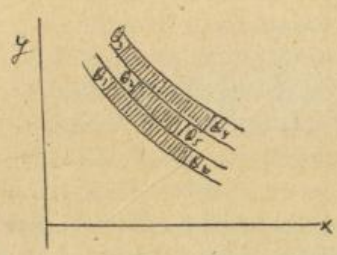
$R = \Sigma(Q_2 - Q_1)$. На циклусу, који смо ми изнели, види се да је он постао кретањем од A ка B, C, D повративши се опет у A, дакле циклус (закључио у виду сакупљања топлоте). Назива се директан. Ако би се пак кретао у супротном смислу звао би се ретроградан.

Код циклуса вала водити рачуна о температурама, у колико је на пр. температура θ_2 већа, у толико је и произведени рад већи. Између рада и температуре дакле постоји однос $\frac{Q_2}{\theta_2} = \frac{Q_1}{\theta_1}$ или $\frac{Q_2}{\theta_2} - \frac{Q_1}{\theta_1} = 0$.

Но пошто су утрошени рад увек узима са знаком - (минус), то имамо $\frac{Q_1}{\theta_1} + \frac{Q_2}{\theta_2} = 0$ т.ј. збир топлота, или што је све једно еквивалентних количина рада у односу на одговарајуће температуре раван је нули.

Све што смо до сад изводили, вреди за један циклус. Међутим можемо имати читаву серију циклуса, па ћемо ипак доћи до истог резултата. На пр. на сл. 1. имамо један циклус сложен из три мања. Гас се дакле шири по адијабатичким линијама, а док прође од једне до друге, он иде изотермичким линијама, при чему се или троши или производи извесна количина рада. Означимо количине произведеног или утрошеног рада са $Q_1, Q_2 \ldots Q_6$ онда ће према оном што вреди за један циклус имати код првога циклуса $\frac{Q_1}{\theta_1} + \frac{Q_2}{\theta_2} = 0$

код другога $\frac{Q_3}{\theta_2} + \frac{Q_5}{\theta_5} = 0$ и на послетку код трећега $\frac{Q_6}{\theta_3} + \frac{Q_4}{\theta_4} = 0$



Ако скупимо све ове збирове, они наравно морају бити равни нули

$$\frac{Q_1}{\theta_1} + \frac{Q_2}{\theta_2} + \frac{Q_3}{\theta_3} + \frac{Q_4}{\theta_4} + \frac{Q_5}{\theta_5} + \frac{Q_6}{\theta_6} = 0.$$

или у опште кад имамо колико циклуса $\Sigma\left(\frac{Q}{\theta}\right) = 0$. Ову једначину можемо написати на други начин. Нашли смо раније $\frac{Q_2}{\theta_2} - \frac{Q_1}{\theta_1} = 0$ или

$$\frac{Q_2}{\theta_2} = \frac{Q_1}{\theta_1}$$

Кад унутрашњим чановима ове сразмере променимо места онда имамо $\theta_2 : Q_1 = \theta_2 : \theta_1$. Према познатим правилима о сразмери можемо писати $(\theta_2 - Q_1) : Q_1 = (\theta_2 - \theta_1) : \theta_1$

одатле је

$$Q_2 - Q_1 = \frac{Q_1}{\theta_1}(\theta_2 - \theta_1) \quad \ldots\ldots 1).$$

Из исте сразмере имамо и ово $(Q_2-Q_1):Q_2=(\theta_2-\theta_1):\theta_2$

одатле је: $Q_2-Q_1=\frac{Q_2}{\theta_2}(\theta_2-\theta_1)$ - - - - - - - - - - - - 2)-

Али знамо из ранијег да је $R=\Sigma(Q_2-Q_1)$ С тога кад заменимо у последњој једначини (Q_2-Q_1) вредностима 1). и 2). онда имамо: $R=\Sigma\frac{Q_1}{\theta_1}(\theta_2-\theta_1)$ или $R=\Sigma\frac{Q_2}{\theta_2}(\theta_2-\theta_1)$ Из ових једначина види се, да је: $R<\Sigma Q_2$ јер тек кад би θ_1 било равно нули, онда бисмо имали: $R=\Sigma\frac{Q_2}{\theta_2}\theta_2=\Sigma Q_2$ и у опште: $R=\Sigma Q$ т.ј. произведени рад био би раван утрошеној количини топлоте, али овако услед разлике $\theta_2-\theta_1$ никад не можемо извесну количину топлоте претворити у еквиваленту количину рада, већ увек добијамо мање рада. Ово се назива други главни став механичке теорије топлоте.

Има циклуса који би могли бити изврнути. То би било онда, кад би поменути цилиндар уносили прво у ладнији резервоар. У том случају утрошени рад био би већ од добивенога и циклус би био ретрогратан. За такве циклусе не вреди изведена једначина $\Sigma\frac{Q}{\theta}=0$ већ $\Sigma\frac{Q}{\theta}>0$ Овај израз $\frac{Q}{\theta}$ добио је нарочито име. Он се назива **ентропија** (њу смо већ споменули, кад је говорено о енергоји у опште Део I или као што ју је Томсон назвао расипање (*dissipation*). Њом се означава та појава, да се извесна количина рада (енергоје) масо да претворити у еквиваленту количину топлоте, а обрнуто нак не стоји дакле увек да морамо утрошити више топлоте него што добијамо рада. Ентропија целе васионе тежи према томе извесном максимуму, свакога дана више се произведе топлоте механичким радом, него се топлота врати поново у механички рад. Ово бива услед тога, што при претварању топлоте у рад већи део исте прелази емисијом и спровођењем на околна ладнија тела, те тако од прилике не можемо добити од утрошене топлоте више од 10%. Рад се може пронагести само кад се иде од више температуре ка нижој, као што смо радили говорећи о директном циклусу. Када би свакога дана правили биланс, онда би смо видели, да свакога дана све мање бива механичкога рада, према томе кад ентропија достигне свој максимум, нестаће не само органска живота у васиони, већ ће престати и свако механичко кретање васионских тела па ће наступити апсолутно мревило.

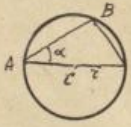
Можемо овде рећи и о томе, кад је справа, која претвара топлоту у рад бити корисније. Количник између добијеног рада и потрошене топлоте: $\frac{Q_2 - Q_1}{Q_1}$ назива се коефицијенат размене. То је оно што ми добијамо при претварању топлоте у рад. Знаш процес, који нам да већи коефицијенат, корисији је. Сваки директан процес користан је.

ДИНАМИЧНА (КИНЕТИЧНА) ТЕОРИЈА ГАСОВА.

По механичкој теорији замишља се, да је сваки гас састављен из слободних молекила, који се крећу малом страном брзо и правилним ударајући о друге и о зидове суда и према томе бомбардујући зидове, - изазивају притисак. Да бисмо овај лакше испитали, узећемо да је суд, у ком се гас налази, једна лопта и двојаки молекили, правилном одбијају од зидова кугланих површина кроз центар. Ово се свако теоријски замишља, и ако је сад полупречник кугле r онда пут између два удара молекила износи $2r - c.t$ где с означи брзину коју молекил креће а t време за које пређе пут $2r$. Одатле можемо израчунати t и оно је $t = \frac{2r}{c}$



Број судара за јединицу времена обрнуто је сразмеран са временом дакле $N = \frac{1}{t} = \frac{c}{2r}$ Оволикн је број у јединици времена. Нека сваки молекил има масу m онда је количина кретања mc док пређе пут $2r$ износи $2mc$ Ово је количина кретања за један молекил, а ако их има n онда ће бити: $\frac{mc^2n}{2}$ Ово је притисак на цеду површину лопте, а ако бисмо тражили на јединицу површине, онда треба горњи број да поделимо са $4r^2\pi$ т.ј. површином лопте, те бисмо добили образац за притисак: $p = \frac{mnc^2}{4r^2\pi}$ Знамо из Стереометрије: $V = \frac{4}{3}r^3\pi$, $3V = 4r^3\pi$ према томе: $p = \frac{n \cdot m \cdot c^2}{3V}$ Овај би образац вредео, кад би сви молекили пролазили кроз средиште, али ако то није случај, онда се мора узети у рачун и $\cos$ угла, који заклапају путање с подупречником. Пут би онда био $2r\cos\alpha$ Према томе време $t = \frac{2r\cos\alpha}{c}$ број судара: $N = \frac{c}{2r\cos\alpha}$ т.ј. у колико се смањи пут у толико се смањи и извршени рад. За N судара биће количина рада: $N2mc = \frac{2rmc\cos\alpha}{2r\cos\alpha}$ Кад скра-



тимо са $\cos\alpha$ имамо : $N\frac{mc}{2} = \frac{mc^2}{2}$ Све је важно за куглу, али како сваки суд можемо замислити из бесконачно много малих кугала, то ће образац важити за ма какав суд. Из обрасца за притисак гаса $p = \frac{nmc^2}{3V}$ можемо израчунати све појединости, које се тичу једнога гаса.

1/.-МАРИЈОТОВ ИЛИ ГЕ-ЛИСАКОВ ЗАКОН.

Помножимо и леву и десну страну са V па ћемо добити $pV = \frac{nmc^2}{3}$ Ако сад исту масу доведемо на притисак p_1 то ће се запремина променити на V_1 Пошто је маса гаса остала иста то се с леве стране једначина нема ништа променити, дакле имамо: $p_1V_1 = \frac{nmc^2}{3}$ а одатле је $pV = p_1V_1$ а то је познати нам Маријотов закон. Све вреди за случај, кад се температура не мења, само је тада однос између притиска и температуре сталан. Ако се пак температура гаса мења, онда морамо узети у рачун и Маријот-Ге-Лисакову константу, па ћемо наћи, од чега зависи температура једнога гаса. Нашли смо, да је константа: $R = \frac{pV}{\theta}$ одавде је $\theta = \frac{pV}{R}$ Кад заменимо вредност за p, имамо $\theta = \frac{V}{R} \cdot \frac{nmc^2}{3V} = \frac{nmc^2}{3R}$ или $\theta = \frac{2n}{3R} \cdot \frac{mc^2}{2}$ Пошто члан $\frac{2n}{3R}$ остаје сталан на ма којој температури, то излази да θ зависи једино од $\frac{mc^2}{2}$ те је израз за енергију. Ако дакле загревамо гас, ми ништа друго не радимо, већ повећавамо енергију молекила. Температура је израз енергије молекула.

2/.-АВОГАДРОВ ЗАКОН.

Ако једначину $p = \frac{nmc^2}{3V}$ решимо по n имаћемо: $n = \frac{p \cdot 3 \cdot V}{mc^2}$ Узмимо другу неку запремину гаса и под другим притиском, па ћемо имати: $n = \frac{p_1 3V_1}{mc^2}$ Ако узмемо да се температура, која зависи од енергије молекила, није променила, онда је $\frac{mc^2}{2} = \frac{mc^2}{2}$ дакле и $mc^2 = mc$ Оставимо даље и исту запремину гаса $V_1 = V$ На послетку још ако удесимо, да су притиси једнаки $p = p$, онда излази да је и $n = n$, што значи да једнаке запремине гасова поте температуре и под истим притиском садрже и исти број молекила. Овај закон назива се Авогадров, и он служи као основа данашње теорије хемије.

3/.-БРЗИНА ГАСНИХ МОЛЕКИЛА.

У обрасцу $p = \frac{n \cdot m \cdot c^2}{3V}$ производ nm означава целокуп-

ну масу гаса. $M = n \cdot m = \frac{Q}{g}$ т.ј. равно тежини подељеној са g. По замени до-

бијамо, да је $p = \frac{Q}{g} \cdot \frac{c^2}{3v}$ Ако решимо једначину по c добијамо:

$c^2 = \frac{p \cdot g \cdot 3v}{Q}$ или $c = \sqrt{\frac{3pgv}{Q}}$.

Овде су нам познате све количине, изузев v. Образац за израчунавање v овакав је: $v = \frac{Q\theta}{1{,}293 \cdot \delta \cdot 272{,}6}$ где θ значи температуру гаса, рачунајући од апсолутне нуле а δ специфичну тежину гаса). Кад знамо горње вредности, добијамо:

$$c^2 = \frac{1033 \cdot 9{,}81 \cdot 3}{Q} \cdot \frac{Q \cdot \theta}{1{,}293 \cdot \delta \cdot 272{,}6}.$$

А кад се ово сведе добијамо: c=485 мет.

Ово је узето за ваздух, где притисак на јединицу површине износи 1033 гр. Ако рачунамо на 0°, онда је θ=272,6 (рачунајући од апсолутне нуле) и још узмемо специфичну тежину ваздуха за јединицу онда је: c=485 дакле c=485 мет. у 1 сек. Дакле ваздушни молекили крећу се од прилике брзином као топовско ђуле. На исти начин узевши специфичну тежину ваздуха за јединицу, налазимо да је средња брзина молекила на 0° за

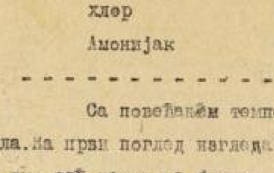
водоник	1843 мет	у 1 секунд.
азот	492 "	" " "
кисеоник	461 "	" " "
хлор	310 "	" " "
Амонијак	636 "	" " "

- и т.д.

Са повећањем температуре, повећава се и брзина гасних молекила. На први поглед изгледају ови обрасци невероватни, али они су тачни. Ми смо већ нашли за брзину звука кроз ваздух, да је она 333 мет. у 1 сек. Али ипак притисак се преноси спорије услед тога, што молекили на свом путу ударају једни о друге, те не могу да пређу слободно целу своју путању.

4/.- БРОЈ СУДАРА И СРЕДЊА ДУЖИНА ПУТА.

Ма какав облик имали молекили, знамо, да они имају своју сферу привлачења, чији полупречник нека је на пр. ρ. Ако долази овом молекилу на сусрет други молекил, онда ће се судар десити онде, кад се сударе њихове сфере привлачења и пошто су им сфере једнаке, онда



ће одстојање два молекила бити $r = 2\rho$ Пресек сфере биће $r^2\pi$ или кад сменимо r онда $4\rho^2\pi$ То је за један молекил пресек сфере судара а за n молекила: $n 4\rho^2\pi$. Теориским путем даље се налазили да је број судара у 1 сек. z =4/3 оних судара, који би се десили, кад би се кретао само један молекил, а остали били мирни. Дужина пута је $\lambda = \frac{c}{z}$. Број z налази се посматрањем унутрашњег трења гасова. На тај начин нађено је:

λ =дужина пута	z= број судара.
за H 0.000194 мм.	8.753.000.000
за N 0.000098 мм.	4.522.000.000
за O 0.000104 мм.	4.068.000.000
за ваздух 0.000099 мм.	4.516.000.000

- - - - - - - - - - - - - - - - - и т.д.

Молекили гаса не крећу се сви једнаком брзином и нађена брзина, које смо ми нашли јесу средње брзине. Та средња брзина израчунава се или по обрасцу:

$v = \sqrt{\frac{c_1^2 + c_2^2 + c_3^2 + \cdots c_n^2}{n}}$ или по обрасцу $v = \frac{c_1 + c_2 + c_3 + \cdots c_n}{n}$

Међу тим има још и трећа брзина, која је највероватнија и која се израчунава по т.зв. М а к с в е л о в о м з а к о н у (Maxwell) за кретање молекила, по коме је $v = \frac{13}{12} c$. Ако узмемо гасну масу од 1000 молекила на 0° онда:

13-14	молекила креће се брзином	100 мет.
81-82	" " " "	200-300 "
215-215	" " " "	300-400 "
214-215	" " " "	400-500 "
202-203	" " " "	500-600 "
151-152	" " " "	600-700 "
76-77	" " " "	изнад 700 "

5/.-ОДРЕЂИВАЊЕ АПСОЛУТНЕ ВЕЛИЧИНЕ МОЛЕКИЛА.

Да бисмо нашли апсолутну величину молекила узмимо један кубни сантиметар гаса на обичном притиску(т.ј.притисак од једне атмосфере и на 0°,па замислимо да су молекили поређани један до другога на једној површини.Пошто се,као што знамо,молекили ни у ком телу не додирују,то ни овде нећемо водити рачуна о самом молекилу ,већ о његовој сфери привлачења,која има,рецимо полупречник ρ. Према овоме сваки молекил,или управо његова сфера,заузима површину $\rho^2\pi$ Ово ρ можемо заменити са $\rho=\frac{r}{2}$ где r значи дистанцију између два молекила,па имамо $f=\frac{r^2\pi}{4}$ Ово је за један молекил,а ако их у једном кубном сантиметру има n онда је површина,коју заузимају: $F=n\cdot\frac{r^2\pi}{4}$ Запремина једног молекила била би: $v=\frac{4}{3}\rho^3\pi$ или по замени за ρ, $v=\frac{4}{3}\frac{r^3\pi}{8}=\frac{1}{6}r^3\pi$ Ово је за један молекил,а за њих n биће запремина: $V=\frac{1}{6}nr^3\pi$ Кад упоредимо ове две једначине за F и V имаћемо $4rF=nr^3\pi=6V=nr^3\pi$ $4rF=6V$ или одавде један кубни сантиметар који $V=1$ и одавде $F=3/2r$. Видели смо
Пошто смо узели мало час како се одређује r Према томе можемо израчунати пресек,који износи:

за	H	9500	квадратних сантиметара.
за	N	17900	" "
за	O	16700	" "
за ваздух		17700	" "

- - - - - - - - - - - - - - - - - - и т.д.

Да бисмо нашли полупречник молекила,треба да тражимо т.зв.кондензациони коефицијенат,а то је однос између запремина гаса и запремине течности,коју би добили,кад се гас претвори у течно стање.Број молекила остаје исти,само се рецимо у течном стању може узети да се молекили додирују.Кад знамо овај кондензациони коефицијенат онда можемо одредити и полупречник једнога молекила.Ево до каквих се цифара дошло.За воду је овај коефицијенат $\varepsilon=0.00081$,тј.на ову ће запремину спасти вода,кад пређе из паре у течно стање,а полупречник $r=46.10^{-9}$ см.за:

је NH_3 =0.00119 а r =74.10^{-9} сантимет.

је CO_2 =0.00198 а r =111.10-9 "

Кад знамо r онда можемо да одредимо пресек једнога молекила

За CO_2 износи тај пресек $(\frac{1}{\nu} 2^2\pi \quad 196 \times 77 \times 10^{-16}$

Ако тражимо сада број молекила у једном кубном сантиметру, он да треба пресек свих молекила, када би се распрострли на једну површину F поделити са пресеком једнога молекила, дакле $n = \frac{F}{f}$

За CO_2 је F =26.700 кв.сантиметра а f =96 x 77 x 10^{-16}.

Кад поделимо ова два броја, добијамо број свих молекила у једном кубном сантиметру $n = \frac{26.700}{96x77x10-16} = 275,9 \times 10^{-16} =$

=2760;00.00.0000.00000.

За п р е м и н а ј е д н о г м о л е к и л а са CO_2 износи $716x10^{-24}$. Т е ж и н а ј е д н о г а м о л е к и л а налази се кад се тежина једног кубног сантиметра гаса подели бројем молекила. Тако се налази за CO_2 да је α =362,4 x 10^{-21} гр.

До истих ових цифара може се доћи гледећи на одступање од Мариотовог закона за гасове, који се теже кондензују; тако се и ради. За ваздух је τ =0.42 милионитих делова једног милиметра.

" τ =0.26 " " " "

" τ =0.60 " " " "

Б р о ј м о л е к и л а у кубном сантиметру ваздуха износи 21×10^{-18}. Тежина једног ваздушног молекила је: $Q = \frac{1}{900 \cdot 21 \cdot 10} = \frac{1}{17} \cdot 10^{-2}$

С п е ц и ф и ч н а т е ж и н а једнога гаснога молекила износи: $\frac{Q}{\nu} = E$ дакле, кад би ваздух претворили у чисто стање, имао би исту специфичну тежину, коју има гвожђе.

Т Е Р М О Д И Н А М И К А

ОДНОСИ ЗА ПРЕТВАРАЊЕ ТОПЛОТЕ У РАД.

Ако са E означимо механички еквиваленат топлоте, са R рад, са Q топлоту, онда према томе, што смо изложили у механичкој теорији топлоте налази да је $E = \frac{R}{Q}$ тј. еквиваленат раван односу између рада и топлоте. Исти однос постоји и кад се топлота претвори у рад. Из горње једначине можемо добити ово: $R = EQ = 425Q$. $Q = \frac{R}{E} = \frac{1}{E} R$

Ако $\frac{1}{E}$ означимо са λ онда је: $Q = \lambda R$ Да видимо сад с п р а в е за п р е т в а р а њ е т о п л о т е у р а д.

КАЛОРИЧКА МАШИНА



То је најпростија справа за претварање топлоте у рад. Састоји се из три укрштене стаклене цеви, на чијим се крајевима налази један оуглић, у који се спаја етар. Све те три укрштене цеви могу подједнако око једне осе да се окрећу. Ова се справа метне у врућу воду, но тако, да једна половина цеви буде баш у самој води, а друга половина ван ње. При овом ће етар из судића, који су у води, испаравати и кроз цев своју долазити у судић њему дијаметрално по лежећи, који није у води, и ту ће се кондензовати. Добили смо дакле три судића (пошто су три судића била у води), које дејствују истим правцем, због чега ће се сад справа окренути и друга половина цеви у воду доћи, етар из њихових цеви испариће, па ће опет доћи прва половина цеви у воду и т. д. Изгледа у први мах, да је ова справа *perpetuum mobile* али небутни справа ће се окренути само дотле, док је вода врућа. Значи, да, дакле хоћемо да справа ради, доле треба да доводимо топлоту и воду загревамо.

Ова машина није употребљива за веће радове. Машине за производење веће механичке снаге могу се поделити на три врсте: са загрејаним ваздухом, са светлећим гасом и са паром.

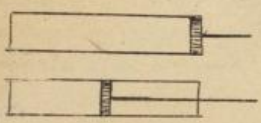
I ВАЗДУШНЕ МАШИНЕ.

И њима се не може добити велика количина рада. Основни је принцип, да се загрејан ваздух унесе у цилиндер у ком се налази клип и то се кретање може даље пренети трансмисијом. Према начину грејања ове се машине могу поделити на три класе 1) -код којих се загрејана количина ваздуха пусти у цилиндар, крене клип и пусти напоље; 2) -код којих се врели продукти сагоревања доводе у цилиндар те крећу клип; 3) код којих је иста количина ваздуха час загрева, при чему се клип покрене десно час опет хлади при чему се клип враћа лево. Притисак ваздуха мори се према једначини $p_0(1+\alpha\theta$)у колико је температура θ већа и притисак је већи.

II. МАШИНЕ СА СВЕТЛЕЋИМ ГАСОМ-ЕПЛОЗИВНЕ МАШИНЕ.

Код ових је машина за кретање клипа узет светлећи гас који је у смеши са ваздухом јако експлозиван и производи при експлозији врло ве

лаку температуру. Пропорција мешања светлећег гаса и ваздуха јесте: 1 6 1:8 и 1:7. Такву смешу уносимо у простор пред клипом и запалимо је или електрицитетом или чистим светлећим гасом, који је већ запаљен. Због експлозије разумемо врло нагло ширење продуката сагоревања. Услед велике температуре притисак ће се јако повећати и клип ће бити потеран до краја. Ако то поновимо и с друге стране, онда имамо кретање лево и десно. Још је боље употребити два клипа. Кретање свих машина било би врло неправилно услед тога, што клип кад буде потеран до краја, крећући се десно мора застати, па се тек кретати лево, дакле кретање н е р а в н о м е р н о. Она тачка у којој клип застане назива се м р т в а. Она мртва тачка треба уклонити, да је кретање равномерно. То се постиже на два начина, или се клип доводи у везу да т.зв. т р ч и ч к о м з а м а ј ц е м, који кад се један пут окрене и стече извесни замах, лакше кретање клипа, та се онај крајњи равномерно. Где се не може употребити замајац, узимају се два клипа, који су тако удешени да кад је један на мртвој тачци други је баш онда у пуној снази и обрнуто те се тим начином регулише кретање.



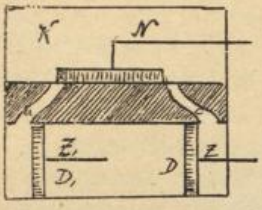
III. ПАРНЕ МАШИНЕ.

Гасне машине могу произвести 20-30 коња, а за веће радове ипак требламају се парне машине.



Најпростији принцип за ове машине је овај: Узимамо суд од метала или од стакла, који се продувује у цев са клипом. У суду загревамо воду. Она ће почети да испарава и ова пара савладаће атмосферски притисак и терање, клип на више, ако се сад пусти да ова пара изађе, притисци се изједначавају и клип се мора вратити натраг. Поновним загревањем учињено да се клип поново крене. Ово је био и прав тип парних машина, које су доцније усавршене. Прво усавршење било је што је одвојен резервоар са паром од клипа а пара је била пуштена само кад треба, кроз известан вентил. Овај посао отварања вентила био је поверен једном дечку који је с времена на вре

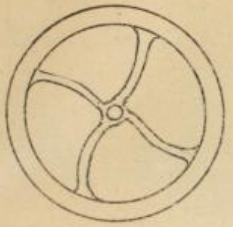
не вукао конопац и тим отварао вентил за испуштање паре. Али се он досети те веће за полугу клипа конопац те је на тај начин проналђено парно крмило, којим се испуштање паре врши аутоматски. Најважније полуге за усавршавање парних машина стекло је Ват(Watt) и до коју је названа јединица за мерење количине рада у а т. Машине, код којих водена пара улази само с једне стране, па се после кондензује и пушта вољу се машине са ниским напоном или са кондензацијом. Оваквог се машине употребљавају онда, кад имамо на расположењу велике количине воде на пр. као ђаја. Друга врста машине са високим напоном код којих се пара доводи и с једне и с друге стране клипа. Ова се машине употребљавају за кретање локомотива. Прву локомотиву направио је Енглез Џорџ Стивенсон месеца октобра 1829 год. Конструкција парне машине са великим напоном види се на слици, а састоји се из коморе K и цилиндра у ком се креће клип D. Комора је у вези са цилиндром са два канала a и c који се састају при уласку у комору. Преко тога отвора клизи крило N које се креће лево и десно, те час затвори отвор a а час отвор c. Загрејана пара доводи се из казана у комору. Ако је отвор C отворен, она ће продрети у цилиндар и терати клип лево. Кад се клип налази у D, крило N се покрене десно и затвори канал c, а отвори a.

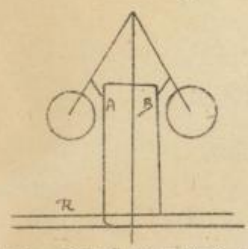


Услед тога пара јурну пред клип, и креће га на десно. Пара, која се налази иза клипа и која је свршила свој рад одлази вентилом M.

Овај описан цилиндар са клипом јесте најважнији део машине, али сваку машину прате још и други делови који служе за регулисање, замењање и преношење кретања. Тако, да би се праволиниска кретања претворила у кружно, доводи се полуга E у везу са другом полугом. Обе полуге спојене су, а друга је полуга у вези са точком, који се услед те полуге креће. Код сваке парне машине, која нема да се помери са места, налази се још један точак велике димензије (замајац). На овај точак намештен је кајиш, којим се кретање даље преноси. Сем тога овај точак својим моментом ленивости регулише кретање.

Код локомотиве нема овога точка, а равномерност постиже тиме





о равномерност постиже тиме што се узму два цилиндра. Други један део код парних машина јесте е к с ц е н т р и ч н и т е ч а к, коме оса окретања није у центру, него ма где, услед чега његова периферија не пролази кроз исте тачке. Његов је задатак да се о времена на време отвори вентил те да пара изађе. Пошто пара не долази у цилиндер са истим напоном то се њен долазак мора регулисати. То се постиже ц е н т р и ф у г а л н и м к л а т н е м. Оно има задатак да својим издизањем и спуштањем отвара и затвара вентил, који пропушта пару. Ово клатно састоји се из осовине, око које се окрећу две масивне кугле, које се могу од осовине удаљавати или приближавати. Осовина се налази у цеви, која је у вези са другом цеви, куда пролази водена пара. Кад се кугле приближе осовини, окретање је справе лакше, те се осовина издигне, вентил одлабави и пара почне у цилиндар јаче пристизати, те се справа почне поново брже окретати, и тиме затвара: ✓ спречава доламење паре. Парни се мазани данас не праве од једног цилиндра, већ од неколико цеви између којих пролази пламен, те ја површина, која се загрева већа и тим је постигнута штедња у гориву. Једна такође врло важна отвар код парних машина јесте с у а к. Код великих инсталација зидају се високе оџаци, али рецимо код локомотива нису могући такви димњаци. У тим се случајевима помаже овако: Она пара, која изађе из цилиндра пусти се у димњак, те се кондензује и остави велики празан простор. Ваздух с пола јурне да напуни тај празан простор и тако долази до горива.

У последње време парне машине употребљавају се ван. п а р н е т у р б и н е, којима се такође топлота претвара у рад: састоји се из једнога точка са крилцима на која ако удари водена пара са великим напоном она ће их окретати. Оне нису за велике радове, где се траже велике брзина, јер се оне могу окретати по 2000 у минуту.

Да видимо сад како се може одредити ефекат једне парне машине. Ако машина ради приском од p атмосфера, на 1 см^2 притискује снагом од 1033 p.

Ако ли пак имамо пресек цилиндра a онда је целокупан притисак a 1033. Нека је дужина цилиндра l (а то је n пут који пређе клип) онда ћемо имати, да је рад клипа: $D = l \cdot p \cdot a$. 1033 грама. Ако клип оде n пута лево и десно док се потроши 1 кгр. паре, онда је $\frac{n \cdot l \cdot p \cdot a}{1033} = D$ (рад једног килограма паре). al је запремина цилиндра. aln је запремина 1 кгр. паре $= V$ Према теме је $D = 1033\, p\, V$. Ово је целокупан рад за извесно време; ако се тражи ефекат, онда горњу количину рада поделити са временом $\varepsilon = \frac{D}{t} = \frac{1033\, p\, V}{t}$

Ако ефекат рачунамо у парним коњима 75 мет. кгр. онда можемо израчунати t, p или V Како нам кад буде требало $t = \frac{1033 \cdot pV}{75}$ или $p = \frac{75t}{1033V}$

Сва топлота, која се на огњишту производи, не може се претворити у рад. Ми цениме користан рад и он износи 10–15%. Од 100 топлотних јединица код најбољих машина може се корисно употребити 14–15 јединица. Кад смо дискутовали једначине за температуру гасова (а то вреди и за чврста и течна тела) видели смо да температура зависи од молекулске брзине. У молекулу је енергија молекила већа у толико тело има више топлоте. Топлота је дакле функција молекилског таласања. Што се тиче топлоте, која се простире зрачењем, њу сматрамо да је врста таласања кроз етарску средину. У ранијим временима се топлота сматрала као неки ф л у и д који истиче из једног а утиче у друго тело. То је гледиште оборено, јер тела остају по својини иста па ма се загревала или хладила, што не би могло бити, кад би у њега улазио или излазио какав материјал или флуид. Место те е м и с и о н е х и п о т е з е поставља је в и б р а ц и о н а или у н д у л а ц и о н а т е о р и ј а.

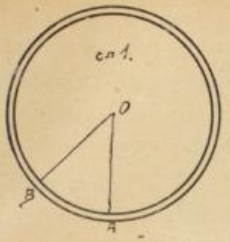
По тој теорији се топлота и светлост преносе таласањем етра. Ову хипотезу су наречито оснажили у последње време појава и нте р ф е р е н ц и ј е и п о л а р и з а ц и ј е.

Крај науке о топлоти.

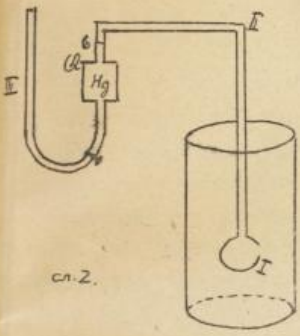
Д О Д А Т А К Т О П Л О Т К.

ШИРЕЊЕ ГАСОВА.

Гасови су врло осетљиви према грејању; њихово је ширење услед



грејава врло велико и за његово мјерење није потребна тако велика прецизност са апаратима. При испитивању гасова може се радити врло брзо 1/.-под сталним притиском и 2/.-под сталним запремином. Кад се гас шири онда ради. Узмимо да у еластичној лопти OA имамо извјесну количину гаса, који загрејемо; услед тога ће се он раширити, а тако исто и еластична лопта O A. Свака лоптина тачка пређе пут δ [illegible] сав рад гаса је као $R=Ps$ тј. при [illegible] сан помножен са путем. Апарат за испитивање ширења гаса на разним температурама види се на сл. 2. Дио I је кугла са гасом, а III је цијев са живом, која има сталну Дио II и III одвојени су бојетом $\mathcal{E}$.



сл.2.

Тај апарат за оба случаја тј. и за испитивања под сталним притиском и под сталним запремином.

ИСПИТИВАЊЕ ПОД СТАЛНИМ ПРИТИСКОМ.

Дио III напуни се живом до $\mathcal{E}$ па се дио I остави у суд са водом који се топи, температура је дакле 0°. Нека је запремина гаса у I дијелу V_0 запремина гаса у II дијелу биће V_ε ; јер је тај дио ван домашаја температура воде тј. он је на температури $\mathcal{E}^\circ$ Сад уклонимо суд са водом и узмемо суд са водом, коју загрејемо до кључања. Нека је сад температура θ (која је приближно 100°, али није 100° због притиска). Сад је запремина гаса у нормалним приликама равна збиру запремина дијелова I и II дакле T гдје је γ коефицијенат ширења стаклета, а $\mathcal{E}$ температура околине дијела II. У овом случају је једино непознато α тј. коефицијенат ширења гаса, и њега можемо наћи, он је:

$$\alpha=\frac{1+\gamma\theta}{\theta(1-\frac{V_\varepsilon}{V_0})}-\frac{1+\gamma\varepsilon}{1-\alpha_\varepsilon}-\frac{1}{\theta}=\alpha=0,003656=\frac{1}{272,44}$$

На тај начин нађен је коефицијенат ширења гаса, који је био у дијеловима I и II.

$$T\ V=\frac{V_0(1+\gamma\theta)}{1+\alpha\theta}+\frac{V_\varepsilon(1+\gamma\varepsilon)}{1+\alpha\varepsilon}$$

ИСПИТИВАЊЕ ПОД СТАЛНОМ ЗАПРЕМИНОМ.

Апарат је за ово испитивање исти, као и сам рад донекле. Део I опет се прво мора у лед од 0° а затим у кључану воду; кад је у кључаној води, жива ће се од b спуштати, али кроз отвор O тако мали (мм) отвор да она сабије ремпрен гас и доће опет у b; тиме смо своли запремину гаса на (100°), θ° на запремину V_0 али је притисак у томе већи. На тај начин исто као и мало пре долазимо до овакног обрасца:

$$\alpha = \frac{B_0[(1+\gamma\theta)+\frac{b_0}{B_0}[1+\alpha(\theta-\varepsilon)]}{VB_0[1+\frac{V_0}{V}-\frac{1}{\alpha}]} - \frac{1}{\theta} = \alpha, = 0,003\,6679 = \frac{1}{272,65}$$

Као што се види коефицијенти се нешто између себе разликују тек у 6-ом децималу с тога је узета средња обична вредност α =0.00367 или $\frac{1}{272,5}$. Наречите овај други начин је употребљен и за мерење температуре помоћу гасних термометра, које је најтачније мерило како за високе тако и за ниске температуре. У овој ствари одредба температуре помоћу гасних термометра није нашта друго, до један метод одређивања коефицијената гасног ширења. Исте одређивања помоћу гасних термометра много је простије од исте одређивања помоћу обичних термометра, јер је ово пуна ваздухом, гасометар је ваздушни; над којим другим гасом - гасна термометар. Са гасним термометрима температура се не чита по (без рачуна) обрасцу:

$$T = \frac{B_0 - B_\varepsilon(1+\frac{V_0}{V})-\frac{1}{\alpha}B_\varepsilon}{\alpha(B_0-\gamma B_\varepsilon)(B_\varepsilon - B_0)}$$

где је B барометарске отклоне на 0°, а B_ε на ε°, V запремина првог дела, а V_0 II дела апарата (сл.2) а α је већ познат коефицијенат ширења гаса, често се $\frac{V}{V_0}$ запажа у облику мале вредности те постаје образац: $T = \frac{(B_0 - B_\varepsilon)\alpha}{B_\varepsilon B_0 - \gamma B_\varepsilon}$ где је γ коефицијенат истезања стакла. Овим се обрасцом и служимо најчешће. Ако имамо V_ε запремину гаса на $(\varepsilon^{\circ}, V_\varepsilon'$ запремину гаса на ε' онда је $V_\varepsilon : V_\varepsilon' = (1+\alpha\varepsilon^{\circ}) : (1+\alpha\varepsilon')$ тј. $V_\varepsilon : V_\varepsilon' = (\frac{1}{\alpha}+\varepsilon^{\circ}) : (\frac{1}{\alpha}+\varepsilon')$ Исто тако (вреди) и за притиске: $P_\varepsilon : P_\varepsilon' = (1+\alpha\varepsilon^{\circ}) : (1+\alpha\varepsilon')$ или $P_\varepsilon : P_\varepsilon' = (\frac{1}{\alpha}+\varepsilon^{\circ}) : (\frac{1}{\alpha}+\varepsilon')$ Како је пак $\alpha = \frac{1}{272,5}$ то је $\frac{1}{\alpha}$ =272,5 те је $V_\varepsilon : V_\varepsilon'$ =(272,5+ε°) :(272,5+ε') Служе се исто тако као и апсолутне температуре. Под апсолутном температуром замемо температуру за 272,5 мању од обичне: према томе је апсолутна нула температура од -272,5.0 тога ако (272,5+ε°) и (272,5+ε') означимо са апсолутним температурама T и T_1 имаћемо $V_\varepsilon : V_\varepsilon' = T : T_1$ $P_\varepsilon : P_\varepsilon' = T : T_1$. Ови смо дакле увели још један нов појам о апсолутној температури. Имали смо Марјотов закон: производ из запремине и притиска на T_ε $P_\varepsilon : P_\varepsilon' = (272,5+\varepsilon^{\circ}) : (272,5+\varepsilon')$. Дакле производ запремине

ntoj temperaturi uvek jednak. Ali zna se da je temperatura gasa promenljiva za sve promene gasa, to i temperaturu moramo uzeti u takav zakon te će biti: $KP_1 = V_2P_2 = V_3T_3 = V_4P_4 = V_5P_5 = \ldots\ldots$

Nepotpun Marijotteov zakon, a: $\frac{KP_1}{T_1} = \frac{V_2P_2}{T_2} = \ldots\ldots\ldots$

potpun gde T_1, T_2, T_3 i t.d. dodaju u imenilac jer je $V_1 : V_2 = P_1 : P_2$

Zapremina gasa na 0° i 760 mm. pritisku je normalna zapremina, koju označujemo sa V_{0m} prema tome $V_{p\varepsilon}$ bila bi zapremina gasa na pritisku p i temperaturi ε Prema gornjem potpunom Marijotteovom zakonu bilo bi;

$V_{0m} = \frac{V_{0m} \cdot 760}{272,5} = \frac{V_{p\varepsilon} \cdot p}{272,5+\varepsilon}$ i to bi bio obrazac za svođenje zapremine gasova na ma kakvim prilikama na normalne. Taj je obrazac veoma važnog sadržaja: $V_0 = \frac{V_0 \cdot \varepsilon}{760} \cdot \frac{p}{272,5+\varepsilon}$, 272,5 koji jako utiče i na određivanje specifičnih težina gasova. Iza se ovaj obrazac: $\gamma_{p\varepsilon} = \frac{\delta}{V_{p\varepsilon}}$ ili $\delta_{0m} = \frac{\delta}{V_{0m}}$ a celen $\frac{\delta_{0m}}{\gamma_{p\varepsilon}} = \frac{V_{0m}}{V_p}$ a naime ono $\frac{V_{0m}}{V_{p\varepsilon}} (1+\alpha\varepsilon)$ te je $\frac{\delta_{0m}}{\gamma_{p\varepsilon}} = 1+\alpha\varepsilon$ ili $\delta_{0m} = \gamma_{p\varepsilon}(1+\alpha\varepsilon)$ obrazac za specifičnu težinu gasova u normalnom stanju:

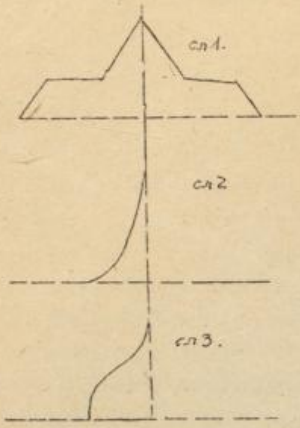
To se određuje praktički ovako: Uzme se balon poznate zapremine, na se izmeri težina Q na barometarskom stanju B. Balon donekle pumpom napravimo ročnim de pritiska P_1 i izmerimo sad težinu Q_1 Težina je isciljenog gasa $Q - Q_1$ a prema gornjem obrascu je $\delta_{0m} = \frac{V}{V_{0m}}$ gde je V_{0m} poznato iz ranije određenog obrasca; treba samo još ε svesti na temperaturu 0° te se dobija definitivan obrazac: $\delta_{0m} = \frac{q}{V} \frac{760}{BE} (1+\alpha\varepsilon)$

Dodatak. Koeficijenat širenja gasa pod stalnim pritiskom broj, koji označuje uvećanje zapremine (količine, koja uvećanje gasa dovede) za 1°, a pritisak ostane isti - Širenje gasova prvi je pronašao Gay Lissac (1807) njegov je zakon: svi gasovi imaju isti koeficijenat širenja između 0° i 100°. Gotovo u isto vreme našao je Gay da je koeficijenat širenja gasova nezavisan od pritiska koji gasovi trpe.

Gay Lissac i Dalton postavili su zakon, da svi gasovi od 0° do 100° pod stalnim pritiskom imaju isti nađeni koeficijenat širenja; docnije utvrđeno, da to važi dotle, dok se gasovi ponašaju po Marijotteovom zakonu; $\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} = \frac{P_3V_3}{T_3}$.

Postoji i tzv. d i f e r e n -

ц и ј а л н и термометар опет гасне а и с



точнешу уз то,који је пре т е р м о с к о п тј.справа за показивање разлике у температури.Тај је апарат пре био употребљаван за испитивање зрачне топлоте,али сад има за то савршенних справа.Ако температуру у водико променине наступа не само мирење већ и промена агрегатног стања, чвр тела крећу у течно,течно у гасовито и обратно, чврсто тело прелази у течно грејањем до тачке топљења.Има тела која кад се загревају једнако задржавају чврстоћу и свеју дотле сталну тврдину напр.лед.Таква би топљење графички било представљено као што нам показује 1.сл.И такво би топљење било би идеално(лед се приближно тако топи).Међутим нека тела грејањем постепено губе чврстину и при пролазу у течно стање сасвим је изгубе,на пр.песак;такво топљење није као пређашње и графички се претставља као што показује сл.2.Као што видимо овде нема оштрих линија као у првом случају.Сумпор се размекша на 50°, на 100° је полутечан,на 200° се тек сасвим отопи;код њега је дакле све конвексна линија крива,за све интермедиерне положаје од 50°-200°.Има тела и таквог топљења,која се врло размекшају ,па се тек топе,а затим дало теку,графички представљено такво топљење било би као што нам показују слика 3.

ТАЧКА ТОПЉЕЊА.

То је оно температурске стање на ком се топљење почиње и завршава.За нека тела(лед)то је једна тачка,а за неке (песак)више тачака.Када тражимо ту тачку топљења узимамо више тог тела,загревамо га и у њ ставимо термометар.Ако узмемо мали део тела метнемо га на куглицу термометра загревано термометар док се тело не истопи .Праћењем се најлако топи на 2,200° на платина на 2100°,легура злата још се теже топи.Угљена киселина на 50° кипи на48° и т.д.Дакле у тачкама топљења заступљено су све температуре од 2,200 до 100(па и -200).Питање је како је с путиском при тој

ању? Температура топљења мења се према притиску. Већина је тела, која кад се тела повећавају запремину и притисак ту повишава тачку топљења, друга тела (вода) смањује запремину топљењем и притисак ту снижава тачку топљења. Лед се може истопити и под самим притиском без топлоте, и то под од -100° тони се под притиском 20-30.000 атмосфера. На тој је принципу основана р е г е л а ц и ј а (мења прессно лед, који и даље остаје лед и пут се познаје само по одбијању светлости). Врло је велика улога регелација код глечера. Услед регелација топљење у једноставан начин, кад се изложи великом притиску. Како се топе тела, која нису чиста? Таква су тела мегури. Код легура је тачка топљења нижа но за поједине саставне делове. Легура од 15 дела, 45 Sb, 8 дела Pb и 8 дела Ka топи се на 60°. Зато се тешко топљивим металима у топионицама дода п о ч е т н и к о м о с а в а т о п љ е њ е.

Кад топљење једнолично, онда ма да додајемо материи топлоту не примећује се промена температуре: сићи су се орили на савлађивање молекилског привлачења, та топлота зваће т о п л о т а т о п љ е њ а, која ни је ништа друге до рад на савлађивање, то за ту појаву нема ничег особитог да се примети. Тешко се може проучавати и растварањем тј. мешањем једног течног и једног чистог тела. Ту изгледа да топлота нема посла, али се констатовало, да је сваком раствору нижа температура од температуре узетог растворног средства, што значи да ту ипак има посла топлота; топлота је и при овом процесу употребљена на савлађивање молекилског привлачења; само је у овом случају та топлота узета од топлоте самих тела, није нарочито придодавана. Обично се тако мешањем производи нижа температура; нижа и која чиста тела (метал); лед (или снег) и с. д. јесу најчешће помоћу којих се може добити теоријски снижена температура -29° и практична -15°. Најбоља је ипак једна смеса ситан лед и хлорни креч, који даје -50°. За веће хлађење постоје друге методе.

Кад се хоће да се из раствора добије опет чисто тело може се раствор или испаравати или замрзнути. На тај начин растворено тело одваја се сб за себе растворне средство за со (одвајање соли на морске воде у топлим и хладним пределима). Ако чистоћа, добијену топљењем чистог тела грејемо и даље, добијамо тело у гасном стању. Прелаз чистоће у гас биће обично к у ч а в а њ у те у малим дозвима. Кључање је најбитније карак-

(гасних)нехурова из течности,која се греје.И одде има једна температура,која се не мења за све време испаравања тј.прелази из течног у гасно стање.Растворе могу бити засићени и незасићени.

Методе одређивања тода,у раствору имамо три методе:

1/.-Метода рачунања на 100° тј.колико грама растореног тела у 100 делова воде (течности).

2/.-У сто тј.у 100 делова раствора има р делова тела.

3/.-С т е х н и м е т р и ј с к а м е т о д а,колико молекула воде делази на молекул растореног тела или обратно.За те три методе имамо ове обрасце:

1) $p=\frac{100p_1}{100-p_1}=\frac{100n}{nm}$; 2) $p_1=\frac{100p}{100+n}=\frac{100n}{(n+m)m}$.

Прелаз течности у гас је компликованији појава од топљења.Ту нема песка само температура већ и притисак на и суд у ком је течност,коју претварамо у гас.Течности испаравају и механичким путем,тако лед испарава и на обичној температури због струјања ваздуха(тј.механичким путем).Важан је утицај суда на испаравање:вода кључа у стакленом суду за 5° доцније но у металном;ту је наступио утицај адхезионог привлачења,течност тешко кључа у суду,чије зидове кваси.Тако имамо и кључање у прегрејаном суду,кад усијамо металан суд па сипамо у њ воду,очекујемо да вода одмах испари јер се налази у суду загрејаном преко 100° али се то не појави већ она заузме сферан облик;ухватила се парна кора спаља која тек онда пукне,кад се суд охлади испод 100° тј.кад буде за атхезију воде и суда удесна температура.У том тренутку наступа,као експлозија,која је врло јака у парним казанима.Други је врло важан утицај притисак.Нарочито је велики утицај притиска на кључање.На 100° вода само кључа при нормалном притиску од 760 мм.Тако вода кључа на 0° под притиском 5 мм,на 10° под 9,4 мм,а на 50° под 54,4 мм.на 100°,760 мм.на 111° под 1140 мм.а на 120,5° под притиском 1520 мм.Овај је појдатак о утицају притиска веома примењен у техници.На пр.из меласа(раствор шећера)надваја се кристалан шећер,на температури нижој од 100°;али у ваздуху,а карамел на вишој температури и под већим притиском.

Међутим кад се из костију вади лепак није довољно 100° те с тога треба казавати што већим притиском,чиме се температура кључања повећава Тачку кључања повишавамо затварајући суд-Папинов лонац-и тако пара сама

производи све већи притисак. Да изведемо као пример колико тачака кључања на нормалном притиску: алкохол 79,7°; жива 350° и то је горња граница живиног термометра; сејтни 800°, цинк 1040°, клор-33°, амонијак-238°, то је тачке које најчешће кључа (температура кондензована воденика).

НАПОН ПОЈЕДИНИХ ПАРА

За одредбу напона пара имамо две методе: 1/.- статички 2/.- динамичка.

Први метод статички. Узмо се барометарска цев, у чијој се Торичелов празнини мотка течност, која потиске живу, кад испари услед ниског притиска. Таке просто прочитаме напон паре те течности на температури, на којој је опит вршен. Нађен је напон живине паре (важне за физику због барометра и термометра; је на 0° од 0,02 мм. на 10° је 0,027 мм, на 50° је 0,112 мм на 100° је 0,7 мм. и т.д. Ово је напон паре чисте живе, није напон исти кад жива није чиста. На основу разлике у температури на кључања, еснива се фракционо дестилисање смеша од више течности Далтен је нашао закон: на пом паре смеша, правац је збир напона сваке поједине течности.

РАЗЛИКА ПАРЕ И ГАСА.

Кад се чиста пара изложи извесном притиску пролази у течност, добутим гас се не може кондензовати на тако ниском притиску. Према теме пара не биги гас кад се понаша по закону Марнјотевом. Таке водена пара и на 800° је гас. Кад гас хоћемо да претворимо у течност испитујемо како се понаша по Марнјотевом закону, и ако отступа од закона значи да је близу тачке кондензације.

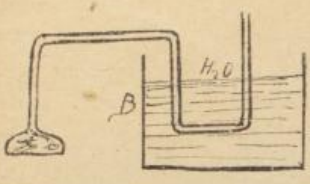
ОДРЕДБА СПЕЦИФИЧНЕ ТЕЖИНЕ ПАРЕ.

Ни једна пара нема изузетке за се. За одредбу специфичне тежине паре има две методе: 1/.- Gay Lissac-ова и 2/.- Dumas-ова метода. По првом се напуни цев краја од барометарске живом и мете у суд са течношћу, чија је тачка кључања виша од оне течности, чијој пари тражимо специфичну тежину. У ту цев се метне стаклениче са 2 грама те течности (етра) која испари и потискује живу. Ако хоћемо специфичну тежину на температури испаравања, загрејемо цев до те тачке (за етар 80°). Док цеви за који се спустила жива је V а q је већ 2 грама и специфична тежина $\frac{q}{V}$

а кад се све прилике увек у обзир добија се тачан образац:

$\delta = \frac{q(1+\alpha t)760}{V \cdot p \cdot 0{,}001293 p}$

где је 0,001293 специфична тежина ваздуха. По Дюмасовој методи узме се балон са нешто течности и загреје док пара не истисне сав ваздух па се онда цев запечати, пошто нам је позната запремина балона то кад од њега одузмемо од садашње тежине добијамо q = тежина паре, а лако је одредити и запремину балона и сад је $\delta = \frac{q}{V}$. Исто то преди и за гасно стање.



Изврнут прецо пролаза гас. Да се гас кондензује треба да је: 1/.-оквирна температура и 2/.-повећан притисак. Л а т о н о в а топлота испаравања даје рад који се троши на кидање молекулског привлачења течности, те тај рад можемо употребити за производење вештачке кадиоће. Зато и најбоље служи амонијак и апарат. А= амонијак сапара. Вису са хладном водом обмотан амонијаком рђавим топлотником. Сканиравањем топлоте кондензује се пара и гас. Паре се кондензују само хлађењем а за гасове потребно је и притискивати: да се молекули гасови спрво приведу у привлачење. У невољном случају употребљава се и хлађење и притисак. Је пре 20 година имали смо пет(5) перманентних гасова: водоник, азот, угљен моноксид, азот моноксид и . . . . али кад је нађена критична температура (T_{kr}) испод које гас мора бити одржан па да се притиском може кондензовати, претворени су и ти гасови у течност. Ево неколико примера за критичну температуру:

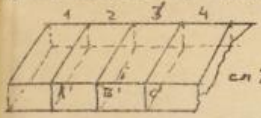
водоник -237°; кисеоник -118°; ваздух -140°; угљен моноксид -130°; амонијак 130°.

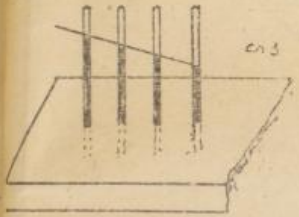
Види се да су критичне температуре перманентних гасова врло ниске, те се не могу ни лако испазвати. Смешом соли и леда под притиском 1,2 атмосфера добија се -78,2°; у бесваздушном простору етар и угљен киселина дају -110°. Рауд, Пикте и Кајет, француски, нашли су да се перманентни гасови охладе, што је могуће више ако се сабију и нагло ослободе притиска, чиме се услед мирења још јача охладе и одмах могуће течан гас. Тако се лако добија течан ваздух. Течни гасови услед јаког притиска др-
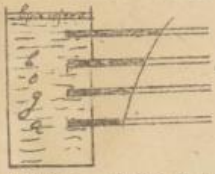
...се у јаким судовима. Све што се налазе у течан ваздух одмах се закр...

КАКО СЕ ПРОСТИРЕ ТОПЛОТА.

Топлоту је немогуће затворити, може јој се кретање само успорити. Све су врсте простирања топлоте: 1/. - од молекила до молекила, крез пенетрабилну материју и 2/. - крез етар тј. импондерабилну материју. Топлота је кретање молекила тела и етра; прво је спровођење а друго је зрачење; ваздух не преноси ону топлоту коју осећамо од ватре већ етар. За спора кретања етар је неосетљив. Спровођење топлоте са молекила на молекил је дво двојако: струјање и спровођење. Узимо једно тело и загрејмо га на једном крају, предпоставимо да ће се и други крај тела загрејати значи да су молекили предавали топлоту један другом. Ако узмемо неколико пресека на једној хомогеној правилној палици, која ће бити на једнаком остојању, онда количина спроведене топлоте q зависи од масе m и то тако да је $q = m(\vartheta - \vartheta')$ ој. само су друге температуре, јер су ти делови шипке на равној даљини од ватре. Одређено је да количине $q = q_1$ морају бити потпуно карактеристика с т а ционог с т а њ а за које је $\vartheta - \vartheta_1 = \vartheta_1 - \vartheta_2 = \vartheta_2 - \vartheta'$ тј. иста је разлика температуре за пресека на истим остојањима. Надаље температуре што додаје на јединицу дужине је $q = K \cdot \frac{\vartheta - \vartheta'}{l}$ то је Т. М. о спровођења не можемо спречити сасвим, али је успоравамо облагањем разним топлоношама. Јединица моћи спровођења топлоте је моћ спровођења сребра и ако то узмемо као 100, добијамо за бакар 74 тј. 3/4 сребра, за злато 53, месинг 23, гвоздје 12, олово и платина само 8.







Кад једно тело набушимо на неколико места па пустимо непушимо пипем и метнемо термометре, видећемо да ће жива у термометрима доћи до равне висине и ако их све вежемо добићемо криву линију, која нам одређу- Т. моћ спровођења која нам даје разлику профила и лошија карактеристика.

је коефицијенат моћи спровођења по једначинама $Q = K_p \frac{\theta - \theta}{2}$. Само хо-
могена чврста тела спроводе свако просту топлоту. Са хомогенима је већ
другчије. Кристали спроводе топлоту у правцу сваке осе, исто је то и код
дрвета, које другчије спроводи топлоту уздуж и попреко, радијално и т.д. О
једнакости брзине спровођења топлоте може бити говора само код хомоген
тела. Другојачије је са одређивањем коефицијената спровођења топлоте код
течности, јер кад се вода загреје, загрејана је слој живи, потискује се на
горе и мења на врх носећи собом своју топлоту, ту се топлота горњег сло
ја није пренела са молекила на молекил. Та појава код течности назива се
к о н в е к ц и ј а. Тек грејањем одге преко воде сина ће врло вајтин, ка
отапује се да и вода спроводи топлоту са молекила на молекил што се опа
жа термометрима на (сл.4). Код гасова је већа тешкоћа, јер су гасови врло
покретљиви и при кретању сваки молекил односи своју топлоту и не преда
је је одмах другоме. На основу особине спровођења топлоте и можемо у ху
тиљи грејати воду; да се хартија запали проба да је температура до 500°
на што само неко постоји у хартији и сваку количину воде загреје
а вода кључи испод 500°. Испитивањем топлоте кроз гасове свако се Стефан
пошто је отпао кретање гасова травом и нашао је ове бројеве према сребр
ру:

За ваздух 0,0382, за живу 0,054, за угљену киселину 0,002, за во
доник 0,0009.

Гасови су у опште рђаве топлоноше нарочито упоређењем према
металима.

ЗРАЧЕЊЕ ТОПЛОТЕ бива кретањем етра. Ту топлоту нетачно конста-
тујемо термометрима. Употребљаван је диференцијални термометар, али данас
имамо савршене т е р м о е л е м е н т е, а њима је принцип б о л о м е т а р
Топлота се простире правом линијом, а брзина јој је као и светлост.

ЕМИСИЈА, отпуштање зрачења топлоте бива кад је тело на вишој
температури од околине. Свако тело и прима и отпушта топлоту, ако се от-
пуштање и примање топлоте не може да констатује термометром кажемо да је
наступила д и н а м и ч к а р а в н о т е ж и н а е м и т и р а њ а.
Њихови се први бавио емитирањем.

Јединица за мерење емисионе моћи је рапав чађ, и то узет у
100 делова, према њему је ва артију 98; восак 96; стакло 90; лед 80; жива 20;
угљени метали у опште 12.

Рапаве површине емитирају. Принцип тога је употребљен за судове

за чување течних пермаментних гасова: Дивартов суд. На основу емисије да де се сва тела у природи: отуд слана, роса и т.д. На метало не пада слана" јер мало зрачe(12%). Сва тела не емитирају сваку врсту топлоте једнако: врсте топлоте одређене су према брзини постајања и кретања. Топлота највише до 400 билијуна пута у секунди, то је т а м н а т о п л о т а Колико је тело у стању да емитира топлоту, толико је у стању и да прими. Пирхометар је справа за одређивање емитиране светлости топлоте. Кад је закопчана површина од сунчаних зракова, за пет минута нека је температура ϑ_1; 5 минута под утицајем зракова и температура ϑ; опет 5 минута закопчана и температура нека је ϑ_2 онда је $\vartheta = \vartheta - \frac{\vartheta_1 \vartheta_2}{2}$ одатле се налази да је ϑ на целу земљу $1{,}7033\, r^2\pi$ или 1см.кв. У току јединице времена прима толико топлоте да може неки ледену кору од 32 метара дебљине.

Емисија топлоте зовемо лађењем и ту је основину Бутн први проучавао и дошао до овог закључка: Брзине хлађења зависе од висина температура, тела, од температуре средине у којој се тело налази. Доцније је лађење да је овај закон вредно само за ниске температуре

РАДИОМЕТРИ.

Они су основани на разлици емитирања и упијања топлоте од разних површина. Употребљавају се плоче од најлакших метала (алуминијума) и чим се справа изложи електричној светлости, чекрк од плоча се окреће. Из кугле у којој је чекрк, донекле је извучен ваздух. То окретање долази од тако званог: "б о м б а р д о в а њ а м о л е к у л а" и зато брзина окретања зависи од разређености ваздуха. Једно тело више увек прими (q) но што отпусти топлоте (q_1) те је $\frac{q_1}{q} < 1$ а то је коефицијенат апсорпције.

Узмимо да на два разна тела падне Q топлоте, апсорбционом моћи првога биће: $Q.A_1$, а другог $Q.A_2$ Ако оба тела загрејемо до ϑ_0 а тада да су им површине $S = S_1$ онда је за стациону температуру $QA_1 = l_1 \vartheta_1$ и $QA_2 = l_2 \vartheta_1$ или $\frac{l_1}{A_1} = \frac{l_2}{A_2}$ тј. констатован је однос емисије према чађи: $\frac{l_1}{A_1} = \frac{l_2}{A_2} = \dots$ или $l_1 = \frac{lA_1}{A}$

Тела, која пропуштају топлоту јесу д и ј а т е р м а н а а која упија.

Воде да загреје 239 кр. вода за 1°, на целу земљу треба да

ју а т е р м а н а. Силисон раствор пропушта 12% упијене топлоте, сумпор угљеник 63% и т.д. Кад хоћемо да светао зрак задржи и топлоту, пуштамо га кроз раствор стипсеа сумпор угљеник одузима му велики део топлоте. На тоне се о д а б и р а њ е или с е л е к ц и ј а топлотних зрикова основа.

Крај Науке о топлоти.



IV ДЕО.

ЕЛЕКТРИЦИТЕТ.

При изучавању науке о електрицитету поделићемо је на три дела: статички електрицитет динамички електрицитет и електромагнетизам. При самом излагању појава електрицитета увидеће се потреба ова подела, као и разлика, која постоји између тих делова

СТАТИЧКИ ЕЛЕКТРИЦИТЕТ

1. Основни појава.- Електрисање. - Ако се стаклена шипка протр ља парчетом коже, која је премазана амалгамом цинка, или каквом сви леном материом, добиће особину да привлачи неке лаке тела као што су комади папира, листићи од злата или стакла, куглица од срж итд. Шипка је, дакле, трљањем добила особину да може извршити извесан рад што пре тога није могла чинити. Она има сад у себи извесно ста ње енергије али та се енергија битно разликује од свију врста енерги ја с којима смо до сада имали посла. - Сем стакла има још много тела која кад се тарају добијају особину да привлаче. Таква су нпр: сумпор, ћи либар, печат-восак шелак, ебонит, кучук, колофиј итд. Стања у ком се побојана тела налазе пошто се протрљају, назива се ЕЛЕКТРИЧНО, а сам узрок тога стања зове се ЕЛЕКТРИЦИТЕТ. За електричне особине неких тела знало се још на неколико стотина година пре Христа, а пошто је прва појава примећена на ћилибару то од грчке речи ηλεκτρον (ћилибар) дошао је и сам назив електрицитет. Ако се електрицитет по свом постанку може задржати на сваком телу заузевши извесан стабилан положај зове се онда статички електрицитет ако ли се одмах по свом постанку креће- струји, назива се динамички електрицитет .

2. ЕЛЕКТРИЧНО ПРИВЛАЧЕЊЕ И ОДБИЈАЊЕ.

Кад једну наелектрисану стаклену шипку приближимо лаким телима она ће их себи привући и задржавати их неко кратко време Али на брзо ћим видећемо да ће се тело одбити од шипке и исто их више неће привла чити. Прва појава назива се електрично привлачење, а друга електрично одбијање. Као год стаклена шипка, тако ће се чисто понашати и шипка од црне смоле ебонита. И код ње ћемо констатовати право привлачење а за тим одбијање. Између електрицитета и магнетизма постоји, дакле та разли

ка што електрицитет дествује најпре привлачећи па онда одбијајући док магнетизам дествује стално.

3. Две врсте електрицитета

Према мало час описаном привлачењу и одбијању стаклене и ебонитне шипке изгледа да се у једној и у другој шипци налази исто електрично стање. Међутим следећи експеримент показује нам да се електрицитет стакла разликује од онога електрицитета, који се налази у ебоните.

а) Ако имамо две куглице од сувине срж обешене о свилене конце (сл. 1) па им пренесемо наелектрисану стаклену шипку, она ће их привући а затим одбити. Кад склонимо шипку куглице ће се одбијати једна од друге, што значи да су се и оне сада наелектрисати. Пошто смо пак обе куглице додирнули истом шипком то значи да је додиром у обе прешла иста врста електрицитета; из одбијања пак куглица изводимо ово правило: тела која су наелектрисана истом врстом електрицитета одбијају се.



Сл 1

в) Ако овај експеримент поновимо са шипком од ебонита, све остати исто, Али ако сад куглицама, које ебонит одбија, примакнемо стаклену шипку, видећемо да ће куглице бити привучене. Види се дакле, да се електрични електрицитет разликује од електрицитета у стакленој шипци. Из привлачења куглица и стаклене шипке изводимо правило: Тела која су наелектрисана разним врстама електрицитета привлаче се.

Ј) Кад стаклени електрицитет дође у додир са споменутим електрицитетом, они се поништавају тако да један другоме слаби дејство. Ако ли пак у исто тело будемо довели исте количине разних електрицитета, Оно неће показати ни тело ће остати у неутралном стању. Овај поглед можемо приближно извршити с поменутим куглицама од сувине. Ако једну будемо додирнули стакленом шипком, а другу ебонитном оне ће се привући али се после неће више одбијати и биће свакако неутралне.

Сва тела кад се наелектришу понашају се или као стакло или као смола. Према томе разликујемо две врсте електрицитета: СТАКЛЕНИ и СМОЛАНИ Први се још назива позитивни (+), а негативни (−) електрицитет Међутим показује се да исто тело може бити наелектрисано час позитивним а час негативним електрицитетом према природи супстанције којом га трљамо. Тако нпр.: стакло може бити и негативно

наелектрисано ако га таремо лисичијим репом. Као стално може - узети ово правило: Кадгод се тело таре истом материјом и при једна ким приликама увек узима исту врсту електрицитета.

4. СПРОВОДНИЦИ И ИЗОЛАТОРИ. Кад бисмо узели једну шипку од метала и покушамо да је наелектришемо држећи је непосредно руком, видећемо да се у шипци неће моћи констатовати електрицитет. У са мој ствари електрицитет је и овде произведен, али га метал кроз на ше тело спроводи у земљу. Ако пак металну шипку насадимо на стаклену па је онда таремо, произведени електрицитетом остаће у металу, јер га стакленим неће моћи спровести. Према томе, види се да нека тела спровод добро електрицитет а друга не спроводи. Прва се тела називају спроводници, а последња изолатори. Међутим, не може се поставити са свим строга разлика између спроводника и изолатора, јер као год што нема тела, кроз која би се електрицитет могао сасвим слободно кретати, исто тако нема изолатора (изузев можда Етар и суве гасове) који мање или више не спроводе електрицитет.

Према степену спровођења разликују се:

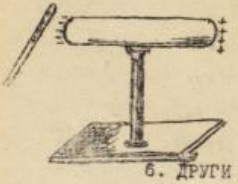
Добри спроводници:	Умерени добри:
Сребро	Угљен
бакар	Киселине
Злато	соли растворе
Цинак	морска вода
Платина	влажна земља
Гвожђе	Плоуспроводници:
Олово	Човечије тело
Жива	пламен, памук
бизмут	вода, сухо дрво
	платно, мермер.

Изолатори	
разна уља	смоле
порцелан	шелак
свила	ебонит
сумпор	сух ваздух

Стакло.- Што се тиче стаклета оно не мора бити увек добар изолатор па ма било суво или загрејано, код њега моћ изоловања и спровођења зависи од хемиског састава

5. ИНФЛУЕНТНИ ЕЛЕКТРИЦИТЕТ: ЕЛЕКТРОМОТОРНЕ И ПОНДЕРОМОТОРСКЕ СИЛЕ. Електрицитет се може изазвати не само трењем већ и другим начинима. Тако нпр. ако тело које није наелектрисано дође у близину наелектрисаног тела, онда ће се и прво тело наелектрисати ИНФЛУЕНЦИЈОМ, т.ј. утицајем наелектрисаног тела. Ми узимамо да се у сваком телу находе измешане обе врсте електрицитета. Ако таквоме телу принесемо наелектрисану шипку А (сл. 2) она ће раздвојити електрицитете (+) од ( ), привући ће себи супротан а одбити истоимени. Ако измакнемо шипку електрицитет ће се опет измешати. Овај електрицитет, који се находи у шипци А назива се слободан, а електрицитет на телу ( ) назива се везан. Дакле, само приближивањем шипке може се изазвати у извесном неутралном телу електричне силе. Ако је тело тешко и не може се кретати онда се обадве силе зову електромоторске. Ако ли ми шипку примакнемо каквом лаком телу. нпр. кугли од зове, онда ће се куглица не само наелектрисати већ се и кретати. Сваке сиде (pondus, ponderis = тежина). Кад примакнемо наелектрисану шипку каквом телу, онда видимо да електрицитет шипке учини извесну поделу електрицитета, једну врсту (нпр.-) привуче себи, а другу (+) одбије (сл. 3). Овај позитивни електрицитет сад није везан и ми га можемо одвести у земљу. просто додирнувши тај крај прстом. Уклонимо ли шипку онда ће негативан електрицитет остати слободан и ротуриће се по целом телу. Тим начином, дакле, можемо тело наелектрисати оном врстом електрицитета каква нам је потребна. Ако желимо позитиван електрицитет онда ћемо узети ебонитну шипку место стаклене.





6. ДРУГИ ИЗВОРИ ЕЛЕКТРИЦИТЕТА.- Напоменули смо већ да се електрицитет може изазвати не само трењем, већ и на многе друге начине. Тако нпр. притиском, ударом, цепањем, торзиом и другим механичким радовима тела се наелектришу. И разни физички узроци могу произвести електрицитет. Тако нпр. ако усијамо платинску жицу приметићемо да ће околни ваздух бити нае

електрисан; сунчани зрак, који прође кроз горски кристал изазваће у њему електрицитет. Видећемо у које време како се електрицитет производи хемиским дејством. Као опште правило можемо поставити, да се електрицитет производи у само оном случају, кад се на тело изврши каква магнетска промена.

7. ГУБЉЕЊЕ ЕЛЕКТРИЦИТЕТА СА СПРОВОДНИКОМ.

Кад се неко тело нађе слободно са извесном количином електрицитета, оно ће временом губити тај свој електрицитет. Има разних узрока губљењу. Најважнији је тај што је тело у додиру с ваздухом и околним слојеви ваздуха наелектрисаће се, истоимаником електрицитетом услед додира. Пошто се једнако наелектрисана тела одбијају, то ће и ови слојеви бити одбијени одневши собом извесну количину електрицитета а на њихово место доћиће други који ће се исто тако наелектрисати, бити одбијен итд. У влажном ваздуху се ово губљење убрзава. - Коефициентом губљења називамо ону количину електрицитета која се изгуби у једној јединици времена са јединице површине. Кад знамо коефициенат губљења можемо израчунати после кога ће времена неко тело изгубити сав свој електрицитет и постати наелектрисано. Уколико је површина неког спроводника углачанија у толико је губљење теже.

8. Потенциал у опште и електрични потенцијал. - Електрично поље. Знамо још из раније да свака маса која може да привлачи или одбија ствара око себе извесна поља привлачења, у којима може деловати. Исто тако свака електрична тачка ствара око себе извесно поље, у коме се простиру линије електричних сила. Ако је тачка електрисана позитивно, онда ће сила излазити из тачке у простор (сл 4.). Ако ли је тачка наелектрисана негативно, онда ће силе утицати у саму тачку (вид сл. 5).



сл. 4

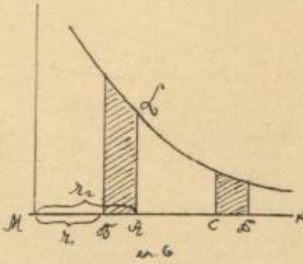


сл. 5.

После основних појмова о електрицитету потребно је да испитамо однос између електрицитета и осталих сила нпр.: гравитације.

Кад нека маса (m_1) привлачи или одбија другу неку масу (m_2) онда док маса m_2 пређе известан пут приближивши се или удаливши се од масе m_1 мораће извршити извесан рад. Тај рад назива се у опште

потенцијал. Потребно је да дамо сад известан израз за потенцијал. стога ћемо прво посматрати потенцијал код гравитационих сила. - Узмимо да је M (сл. 6) средиште земљино. Тело које пада ка Средишту мора вршити ра



сл. 6

Тај рад све је већи. у колико се те тело приближује средишту M. С тога ако графички претставимо извршене ра дове онда ће се Сила (крива) δ, која једне стране граничи површина што представљају рад, све вишеуња вати од осовине X, у колико се т будемо приближили средишту. [illegible] Ако једно страно оранице површинског продолазе [illegible] Ако бисмо тра жили апсолутну количину рада, коју изврши јединица масе падајући из бескрајности до ма које тачке ($A, C, \dots$) онда би то у умем смислу потенција за ту тачку.

Узмимо сад да се у тачки A налази маса m, и да се та ма са кренула доцавши у B. Да видимо колики је рад извршила. Маса земље M и маса тела m привлачиће се по Њутновом закону.

Ако са r_1 означимо одстојање MB а са r_2 одстојање MA онда је привлачна снага у B: $p_1 = \frac{Mm}{r_1^2}$

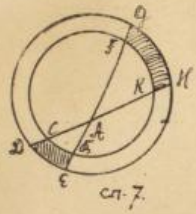
Знамо да је рад раван сили умноженој са пређеним путем. Према томе ако се маса m кретала од тачке A до M извршила би рад $R_2 = \frac{Mm}{r_2^2} r_2$. Ако би се пак иста маса кретала од тачке B до M извршила би рад $R_1 = \frac{Mm}{r_1^2} r_1$ Ако нам је потребна разлика свих редова sr.j рад који маса m изврши прешавши из A у B Ако ту разлику означимо са V имаћемо $V = R_2 - R_1 = \frac{Mm}{r_2^2} \cdot r_2 - \frac{Mm}{r_1^2} r_1 = Mm\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)$.

Ова би била потенцијална разлика за две тачке. Ако бисмо узели да се маса кретала из бескрајности до B онда би било $r_2 = \infty$ и одсечна тачка: $V = \frac{Mm}{r_1}$ За одбијање маса имали бисмо исти израз, само би дошао знак +. На основу тога можемо у опште да [illegible] $V = \pm \frac{Mm}{r}$. Своје математички израз за потен

цијал управно сразмеран масама а обрнуто сразмеран првом степену одстојања.

Да видимо како се могу извести ~~извођени~~ задаци за потенцијал.

1. Нека нам је дата шупља кугла па се тражи потенцијал тачке A која је у кугли. Сматраћемо да тачку A привлачи с једне стране маса $BCDE$ а с друге стране маса $FGHK$. Према Њутновом закону привлачења су сразмерна масама и обрнуто квадратима одстојања (сл. 7) $(BCDE):(FGHK)=AB^2:AG^2$.

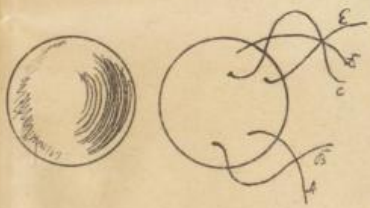


сл. 7.

Привлачење би опало са квадратом одстојања али опет површина маса расте са квадратом одстојања, те ће према томе привлачење остати исто, па ма где у унутрашности кугле била тачка A. Дакле пошто видимо да две масе $BCDE$ и $FGHK$ дејствују супротним смислом, то ће се оне поништити и тачка A неће вршити никакав рад.

2. АКО ИМАМО ДВЕ ЉУСКЕ ПА ТРАЖИМО ПОТЕНЦИЈАЛ ЗА ЊИХ.

Замислимо да се љуска II (сл.8) ротула у најситније делиће и да су ови отишли у бесконачност. Рад који се при том буде извршио

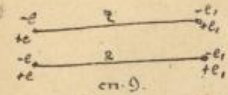


представља потенцијал целе љуске II, јер ми можемо замислити да су се масе састале из бесконачности у ту љуску. Масе су се могле кретати ким било путем (A,B,C - - - -) оне су све ипак извршиле исти рад, јер се налазе на површини кугле, за коју знамо из раније да свака њена тачка има исти потенцијал, да је то дакле ЕКВИПОТЕНЦИЈАЛНА ПОВРШИНА (видиг део стр. ~~100~~ 6). што важи за љуску II, то исто и за љуску I. Рад који изврши маса љуске II, док из бесконачности дође у положај горе изведени према љуски I, исти је који изврши и маса љуске I, док дође из бесконачности у положај, који има љуска I према љуски II. Стога изводимо да љуске I и II имају једна према другој исти потенцијал.

ЕЛЕКТРИЧНИ ПОТЕНЦИЈАЛ. - Видели смо да је потенцијал представљен изразом $V=-\frac{Mm}{r}$. Ако место масе M и m узмемо електричне масе e и e_1, онда ћемо добити израз за електрични потенцијал $V=-\frac{e.e_1}{r}$. Ако имамо такве електричне масе, које се одбијају, V ће

имамо $+e_1 + e_2$, $+e_1 - e_2 = -e_2$, онда ће потенцијал задржати НЕГАТИВНИ ЗНАК. Ако ли пак имамо масе, које се привлаче $+e_1 - e_2 = -e_2$, $-e_1 + e_2$, онда ће потенцијал добити ПОЗИТИВАН ЗНАК. Узмимо да је $e_1 = 1$ тада ће потенцијал бити $V = \frac{e}{2}$. Ако су пак обадве количине e_1, e_2 равне јединици тада $V = \frac{1}{2}$ 1.1. обрнуто сразмеран са одстојањем.

Да видимо сада шта ће бити с потенцијалом кад се електричне масе одбијају а шта кад се исте привлаче. За случај одбијања имамо $V = \frac{e_1 e_2}{2}$ у колико ч расте у толико количник $\frac{e_1 e_2}{2}$ опада, то јест негативна количина $\frac{e_1 e_2}{2}$ расте. Дакле у овом се случају иде од нижег потенцијала вишем. Ако имамо разноимене електричне масе, које се привлаче, онда је $V = \frac{e_1 - e_2}{2}$ у колико је ? мање у толико израсте. Из тога излази правило: Било да се електричне масе одбијају, било да се привлаче, електрични потенцијал увек иде однижега ка вишем



сл. 9.

9. ЗАКОН ПРИВЛАЧЕЊА И ОДБИЈАЊА ЕЛЕКТРИЧНИХ МАСА.

Напавши посматрањем електричних привлачења и одбијања дошло се до закона: електрично привлачење или одбијање управо је сразмерно електричним масама, обрнуто сразмерно са квадратом одстојања. Ако изразимо математички овај закон имаћемо: $p = \pm \frac{e_1 e_2}{2^2}$ Из израза се види да је привлачење електричних маса исто као и привлачење магнетичких маса или као гравитацијом привлачење пондерабилних маса. Овај се закон може оверити Кулоновом вагом, о којој је већ било говорено код магнетизма.

10. Јединице електричног привлачења. Да би могли мерити привлачење, које нам је дато изразом $p = \pm \frac{e_1 e_2}{2}$ треба да изберемо какву јединицу за мерење привлачења. У физици имамо две јединице за то мерење; једна је електростатичка јединица, а друга која се чешће употребљава јесте практична јединица или КУЛОН(*Coulomb*) Ако узмемо две једнаке електричне масе које се привлаче тако да једна другој у јединици времена може да даде убрзање = 1 то јест ако се привлаче једнаком снагом онда имамо електростатичку јединицу која је по својој вредности равна једном ДИНУ. Пошто је ова јединица врло мала, то је за практику узета јединица КУЛОН која према електростатичкој јединици стоји у оваквом одстојању: 1 Кулон = 3,10 електростатичких јединица.

12. Графичко представљање електричних привлачења и потенцијала. Ако узмемо две електричне масе али такве да је $e_1 = e_2 = 1$

онда ће израз за привлачење бити $P = \frac{1}{r^2}$ а израз за потенцијал $V = \frac{1}{r}$. Ако за r узмемо разне вредности то ће се и линије које графички представљају $P = \frac{1}{r^2}$ разликовати између себе. За $r = 1$ имамо $P = 1$ и $V = 1$, дакле кроз тачку A пролазиће и линија привлачних сила и линије потенцијала. За $r = 2$ имамо $P = \frac{1}{4}$, $V = \frac{1}{2}$ линија P пролази кроз тачку C, а линија V кроз $\mathcal{B}$ прва ће дакле бити више привучена к осовини. За $r = 3$, $P = \frac{1}{9}$, $V = \frac{1}{3}$. Ако је $r = \frac{1}{2}$, тада је $V = 2$, а $P = 4$, линија V пролазиће кроз тачку $\mathcal{D}$ а линија P кроз тачку $\mathcal{E}$; дакле линија V више је привучена у осовини. Из ове диску. сије видимо да је негде већи потенцијал, а негде привлачна снага. само у тачки A, где се линије сила и потенцијала секу и потенцијал и привлачна снага равни су јединици, дакле једнаки су међу собом.

12. ЕЛЕКТРИЧНО ПОЉЕ. Већ смо споменули шта се назива и разуме под електричним пољем, то јест то је онај простор у коме дејствују електричне силе које полазе од извесних маха сад ћемо ући у детаље. Ми ћемо проучити два случаја: прво: кад имамо 1 електричну масу и друге кад имамо 2 електричне масе.

а) Замислимо да имамо изоловану једну електричну масу, један електричан пол, која може привлачити или одбијати. Око тога пола об разоваће се поље, у коме ће дејствовати такође силе. Могло би се узети да се тако поље простире до бесконачности, али ипак на већој даљини дејство тако остати да се поље може сматрати као о г р а н и ч е н о Ако тражимо потенцијал за тачке на једном одстојању, видећемо да ће бити различан. Све површине, чије све тачке имају исти потенцијал зову се еквипотенцијалне или Нивоске површине, т.ј. површине једнаког потенцијала. Пошто у овом случају једнак потенцијал имају тачке, које подједнако одстоје од пола ће еквипотенцијалне површине за један пол бити концентричне лопте


Сл. 9.

Сл. 10.

Ако пол e привлачи или одбија извесну тачку и замислимо да та тачка у свом кретању оставља траг. онда се такви трагови зову линије сила. Ако пол e одбија, онда линије сила полазе из пола па иду дивергентно: ако ли пак пол привлачи онда се линије сила стичу концентрично

у самом полу. Пошто можемо узети да се линије сила поклапају с ма којим по дупречником еквипотенцијалне површине, то излази да су линије сила управне на еквипотенцијалним површинама. Према густини линија сила судимо о ин тензитету електричног поља. Ако су линије сила збијене онда се на мало већем одстојању може узети да теку паралелно и онда се поље назива Хомогено у противном случају кад немамо паралелне линије сила, поље се назива хетерогено.

За мерење потенцијала употребљава се јединица Volt која износи $\frac{1}{300}$ део електростатичке јединице. Ако бисмо желели да нађемо еквипотенцијалне површине за следеће потенцијле: V_s 400, 350, 300, 250, 200, 150 100 волти – онда ћемо овако поступати. Ако горње потенцијале изразимо у електростатичким јединицама имаћемо: $\frac{400}{300} = \frac{4}{3}$; $\frac{350}{300} = \frac{7}{6}$, $\frac{250}{300} = \frac{5}{6}$, $\frac{200}{300} = \frac{2}{3}$; $\frac{150}{300} = \frac{1}{2}$ и $\frac{100}{300} = \frac{1}{3}$. Из обрасца $v = \frac{1}{r}$ можемо израчунати r полупречник еквипотенцијалних површина $r = \frac{1}{v}$ Стављајући редом вредности за

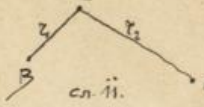
$r_1 = \frac{3}{4} = 0,75$ $r_4 = \frac{6}{5} = 1,20$

$r_3 = \frac{6}{7} = 0,86$ $r_5 = \frac{3}{2} = 1,5$

$r_3 = 1 = 1,00$ $r_6 = \frac{3}{1} = 3,0$ $r_7 = \frac{3}{1} = 3,0$.

Кад овим полупречницима опишемо лопте (сл. 10), добићемо еквипотенцијалне површине за тражене потенцијале.

в). Узмимо сад два електрична поља и потражимо еквипотенцијалне површине и линије сила. Тачке А и В (сл. 11) нека имају у себи по јединицу поларног електрицитета. Тачка С која лежи у пољу биће привлачена (или одбијена) и од тачке А и од В само са разном јачином према величини растојања. Она ће се кретати резултантом сила. које долазе из А и В. Знамо да је карактеристика сваке еквипотенцијалне површине, да $v = \frac{1}{r} = const.$ т.ј. стално. Али овде имамо два одстојања r_1 и r_2. Образац за потенцијал зависи и од једног и од другог.- Једначина за еквипотенцијалну површину биће. $v = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = const.$ Свака тачка еквипотенцијалне површине задовољи ће исту једначину.



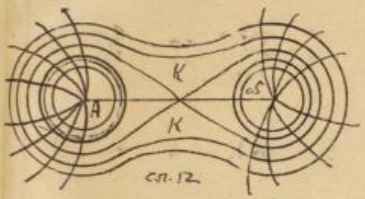
сл. 11.

Узмимо сад да се траже еквипотенцијалне површине од 400, 350 300, 250, и 200 волта, или ако то изразимо у γ еквистатичким јединицама

онда ће бити:

$\frac{400}{300} = \frac{4}{3}$, $\frac{350}{300} = \frac{7}{6}$, $\frac{300}{300} = 1$, $\frac{250}{300} = \frac{5}{6}$, $\frac{200}{300} = \frac{2}{3}$ E.C.S.

(електростатичка јединица) Еквипотенцијалне површине за 300 волти биће дате једначином $\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{1}{3}$. Узмимо да r_1 одстојање од тачака A и B (сл. 12). у којима се налазе електричне масе, износи 4 см., онда можемо одговарајуће вредности за r_2 из израчунати из једначине: $\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{1}{3}$, $r_1 \cdot r_2 = 4$. Узмимо ову серију израчунатих вредности:



сл. 12

ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
БЕОГРАД

I	$r_1 =$ 0,89	$r_2 =$ 4,80
II	$r_1 =$ 0,90	$r_2 =$ 4,50
III	$r_1 =$ 0,95	$r_2 =$ 3,80
IV	$r_1 =$ 1,00	$r_2 =$ 3,00

Ако ове вредности узмемо у мастар и пренесемо из тачке A и B добићемо тачке I, II, III, IV, V и VI, које кад састављамо добијамо екипотенцијалне површине од 400 волти. Те површине нису кугле али су кугласа сличне.

За $V =$ 350 Volt имаћемо серију вредности:

I	$r_1 =$ 1,03	$r_2 =$ 5,03
II	$r_1 =$ 1,10	$r_2 =$ 3,88
III	$r_1 =$ 1,20	$r_2 =$ 3,00
IV	$r_1 =$ 1,24	$r_2 =$ 2,76

ако преносимо добићемо другу еквипотенцијалну површину од 350 Volt-а која ће се такође разликовати од лопте.

За $V =$ 300 Volt-a имаћемо ову серију вредности:

I	$r_1 =$ 1,24	$r_2 =$ 5,24
II	$r_1 =$ 1,40	$r_2 =$ 3,50
III	$r_1 =$ 1,60	$r_2 =$ 2,67
IV	$r_1 =$ 1,80	$r_2 =$ 2,25
V	$r_1 =$ 2,00	$r_2 =$ 2,00

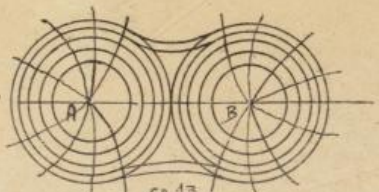
У овом случају еквипотенцијалне површине додириваће се на сре-

За $V = 250$ Volt-a добићемо ову серију:

I $r_1 = 1{,}53$	$r_2 = 5{,}53$
II $r_1 = 1{,}70$	$r_2 = 4{,}03$
III $r_1 = 1{,}90$	$r_2 = 3{,}25$
IV $r_1 = 2{,}00$	$r_2 = 3{,}00$
V $r_1 = 2{,}20$	$r_2 = 2{,}64$
VI $r_1 = 2{,}40$	$r_2 = 2{,}40$

Ако сад овим векторима нацртамо еквипотенцијалне површине, онда ће се обе површине спојити тако да ће пресек такве површине с једном равни бити л е м н и с к а т а (к).

Као што смо израчунавали еквипотенцијалне површине до сада, могли бисмо и даље продужити за 200, 150, 100 и.т.д. Volt-a и даље бисмо добијали лемнискате тако, да електрично поље изгледа као што је представљено у слици 12. Ако повучемо у пољу још и линије сила, које као што знамо морају бити управне на еквипотенцијалним површинама (према томе биће криве линије), онда ћемо имати потпуну слику једног електричног поља. Може се узети да полови A и B нису исте јачине. Ако је B $= \frac{1}{4}$ A, онда једначина еквипотенцијалне површине биће $V = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{2r_2} = \text{const.}$

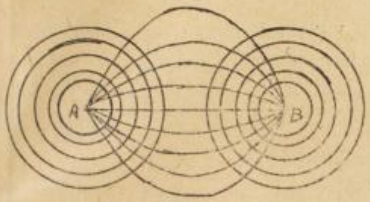


сл. 13.

Ако опет по познатом упутству нацртамо еквипотенцијалне површине онда ћемо добити поље какво је представљено на слици 13.

Пустимо да B сасвим опадне и буде равно нули тада ће се еквипотенцијалне површине претворити сасвим у лопте, линије сила биће праве, као што смо то већ видели код случаја са једним полом.

Ако би пол B опадао још више, дакле постојао негативан, онда би се једначина еквипотенцијалних површина $V = \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} = \text{const.}$ претворила у једначину $V = \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} = \text{const.}$ Према томе еквипотенцијалне површине изгледаће друкчије. Ако оба пола буду једнака, дакле ако имамо $+e$ и $-e$ у том случају линије сила изгледаће као што је представљено на слици 14, а то електрично поље исто је као и магнетско у случају кад имамо оба пола северни и јужни. Кад бисмо желели да одредимо електрично поље кад имамо више полова посао би био много тежи ми ћемо



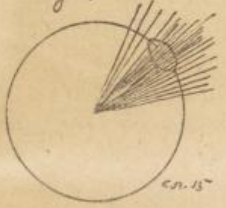
сл. 14

само рећи да у том случају је једначина еквипотенцијалних површи на изгледа овако:

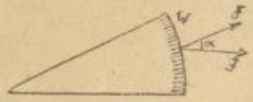
$$V = \frac{1}{2_1} + \frac{1}{2_2} + \frac{1}{2_3} + \cdots \cdots \frac{1}{2_n}$$

ЕЛЕКТРИЧНО СТРУЈАЊЕ. Гаусова теорема. Узмимо да из једног електричног поља полази серија електричних сила. које иду или дивергентно или конвергентно. Ако сада на једној еквипотенцијалној површини посматрано један мали елеменат по-

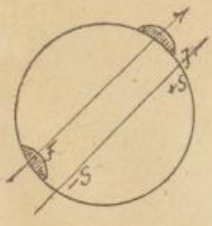
површине W (сл 15.) кроз који пролази известан број сила F онда елеменат помножен овим бројем F даје нам тако звано електрично струјање (Kraftflußzung) $W = F \cdot S$ које нам служи на то да можемо мерити јачину елемента. Ако елеменат остаје исте величине а број линија опада или расте. Онај елеменат који има већи број линија има и јачи интензитет. Ако се деси да линије сила не стоје управо на површини елемента (сл 16). онда се за струјање узима пројекција као и за рад. Према томе биће $S = W \cdot F \cdot \cos\alpha$ где α значи угао који резултанта сила заклапа с нормалом F_n, струјање може бити и позитивно и негативно. Позитивно је у оном случају кад линије сила иду од површине на поље. а негативно кад силе иду од површине унутра. Ако се електрична тачка налази изван површине (сл 17.) онда имамо оба струјања: позитивно и негативно. Та два струјања су једнака. само се разликују по знаку. због тога ће се поништавати. Кад је дакле, електрична тачка ван површине онда је струјање равно нули. Сасвим је други случај ако је електрична т



сл. 15

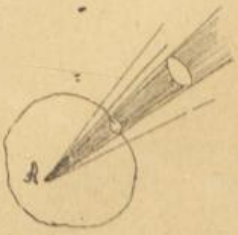


сл. 16



сл. 17

у унутрашњости (сл. 18.). Ту обадва струјања или излазе од површ
напоље или иду од површине унутра, оба су истога знака, дакле, сабирају
се. Ако је површина површине $\zeta=1$, онда ће целокупно струјање бит
$S = 4\pi F$.
Или ако место линија сила узмемо целокупну количину електрицитета q која се налази у унутрашњости кугле, онда је $S = 4\pi q$. Ово се зове Гаусова теорема.



сл. 19.

14. ЕЛЕКТРИЧНЕ ЦЕВИ. Кулонова теорема.

Ако нацртамо макакву површину из које избијају линије сила (сл. 19), онда можемо замислити један конус (или какво други простран облик) који ће бити ограничен са свих страна линијама сила, дакле добићемо једну ~~површину~~ коничну, цилиндричну или какву цев, која се назива електрична цев. Интензитет струјања једне електричне цеви може се одредити по тзв. кулоновој теореми. На (сл. 20) цилиндричну цев, чији пресек представља један елемент површине ω. По Гаусовој теореми имамо да је: $S = F \cdot \omega = 4\pi q$



сл. 20.

Ако са σ (сигма) означимо густину електрицитета, онда је $q = \omega \cdot \sigma$. Кад замени q имаћемо $F\omega = 4\pi\omega\cdot\sigma$ или $F = 4\pi\sigma$ дакле: ~~Ако~~ Интензитет струјања раван је густини електрицитета на извесном елементу површине помноженом са 4π. Ово се назива кулонова теорема. Кад једна електрична цев пође из једне површине и удари на другу, она ће на овој исећи известан део. Био тај елемент већи или мањи од првог, он се назива одговарајући елеменат (сл. 20). Елеменат II јесте одговарајући елементу I.

16. ГУСТИНА ЕЛЕКТРИЦИТЕТА

Да видимо сад на који ћемо начин моћи израчунати густину електрицитета на ма којем елементу површине.

Замислимо најпре да имамо лопту од полупречника $r=1$ онда је површина такве лопте равна 4π. На лопти нека се налази количина електрицитета Q.

Под густином се разуме она количина електрицитета, која долази на јединицу површине, па према томе биће $\sigma = \frac{Q}{4\pi}$. Ако је полупречник различан од јединице, онда имамо $\sigma = \frac{Q}{4\pi r^2}$. Из овога се образца види да је густина управо сразмерна са целокупном количином електрицитета, која се у телу налази а обрнуто сразмерна са квадратом полупречника.

На основу горњег обрасца можемо израчунати и на ма којем елементу површине, пошто сваки елеменат можемо сматрати као део једне кугле.

Из обрасца $\sigma = \frac{Q}{4\pi r^2}$ излази да уколико је r веће, утолико је густина електрицитета мања и обрнуто. Према томе сви елементи површина који имају мали полупречник, имаће велику густину електрицитета. Пошто се за један шиљак може узети да му је полупречник крајње бесконачно мали, то излази да је на шиљцима густина електрицитета, такорећи бесконачно велика. Због тога се електрицитет неће моћи одржати на тим шиљцима, већ ће истицати у ваздух.



Сл. 21

16. ПРОВОДНИЦИ. – Казали смо да у погледу спровођења електрицитета разна тела различито се понашају. Сад ћемо се задржати код спровођника. Ако узмемо неколико једнаких кугала од разних спроводника гвожђа, бакра, сребра и.т.д. па их напунимо електрицитетом, то ћемо помоћу куполне ваге моћи констатовати да ће сви ови спроводници имати у себи исте количине електрицитета. Према томе количина електрицитета не зависи ниукоји ко од облика и величине спроводника. Ако узмемо једну масивну и једну шупљу кугле исте величине па их пунимо електрицитетом, констатоваћемо да ће примити у себи исте количине електрицитета из чега изводимо да се електрицитет скупља само по површини и да се не простире у унутрашност некога тела.

Ако је један спроводник сасвим слободан онда се његово стање назива нормално. Међутим ако се телу приближи какво друго, које може утицати на њега одмах ће се његово поље изменити, линије сила биће другачије; стање, дакле, није нормално. Али чим се уклони тело, које је изазвало поремећај, повратиће се опет нормално стање. Из овога следује да се електрицитет у спроводницима налази у стабилној равнотежи. Положај му се може и изменити утицајем страних сила, али чим силе престану, враћа се опет у нормални, првобитни положај.

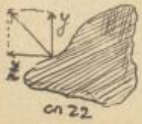
Макаква била површина спроводника, она је сва пуна електрицитета. Истина негде га има више негде мање, али ипак негде није количина равна нули.

Електричне силе у неком спроводнику стоје управно на површину његову. Кад то не би био случај, онда морамо силу разложити на 2 компоненте, једну нормалну (y) и једну, која лежи у самој површини (Z) сл.22. Сила Z кретаће (одвлачиће) електрицитет са те површине и док год она не буде равна нули, не може наступити равнотежни положај електрицитета на спроводнику. Сличну ствар видели смо у хидростатици, где такође вода није могла заузети равнотежни положај, док год хоризонтална компонента није била равна нули (~~као стр. 135~~). Дакле, за равнотежни распоред електрицитета важи исти закон као и за равнотежу течности.

Количина електрицитета на једном спроводнику може бити различита али ипак распоред електрицитета остаће увек исти. Дакле апсолутна количина електрицитета ни мало не утиче на распоред.

17. Понашање електрицитета на кружној плочи и спроводницима другога облика.-

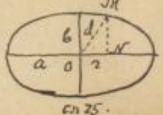
Ако имамо једну плочу кружног облика, онда ћемо густину електрицитета наћи на познатом обрасцу $\sigma = \frac{Q}{4r^2\sqrt{}}$. У колико је ℓ веће, у толико је густина мања. Пошто је за равну површину имамо $\ell = \infty$ то ће по средини плоче имати врло мало електрицитета. На сл. 23 имамо пресек једне плоче, испрекиданим цртицама представљена је количина електрицитета на разним местима плоче.



сл 22


сл 23.

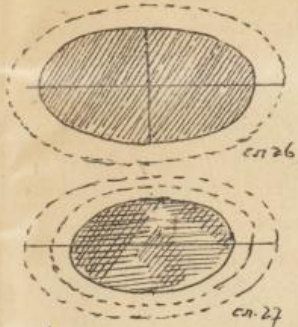

сл.24.



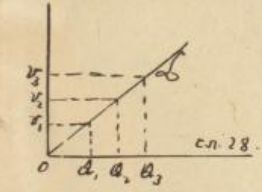
сл 25.

Ако једну сваку плочу савијемо: онда све веће и веће количине електрицитета ће прелазе на напуњену страну (сл. 24.). Напоследку од плоче направимо лопту, сва ће количина електрицитета бити на спољној страни. Узмимо сад да тражимо распоред електрицитата на једном елипсоиду (сл. 25.). Означимо велику полуосу, са a малу полуосу са b а пројекцију одстојања од средишта неког елемента површине, коме тражимо густину (σ) са z. Онда ће густина бити одређена овим образцима: $\sigma = \frac{Q}{4\pi a} \cdot \frac{1}{a^2-(a^2-b^2)z^2}$ или ако a^2-b^2 заменимо са e^2 имамо: $\sigma = \frac{Q}{4\pi a} \cdot \frac{1}{a^2-e^2z^2}$. Ако је елипсоид постао окретањем око мале полуосе (b), онда би образац за густину изгледао овако: $\sigma = \frac{Q}{4\pi b} \cdot \frac{1}{a^2-e^2z^2}$

Да бисмо добили слику распореда електрицитета на једном елипсоиду, потребно је да нацртамо хомотетични елипсоид. То ћемо учинити тако што ћемо a и b продужимо за $\frac{1}{10}$ део његове дужине па онда у тој размери (1:10) продужујемо и све остале векторе. На тај начин добијамо слични елипсоид, који нам представља распоред електрицитета. Из сл. 26. види се да електрицитета највише има на његовим крајевима а најмање на спљоштеном делу. У колико је елипсоид спљоштенији толико је разлика у распореду већа. Ако је $a=b$ распоред електрицитета је свуда једнак, т.ј. имамо случај код кугле.


сл. 26

сл. 27



сл. 28

18. ЕЛЕКТРИЧНИ КАПАЦИТЕТ - један спроводник може да прими извесну количину електрицитета и тиме добије извесан потенцијал. Ако унесемо још електрицитета образоваће се по површини још један слој и потенцијал ће порасти (сл. 27). У колико је већа количина електрицитета, у толико расте и потенцијал. Ми ћемо тражити однос између количине електрицитета и потенцијала. Ако то графички (сл. 28) пренесемо по X-оси количине електрицитета Q_1, Q_2, Q_3 а по Y-носи потенцијал V_1 V_2 V_3 добићемо једну линију α која нам графички представља ре-

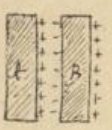
сење Однос између количине електрицитета и потенцијала назива се електрични капацитет спроводника $\frac{Q}{V}=C$, то је моћ примања електрицитета која је у стању да једном спроводнику попне потенцијал на један неке електричне мере (нпр. 1 волт).

Капацитет зависи од облика спроводника Тражи се, нпр. капацитет кугле. Израз за потенцијал код кугле биће $V=\frac{Q}{r}$ те је управно сразмеран са количином електрицитета, а обрнуто сразмеран са полупречником (што је полупречник већи кад количина електрицитета остаје иста, потенцијал је све мање и обратно). Кад V заменимо у израз за капацитет $C=\frac{Q}{V}$ добијамо $C=\frac{Q}{\frac{Q}{r}}=r$, $C=r$ ј.ј. Капацитет извесне лопте раван је полупречнику њеном. У колико је r веће, лопта ће моћи да прими већу количину капацитета, ј.ј. имаће већи капацитет. Из овога резоновања следује и ово $C_1 : C_2 : C_3 = r_1 : r_2 : r_3 \cdots$

Код сличних тела капацитети су сразмерни са полупречником кривина или у опште са димензијама тела.

За једну кружну плочу полупречника R капацитет је $C=0{,}637R$ дакле нешто мало више од половине капацитета оне лопте, која би била описана полупречником истим.

19. Кондензатори. У један спроводник можемо унети извесну количину електрицитета и тиме ће се попети његов потенцијал. Ако у поље овога спроводника унесемо други неутрални спроводник чију смо једну страну спојили са земљом то ће се услед индуенције развијати електрицитет у плочи B тако да ће позитиван отићи у земљу а негативан остати у плочи. Овај електрицитет везаће за себе извесну количину позитивног електрицитета плоче A, (сл. 29), те ће капацитет плоче A порасти, ј.ј. моћи ће да прими још електрицитета. Ово нагомилавање електрицитета на једном спроводнику назива се кондензација а справе које служе за ту цељ кондензатори. Плоча A назива се кондензатор а B кондензатор



Да видимо шта ће бити са потенцијалом код кондензатора B.

За макоју тачку на плочи A имамо $V=\frac{Q}{r}$ а за целу плочу потенцијал $V_1=\varepsilon\left(\frac{1}{r}\right)$. Ако је потенцијал V_1 док још нисмо плочу B унели у поље

плоче A. Кад пак унесемо као што смо већ напоменули, на плочи B раз
ће се две врсте електрицитета. Целокупни потенцијал, који је на тај
начин постао, биће: $V_1 = \varepsilon\left(\frac{Q_1}{r_1}\right) - \varepsilon\left(\frac{Q_2}{r_2}\right) + \varepsilon\left(\frac{Q_3}{r_3}\right)$ први члан је потенцијал плоче
A, други члан потенцијал негативног електрицитета плоче B, а трећи
члан потенцијал позитивног електрицитета плоче $\mathcal{B}$. Ако позитивни електри
цитет плоче $\mathcal{B}$ (сл. 29) спојимо са земљом, онда ће у горњем изразу от
пасти трећи члан те ће остати овако потенцијално стање $V_2 = \varepsilon\left(\frac{Q_1}{r_1}\right) - \varepsilon\left(\frac{Q_2}{r_2}\right)$

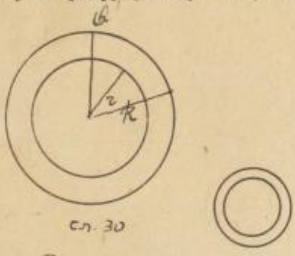
Кад упоредимо изразе V_1 и V_2 видимо да је потенцијал $V_2 < V_1$

Израз за електрични капацитет јесте: $C = \frac{Q}{V}$ пошто је у
овом случају V_1 остало то ће капацитет порасти т.ј. колектор A моћи ће
да прима још извесну количину електрицитета. Сад ова нова количина утиче
поново на кондензатор $\mathcal{B}$ разликује у њему негативан електрицитет од позитив
ног, позитиван се спроводи у земљу, услед чега поново опада потенцијал ко
лектора A те он сад може да прими још електрицитета и т. д. Но ово кон
денсовање има својих граница. Оно зависи од природе изолатора и дамне
A и $\mathcal{B}$.

20. ВРСТЕ КОНДЕНЗАТОРА.

У главном имамо три врсте разних конденсатора: сферни, плочасти и цилиндрични. Да видимо какви су капацитети код појединих конденсатора.

а). Сферни конденсатор добијамо, ако лопту полупречника r затворимо у другу неку лопту полупречника R утврдивши их једном шипком.



сл. 30

Ако у обема има иста количина електрицитета Q онда ће, према ономе што смо изнели за конденсаторе, бити потенцијално стање: $V = \left(\frac{Q}{r} - \frac{Q}{R}\right)$ или $V = Q\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right) = Q\frac{R-r}{rR}$ биће према томе:

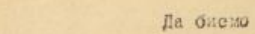
$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{Q\frac{R-r}{rR}} \quad ; \quad C = \frac{rR}{R-r}.$$

$R - r = \delta$ то је дебљина изолујућег слоја; ако је овај слој врло мали онда можемо написати $C = \frac{r}{\delta}$. Површина кугле $S = 4r^2\pi$ Ако у добивеном изразу за капацитет помножимо и бројитељ и именитељ са 4π онда имамо $C = \frac{4r^2\pi}{4\pi\delta} = \frac{S}{4\pi\delta}$ Ово је капацитет сферног конденсатора.

в). ПЛОЧАСТИ КОНДЕНЗАТОРИ.

Да бисмо израчунали капацитет ма којег кондензатора, узећемо у помоћ неке познате нам обрасце:

По Кулоновој теореми је $F = 4\pi\delta$ . . . . 1)



По Бутновом обрасцу је $F = \frac{Q}{2^2}$ . . . . 2)

Образац за потенцијал је $v = \frac{Q}{2}$ . . . . 3)

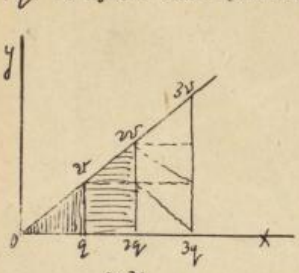
Са овим обрасцима извршићемо математичке операције. Кад се ово замени у једначини (2) добијени образац из једначине (2) $Q = v \cdot 2$ имамо: $F = \frac{v \cdot 2}{2^2} = \frac{v}{2} \cdot \frac{1}{2}$ Ако ово средимо по δ имаћемо $\delta = \frac{v}{4\pi 2}$ Ако место 2 (одстојање између површина плоча) стављамо δ имаћемо $\delta = \frac{v}{4\pi\delta}$ Онда је количина електрицитета $Q = S \cdot \delta$. Кад заменимо δ имаћемо $Q = \frac{S \cdot v}{4\pi\delta}$ Капацитет је $C = \frac{Q}{v} = \frac{S \cdot v}{4\pi\delta} = \frac{S}{4\pi\delta}$ Дакле био кондензатор сверан или развијен у равну плочу капацитет остаје исти. Ако би плоча била кружна, онда је $S = 2^2\pi$ и отуда је $C = \frac{2^2}{4\delta}$

с). ЦИЛИНДРИЧНИ КОНДЕНЗАТОР.

Пошто цилиндрични кондензатор стоји у средини између сверног и равног то ће и његов капацитет бити исти дакле имаћемо: $C = \frac{S}{4\pi\delta}$ Ако бисмо имали прав кружни цилиндар, чија је висина ℓ а полупречник 2 онда би се капацитет израчунао по овом обрасцу $C = \frac{\ell}{2\log}$

21. ЕЛЕКТРИЧНА ЕНЕРГИЈА.

Да видимо како се може представити електрична енергија или рад. Узећемо један кондензатор и пунити га малим количинама електрицитета (q) То пуњење биће графички представљено сликом 31. Ако унесемо у конденза тор количину електрицитета q одговарајући по тенцијал биће v а рад при томе биће представљен површином троугла. Oqv дакле имаћемо $S_1 = \frac{qv}{2}$ Ако унесемо још толику количину електрицитета q, потенцијал ће бити $2v$ а рад ће бити представљен трапезом $qv2q2v$ која је као што се из слике види трипут већи од троугла.- Према томе биће $S_2 = \frac{3qv}{2}$ истом резоновањем нашли бисмо да је $S_3 = \frac{5qv}{2}$ и т. д.



сл. 31

Ако све ове радове скупимо имаћемо израз за целокупан рад: $R = \varepsilon \frac{qv}{2}(1+1+\ldots n)$ збир у загради (као што се из алгебре зна) износи n^2 према то ме је $R = \frac{n^2 q v}{2} = \frac{nq \cdot nv}{2}$. nq је целокупна количина електрицитета Q. nv то је целокупни потенцијал према томе је

$$R = \frac{Qv}{2} \quad \ldots\ldots 1)$$

Ово је један образац за електрични рад или енергију. Ако из израза за електрични капацитет $C = \frac{Q}{v}$ израчунамо Q и заменимо у претходној једначини онда ћемо имати други облик израза за енергију: $R = \frac{Cv^2}{2}$ ... 2)

Овај нас израз опомиње на онај из механике $R = \frac{mv^2}{2}$, где је на место m (масе) дошло C (капацитет) и на место брзине дошло потенцијал.

Напослетку, имамо и трећи облик, који добијамо, кад у изразу (1. заменимо v његовом вредношћу $v = \frac{Q}{C}$. На тај начин добијамо : $R = \frac{Q^2}{2C}$ ... 3). Ако бисмо желели да израчунамо енергију кондензатора, на ма каквог облика он био, треба само у изразу (2. заменити C вредношћу коју смо раније нашли. Дакле, енергија кондензатора биће: $R = \frac{v^2}{2} \cdot \frac{S}{4\pi d}$.

22. ЛАЈДЕНСКА БОЦА

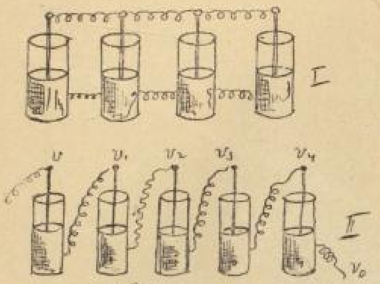
Један од најважнијих кондензатора јесте такозвана ЛАЈДЕНСКА БОЦА, коју су пронашли сасвим случајно у вароши Лајдницу. Једна обична флаша пуна воде држана је у руци и пуњена електрицитетом. Тиме је у самој ствари добивен један кондензатор, у флаши је нагомилан електрицитет, а на делу руке, који је додиривао флашу развијао се електрицитет супротног знака. Ова два електрицитета доведена су у везу и због тога се десила експлозија услед које је тело претрпело јак потрес. Кад је проучен овај случај почели су се правити кондензатори – лајденске боце. Код сваке лајденске боце имамо 1 цилиндричан суд (обично од стакла) који служи као изолатор 2 облоге од штаниола, једну спољашњу и једну унутрашњу. Унутрашња облога је у вези с металном шипком, која на врату са ме има 1 куглицу, која служи за довођење електрицитета. Спољна облога се држи рукама, те се индуенцом изазвани електрицитет, који је истога имена као и онај који доводимо из електрицитета остаје



сл. 32

ли се одмах у земљу. Из теорије о кондезаторима познато нам је, како ће заостали електрицитет споља\ње облоге утицати на унутрашњу повећавају јој капацитет: те ће се на тај начин електрицитет гомилати на унутра\шњој облази.

Ако имамо више лајденских боца па их спојимо, онда добијамо такозвану лајденску батерију. Ово спајање може бити извршено на два начина: спајање по количини и спајање по напону. У првом случају унутрашње облоге боце спојене су са унутрашњим, а спољна са спољашњом (сл33 I) На овај начин површина и унутрашње облоге и спољне увелича\на је n пута (ако имамо n боца)



сл. 33

те је сад услед тога и капацитет n пута већи. Ако је C био капацитет 1 боце, онда ће капацитет целе батерије бити $C = n \cdot c$ Да видимо шта је с енергијом у овом случају. Енергија 1 боце биће $R = \frac{v^2 c}{2}$. Кад смо спојили n боца онда је капацитет порастао n пута, али се потенцијал морамо смањити n пута, пошто је површина по\већана n пута. Из тога излази да енергија батерије неће бити већа од енергије 1 боце.

Да видимо сад други случај: спајање по напону. Ту је унутра\шња облоге једне боце споје са спољашњом облогом друге боце (сл. 33.II) На тај начин једна спољашње и једна унутрашња облога остају слобод\не. Резултат је овде друкчији. Пошто имамо по два потенцијала, то морамо у рачуне узети потенцијалске разлике. Према познатом односу између ко\личине електрицитета, капацитета и потенцијала, биће за прву боцу:

за I $Q_1 = c(v - v_1)$ $\quad c = \frac{Q}{v}$ $\quad c = \frac{Q_1}{v - v_1}$ $\quad n \cdot Q = C(v - v_0)$

" II $Q_2 = c(v_1 - v_2)$ $\quad Q = c \cdot v$ $\quad c = \frac{Q_2}{v_1 - v_2}$

" III $Q_3 = c(v_2 - v_3)$

— — — — — и т.д.

ако скупимо све ове количине имаћемо:

$$nQ = c(v - v_n)$$

ак са v_0 означимо последњи потенцијал, одатле: $Q = \frac{c}{n}(v - v_0)$

Ако бисмо спојили спољашњу облогу последње боце са земљом, онда V_0 би отпало те бисмо имали: $Q = \frac{C}{n} \cdot V$. Као што се из добивеног резултата види електрични капацитет овако је али је услед тога морао напон-потенцијал порасти. Кад год се тражи велики потенцијал (напон) онда се боце на II начин спајају.

Да видимо колика је енергија једног спајања.

$R = \frac{1}{2} \frac{C}{n} (n \cdot V)^2 = n \frac{CV^2}{2}$.

Дакле енергија боца, везаних по напону n пута је већа енергија боца везаних по количини.

Капацитет лајденске боце биће дат овим обрасцем $C = \frac{R \cdot 2}{J}$ где је R полупречник спољашње облоге, 2 полупречник унутрашње облоге а δ дебљина стаклета (изолатора). Али пошто се може узети да су R и 2 приближно једнаки, то ћемо имати: $C = \frac{2^2}{\delta}$ /

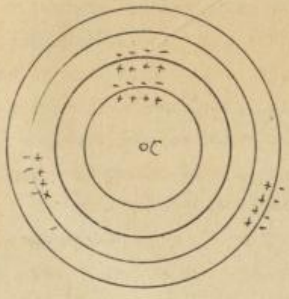
23. ДИЕЛЕКТРИЦИ.-

Она тела, која нимало не би проводила електрицитет, дакле која би била апсолутни изолатори називају се диелектрици. У самој ствари сем безваздушног простора немамо правих диелектрика, али ми замишљамо да се сваки изолатор састоји из 2 врсте молекила: једни су молекили спроводници, а други су апсолутни изолатори. Ови први молекили могу се наелектрисати индуенцом, па после и сами утицати индуктивно на молекуле другога неког спроводника и изоловати у њему електрицитет. На тај начин смо и могли код кондензатора кроз изолаторе без спровођења изазвати електрицитет на неком другом телу. Да видимо који су сада, молекили у неком телу спроводници, а који су диелектрици. Сама маса неког тела увек је у стању да се наелектрише, дакле молекули што сачињавају масу једу спроводници: спровођењу пак електрицитета сметају међупростори молекула који су испуњени етром дакле, молекули етра су апсолутни диелектрици. Код добрих спроводника, као што су рецимо, метали, молекули масе сабијају се међупростори молекулски веома су мали, те се услед тога електрицитет и може брзо да спроводи с једног краја на други. Код диелектричних тела молекули се не додирују и због тога се електрицитет врло споро преноси. Кад неки изолатор стоји дуже времена под утицајем електрицитета, онда се у њему нагомила извесна количина електрицитета и онда он постаје неупотребљив. Тако нпр. Парафин је у почетку добар изолатор, али дугом употребом када се у

ьему нагомила електрицитета он више није изолатор, нити га можемо испразнити док га не стопимо; дакле, у опште док не променимо агрегатно стање. Исто тако нпр. из лајденске боце не може се испразнити сав електрицитет, пошто се извесна количина накупи у стаклету и ту се задржава. Но о овој ствари говорићемо мало доцније.

24. ДИЕЛЕКТРИЧНА КОНСТАНТА.

Кад би се неко тело налазило у потпуно безваздушном простору, онда би за привлачење важио Бутнов образац: $f_0 = \frac{Q^2}{r^2}$ где је Q количина електрицитета једнога тела, количина другога тела равна јединици, а r је одстојање самих тела. Ако се овако тело са електрицитетом Q нађе у таквој маси, коју ми у обичном смислу називамо диелектричном (парафин ваздух. стакло) онда ће се електрично дејство простирати у лопастим позрима нама, које ће с једне стране имати знак + а с друге знак — (сл. 34.) т.ј. у оним молекулима диелектрума, за које смо говорили да су спроводници, биће индуенцом изазват електрицитет.



Ово електрисање појединих спроводних делова у диелектрикуму назива се диелектрична поларизација. Привлачење неће бити сада као и у идеалном диелектрикуму $f_0 = \frac{Q^2}{r^2}$ већ ће се јавити неко дејство, које ће слабити ово привлачење. Ако величину тога дејства означимо са q онда је прави образац за привлачење $f = \frac{Q-q}{r^2}$ Ако из Бутновог обрасца израчунамо r^2 и заменимо овде, добићемо образац за привлачење:

$$f = f_0 \cdot \frac{Q-q}{Q} = f_0\left(1 - \frac{q}{Q}\right)$$

дакле, нова привлачна снага равна је старој умноженој са извесном константом: $\frac{1}{K} = \left(1 - \frac{q}{Q}\right)$. Сва вредност $K = \frac{1}{1 - \frac{q}{Q}}$ назива се диелектрична константа. Ова константа је различна за разна тела. Дејство q може имати разне вредности, према природи самог диелектрикума. Ако је $q = 0$ онда нема диелектричног дејства, које слаби привлачење $f = f_0$, и онда имамо идеални диелектрик, чија је константа $K = 1$. За метале

је $\vartheta = \alpha$ тада је $\frac{1}{K} = 1 - \frac{\vartheta}{\alpha} = 0$ т.ј. $K \to \infty$ према томе је F_{co} и електрицитет се не може задржати већ се одмах спроводи.

Ево неколико цифара за диелектричне константе:

За безваздушни простор	K = 1
За стакло	K = 5,83-6,34.
За каучук	K = 2,22
За парафин	K = 2,46
За гутаперху	K = 2,46
За терпентин	K = 2,21
За сумпор	K = 3,84-4,77
За потролеум	K = 2,14
За шелак	K = 2,44
За со	K = 1,000946
За ваздух	K = 1,000590
За водоник	K = 1,000264

Видели смо да се ваздух, а нарочито водоник приближују идеалном диелектрикуму, пошто је вредност њихове константне врло мало већа од јединице.

Из овога што смо извели за диелектричну константу са Бутновим обрасцем излази да ће се сви остали обрасци, које смо до сада извели. као образац за капацитет, Кулонов, Гаусов и.т.д.у неколико изменити. т.ј. мораћемо их помножити са $\frac{1}{K}$ пошто свуда имамо посла са диелектрицима. Нпр. кад одређујемо Кулонов образац помоћу Кулонове ваге ми радимо на ваздуху. дакле у једном диелектрикуму. Кулонова теорема изгледаће тада: $F = \frac{1}{K} \frac{q_1 q_2}{r^2}$

Узмимо сад образац за капацитет $C = \frac{Q}{V}$. Пошто се V мења са променом диелектрикума то ће важити: $V_1 = V \cdot \frac{1}{K}$ тада ће бити: $C_1 = \frac{Q}{\frac{V}{K}} = K_1$ или $C_1 = K_1 C$ ..... (1. За други диелектрикум имали бисмо: $C_2 = K_2 \cdot C$ 2/

Кад поделимо једначину (2 са (1 имаћемо: $\frac{C_2}{C_1} = \frac{K_2 \cdot C}{K_1 \cdot C} = \frac{K_2}{K_1}$ дакле, капацитети спроводника обрнуто су сразмерни са диелектричним константама, јер у колико је C веће, у толико је и K веће, а то значи да је у толико диелектрична константа $\frac{1}{K}$ мања.

Ми смо већ (у чланку 18.) говорили да моћ кондензовања зависи од природе изолатора, ми пак видимо да у колико је изолатор бољи, у толико се више на неком кондензатору може накупити електрицитета.

Да видимо сад како можемо неком телу да одредимо диелект

константу.- Узећемо два једнака сферна кондензатора и то прво, да је код оба изолатора један исти, нпр.: безваздушни простор. Ова два изолатора зваћемо, и онда ако се у један унесе количина електрицитета Q, она ће се разделити на оба кондензатора по $\frac{Q}{2}$. Затим ћемо један кондензатор оставити са безваздушним простором, а други напунити оном диелектрикум коме одређујемо константу нпр,: парафином. Ако сад у први кондензатор унесемо унесемо извесну количину електрицитета Q, она ће се разделити и на другом кондензатору нећемо имати $\frac{Q}{2}$ већ $\frac{Q}{n}$, пошто зависи од материјала.

На првом кондензатору наћићемо овако стање:

$$Q_1 = Q - \frac{Q}{n} = Q\left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

На другом пак наћићемо: $Q_2 = \frac{Q}{n}$. Однос између ових количина, то је однос између њихових капацитета и константа, то јест:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{\frac{n-1}{n}}{\frac{1}{n}} = \frac{n-1}{n} \quad n = n-1$$

Треба одредити n тј. колики део електрицитета Q пређе на други кондензатор. Нпр,: ако је $n=3$, Онда је $\frac{Q_1}{Q_2} = 2$. Тај однос постоји за петролеум и безваздушни простор. Ако је $n=3,32$, онда је $\frac{Q_1}{Q_2} = 2,32$, и т. д. за пареафин и за безваздушни простор и т. д. На тај начин налази константу према коју хоћемо желе, на пример за парафин према ваздуху, за стакло према ваздуху и т. д.

25. ОСТАТАК ЕЛЕКТРИЦИТЕТА У КОНДЕНЗАТОРИМА. - РЕЗИДИЈУМ.

Ако имамо једну лајденску боцу, па опрљемо спољну и унутрашњу облогу, онда ће се боца исправити и при спајању позитивног и негативног електрицитета појавиће се електрична варница. Али ово правење неће бити потпуно јер ћемо моћи после извесног времена добити опет електричну варницу и т. д. Овај електрицитет је морао заостати у диелектрику. Дакле диелектрицитет се разликује од спроводника у томе што се њихов задржани електрицитет не може пренети, већ остати у њима самим. Ова појава зове се резидијум. Узрок овој појави јесте већ позната диелектрична поларизација, јер стање поларизације код чврстих диелектрика не престаје ни после пражњења. Овај поларизани електрицитет диелектрикума утиче на облоге кондензатора, због тога се и може лајденска боца више пута празнити. Овај електрицитет, који остаје у облогама после овог пражњења назива се остатак електрицитета (Rest-Elektrizität).

...ска количина која одузме у моменту додира удара назива се слободан ...лектрицитет (charge disponible)

26. Справе за мерење електрицитета.

Ове се справе могу поделити у 2 велике групе. У прву групу ...праве за констатовање електрицитета и то су електроскопи, а друге справе ...а мерење и то су електромери.

А. ЕЛЕКТРОСКОПИ

а) Обичан електроскоп од зовине куглице.

Ако се једна куглица од зовине сржи обеси о свилен конац, може ...м послужити као најпростији. Ако се неко тело, у коме има електрицитет приближи овој куглици, куглица ће бити привучена па одмах затим одбијена. Овај електроскоп може у неколико послужити и као справа за мерење електрицитета. Ако у телу има више електрицитет то ће и куглица скренути за већи угао из равнотежног положаја.



сл. 35

в). Електроскоп са златним листићима.



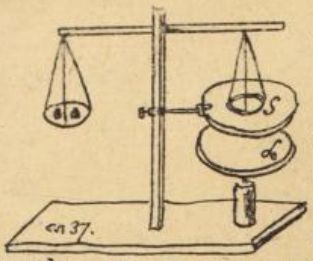
сл. 36

састоји се из једне металне шипке (сл. 36) која може примити електрицитет. Шипка даје силази у стаклени суд и на крају каквог метала. Кад нема електрицитета, листићи су приљубљени један уз други, а чим се куглица додирне, на пр. наелектрисаном шипком, одмах се листићи раскреће, пошто се напуне истимењим електрицитетом. Према величини угла, за који се листићи одвоје, може се судити ...и величина количине електрицитета у неком телу.

Б. ЕЛЕКТРОМЕТРИ.

а). Апсолутни Томсонов електометар.

...тоји се из две плоче Доња је плоча обично од метала и изолована је, ...се може померати на висини или на ниже паралелно самој себи (сл.) . Од горње плоче, која је од алуминијума, косећемо 1 комад и удесити ...виси о једном крају двокраке полуге на чијем се крају налази тас за ...ове. Плоче су ове у вези тако да кад у једну од њих унесемо извесну



количину електрицитета, онда ће се р
стрти на обе. Потенцијалска разлика
међу ове две плоче јесте $\frac{v_1 - v_2}{2}$ Ако
сетимо кулонове теорије, то је разлика
$\frac{v_1 - v_2}{2} = 4\pi\sigma$ (1. Ако су плоче σ и S
пуњене истим електрицитетом, оне ће с
одбијати, она ће се одбијати у право пр
час σ гураће плочу S да је избаци у вис
Нама је потребно да израчунамо тај на
$P = 2\pi\sigma^2$ A) који можемо мерити теговима. Рецимо ако скинемо тегове, плоча
S вратиће се натраг, ако их опет метнемо плоча ће осцилирати једначину (1
квадрирачемо: $\left(\frac{v_1 - v_2}{2}\right)^2 = \sigma^2 16\pi^2$. Из једначине (2. израчунаћемо $\sigma^2 = \frac{P}{2\pi}$ (ка
ли смо да P можемо измерити теговима; а 2π је константно) Кад замен
σ^2 у прошлу једначину имамо: $\left(\frac{v_1 - v_2}{2}\right)^2 = \frac{P}{2\pi} 16\pi^2 = 8P\pi$. Нама је потребно поте
цијална разлика. Стога кад решимо имамо:

$$(v_1 - v_2)^2 = P\,8\pi\,2^2 \quad \ldots\ldots\ldots 3).$$

P је притисак на јединицу површине. Али ако је површина $= S$ то ће
целокупни притисак бити $F = PS$ одакле је $P = \frac{F}{S}$ Кад вредност за P з
менимо у образац 3) имамо:

3) $(v_1 - v_2)^2 = \frac{F}{S} 8\pi 2^2$ а одатле је: $(v_1 - v_2) = 2\sqrt{\frac{8\pi F}{S}}$

Притисак F gal di'y

грамовима. 2, S дати су у центиметрима и потенцијална разлика биће изр
жена у диновима, т.ј. у апсолутном систему мера, услед чега се електр
метар и назива апсолутни.

Пошто при мереву потенцијалских разлика никад не можемо 2 непосредно тачно израчунати, то радимо овако: У горњу плочу унесемо стаклену количину електрицитета са потенцијалом v_2 а у доњу са потенцијалом v_1 и тада имамо:

$$v_1 - v_0 = 2_1\sqrt{\frac{8\pi F}{S}}$$

Сад променимо потенцијал доње плоче на v_2 па имамо:

$$v_2 - v_0 = 2_2\sqrt{\frac{8\pi F}{S}}$$

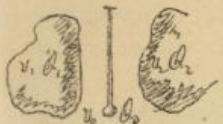
одузимавем ових једначина имамо:

$$v_1 - v_2 = (2_1 - 2_2)\sqrt{\frac{8\pi F}{S}}$$

Ако се први пут плоча задржала на 5, 97см а други пут на 5, 96 см онда је $2_1 - 2_2 = 5{,}97 - 5{,}96 = 0{,}01$.

в). КВАДРАТНИ ТОМСОНОВ ЕЛЕКТРОМЕТАР.

Потенцијалне разлике много се згодније одређују помоћу квадратног електрометра. Прво да се упознамо са самим принципом, на коме је исти основан. Нека имамо 1 тело које може да прими количину електрицитета Q_1 да стече потенцијал V_1, друго тело, које има електрицитета Q_2 са потенцијалом V_2 и између њих треће тело, које може клатити са електрицитетом Q_0 а потенцијалом V_0 (сл. 38.)



сл. 38.

Пре икаквог кретања у сва три тела налазиће се оволика количина енергије:

$$R_1 = \frac{1}{2}\left(Q_0 V_0^2 + Q_1 V_1^2 + Q_2 V_2^2\right)$$

Замислимо сад да каква била сила покреће тело што клати, те да се оно приближи једном телу (Q_2) за дужину x. Услед тога целокупно електрично стање промениће се на сва три тела и вредности

Q_0, V_0; Q_1, V_1; $Q_2 V_2$ прећи ће у Q_0', V_0', Q_1', V_1' $Q_2' V_2'$

Треба да изнађемо све вредности.

$$Q_0' = Q_0 + px(V_0 - V_2) = Q_0 + px(V_1 - V_2)$$

где p значи извесну константу за смањивање или увећавање, а x дужину за коју се клатно једном телу приближило или од другог удаљило. Пошто су се промениле и Q_1' и Q_2' треба и њих изнаћи, и слично горњем образцу имаћемо

$$Q_1' = Q_1 + px(V_0 - V_1)$$

$$Q_2' = Q_2 + px(V_0 - V_2)$$

количина рада после свршеног рада биће:

$$R_2 = \frac{1}{2}\left(Q_0' V_0 + Q_1' V_1' + Q_2' V_2'\right)$$

Треба да заменимо сад вредности на Q_0', Q_1', Q_2' па ћемо имати:

$$R_2 = \frac{1}{2}\left(V_0 Q_0 + px V_1^2 - px V_1 V_2 - px V_0 + px V_0 V_1 + Q_1 V_1 + px V_0 V_1 - px V_1^2 + Q_2 V_2 - px V_2 + px V_2^2\right)$$

$$R_2 = \frac{1}{2}\left(Q_0 V_0 + Q_1 V_1 + Q_2 V_2 + 2px V_0 V_1 - 2px V_0 V_2 - px V_1^2 + px V_2^2\right)$$

Ако направимо разлику $R_2 - R_1$ имаћемо

$$R_2 - R_1 = px V_0 V_1 - px V_0 V_2 - \frac{1}{2} px V_1^2 + \frac{1}{2} px V_2^2$$

Из свих чланова с десне стране можемо извући px као заједничко, па ћемо имати

$$R_2 - R_1 = px\left[V_0 V_1 - V_0 V_2 - \frac{1}{2} V_0^2 + \frac{1}{2} V_2^2\right]$$

Израз у загради може се овако раставити: ако га поделимо са $V_1 - V_2$ имаћемо

$$(v_0v_1 - v_0v_2 - \tfrac{1}{2}v_1^2 + \tfrac{1}{2}v_2^2) : (v_1 - v_2) = v_0 - \tfrac{1}{2}v_1 - \tfrac{1}{2}v_2$$

$$R_2 - R_1 = \rho\varkappa\left[v_1 - v_2\right]\left(v_0 - \tfrac{1}{2}(v_1 + v_2)\right)$$

Према томе је:

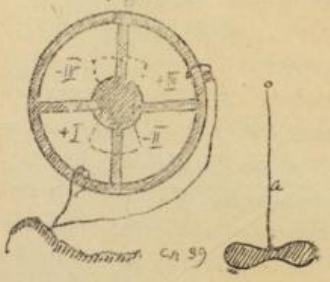
Овај се израз може још и упростити. Потенцијали v_1 и v_2 увек су супротних знакова и ако узмемо да су приближно једнаки, онда се израз $\frac{1}{2}(v_1 + v_2)$ може занемарити, пошто ће се потенцијали као супротни потирати. Са овом претпоставком имамо:

$$R_2 - R_1 = \rho\varkappa(v_1 - v_2)v_0.$$

Одатле се налазећи потенциска разлика $v_1 - v_2 = \frac{R_2 - R_1}{\rho\varkappa v_0}$ Видећемо мало час, како се налази $\rho\varkappa$. $R_2 - R_1$. На основу овога направљен је сам квадратни електрометар. Ево из чега се састоји. Оно што је коло које плати није куглица већ плочица од алуминијума изрезана у облику лемниската (∞) а обешена је о танак конац у своме средишту (сл. 39.) Оваква плочица окреће се у кутији чији су горњи и доњи поклопац подељени на 4 квадратна, по чему је и справа и име добила (сл. 39). Плочица може лежати симетрично према кроту што га граде квадрати или несиметрично. Сад се супротни квадрати наелектришу једноименим електрицитетом нпр. I и III са $+$ II и IV са $-$ У лемниската се налази једна стална количина електрицитета, чији потенцијал знамо (v_0) Ако квадрате I и III спојимо са неким телом, чије одређујемо потенцијал, онда ће услед тог новог придошлог електрицитета наступити извесна потенцијалска разлика и конац лемниската упреће се за известан угао. Образац за потенцијалску разлику већ смо нашли

$$v_2 - v_1 = \frac{R_2 - R_1}{\rho\varkappa v_0}, \quad R_1 - R_1$$

то је оно за колико се упреде конац. Сила је дакле равна торзионом моменту. Пошто ће пак тај моменат упредања у том случају бити већи у колико је већи угао α за који лемнискати скрене, дакле, овај се моменат мери углом α. Према томе можемо ставити $v_1 - v_2 = \frac{\alpha}{\rho\varkappa v_0}$



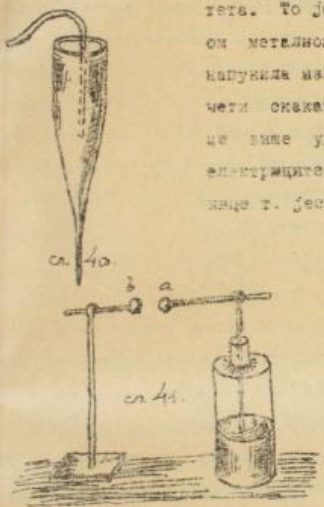
сл. 39

Дакле потенцијалска разлика мериће се према углу скретања (α) пошто је именитељ сталан.

в) МИЛНАНОВ КАПИЛАРНИ ЕЛЕКТРОМЕТАР

Овај се електрометар састоји из једне просте цеви, која се продужује у капилярну цев (сл. 40.) Електрометар је напуњен [illegible] која неће моћи

кстицати кроз капиларну цев. Ако пропустимо кроз живу електрицитет, онда ће се мењати ниво доњег живиног меникска. У колико је више електрицитета и ниво ће се више променити, према чему се може судити о потенцијској разлици.



сл. 40

сл. 41

4.) ЛАЈДЕНОВА ФЛАША. Може можемо мерити количину електрицитета. То је једна обична лајденска боца са још једном металном куглицом (сл. 41.). Кад се у боци буде накупила извесна количина електрицитета, онда ће почети скакати варница између куглица a и b. Ако куглицу ће више удаљавамо, то ће требати већа количина електрицитета, те да варница скочи. Према дужини варнице т. јест према растојању куглица a-b може се мерити количина електрицитета у боци. Одстојање између a и b мери се једним микрометарским завртњем.

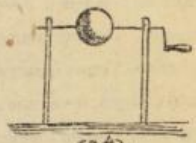
27. Справе за производење статичког електрицитета. Машине којима се електрицитет производи, можемо поделити на 2 велике групе, Једне производе електрицитет трењем а друге индуенцијом. Прве се машине зову обичне.- На свима овим машинама имамо два главна састављена дела први део који производи електрицитет; други део који га кондензује.

А. Обичне електричне машине.

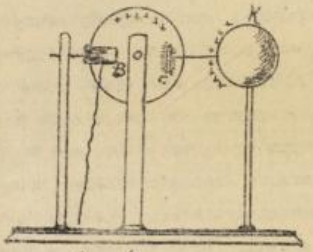
Код справе овакве машине имамо водити рачуна о количини електрицитета, коју може да да за извесно време и о потенцијалској разлици. Што се тиче количине електрицитета, она не зависи минајмање од површине која се тара, које таремо и онога којим таремо. То је разлика мала док се тела која таремо још додирују, али кад измакнемо тело, којим таремо, потенцијалска разлика порасте. Све ове машине данас се не употребљавају, па ћемо их навести само ради историског прегледа

а) Прва електрична машина (Отто Герике) састоји се из једне сумпорне кугле, која је окретана око осовине, а трља се о сукно на руци при окретању (сл. 42).

в) Винтерова машина са стакленом плочом. У доцније време почеле су се употребљавати ове машине за производење електрицитета. Састоје из једне стаклене плоче (сл.43.) која се окреће око осовине, тарући се при томе о два кожна јастучића (б.) који су премазани амалгамом цинка. услед чега ће се наелектрисати и плоча и јастучићи. Електрицитет јастучића одводиће се у земљу одмах, а електрицитет с плоче ће се помоћу чешљића (с). У самој ствари електрицитет с плоче не преноси се непосредно, већ ево шта бива. Чешљић је у вези с кондуктором К . То је обична кугла која има велику површину да би што већу количину електрицитета могла примити. Електрицитет са стаклене плоче, који је позитиван, изазваће на чешљу обе врсте електрицитета, па ће себи привлачити негативан, а одбијати позитиван, услед чега ће се овај гомилати на кондуктеру К . У колико више електрицитета будемо произвели на плочи, у толико ће се произвести више инфлуентног електрицитета.



сл. 42.



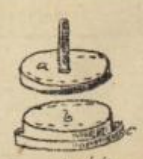
Сл. 43

В. ИНФЛУЕНТНЕ МАШИНЕ.

Ове су машине много важније од првих, а има их различито конструисаних.

а). Електрофор. Ово је најпростија инфлуентна машина (сл.44.) Састоји се из једне плоче од ебонита или смоле, која се назива: погача (б) и која лежи на другој металној подлози (с .

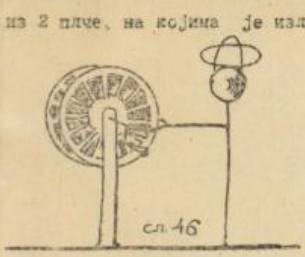
Али се озго на сваку плочу ставља металнипоклопац (а),који има дршак од стаклета или другог каквог изолатора (д) Ако се плоча протре ли-



сл. 44.

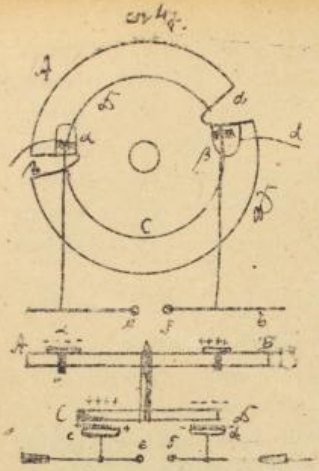
личијум папом, имаће се наелектрисати. Можемо ли поклопац (в) на плочу се
ће се индуенцијом у њему изазвати електрицитет и то супротни (+) биће при-
вучен на доњу површину, а истоимени (-) биће одбијен на горњу површину по-
клопца. Ако дигнемо поклопац, електрицитет ће се опет спојити у поклопцу ће
бити у неутралном стању. Али ако пре но што дигнемо поклопац додирнемо пр-
том горњу површину, те тиме одведимо у земљу негативни електрицитет, онда
емо на поклопцу добити само позитивни електрицитет, који можемо испразнити
да рад опет поновити.

в). Гоерел ова машина. Састоји се из две ебо-
тске плоче, које трењем наелектришемо и то једну позитивно (+) а
другу негативно (-) Види члан 3.- Исто се материја може различито и
електрисати). Наспрам ових плоча има још 1 пар, који може да се окре-
ће (сл. 45.), т.ј. да доћу једна испод друге. Горње плоче утицаће индуент
на доње и разложиће електрицитет доњих пло-
ча. Ако слободни електрицитет(на првој пло-
чи + , а на другој-) спроведемо у земљу
онда ће се по њима распрострти само једна
врста електрицитета (на [illegible]). Сад окренимо доње плоче за
180, т. ј. прву доведимо на место друге, а другу на место ове. Уска
доњи ће једноимени електрицитет један према другоме, они ће се
одбијати и напон ће порасти услед чега можемо одвести извесну количи
електрицитета и служити се њом. Ако узмемо више плоча добићемо већа
напон. Има и других конструкција Тепелових машина. Напр.: једна се састо
из 2 плоче, на којима је налепљена серија листића од Стаклола (сл. 46)


сл. 46

Горњи се листићи наелектришу и то
половина позитивним електрицитетом
(+), а половина негативним (-
Индуенцијом изазваће се електрицит
и на оним листићима и ако се слобода
електрицитет одведе и доња плоча
окреће, то ће полазити један наспрам
другог по два листа наелектисана истоимено услед чега напон раст.
а електрицитет се може одвојити.

С. Колцова машина. И ова је основана на истом принципу. Састо
и се из 2 стаклене плоче, од [illegible] једна непокретна а друга може да се



покретна (сл. 67.). Непокретна (A B) чешља је већа и изрезана је на тринаест прво у средини једе правац - осовина покретне плоче и на њим дијаметрално на два места (а и в). Крај тих отвора причвршћена су два комада хартије (α и β), од којих излазе кружни врхови од хартије, који се пружају према покретној плочи. Пред покретном плочом насупрам прилепљених комада β и в стоје два чешља за сакупљање (σ и δ), који су у вези С кондукторима ϵ, $\mathcal{F}$. Да би апарат почео радити треба једној облози од хартије (а) саопштити какво било електрицитет, рецимо негативан. Тај електрицитет утицаће на плочу $\mathcal{A}$ и чешаљ С изазивајући позитиван електрицитет, при чем ће негативни отићи кондуктор ϵ. Ако сад плочу $\mathcal{A}$ обрнемо за 180° онда ће доћи, што показа облоге В, упити позитиван електрицитет. Па сад ће она утицати најпре на десни крај плоче $\mathcal{B}$ и чешља $\mathcal{d}$ изазивајући на чешљу негативни електрицитет услед чега ће позитиван прећи на кондуктор $\mathcal{F}$. Ако продужимо окредање индуенција ће се продужити и даље и на кондукторима (које ваља разликовати) гомилаће се електрицитет на једном позитиван, на другом негативан. Кад се буде накупила већа количина, почеће скакати варнице. Варнице ће бити интензивније ако су кондуктари у вези са једном лајденском боцом.

d). *Wimschurst*-ова машина. ова је машина најсавршенија. Код ње су обе плоче покретне и електрицитет се не мора уносити, већ се сам развија приликом окретања. И ту добијемо повећан капацитет кондуктора ми их спајамо само лајденском боцом. У том су случају варнице ређе, али много интензивније.

28. ЕЛЕКТРИЧНА ПРАЖЊЕЊА

Количина електрицитета која се може накупити на извесном кондензатору зависи од многих услова. Прво зависи од влаге у ваздуху т. ј. од водене паре, која ће спроводити у неколико електрицитета у ваздуху; не мање од разних гасова, који улазе у састав ваздуха, од притиска, чија промена такође односе електрицитета; на послетку од температуре, јер се загревањем

кондензатор толико пута и т. д. Кад се на неком кондензатору нагомила
већа количина електрицитета, стварају велики напон, он се више неће моћи
одржати већ ће прелазити са места вишега потенцијала на места нижега по
тенцијала. Исто тако ако имамо разноимена електрицитета они ће се ако
су довољног јакога потенцијала, пробити кроз изолатор и сједињити се
неутралисати се. Или се могу сједињавати, ако их доведемо у
додир. Те појаве сличне су под именом електричног пражњења. Спољ
њи утицаји јако утичу на пражњење, као год и на пуњење. На пр.: темпе
ратура јако утиче јер помаже пражњењу. Исто тако ултра - љубичасти
зраци олакшавају пражњење кондензатора. - Пражњење може бити на три начи
на: кондуктивно (спроводно), конвективно - механичко, и диерупт ивно.

а) Кондуктивно пражњење. Ако имамо два електрична поља
са разноименим електрицитетом, па их састављимо каквим спроводником, нпр.: с
метолиником; онда ће таквим електрицитети проћи кроз ову жицу и сједи
нити се. Пражњење ће овде бити без икаквих спољашних знакова.

в). Конвективно пражњење. Ако имамо н.пр.: једну куглицу од
лопе и приближимо јој неко наелектрисано тело, она ће бити привучена,
примиће извесну количину електрицитета, па ће се одбити. Ако је сад
додиримо прстом или чим другим, она ће се испразнити, пошто ће електри
цитет отићи у земљу. Сад ће поново бити привучен и поново ћемо је
испразнити и т.д. Куглица ће, дакле, осцилирати, односећи, сваки пут
са кондуктира извесну количину електрицитета Ово је пражњење слично
конвективном понашању топлоте. На пр.: Кад загревамо воду доњи се слојеви
загреју и иду на површину а горњи као хладнији падају доле. Сад се
они још више загревају и пеку се носећи топлоту а први се поново враћа
ју доле и т.д. На основу овога вибрирања куглица при конвективном
пражњењу направљено је електрично звонце са статичким електрицитетом
(сл. 48). За ту цил се два метална звонцета , од којих једно служи као



Сл. 48

кондуктор, те се напуни електрицитетом. Између
њих намештена је метална куглица. Звонце А
привуче куглицу, она ће се наелектрисати и одби
јати, али кад удари у звонце В испразниће се
јер је ово у вези са земљом; сад ће поново бит привучено и т.д.
При том ће ударати час у звонце А, час у звонце В и звонце дом
од електрицитета кондуктор А.

а) Дисруптивно пражњење.- Ако на извесним половима потенцијал јако порасте, онда ће се електрицитет пробити кроз изолатор и на тај начин испразнити. Ова су пражњења увек праћена електричном варницом. Кад је капацитет неког кондензатора мали, онда је варница извијугана, пакле пролази већим путем, ако је пак капацитет велики, варница ће бити јака и права и вено је дестово у опште јаче. Овако пражњење може бити у обичном ваздуху, а у разређеном ваздуху или безваздушном простору биваће другојачија са чим ћемо се упознати доније говорећи о Гајслерим цевима.

28. Дејства електричне варнице .-

Електрична варница и пражњења опште могу изазвати разна дејства с којима ћемо се упознати у следећим одељцима.

а). Механичка дејства. Ако се лајденска батерија празни кроз металну жицу, која није довољно јака, она ће се затрести изгорети, прскајући на сик цак, па чак и у комадиће распасти. Уколико има већа количина електрицитета, у толико су комадићи мањи, жица се загреје до усијања, први делови с површине почну одскакати и на напослетку се распаднути комадићи почну стапати у куглице. Танка жица се распада ситан прах са јаким праском и појавом светлости. Ово загревање и усијање не долази од непосредног претварања топлоте у електрицитет, већ пређу предходи унутрашње ронадање делића. То се може потврдити тим чином, што се на овај начин могу стопити платинске жице чија се температура при томе топи само на 211°. Познато нам је, пак из науке о топлости да се платина топи тек на температури од 2000°. Ако имамо у једном суду затворен гас или какву течност онда при пролазу варнице разлићи течности или гаса удараји једно о друго и о бокове суда тако да се суд може распрснути.

в). Топлотна дејства. Кад електрична пражњења бивају кроз танке металне спроводнике, ови ће се загрејати, а у случају кад се упали јака лајденска батерија, таке се жице могу усијати, стопити, па и у гас прећи. Запаливе материје (светлећи гас, етар, камфоникум итд. могу се запалити електричном варницом, а исто ће бити и са свима праскавим материјама.

С) Светлосна дејства. -Електрична пражњења могу као што смо већ напоменули, изазвати на спроводницима извесним толику температуру да ће ови почети да светле. Ако електричне материје полазе кроз кр

...кер и друге материје, могу у овима изазвати појаве фосфоренције.

А. Електрична дејства. Свака промена у односу електрицитета на ...једноме проводнику изазива слична дејства на оближњим проводницима.- Н...ако се лајденска боца празни једном металном жицом, поред које је на...ена друга сасвим изолована жица, онда ће струјање у првој жици изазвати ...исту такву струју у другој жици и ако се крајеви жице доведу на ...мањој близини између њих се може указати и електрична варница.

Хемиска дејства.- Кад електричне варнице пролазе кроз ваздух ...као изолатор, онда врше у њему ту хемиску промену, што молекуле кисео...ника (O_2) претварају у молекуле озона (O_3). При истрајним у се могу ...изазвати хемиска разлагања, као год икод галванске струје, о чему ће ...бити доцније говора. Треба само напоменути да, је ова дејства електри...цитетом много теже изазвати, пошто се при пражњењу електри...цитет с једнога проводника на други и у опште при правцу, стварају ...покрет мале количине електрицитета.

Физиолошка дејства. - Ако варнице, које пролазе кроз ваздух ...падну на човечије тело, производе бол који личи на убод игле. Ако су ...варнице јаке могу учинити да дотично место отекне. Ухватимо ли руком ...проводну облогу лајденске боце, а куглицу додирнемо прстом осетићемо ...непријатан потрес кроз цело тело а нарочито у зглавковима руке. Кад ...се пражњење батерија сапоставља већем броју особа које се за руке ...држе, онда ће особе у средини претрпети много мање потрес него они на крајеви...ма.

30. Одређивање трајања електр. варнице. Време за које траје ...електрична варница веома је кратка. То се може доказати једним обичним ...колутом, који се окреће, и за време, док варница осветли цео колут, ми ...посматрамо овај непокретан. Да бисмо одредили трајање варнице узећемо ...једно огледало које се врло брзо окреће око осовине и у том огледалу посматраћемо слику варнице. рецимо да се огледало окреће 50 пута у секунду онда се једно окретање сврши за $\frac{1}{50}$ део секунде, 1^0 пређе за $\frac{1}{50 \cdot 360}$ део секунде, а $\frac{1}{2}$ степена за $\frac{1}{50 \cdot 360 \cdot 2} = \frac{1}{36000}$ део секунде. Познато нам је из оптике да ако се огледало окрене за угао α, то се зрак у огледалу окрене за угао 2α, то се види да је трајање варнице 2 пута мање, дакле износи $\frac{1}{72000}$ део секунде. Али при овом окретају огледала ми још можемо видети варницу. Тек ако се

огледало буде окретало 800 пута у 1" биће варница примећена и тада ће нам изаћи да њено трајање износи $\frac{1}{1.152.000}$ секунде.

Однос између капацитета и дужине трајања. Ако узмемо једну лајденску боцу, трајање њене варнице износи $\frac{7,5}{1.000.000}$ секунде, ако су три боце, онда $\frac{12}{1.000.000}$ делова секунде; пет боца $\frac{22,5}{1.000.000}$ секунде, а у 7 боца за $\frac{26,5}{1.000.000}$ делова секунде. Дакле излази да Уколико је већи капацитету толико је дуже трајање варнице.

Однос између дужине и трајања. Ако је варница дугачка $\frac{1}{10}$ њено трајање износи $\frac{7}{1.000.000}$ сек. ако је пак варница дугачка $\frac{4}{10}$ онда траје $\frac{15,21}{1.000.000}$ секунде.

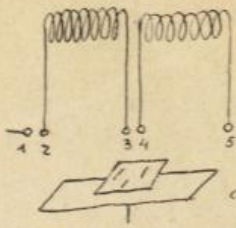
Однос између потенцијала и дужине варнице. Ако са d означимо дужину варнице, са v потенцијал, са $\frac{v}{d}$ однос између потенцијала и дужине варнице, са $2r^2$ електрични напон, са R рад електричне варнице, које се могу израчунати или посматрањем онда имамо овакве цифре, које нам казују односе: Ако је d онда је

v	$\frac{v}{d}$	$2r^2$	$\frac{R}{\text{теоретски}}$	$\frac{R}{\text{практички}}$
0,025 ам	1,213 вол.	533	119.9	2,86	2,86
0,4 "	6,15	81,1	9,1	3,64	4,03
1,0 "	13,61	12,5	6,8	6,45	6,00
1,5 "	17,68	11,6	5,25	8,15	7,5

Најинтересантнији је онај однос између дужине и потенцијала: нпр. ако је варница 20 пута дуља не мора и потенцијал бити толико пута већи

31. Брзина посматрања електрицитета кроз спроводнике.

Брзину електрицитета израчунаћемо на овај начин. Узећемо бметалну кукицу, које лежи у једној правој линији, која је паралелна осовини огледала (сл. 49). Куглицу 1 спојићемо с унутрашњом, а 6 са спољашњом облогом лајденске боце. Куглице 2,3, и 4, 5 спојићемо између себе спиралним усијаним жицама које су дуге по неколико километара. Сад ће се овом случају јављати три варнице између кугала 1 и 2, 3 и 4, 5 и 6. Посматраћемо пражњење у огледалу. Ако се сва пражњења дешавају у исто време то треба да се све три варнице појаве у исто време у огледалу ако се огледало почне брзо окретати, видећемо да се средња варница појави



сл. 49.

доњије. То се констатује тиме, што се слике варница не појаве у истој линији, већ средња малдње, а што је због тога што се огледало за то време окренуло, за које се средња варница доцније јавила, а то је док је електрицитет путовао од 2 до 3 и од 5 до 4, а зна се дужина спрамно увијених жица, тој.пут који пређе електрицитет, онда је лако израчунати брзину електрицитета и она према разним рачунима износи 300000 километара у једној секунди 288000, 32 0000 и т.д. дакле као и брзина светлости, а може изнети и 450000 км. Према тој брзини електрицитет би могао за један секунд обићи 6 пута око земље.

Ако варницу посматрамо голим оком, ми ништа не примећујемо на њој и изгледа нам једноставна. Ако ли се мак подробније посматра, видеће се да се пражњева не врше од једаред, већ осцилави ком. Сво осциловање можемо упоредити са осциловањем течности у једној комуникационим суду, која ако се уздрма, не мирује одмах умирати већ ће таласати горе доле док се притисци не изравнају. Дакле као што вода у комуникационом суду неможе заузети на једаред исти ниво, исто тако ако имамо две количине електрицитета од којих је једна негативна а друга позитивна, то неће проћи сав позитиван или сав негативан електрицитет на једну или другу страну од једаред, већ ће се то вршити извесним осцилацијама, које трају много краће, него сама варница. Да варница постане, треба да се изврши више оваких осцилација. Да је ово заиста овако, може се констатовати помоћу два издубљена огледала која се брзо окрећу. Ту ако посматрамо варницу, видећемо да ће се појавити 1 пуна варница, па ће је нестати; у брзо ће се појавити друга, па је поново нестати итд. Дакле, електрично пражњење не бива од једаред, као кад се из каквога суда изручи вода - већ осцилацијом.

32. Земаски и амбосерски електрицитет.

У нашој земаи находи се извесна количина електрицитета који није подједнако распређена по некој површини земаској, већ је негде има више негди мање услед чега постају у земаи струје ~~у земаи струје~~ електричне, јер да би се изравнали потенцијали. електрицитет се креће од једног места ка другоме. Ове струје праве често сметње телеграфима или другим апаратима основаним на електрицитету. Овај земаски електрицитет постаје трењем. Нпр.: Ваздух крећући се тера се о камење, дрвеће и т.д. и електрицитет производе на тај начин пролазећи кроз земљу, гомила се или

се сједињава са електрицитетом супротнога знака или ако наиђе на изолаторе ту се задржи и т. д. Дакле, земљу морамо сматрати као наелектрисано тело, са извесним количином електрицитета и са извесним потенцијалом.

Како изгледају еквипотенцијалне површине на земљи. Кад на земљи не би било неравнина, онда би њене еквипотенцијалне површине биле лопте но пошто има разних предмета, то се еквипотенцијалне површине савијају око тих предмета те имају неправилан облик. Кад се пак иде у висину савијање ишчезава све више, тако да су на извесној висини површине равне. Поред овога електрицитета у земљи и у нашој атмосвери има такође електрицитета. Да га заиста има у ваздуху то можемо на овај начин констатовати. Узмимо једну металну шипку дугачку 2-5 м. која се завршује у савијен шиљак, а доњи крај на ка је у вези са електроскопом (сл. 51) с листићима. Ако шиљку принесемо на пламен од свеће или пустимо да њега капље млаз воде после извесног времена приметићемо да ће се листићи у електроскопу раширити, што значи да су се напунили једноимеником електрицитетом. Количина електрицитета у ваздуху није стална за једно исто место Тако исто она се мења према добу годишњем и према висини места. Посматрањем је констатовано и то да се једнога и истога дана потенцијал електрични мења, достижући два максимума. Први је минимум између 5и 7 сати изјутра а први максимум између 2 и 4 сата по подне, а други минимум у 9 сати у вече. Посматрање на Ајфеловој кули у Паризу на висини 285м. констатован је само један минимум. Максимум се дешава од приближно 6 сати и 30 минути. за нешто мање више од 1 сата раније него на подножју саме куле.



сл. 50.



сл. 51.

Водена пара јако утиче на количину електрицитета у атмосфери колико је пара више у толико је електрицитета мање јер водена па сљуши као спроводник доводећи електрицитет до земље, где се овај ини са земаљским електрицитетом. Исто тако електрични потенцијал зи од температуре, у колико је температура већа у толико је потен ја мањи и обрнуто. Питање је да ли се ваздух сам наелектрише, или његов електрицитет постао индуцијом дејством земаљског електрицитета, т.ј. ваздух се накази у електричном пољу земље. То се може дознати на овај начин. Узећемо једну металну мрежу и од ње ћемо направити кутију. Она ће нам послужити као спроводник. Ми сад испитујемо ону количину ваздуха која је опкољена мрежом, видећемо да у њој има врло мало електрицитета, дакле, излази да највећа количина електрицитета у ваздуху долази од земаљске индуенције.

Овај став познат је у науци под именом Ерман - Пентијеве ипове. Помоћу горње праве можемо да одредимо потенцијал на разним ви инама. Тим путем је констатовано да потенцијал расте са висином. За он по коме тај потенцијал расте изведен је сасвим емпиријским пу тем и он овако изгледа: Ако је V_0 потенцијал неког места, кад је напо м поведене поре $p = a$, онда имамо образац $V_0 = f(1+Kp)V_p$ где K значи извесну количину смоктавања, напон водене паре, у милиметрима живиног стуба а V_p потенцијал који непосредно на справи прочитамо. При једном посма њу нађемо да је $p = 325$ електричних јединица, а $p = 2,3$мм. При другом нађемо да је $V_p = 9,7$ електричних јединица, $p = 9,7$ према горњем закону биће:

$$V_0 = (1+K \cdot 2,3)325$$
$$V_0 = (1+K \cdot 9,7)97$$

Из ових двеју једначина можемо израчунати K и она износи $K = 1,31$

Да нађемо сад потенцијал земаљског електрицитета. Пошто је земља кугла чији је полупречник $R = 637 \cdot 10^6 m$ то је и њен капацитет $C = 637 \times 10^6$ Привлачна снага земаљског електрицитета биће: $F = \frac{Q}{R^2}$ а потенцијал $V = \frac{FR}{R} = RF$ Из ових једначина кад избацимо R добијамо: $V = \frac{Q}{R}$ у апсолутној мери количина за земљу $\frac{13}{300}$ Кад заменимо вредност за Q, R имаћемо: $V = \frac{13}{300} \cdot 637 \cdot 10^6 = 828 \cdot 10^7$ или у округлој цифри $V = 8 \cdot 10^9 \cdot 6 \cdot \omega$. Можемо наћи густину електрицитета за сваки квадрат сантиметар земљине површ Познат нам је образац $F = 4\pi$ одавде је $\sigma = \frac{F}{4\pi} = \frac{13}{300} \cdot \frac{1}{4\pi}$. Кад се ово



чини саме зграде потр
бно је на њу да намести
ко 2,3 пд и више гром
водја - Ако се укаквој
грађевини налазе велике
масе метални то је потребно да
се све вежу громовођама, јер се
може десити да електрицитет усле
д велике привлачне снаге прескоч
чи у њих и тада тек може прои
вести велике штете. да би се ова
опсност избегла потребно је дак
ле, све машинске делове, водов
дне цевк итд. везати спроводно
ја земљу и за громовођу.

Кад је говор о пражњењу електрицитета у атмосвери то ће бити потребно да споменемо и т. з. поларну светлост. Тим се именом назива ју светлости појави, који се виђају у крајевима, који леже око земљ ких полова, и све су ређе кад се иде ка екватору. Узрок овој појави поларне светлости јесте опет електрично пражњење, само та пражњења ни су напрасна већ непрекидна и онда светле за друго, осветљавајући сла бим бледом светлошћу некад већи некад мањи део неба. Сва електрична пражњења спадају у поменуту врсту хладних електричних пражњења. Светлост се састоји из читаве серије малих варница и изгледа као посута светлос ст одго на ниже и одо на више. Овај начин пражњења наступа зато што обла ци на половима не састоје се из водених мехурића већ из ледних плочица и игли а и те ситне иглице проносе електрицитет. Астрономским д ати доказано је да постоји веза између количине пега на сунцу и и количина поларне светлости. Према томе дели се ове појаве показују на северној или јужној полутини земље разликује се на северну и јужну поларну светлост



II

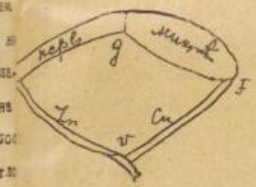
ДИНАМИЧКИ ЕЛЕКТРИЦИТЕТ

Динамички електрицитет назива се онај који се не може задржати једном месту већ се одмах по свом постанку креће- стоји.

1). Основни појави . Теорија Волте, Галванија и Фабронија. предпошлог века проучавао је Галвани дејство електрицитета на животи- и том приликом био је направио овакав оглед. Узевши једну бакарну у и једну цинкану саставио их је и додирно је једним крајем нерв другим крајем мишић набиног бута која је пре извесног времена убијена и приметио је да бут грчи а у мишци је констатовао појаву електрицитета (сл.1.). Галвани је то сматрао да се нерви мишићи наелектришу и он постави хипотезу . Животињског електрицитета У исто време тим се питањем бавио Волта. И он је саставивши плоче од Цинка и бакра доби: извесну електромоторску силу, из тога је извео да електрицитет може постати додирон два метала и он постави хипотезу додирног електрицитета". Фаброни пак говораше и против Галва-нијевог и против Волтиновог тумачења. Он постави трећу хипотезу, наводећи да електрицитет постаје на месту, где се метал додирује са животињским телом и да се јавља услед хемизма, који на том месту бива. Цртежом може представити сва три мишљења овако (сл.



сл.1



сл.2

. По Галванијевој хипотези постаје електрицитет у тачки g где се д одирује мишић са нередом. По Волтијевој хипотези у тачки v где е додирује цинк и бакар, а по Фабронију пак постанак електрицитета у тачки I . Дуго је вођена борба која ће од ове три хипотезе овла- ати. Међу тим, сва тројица имају права. јер електрицитет постаје на ва три начина.

2. Додирни електрицитет. Ако имамо једну плочу од метала A, а је додирнемо другим металом B, онда ће се обе плоче једна а друга - и постаће извесна потенцијалика разлика + или — што

зависити од природе метала То се представља овако: $A/B = C$ то јест, А даје извесну потенцијалску разлику С позитивну. Ако измеримо метале с Ћемо имати: $B/A = -C$ Ако узмемо за јединицу релативну вредно међу има потенцијалска разлика цинка и бакра, и ту вредност означим 100, онда ћемо видети да се остали метали овако понашају:

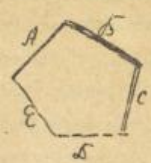
$Zn/Cu = 100$ $Zn/Au = 113$ $Zn/Ag = 106$
$Zn/Pt = 107$ $Zn/Fe = 75$ $Fe/Cu = 31$
$Fe/Au = 40$ $Fe/Ag = 90$ $Fe/Cr = 32$

3 Волтини закони. Испитивањем константног дејства разних мета Волта је дошао да ова два закона: I закон. Електромагнетска снага $\mathcal{E}$ метала зависи једино од природе самих метала и температура, а ни у дико од облика и величине тих метала и додирних површина, и зато: потенцијалска разлика, као последица електромоторне снаге зависи у главноме од природе и температуре.

Ако имамо више метала па их саставимо у затворен ланац, ако се ред завршује истим металом којим почиње, онда је у таком ланцу потенцијалска разлика равна нули и немамо никакве електромоторне сило ће произвести потенцијалску разлику. Ако направимо такав ланац од ла: A,B,C,D,и E имаћемо (сл.3.) $A/B + B/C + C/D + D/E = A\mathcal{E}$

ако пребацимо $A/\mathcal{E}$ с леве стране, онда ћ имати: $A/D + D/C + C/D + D/E - A/\mathcal{E} = 0$

Пошто је пак $A/\mathcal{E} = \mathcal{E}/A$ то ћ заменом имати: $A/D + D/C + C/D + D/E + \mathcal{E}/A = 0$



сл. 3

Због тога што смо последњ тал спојили метале ~~[illegible]~~ са правим наст равнотема то јест: нема струје. II закон. А саставимо читаву серију метала али не за римо ланац онда потенцијалска разлика између два крајња остаће кота као и да нема других метала.-

Узећемо ову серију метала: (+) $Zn/Fe/Sn/$ месинг$/Cu/C$ $Au/Pt/C/(-c)$. Потенцијалска разлика за два метала оста иста, па ма саставили та два метала засебно или преко читавог низ других метала. Овај горњи низ састављен је тако да сваки метал п ма оним што долазе после њега даје позитивну потенцијалску разлику, према онима шт су испред њега даје негативну потенцијалску разлику.

Тако нпр. $Pb/Sn = +\nu$ а на против $Pb/Zn = -\nu$ Ако у волтаме тражимо потенцијалске разлике за [illegible] према цинку имаћемо ове цифре.

Према Zn	Pb	Sn	Mn	Fe	Cu	Ag	Pt	C
	0,39	0,45	0,69	0,75	0,89	0,98	1,09	1,15

Volt.

Из свог излази да су за поједине елементе ове потенцијалне разлике: $Zn/Pb = 0,39$, $Pb/Sn = 0,06$, $Sn/Mn = 0,24$ $Mn/Fe = 0,06$, $Fe/Cu = 0,14$, $Cu/Ag = 0,09$ $Ag/Au = 0,09$, $Au/Pt = 0,04$, $Pt/C = 0,06$.

Са ова два низа потенцијалних разлика потпуно је потврђен други Волтин зако н, Јер знамо: $Zn/Cu = 0,89$ volt.

Ово је непосредно. Ако уметнемо између њих Pb, Sn, Mn и Fe имаћемо: $Zn/Pb/Sn/Mn/Fe/Cu$

$0,39\ 0,06\ 0,24\ 0,06\ 0,14$

Кад саберемо ове потенцијалне разлике имамо: $0,39 + 0,06 + 0,24 + 0,06 + 0,14 = 0,89$ volt. Дакле, потенцијалска разлика остаје иста. Горњи низ зове се Напонски низ метала.

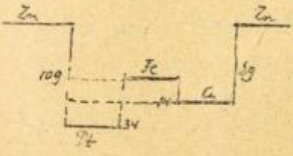
СПРОВОДНИЦИ ПРВОГ И ДРУГОГ РЕДА.

Сви метали, који се понашају по II Волтином закону, називају се спроводници првога реда. Ако бисмо између њих уметали течност, као што с у нпр. киселине и.т.д. видели бисмо да се та тела не понашају по Волтином закону, те за разлику од првих називају се: спроводници другога реда Спроводници првога реда су сви метали а затим неке неметалне материје: угљен, доломит и.т.д. Места која поједини спроводници заузимају у низу напона исказују се по редуто, зато није чудо што је код разних физичара Волтин ред у неколико различан. Као сигуран може се узети овај ред: $Zn, Sn, Fe, Cu, Ag, Au, C$, доломит: Pb долази чак пре, чак после Sn; исто тако Sb негде испред а негде иза Fe; тако је и са Bi који је час пре час после Sb; Pt заузима место пре Ag или после Au.

5. ГРАФИЧКА ПРЕДСТАВА НИЗА.

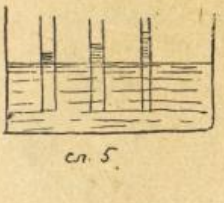
Уметањем извесног броја спроводника и сам низ на тај начин добијени, може се овако графички представити (сл.4) Ако узмемо да је растоја-

ве између Zn и Cu 80 делова, онда ако хоћемо прво да уметнемо Pt морамо се опустити на ниже за 100 делова. Затим ако желимо да уметнемо Fe треба да се попнемо на више за 34 делова, јер је $Pt/Fe = -34$. Ако бисмо спојили Fe и Cu имали бисмо $Fe/Cu = +y$ као што у ствари и јесте. Ако бисмо ланац завршили истим металом, то значи морали бисмо се вратити на исту прву висину с које смо пошли. У том случају потенцијалска разлика равна је нули и ланац је затворен. Место непосредног пренашања потенцијалских разлика могли бисмо узети да је растојање између Zn и $Cu = 100$, па према томе сразмерно узимати остале дужи.



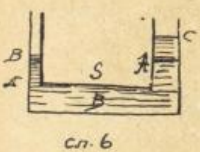
сл. 4

6. АНАЛОГИЈА ИЗМЕЂУ ПОТЕНЦИЈАЛСКИХ РАЗЛИКА И ПОНАШАЊЕ ТЕЧНОСТИ у КОМУНИКАЦИОНИМ И КАПИЛАРНИМ ЦЕВИМА. Ако имамо три капиларне цеви разних димензија, који ни комуницирају и замочимо их у течност која квасе зидове, онда знамо да ће се течност попети у њих и наравно заузеће разну висину у све три цеви (сл. 5.)


сл. 5

Дакле, постојаће извесна разлика у нивоу ових цеви. Ако цеви спојимо да буду комуникационе, разлике у нивоу постојаће опет, дакле висина течности неће се изједначити. У самој ствари цеви су први пут биле комуникационе, јер их је вода спојила. Знамо пак да при додиру разнородних метала постају потенцијалске разлике. Све потенцијалске разлике сличне су са разликама нивоа у капиларним цевима.

Узмимо два комуникациона суда исте величине, вода ће у оба заузети исту висину (сл. 6.). Ако сад помоћу нарочите турбине отерамо извесну количину воде do извесне висине C у један суд, у другом суду спаће вода (до S) Ако се то чак S окрене споро, разлика у нивоима биће мала, иначе ће бити већа. Та разлика нивоа слична је потенцијалној електричној разлици, а снага којом смо окретали турбину (S) и која је као енергија нагомилана



сл. 6

овај количини воде (AC), слична је са електромоторном снагом, а електромоторна снага сразмерна је са потенцијалском разликом.

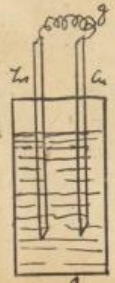
7. СТРУЈЕ - ЕЛЕМЕНТИ - При додиру метала није могуће произвести електричну струју. Да би струја могла постати, треба да имамо затворен ланац у коме ће струја кружити. Ми смо пак видели да кад се затвори ланац спроводника онда је потенцијална разлика равна нули, а кад нема потенцијалне разлике не може бити ни струје. Струја се пак може произвести на друга два начина.

I НАЧИН. Узмимо један затворен ланац и један метал у њему означимо (сл. 7.) Услед тога што смо унети на једном крају ланца извесну количину топлотне енергије, потенцијал ће се на том крају променити и наступиће потенцијалска разлика. У ланцу се јавља извесна електромоторна снага, која циркулише кроз ланац. Струје на овај начин произведене зову се термоелектричне и о њима ће бити говора доцније.



сл.7.

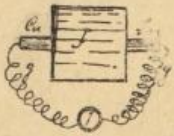
II НАЧИН. Ако се парче цинка (Zn) замочи у разређену сумпорну киселину (H_2SO_4) наступиће хемијска реакција. Zn ће се растворити прелазећи у $ZnSO_4$ при томе ће се наелектрисати и Zn и H_2SO_4 и то цинк негативним електрицитетом, а сумпорна киселина позитивним. При том постаје између њих потенцијалска разлика 1,06 волти. За ту се разлику познаје ако спојимо нпр. цинк са земљом, онда ће потенцијал сумпорне киселине износити 1,06 volt-a Обрнуто ће бити, ако сумпорну киселину спојимо са земљом онда ће потенцијал цинка бити 1,06 Volt-a Ако су пак слободни онда цинк има од 53, а сумпорна киселина + 0,53; дакле потенцијалска је разлика 1,06 Volt Ако сад у сумпорну киселину замочимо други какав спроводник првог реда, нпр. бакар, угљен и.т.д. онда ће се опет јавити потенцијалска разлика. Замочимо ли пак у исто време у сумпорну киселину парче цинка и парче бакра па исте спојимо једном жицом онда ћемо видети, да се у жици појавила електрична струја. Такав један спој видимо на сл. 8. где је у једној чаши напуњеној разређеном сумпорном киселином, замочен комад цинка и комад бакра, па су исти међу собом спојени бакарном жицом Справе којима се на овај начин може произвести електрична струја, називају се галвански елементи, по имену талијанског физичара Галванија, који је први направио такав елеме



сл.8.

нат.

8. ОБИЧАН ГАЛВАНИЈЕВ ЕЛЕМЕНАТ. ГАЛВАНСКА ПОЛАРИЗАЦИЈА. Овај најобичнији елеменат састоји се из једне цинкане и једне бакарне плоче, ко је су раздвојене течношћу (разређеном H_2SO_4 или HNO_3) а међу собо спојене жицом g (сл. 9.) Жица је у вези са (g) галв нометром, којим се констатује да ли у жици има стр је или не.



сл. 9

Потенцијалска разлика између:

$$Zn/T = V_z - V_T$$
$$T/Cu = V_T - V_c$$
и најзад $$Cu/g = V_c - V_g$$

У првој разлици T је негативно, а у другој позитивно. Исто тако Cu у другој негативно, а у трећој позитивно. Због тога и кад саберемо све три разлике, пошто се потру супротно означене количине имаћемо:

$$Zn/g = V_z - V_g$$

дакле као што се види између цинка и жице има извесне потенцијалске разли чеад чега ће се појавити струја. Узрок који изазива струју назива се елек тромоторна сила.

На месту Cu код Галванијевог елемента може доћи и угљен C. Али овај Галванијев елеменат није згодан за употребу, а ево због чега. Чи се угљен са цинком споји, почне се на на угљену раздвајати сумпорне кисел не водоник и тиме се производи нова јака електрична снага, која иде у су протном правцу. Услед тога струја, која је у почетку била јака, свешће се за кратко време на минимум. Ово супротно дејство које смета струји, назив се галванска поларизација. Да би се избегла ова поларизација направљени с други елементи у којима има тзв. деполаризајуће супстанце, који може одав ти кисеоник, те ће се овај са водоником који шкоди струји, једињити у вод (H_2O) која струји не може сметати.

9. БУНЗЕНОВ ЕЛЕМЕНАТ - Састоји се из цинка угљена и сумпорне киселине, а да би се могао побити кисеоник додаје се хромна киселина, мес које се може узети раствор калијум или натријум бихромата ($K_2Cr_2O_7$ и $Na_2Cr_2O_7$) У том случају имаћемо оваке потенцијалске разлике:

$$Zn \,|\, H_2SO_4, K_2Cr_2O_7 = 1,4 \text{ Volt и}$$
$$H_2SO_4, K_2Cr_2O_7 \,|\, C = 0,6 \text{ Volt}$$

Целокупна потенцијалска разлика износи дакле 2 Volt-a На појединим додирним местима потенцијал је овако распоређен:

$$\begin{array}{cc} Zn|H_2SO_4 & H_2C_2O_4|C \\ -0{,}7|+0{,}7 & -0{,}3|+0{,}3 \end{array}$$

Пошто су пак H_2SO_4 и $H_2C_2O_4$ у једном споју то није могуће да у исто време имају разне потенцијале $+0{,}7$ и $-0{,}3$ Услед тога ће у њима бити потенцијал који је раван алгебарском збиру $(+0{,}7)+(-0{,}3)=0{,}4$ Пошто се промени потенцијал у свом спроводнику другог реда мора се мењати и потенцијал за Zn и Cu јер потенцијалска разлика мора остати константна. Услед тога ће наступити ова промена:

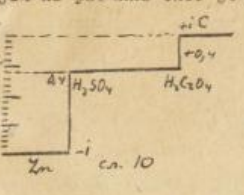
$$\begin{array}{cc} Zn|H_2SO_4 & H_2C_2O_4|C \\ -0{,}7|+0{,}7\ \}0{,}4 & -0{,}3|+0{,}3\ \}0{,}4 \\ -0{,}3 & +0{,}7 \end{array}$$

$(-0{,}7)+(-0{,}3)=-i$ т.ј. потенцијал (0,7) са Zn и потенцијал (0,3) са сумпорном киселином сједињене се и даће потенцијал - 1. Слично ће бити и на другој страни $(+0{,}7)+(+0{,}3)=+i$) Према томе потенцијал ће овако бити распоређен:

$$\begin{array}{cc} Zn|H_2SO_4 & H_2C_2O_4|C \\ -i|+0H & +0H|+i \end{array}$$

1,4 Volt 0,6 Volt

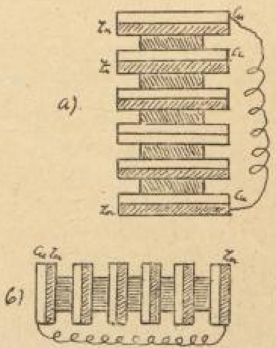
Као што се види оваквим размештајем није ништа покварено. Целокупна потенцијалска разлика опет је остала иста $(+i)-(-i)\cdot 2$ Разлика на првом додирном месту јесте 1,4 а на другом 0,6, као што смо у почетку нашли. Потенцијалске разлике могу се и графички представити, као што показује слика 10. Овај елеменат зове се Бунзенов зато што је Бунзен употребио први Zn и Cu Међутим у првом Бунзеновом елементу место хромне употребљена је концентрисана азотна киселина. Елеменат пак како смо га ми описали спада међу јаке елементе и веома се често употребљава по физичким и хемиским лабораторијама



сл. 10

10. ВОЛТИНСТУБ. Састоји се из извесног броја плоча бакарних и цинканих, између којих се умећу комади сукна накваженог у сумпорној киселини (сл. 11 а). Прво се узме плоча цинка, па плоча бакра па комад сук

на, па опет редом Zn, Cu и т.д. Само ако смо почели цинком, морамо завршити бакром и кад се ови крајеви делова саставе јавиће се струја. Ово је у самој ствари опет један галвански елемент само место да плоче мећемо непосредно у течност ми то вршимо квашењем сукна. Код овог елемента има једна незгода што ако узмемо више плоча да би добили јачу струју, онда горње плоче великом тежином притискују доње те се доња парчад сукна исцеди и остане сув услед чега се струја прекида. Да би се томе доскочило стубови се граде хоризонтално, те тако нема притиска (сл. 11 в.). У колико више будемо узели плоча, потенцијалска разлика биће већа и тиме струја јача.



сл. 11а и в.

11).- РАЗНЕ ВРСТЕ ГАЛВАНСКИХ ЕЛЕМЕНАТА И ЊИХОВА ПОДЕЛА.

За справљање галванских елемената потребно је најмање три спроводника, од којих бар један мора бити спроводник другога реда - течност. Има разних врста галванских елемената, али ми ћемо говорити само о онима који најчешће долазе у употребу. Они се сви могу поделити на елементе с једном течношћу и на елементе с две течности.

А).- ЕЛЕМЕНТИ С ЈЕДНОМ ТЕЧНОШЋУ.

а).- Б у н з е н о в е л е м е н а т,- који смо већ описали. Његов је састав $Zn / H_2SO_4, Na_2Cr_2O_7 / C$ Потенцијалска разлика $\Delta = 2$ волта. Отпор на који наилази струја $R = 0.67$ см ома. (Видећемо мало доцније каква је јединица за мерење отпора). Знак aq после $Na_2Cr_2O_7$ значи да је исти растворен у води.

ЛЕКЛАНШОВ ЕЛЕМЕНАТ. Његов је састав: $Zn / H_2SO_4, NH_4Cl\, aq / C$ све дакле остаје исто као и код Бунзеновог, само место натријум бихромата долази раствор нишадора. Потенцијалска разлика $\Delta = 1.6$ волта. Отпор $R = 0{,}69$ ома Овај је елеменат и з д р ж љ и в и ј и од Бунзеновог, због тога има велику употребу у практици нпр. при телеграфима се највише он употребљава. Има још више елемената са једном течношћу, као што су Хромов, Девијев.итд. али ми се нећемо упуштати у њихово описивање.

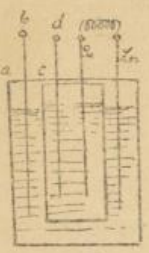
81.- ЕЛЕМЕНТИ СА ДВЕ ТЕЧНОСТИ.

Код ових се елемената течности раздвајају једна од друге

а).- ДАНИЈЕЛОВ ЕЛЕМЕНАТ.-

Његов је састав овакав: $Zn / Zn SO_4, aq \,||\, Cu SO_4 / Cu$

Нам. је сад описан сам елемент, види се на сл. 12. Имамо стаклени суд



сл-12.

(а) у коме има сумпорне киселине и у њој цилиндар од цинка (в), који растварајући се даје $Zn SO_4$. У ову течност умеће се порозан земљани суд (с) са раствором плавог камена у коме је бакарни цилиндар (d). Електромоторна снага овакног елемента износи 0.8 – 1,1 волта. А унутрашњи отпор $R = 2,\omega$ ома.

в).- ПРАВИ БУНЗЕНОВ ЕЛЕМЕНАТ.

Он се назива још и балонски елемент, у самој ствари то је једна модификација Данијеловог елемента. Његов састав је $Zn / Hg SO_4 aq \,||\, Cu SO_4 aq / Cu$. Електромоторна снага $E = 0.95$ волта отпор $R = 2,9$ ома. Сложен његов види се из слике 13. Спољи је стаклени суд (а): в је цинкани цилиндар, с је чаша у којој се и налази раствор $Cu SO_4$, d је бакарни цилиндар е је стаклени балон напуњен са $Hg SO_4$ и изврнут тако, да у колико се у самом апарату потроши сумпорне киселине у толико истиче из балона $Hg SO_4$ градећи нову



сл-13.

заштиту између сумпорне киселине и бакра. Порозним судом, већ се течности одвајају једна над другом услед различитих специфичних тежина. Бакарни цилиндар одвојен је од $Hg SO_4$ једном облогом од гутаперке (f). Овај елемент употребљава се чешће у пракси него сви претходни, нарочито где је потребно да струја дуготрајна, да се теже троши, пошто он показује мали унутрашњи отпор.

Сем ових елемената са течностима имамо и тако – званих

с у в и х е л е м е н а т а, који су згодни за пренос, а чији су састав-ни делови различни, према фабрици која их израђује. И они могу произвести

извесну количину електрицитета за малу употребу. Такав је на пример сле
менат:

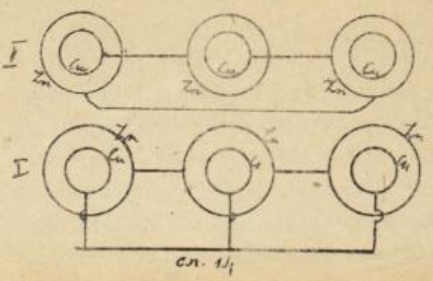
ЗАМБОНИЈЕВ СТУБ. Састоји се из многих листића бакра и цин
између којих се умећу листићи од хартије или ког другог хидроскопског т
ла. Ова хартија привући ће влагу из ваздуха, и тиме ће да се створи у с
ду извесна електромоторна снага. На путу се може употребити али где је
потребна струја врло слаба.

12).- СТАЛНИ ЕЛЕМЕНТИ.- Онај елеменат, код кога се електро
моторна снага никако не мења, назива се с т а л н и м е л е м е н т о
и одуши често као јединица за одредбу електромоторне снаге других елеме
ната. Такав један елеменат јесте Д а н и ј е л о в, јер је његова елек
тромоторна снага приближно стална. Тако његова електромоторна снага кад
двојна сумпорна киселина узета са 12% воде износи 1,181 волт-а. Ако се пак упо
треби раствор $Zn SO_4$ онда варира од 1.047 - 1.107. Суви елементи се
такође одликују сталношћу, због чега се неки од њих употребљавају у пр
тици за мерење електромоторне снаге.

13).- СПАЈАЊЕ ЕЛЕМЕНАТА: ГАЛВАНСКА БАТЕРИЈА.

Елементи се врло ретко употребљавају по један већ се увек
компонују по 2, 10, 100 и т.д. колико је кад потребно. Такав један спој од
више елемената назива се г а л в а н с к а б а т е р и ј а. Везивање
елемената може бити на два начина у серији (низу) или по напону. Прво ве
зивање назива се још везивање п о к о л и ч и н и.

Ако имамо елементе са бакром и цинком па вежемо Zn са Cu
Cu са Cu . . . . . и т.д. онда добијамо у ствари један елеменат са
пута већом површином, услед чега ће напон опасти, а количина струје пора
сти. Ово спајање је по количини или у серији низу - (сл. 14 I). Други
је начин спајања кад се Cu веже
са идућим Zn и т.д. а крајње Cu
са последњим Zn (сл. 14 - II.)
У том случају струја ће опасти,
али ће напон порасти. За неке при
мене згодно је спајање по количи
ни, а за друге по напону.



сл. 14

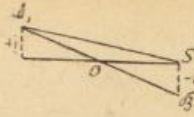
14).- ЕЛЕКТРИЧНО СТАЊЕ У ЕЛЕМЕНТИМА И БАТЕРИЈАМА.

Код једног елемента имамо да посматрамо ова три случаја: 1).- п о т п о в и н и с у с п о ј е н и. Кад се елемент налази у таквом стању,назива се о т в о р е н. Овако је стање управо електростатичко, јер се електрицитет не креће. На сваком спроводнику, који чини саставни део овог елемента, јавља се известан потенцијал сталан у целој маси једног истог спроводника. Само на додирним местима постоје већи потенцијалски скокови, тако нпр. код познатог нам хром-ог Бунзеновог елемента на цедој цинканој плочи показује се потенцијал (− 1) волта. На граници између цинка и течности потенцијал се на једанпут пење на + 0.4 волта.На граници између киселине и угљена потенцијал се подиже на+1 волт, што важи за целу угљену плочу. Ако је више елемената спојено у батерију, то се сви потенцијални скокови понављају од једног елемента до другог по реду тако да се потенцијал пење поступно у истом односу.

слика 4 на страни 54.

2).- Ако жице, које су у вези са половима ког елемента, приближујемо једну другој то ће се на извесној минималној дистанцији појавити електрична варница која ће се повлачити у извесним размацима времена У колико је потенцијалска разлика елемената већа у толико ће варница бити дуља т.ј. спајање ће се моћи пренети на већем растојању. Кад спојимо више елемената у батерију и то по напону онда потенцијалска разлика порасте и варнице су дуже. Ако примакнемо жице на мање одстојање, онда ће имати времена за гомилање и варнице ће бити много чешће. Ово пражњење слично је пражњењу лајденске боце.

3).- Ако будемо спојили жице, онда добивамо тзв. затворни елемент. У том случају јавиће се електрична струја, која ће непрестано циркулисати кроз спроводник. Правац струје увек је такав да иде од спроводника (+) ка спроводнику (−). На једном спроводнику сад потенцијал није једнак, већ расте или опада равномерно правцу струје. На границама између два спроводника показују се и сад потенцијалски скокови.- Ако узмемо



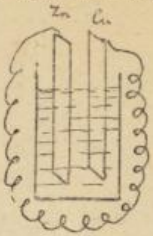
сл.15

да је потенцијално на једном полу раван $+1$, а на другом раван -1 и ако то графички предочавамо (сл.15) то ће линија AB која спаја места с потенцијалима $+1, -1$ представљати пад потенцијала. Ако узмемо потенцијалску разлику за јединицу одређења онда мемо т.з. пад струје.

Ако спојимо један пол са земљом нпр. в онда ће ту потенцијал бити раван нули и пад потенцијала биће друкчији, јер ће од $+1$ до 0 бити тога ће бити представљен другом линијом AS. У првом случају док је потенцијал опао од $+1$ до -1 он је морао проћи кроз нулу. Једну сличну ствар имамо код топлоте. Ако узмемо једну металну шипку која добро спроводи топлоту па удесимо да је на једном крају температура $+1^{\circ}$ на другом -1 ће у средини шипке температура бити равна нули.

Код сваке струје разликујемо два дела: спољашњу струју и унутрашњу. Спољашња је она струја која иде кроз спроводну жицу (на сл.16 од C_1 ка C_2), а унутрашња је струја она, која иде кроз течност од C_2 ка C_1.

Кад се електрицитет простире кроз известан спроводник онда линије, које показују пут електрицитета, дакле дуж којих се електрицитет креће називају се електричне линије паралелне међу собом а управне су на еквипотенцијалне површине односно поља које ствара електрична струја (о појмовима која се стварају струје биће доцније речи у електромагнетизму). У колико је једна жица тања у толико су електричне линије збивеније. Количина електричних линија на пресеку од 1 cm назива се густина електрицитетта.



сл.16

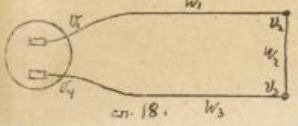
Ако буди којим начином раширимо једну спроводну жицу онда ће се електрични конци при преласу у ширу жицу накривити па ће се по том опет исправити и ићи паралелно (сл.17). Струја која иде непосредно кроз један спроводник назива се главна струја. Ако спојимо на таквом једном спроводнику две тачке извесне еквипотенцијалне површине (A_1 једном жицом онда се неће моћи у овој жици ништа констатовати или ако спојимо две разне еквипотенцијал-



сл.17.

е површине (A_6 и A_7), тада ће се појавити нова струја, која се на-
ива споредна. Ова ће струја увек протицати у правцу од нижега потенција-
а ка вишем.

15. ОМОВ ЗАКОН. При испитивању струје, пазимо на ова три ва-
на фактора: интензитет или јачину струје, отпор на који наилази струја у
вом кретазу и електромоторну снагу. Немачки физичар OR нашао је је-
ан врло важан однос између ових трију величина: $J = \frac{E}{O}$ и у том
ме обрасцу исказан омов закон који гласи: интензитет електричне струје
правно је сразмеран са електромоторном снагом, а обрнуто сразмеран отпо-
у. Под интензитетом разуме се количина струје која за јединицу времена
рађе кроз јединицу пресека.- Овакав прост закон вредио би за једну хар
ишку жицу, пошто пак увек имамо посла са више спроводника разног отпора
о ћемо овај закон проширити. Нека имамо више спроводника са отпорима



сл. 18.

$W_1\ W_2\ W_3\ W_4 \ldots\ldots$ (сл. 18.) из горњег омо-
вог закона излази $E = JO$ Познато нам је
пак из раније да је електромоторна снага рав
на потенцијалској разлици, с тога ако потен-
цијал на почетку прве жице буде V_1 а на кра
ју V_2 то ћемо имати

$V_1 - V_2 = iW_1$

исто тако:

$V_2 - V_3 = iW_2$

ако саберемо ове вредности имаћемо

$V_3 - V_4 = iW_3$

$V_4 - V_{n-1} = iW_{n-i}$

$V_1 - V_{n-i} = i(W_1 + W_2 + W_3 + \cdots W_{n-i}) \ldots 2$

$V_1 - V_{n-i}$ збир потенцијалских разлика, или збир електромоторних снага $= \Sigma(e)$
$(W_1 + W_2 + W_3 + \cdots W_{n-i})$ није ништа друго до збир отпора $= \Sigma(W)$ кад ово
заменимо и решимо једначину под (2 имаћемо $i = \frac{\Sigma(e)}{\Sigma(W)}$ Ово је проширени
Омов закон.

16. ПРИМЕНА ОМОВОГ ЗАКОНА. На основи омовог закона можемо
одговорити на питање, да ли је при грађењу галванских батерија боље веза-
вати елементе по количини или по напону - У изразу за омов закон $J = \frac{E}{O}$
отпор O сложен је из две врсте отпора: Унутрашњег отпора (W) који струје
налази у самој течности и спољашњег који струја налази у жици (ланцу).
Према томе кад заменимо O са $W+O$ имаћемо $J = \frac{E}{W+O}$ Узмимо сад слу-
чај да имамо више елемената везаних по напону. Ако имамо n елемената, та

да ће електромоторна снага елемената порасти n пута, исто тако ће се унутрашњи отпор (ω) увећати n пута. Спољашњи пак отпор у жици (O) остаје исти, пошто једном истом жицом можемо спојити подједнако једног елемента и крајње половне батерије. Према томе имаћемо $J = \frac{n \cdot \mathcal{E}}{n \cdot \omega + O}$ или $J = \frac{\mathcal{E}}{\omega + \frac{O}{n}}$ Овде можемо разликовати два случаја: а) Струја се води на велику даљину. Тада је спољашњи отпор према унутрашњем веома велики, тако да овај последњи можемо занемарити и онда ћемо имати $J = \frac{\mathcal{E}}{O_n} = \frac{n\mathcal{E}}{O}$. Дакле, интензитет струје је n пута већи, него код једног елемента; в) Струје се не воде на велику даљину. Тада је O мало према ω те га можемо занемарити и имаћемо $J = \frac{n\mathcal{E}}{n \cdot \omega} = \frac{\mathcal{E}}{\omega}$ Дакле у овом случају спајањем по напону не би добили ништа у интензитету.

II Узимимо да су елементи спојени по количини. У том случају мења се само унутрашњи отпор, који ће n пута опасти а спољашњи отпор и електромоторна снага остају исти. Према томе имаћемо $J = \frac{\mathcal{E}}{\frac{\omega}{n} + O}$ и овде имаћемо два случаја: а) Струја се води на велику даљину. Тада је спољашњи отпор велики, а унутрашњи мали, тако да се може занемарити. Имамо $J = \frac{\mathcal{E}}{\omega_n + O}$ или $\frac{n\mathcal{E}}{\omega + nO}$.

Кад занемаримо ω имаћемо $J = \frac{n \cdot \mathcal{E}}{n \cdot O} = \frac{\mathcal{E}}{O}$ дакле у овом случају се ништа не добија у интензитету. в) струја се не води на велику даљину. Тада је O мало ω може се занемарити те израз за интензитет постаје $J = \mathcal{E}/\omega_n$ дакле интензитет је порастао n пута.- Из изложеног можемо извести ово правило: Да би се добила струја n пута већа интензитета онда ваља елементе спојити по напону ако се струја не води далеко.- Може се десити случај да се известан број елемената веже по количини а известан по напону. Ако нпр. имамо n елемената, ми ћемо везати p по количини а q по напону. Тада ће бити $J = \frac{\mathcal{E}}{\frac{\omega}{p} + O_q}$ Ова ће ~~брзина~~ једност бити *maximum* а кад је спољни ——— отпор раван унутрашњем ω, што постоји једначина: $\frac{\omega}{p} = \frac{O}{q} = \sqrt{\frac{\omega \cdot O}{p \cdot q}}$. Ако нађемо ω и O онда из једначина можемо израчунати p и q број елемената, које треба везати по количини и остале по напону.

17. ГРАНАЊЕ СТРУЈЕ.- КИРХОВЉЕВИ ЗАКОНИ.

До сад смо увек имали случај да струја иде кроз једну исту средину (жицу) али се струја може после извесног времена разгранати у више жица разног правца, тако нпр. на слици 18 имамо да струја до тачке A

долази једном жицом а одатле се после гране у три при чему се, изравно ин тензитет струје мења у i_1, i_2, i_3. Она струја која долази у тачку А бележи се са (+), а она која излази из једне тачке бележи се знаком (-). За грађање струја постављено је Кирхофове законе: I Закон. Интензитет струје, која долази изједне тачке А , раван је збиру интензитета оних струја, које излазе из тачке. Према томе и алгебарска сума интензитета у једној тачки равна је нули: $i=i_1+i_2+i_3$ или $i-i_1-i_2-i_3=0$ т. $\Sigma(i)=0$. Ово важи да то није и да нпр.: мање струје одилази из тачке А него што у њу уђе, онда би се електрицитет нагомилао у тачки А, а то кад покретног- динамичког електрицитета - није могуће. Ако би из А више излазило електрицитета на што уђе то би значило да у тој тачки постоје из нечега извесна количина електрицитета, што је такође немогуће. II закон. Ако у једном затвореном ланцу нема никакве електромоторне снаге (сем гаљва иског елемента), онда је збир производа из интензитета и отпора појединих грана раван нули: а ако има какве електромоторне снаге онда је збир производа раван тој снази.- Нек нам је дат 1. затворен ланац (сл 20) Знамо да је у општем: $i=\frac{e}{w}=\frac{v_1-v_2}{w}$ и одатле је $iw=v_1-v_2$ Ако то применимо на нашу разгранату струју имаћемо:



сл. 20

$i_1w_1=v_1-v_2$
$i_2w_2=v_2-v_3$
$i_3w_3=v_3-v_4$
$i_4w_4=v_4-v_1$

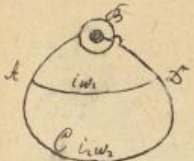
саберимо обе стране па ћемо имати

$\Sigma(iw)=0$ или $\Sigma(e)=0$.

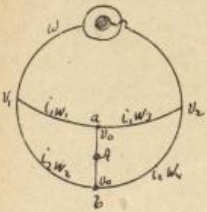
Ако имамо у ланцу какву електромоторну снагу пр. у правом спроводнику неки је умакнут један елемент са електромоторном снагом e, тада за прави спроводник важи једначина: $i_1w_1=v_1-v_2+e$ а остало све остаје исто. Према томе сабирањем добијамо: $\Sigma(iw)=\Sigma(e)$.

18. Разне врсте грађања .- а) Просто грађање струје. Узмимо да струја полази из једног галванског елемента (В) (сл.27). Интензитет те елементарне струје нека је i а отпор w Ако у тачки А прекинемо и разгранамо је на две жице са интензитетом i_1 и i_2 и отпорима w_1 и w_2 онда се струја назива сведена. Да видимо какви односи важе за тачку А. По првом Кирховљевом закону имамо: $i-i_1-i_2=0$, по II кирховом закону имамо за затворен ланац ACB пошто у њему нема електромоторне

снаге: $i_1 w_1 - i_2 w_2 = 0$ . . . . (2· (знак (-) пред другим чланом узет је за то што смо предпоставили да у затвореном ланцу струја тече од А преко С ка Д па одатле ка А, дакле супротно него на сл. 21). Ако из једначине (1. израчунамо 12 и заменимо у једначину (2 имаћемо: $i_1 w_1 - w_2(i - i_1) = 0$ или $i_1 w_1 - i w_2 + i_1 w_2 = 0$, $i_1(w_1 + w_2) = i w_2$ одатле: $i_1 = \frac{w_2 i}{w_1 + w_2}$. Ово је једначина за израчунавање интензитета i_1, за i_2 нашли би сличну: једначину $i_2 = \frac{i w_1}{w_1 + w_2}$ Овако одвођење струје на њеном путу зове се деривирање. Ова деривација налази примене при мерењу интензитета струје, кад је она врло јака да је неможе сву пропустити кроз галванометар (справа за мерење инвезитета, види тач 20) Тада ако је главна жица извесне дебљине, онда се средња жица узима танка, тако да је i_1 интензитет средње жице АД) рецимо 10 пута мањи од i (интензитет главне жице). Струју из средње жице водимо у галванометар и измеримо интензитет. Кад нам је познато $\frac{1}{10} i$, онда знамо и i. Немци и Французи називају свако грањање шунт (енглеска реч shunt отока) в). Грањање струје мостом . Ако кад обичног грањања пустимо једну жицу од средње ка доњој грани онда добијамо т.зв. мост (сл. 22)Померањем моста ab удесићемо да у тачкама а и в буде исти потенцијал, т.j. да кроз мост не пролази струја. Око моста АВ имамо 4 гране, према томе и 4 отпора а само 2 струје (i_1 и i_2) На основу другог Кирховљевог закона имаћемо ове једначине $0 - v_0 = i_1 w_1 = i_2 w_2$; $v_1 - v_2 = i_1 w_3 = i_2 w_4$ Ако уз мемо једначине: $i_1 w_1 = i_2 w_2$ и $i_1 w_3 = i_2 w_4$ их поделимо и скратимо, имаћемо : $\frac{w_1}{w_2} = \frac{w_3}{w_4}$ или $w_1 : w_3 = w_2 : w_4$. Ово је просто правило које показује какав однос ваља да постоји при грањању струје мостом.Мост ab назива се Витстонов (Wheat-stone) 2.) Грањање струје кад је у ланцу уметнута каква електромоторна снага. Нека нам је дата нека обична разграната струја само у средњи ланац АВ нека је уметнут један елеменат са електромоторном снагом $\mathcal{E}_2$ (сл. 23) Електромоторна снага основног елемента нека је $\mathcal{E}_1$ За споменути ланац важиће једначина: $w_1 i + w_3 i_2 = \mathcal{E}_1$ . . . . 1) за други ланац већ имамо: $w_1 i_1 + w_3 i_2 = \mathcal{E}_2$ . . . 2). На месту пресека у тачкама А и В посто



сл. 21

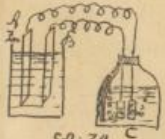


сл 22

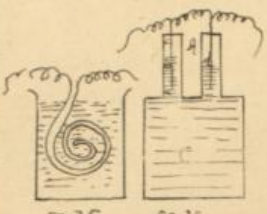
даје по првом кирхаваевом закону једначина (за одређене контуре) $i_2 = i_1 - i_3 = 0$ ... 3) Ако одузмемо једначину (1) и (2) имаћемо: $w i_1 - w_1 i_1 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$ ... 4) Из наведених једначина можемо израчунамо i_1, i_1', i_2 и остало што нам је потребно, но ми се нећемо упуштати у то решаваае.

19. Појаве које прате електр. струју - секундарни елементи или акумулатори. Говорећи раније о елементима једном тачношћу поменули смо да се код њих јавља поларизација, т.ј. да се услед стварања водоника појављује контра струја која слаби првобитну струју. Ова секундарна струја расте све више и више тако да на послетку елемент неможе дати више електричне струје. Изгледа да је та ствар штетна за елемент али међутим секундарна струја може се употребити помоћу акумулатора т.ј. спрема у којима се скупља електрицитет и чији ћемо састав мало ниже проучити.- Да заиста постоји секундарна струја можемо констатовати помоћу нарочитог апарата (сл.24), Волтаметра. То је обичан галвански елеменат, чије се полне жице сарађују платинским листићима a и b која се находе у једном затвореном (простору) суду C у коме има течности, а обично се узима вода закишељена са H_2SO_4. Кад се струја пусти на плочицама (a и b) почеће се развијати гасови H и O. Ако сад струју прекинемо и крајње жице A и B спојимо са галванометром, показаће се скретање игле, дакле у жицама постоји опет струја. Та ће струја бити супротног правца јер ће игла галванометра скретати на супротну страну од ње. на коју скреће кад елеменат непосредно с њиме саставимо. На основу овога јављања секундарне струје праве се секундарни елементи или акумулатори. Такав један елеменат јесте: Гровеов гасни елеменат (сл.25) састоји се из платинских плочица a и b које су у вези са половима галванског елемента. У суду C и оба крака A и B находи се вода закишељена супм. киселином (H_2SO_4) Услед дејства струје развијаће се на једном полу кисеоник, на другом водоник. Ако прекинемо горњу струју а платин. плочице спојимо жицом d јавиће се у самом елементу струја супротног смисла коју можемо употребити. Ова се струја јавља услед тога што се кисеоник и водоник поново једине у воду и према томе кад се сва количина кисеоника и водоника врати у воду струја престаје. Гровеов акумулатор даје врло слабу секундарну струју, због тога се ређе употребљава.- Много је бољи. Гастон - Трувеов акумулатор


сл. 23.


сл. 24

(сл. 25.) Састоји се из две главне плоче које су увијене у спиралу и изоло
ване су једна од друге. Оне се налазе у суду са разблаженом сумп. киселином. У
те се плоче унесе струја и услед кога развијаће
се на једној киселоник а на другој водоник. Кисе
ник се једини са оловом градећи супероксид на
тој плочи (PbO_2). Ако прекинемо спољашњу
струју па саставимо плочове непосредно међу собо
јавиће се секундарна струја извесне јачине. Али
тада ће се супероксид претворити у оксид (PbO
а онај део ослобођеног киселоника отићиће на дру
гу плочу и тамо стварати супер - оксид. Ако се ово понови више пута онда ће
се на плочама нагомилати већа количина оксида и секундарна струја биће јача.
Овај посао нагомилавање оловног оксида зове се формирање елемената. Кад ис
мо већ довољно велики слој оксида онда је елемент готов и може се употре
ти. У последње време плоче се не формирају већ уносе готове. Граде се обич
но у облику сачак у којима је наслагани супероксид олова.- Има још разних
конструкција акумулатора.(Plante Faure и.т.д.) али при свима имамо
у главном посла са H_2SO_4 . Видећемо доцније да ови акумулатори могу
послужити за мерење напона код струје.-

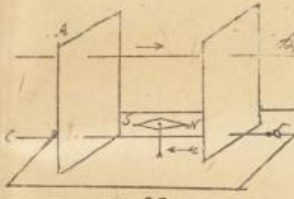

сл. 26. сл. 27

20. МЕРЕЊЕ СТРУЈЕ. Захваљујући јакој распростртој употреб
струја електричних у (практици) техници, усавршавање инструмената за ме
ње трију фундаменталних величина електричне струје: Интензитета електро
торне снаге и отпора, постигло је последњих година велики напредак. Ми се
не можемо подухватити тога посла да дамо макар кратак, збивен преглед ов
апарата и метода за мерење. Ми ћемо говорити само о једној или другој мет
ди и тиме показати да је (и на који начин) у опште могуће све ове величин
тачно мерити и ако нам је суштина електрицитета до скора била непозната.-
Три основне величине које имамо мерити код струје, као што рекосмо $J\,E\,O$
Те три величине фиксиране су у Омову закону $J = \frac{E}{O}$ а сад да видимо ка
се мере.

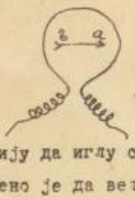
А) МЕРЕЊЕ ИНТЕНЗИТЕТА.- Интензитет се може мерити на два начи
на, или дејством струје на магнет, или хемиским дејством. Као јединица за
мерење интензитета узима се ampère о чему ће мало доцније бити говор
(2 књ. 21 С.)

а). Одређиваье интензитета према магнетном дејству.

Доцније ће специјално бити говора о утицају струје на магнетизам а сад ћемо се задржати само на утицај струје на магнетну иглу.- Као што зна ко хоризонтална покретна магнетска игла заузима увек сталан положај, пошто на ву дејствују силе земљиног магнетизма. Један крај игле окренут је увек према северном магнетском полу а други према јужном магнетском полу земљином. Линија која се може повући кроз северни и јужни пол игле а који би довољно продужена пролазила кроз северни и јужни земаљски магнетски пол - назива се магнетски меридијан, а вертикална раван у којој овај меридијан леми назива се раван магнетског меридијана. Ако спроведемо електр. струју изнад или испод магнет. игле у равни меридијана (сл. 27) то ће игла окренути из свога положаја. Ако струја тече у правцу стрелица од A ка B игла ће окренути тако да ће се јужни пол приближити посматрачу а северни удалити се од њега. Обрнуто, ако би струја потицала кроз дову жицу CD тада би игла окренула тако да ће северни пол приближи посматрачу, а јужни одбије од њега. Ако би се пак струја кретала у смислу дове стрелице (од B ка C) наступило би први случај скретања.- У колико је интензитет струје већи у толико је и угао скретања већи. На основу тога скретања меримо интензитет.- Место просте жипке (AB и CD) кроз коју смо пустили узимо један круг направљен од жице а у његовој средини нека се налази магнетска игла (сл. 28) коју пустимо струју кроз жицу. Ова игла ће бити: Нека Абца (сл 29) представља маг. меридијан игла ће под утицајем струје скренути за угао α заузети равнотежни положај ab. Привлачна снага земљиног магнетизма је H и ако замислимо у полу да имамо магнетску масу m онда ће дејство земљиног магнетизма бити Hm сила P показује нам дејство струје, која има тенденцију да иглу скрене из положаја магнетског меридијана. Емпиричким путем нађено је да величина те силе износи: $P = \frac{m \cdot I \cdot l}{r^2 \cdot a}$ управно је сразмерна магнетској маси интензитету и дужини жице. кроз коју иде струја од магнетске игле. Силе H и P разложићемо на компоненте од којих ће се једна поклапати са правцем игле ab а друге бити управне на тај правац. Компоненте ar и ac потираће се стичним компонентама на полу b а остаће да



сл. 27

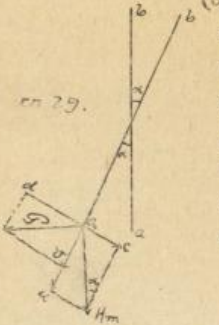


сл. 28.

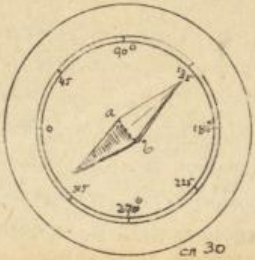
дејствују ac и ad врхови су величине ове: $ac = Hm\,k \cdot \chi$ или $ad = P\cos\alpha$ Кад заменимо вредности за P биће $ad = \frac{mJl}{r^2}\cos\alpha$. Да би наступила равнотежа, т.ј. да би се игла задржала у положају ab све компоненте морају бити једнаке дакле $Hm\,kinα = \frac{mJl}{r^2}\cos\alpha$. Нама треба, J отуда кад решимо једначину по J добићемо $J = \frac{Hr^2}{ml}\,tg\alpha$. Како смо сва H, r, m, l пуштали горе једнаке по замени имамо $J = \frac{Hr^2}{2l}\,t$. Ово је за 1 круг али за већа дејства употребљавају се n кола и тада је интензитет дефинисан обрасцем: $J = \left(\frac{Hr^2}{2l}\right) tg\alpha$. Израз у загради сталан је за једно место, те отуда зато интензитет зависи само од тангенте угла скретања. Због тога се справе основане на овом принципу називају тангентне бусоле.- Сразмерност између интензитета и тангенте угла скретања постоји само онда ако је игла ab врло мала. Тако је потребно да α буде $< \frac{\pi}{12}$ где π значи полупречник круга од жице. Али да би се скретање игле могло што тачније читати ова се игла (ab) спаја с једном другом иглом од алуминијума (cd) која с правом заклапа угао од 90° и чији нам врхови на подесној скали показују угао скретања (сл. 30.).

(Сразмерност између интензитета и тангенте игла скретања постоји само онда ако је игла ab врло мала. Тако је потребно да где значи полупречник круга од жице. Али да се скретање игле могло што тачније читати, ова се игла спаја са једном другом иглом од алуминијума ( ) која с заклапа угао од 90° и чији нам врхови на подесној скали показују угао скретања (сл. 30.)

сл 29.

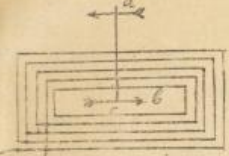


ГАЛВАНОМЕТРИ. Под тим именом разумеју се све справе код којих се интензитет струје мери одступањем магнетске игле. Оне справе пак којима се може само констатовати једна струја и одредити нам смисао називају се галванометри. Ако код галванометра имамо више кругова жица онда се називају мултипликаторни. Код мултипликаторних се обично узимају две астатичке магнетске игле, да би могли мерити у свима правцима. Једна вр



сл 30

...галванометара јесте мало пре поменута тангента бусола. Сем ње имамо и т.з. Сикузну бусолу. Код ње се помоћу клина скроне, окреће цео апарат за угао α док игла не дође у предњи положај и према томе углу мери се интензитет.- Комбиновање галванометра и мултипликатора врло су разли чите. На сл. 31 имамо мултипликатор представљен у најпростијим цртама.



сл. 31.

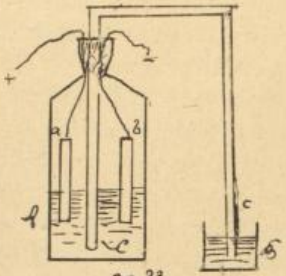
Имамо две астатичке игле, које треба да су једнаке и паралелне а у супротном смислу окренуте, т.ј. једна према полу N дође S и обратно. Уколико је магнетна сила ниже изједначена у толико је и сам мултипликатор осетљивији. Око једног дрвеног оквира (c) намотана је више пути жица, кроз коју струја иде. Ако је струја такве природе да не може савладати велики отпор, узима се мултипликатор са мало завоја, али са дебелим жицама. За струју, пак, које могу савладати велики отпор узима се што је могуће тања жица у врло много завоја (10000).


сл. 32

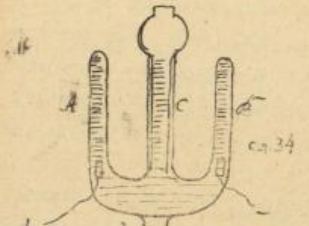
Јачина струје и скретање више прост јер се многим завојима дество струје појачава. Ако желимо овде дознати праву меру за интензитет струје, овде морамо сваку справу степеновати, морамо дакле, јачину струје мењати одређеним размацима посматрити скретање игле. На основи тога посматрања створићемо нарочите таблице, из којих ћемо за свако скретање наћи одговарајућу јачину струје.- Често се пута за мултипликаторе узимају магнети звонастог облика (сл.32) јер тиме може да се добије већа осетљивост, а осим тога брзо се могу зауставити да не клате дуго те се читање угла скретања може брзо вршити. Поларизациони галванометар. Служи за то, да мери интензитет какве моменталне или испрекидане струје. На пр.: интензитет електричне варнице одређује се на тај начин што се варница пусти на магнетну иглу која може клатити и пази се на време клатења. У колико је то време клатења дуже, у толико је интензитет струје већи. Код овог галванометра игла се не зауставља одмах већ се на против пусти да слободно клати. Овим смо свршили преглед мерења помоћу дејства на магентску иглу.

Одређивање интензитета помоћу хемиског дејства Други начин одређивања јачине струје по величини хемиске радње коју струја изврши. Према Фарадејевим испитивањима продукти који се излуче из какве течности на половинама галванског елемента пропорционални су с интензитетом. Справе за овако мерење

називају се у опште волтаметри или тежине продуката и за то служе тежински волтометри. α) Запремински волтаметри (сл.33.) састоји се из стакленог суда A у који улазе полови сложеналa или батерије завршени платинским плочицама a и б. До дна суда још улази једна стаклена савијена цев(C). Суд се доврха напуни водом, која је закисељена сумпором киселином, да боље проводи струју. Кад се струја пусти, почеће се на платинским плочицама развијати O и H Који ће притискивати воду и терати је кроз (C) Ову воду скупљамо у суд B и измеримо њену запремину а то ће бити у једно и запремина развијених продуката. ~~Запремина продуката.~~ Запремина развијеног гаса мора се за рачунање свести на одговарајућу Запремину при обичном притиску и на 0° Кад се зна да струја чија је јачина равна једној електромагнетској јединици, развије за 1(минут) 104,3 cm^3 гаса, или струја од 1 ампера 10 часа, онда у сваком случају, кад нам је познато време трајања струје и запремина развијеног гаса можемо лако одредити интензитет струје релативно према горњим бројевима.- Често се запремински волтометри граде у облику, какав је претстављен на слици 34. Састоји се из две градуисане цеви подељене на кубне сантиметре, милиметре итд.(A. B). Кад се пусти струја развијаће се на платинским плочицама гасова и њихову запремину можемо одмах прочитати. Вода коју гасови потискују улази у једну комуникацију једну комуникацију улази у једну комуникацију



сл. 33



сл. 34

3. Тежински Волтиметар. Кад струја пролази кроз раствор сулфата бакра ($CuSO_4$) или соја нитрата ($AgNO_3$) она одваја на једном полу метал бакар или сребро и према тежини излученог метала може се мерити интензитет струје. Конструкција самог волтаметра види се на сл. 35. У суду A, у коме се налази раствор $CuSO_4$ уметне се бакарна шипка B која је у вези с једним полом батерије. Ако је шипка B везана са позитивним полом, а суд A,(који је такође од бакра) са негативним. то ће се из раствора $CuSO_4$ наслагати на шипци извесна количина металног бакра. И п

ku možemo posle izvesnog vremena ekstrahovati i izmeriti da bi našli težinu bakra. Ako bi pak struja bila vezana sa negativnim polom, tada bi se bakar sa ove skidao a nalagao bi se na sudu koji takođe možemo izmeriti. Pošto se zna da:

elektrom. jedinica zlata razvije $Ag = 0,671\ gr$, $Cu = 0,1974$

amper " " $Ag = 0,067 \cdot Cu = 0,0197$.



sl. 35.

onda je lako odrediti relativno prema gornjim vrednostima intenzitet struje ako se pazi na vreme njenog delovanja i količinu izlučenog bakra ili srebra.

B. MERENJE OTPORA.

Kad struja prolazi kroz sprovodnik nailazi na izvestan otpor. Taj je otpor različan za razne materijale, dakle potrebno je da za svaki sprovodnik znamo specifični otpor (δ). Osim toga otpor je upravno srazmeran sa dužinom žice (l) a obrnuto srazmeran sa njenim presekom q. Prema tome otpor je izražen ovim obrascem: $O = \frac{l}{q}\delta$.- Za merenje otpora ima ko dve jedinice praktičnu siemensovu jedinicu i apsolutnu jedinicu su -OM. Za siemensovu jedinicu uzima se ona količina otpora, koju daje jedan stub žive na $0°$ i $1m$ dužine i $1mm^2$ preseka. U apsolutnim pak, merama uzima se stub žive od 106 cm dužine i $1\ mm^2$ preseka. Otpor koji taj stub žive daje naziva se- OM (ohm). Specifičan otpor za razne materijale različna je. Tako:

Za Hg $\delta = 0,944$ ohm/m/a tolik potrebno je žice 106 cm.

Ag $\delta = 0,2$ " " " " " 5 m

Fe $\delta = 0,093$ " " " " " 10,6 m

Pt $\delta = 0,087$ " " " " " 11,5 m

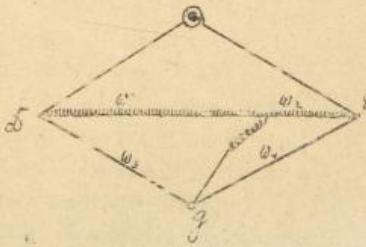
Cu $\delta = 0,0015$ " " " " " 66,7 m

Recipročna vrednost specifičnog otpora $\frac{1}{\delta}$ naziva se sprovodljivošću. U koliko je δ manje u toliko je sprovodljivost veća, zbog toga se bakarne žice i upotrebljavaju za sprovođenje struje, jer im je otpor mali a sprovodnja velika.- Otpor nije stalan pri svakoj temperatura Ovo je konstatovano na telima koja se jako zagrevaju kao što su električne lampe sijalice.- Za precizno merenje služimo se poznatim Vitstonovim mostom (sl.36). za koji smo našli poznati odnos $w_1 : w_2 = w_3 : w_4$ i recimo ako su nam tri poslednje vrednosti poznate onda je: $w_1 = \frac{w_2 \cdot w_3}{w_4}$ Kako se u praktici



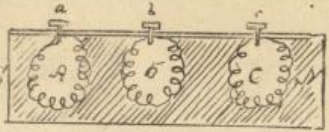
сл. 36

обично узима $W_1 = W_2$ $W_3 = W_4$ Један апарат за мерење отпора на основу Виновог моста направљен је овако (сл 37) Гране W_1 W_2 састоје се из праве жице која је подељена на 100, од 100 (20 cm). Остали састав је исти. Мост се може покретати лево и десно, док се не удеси да у њему нема струје а тако ће бити онда кад галванометар буде показао нулу. Отпор W_4 узимамо познат нпр. од 300 Ома. Нек се Крај моста звуктавио у тачки F кад је галванометар показао нулу, онда пређена дужина EF и FE које читамо непосредно на жици одговарају односу између W_1 и W_2, а кад је то познато (W већ знамо), онда лако налазимо и W_3 које нам је непознато.



сл. 37

Реостати. Све справе које служе за то да се у извесан ланац уметне неки већи или мањи отпор, које нам величине познате називају се реостатима. Најобичнији реостати основани су на овоме принципу. Имамо комад дебелог метала (ММ), који је на неком месту избушен и у те отворе улазе чепови који су такође спроводници те струје. Ови чепови (жичеви) су избијени непосредно пролазећи кроз ММ (сл.38). Плоча ММ налази се над кутијом КК. На отворима где улазе чепови уметнуте су спиралне жице чији су отпори познати. Напр. $\frac{1}{100}$ $\frac{1}{10}$ 1, 40, 1000 итд. Ако сад нпр. извадимо чеп, онда струја не може пролазити кроз ММ, већ кроз прави кроз спиралну А. Тиме смо уметнули у ланац отпор од извесног броја ома Ако рецимо спирала В показује отпор од 300ома, па извадимо чеп В, онда умећемо у ланац отпор од 300омова итд. Има разних система реостара, али се ми нећемо упуштати у њихову описати



сл.38

С. Мерење електромоторне снаге Пошто је електромоторна снага равна потенцијалној разлици, то се њено мерење своди на мерење потенцијалних разлика помоћу Томсоновог апарата или обичним квадрантном електро-

...ући смо састав раније описали.- И галванометар може послужити да се одреде електромоторни снага струје. Ако се један члан разграна онда једну упоредну струју с великим отпором w и у тој споредни спроводник увећа осетљив галванометар, онће скренути за известан угао α показавши интензитет струје, проводећи, биће раван електромоторној снази, по тој значи дакле посредним путем мерење интензитет и отпор може се из Омовог закона $\gamma = \frac{\varepsilon}{\delta}$ израчунати електромоторна снага.- Овим смо завршили мерење струје.

21. Јединице за мерење електрицитета и њихове димензије.

Апсолутно систем мера, коме је основица грам, ситни грам и секунда увеђен је и за мерење електрицитета. Овде имамо три врсте мера: Електростатички систем, Електромагнетни и практички систем мера.

а). ЕЛЕКТРОСТАТИЧКИ СИСТЕМ.- Још раније у статичком електрицитету дефинисали смо електростатичку јединицу за привлачење.- То је она снага, којом се привлаче две електричне масе на одстојању = 1 и са јединицом сила (1 дином). Образац за привлачење је: $F = \frac{q_1 q_2}{r^2}$ или ако је $q_1 = q_2$ онда је $F = \frac{q^2}{r^2}$ Овде можемо израчунати количину електрицитета: $q = r\sqrt{F}$. Као што знамо из механике, димензије сила изражене су масом $P = a \cdot m$ где a значи убрзање а m масу. Пошто је $a = \frac{s}{t^2} = LT^{-2}$ кад заменимо имамо $P = MLT^{-2}$ У изразу за количину електрицитета имамо r дужину и квадратни корен из силе. Према томе димензија за количину електрицитета биће: $q = L\sqrt{MLT^{-2}} = L(MLT^{-2})^{\frac{1}{2}}$ или $q = L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ пресека

Знамо да је интензитет количина струје кроз јединицу за јединицу времена, т.ј. $J = \frac{q}{T}$ Према томе димензија за интензитет биће: $J = L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}$ За капацитет кугле, где је $C = r$ имамо димензију $C = L$ Рад који врши струја пролазећи кроз жицу (по Џуловом закону који ћемо мало доцније известити) Пошто знамо да је $R = T \cdot s$ То је димензија рада $R = L^2 MT^{-2}$ и кад заменимо вредности за $R = i^2$ имаћемо димензију отпора $w = \frac{L^2 MT^{-2}}{L^2 MT^{-2} T} = L^{-1}T$.

Пошто је брзина $V = \frac{s}{t}$ имаћемо димензију брзине $V = LT^{-1}$ Кад упоредимо димензије брзине и отпора видимо да је димензија отпора обрнута димензији брзине.

Електромоторна снага по Омовом закону $\mathcal{E} = O \cdot J$ према томе има димензија: $\mathcal{E} = L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$

в. ЕЛЕКТРОМАГНЕТНИ СИСТЕМ. Електромагнетне јединице могу се употребити за мерење на основи познатог факта да електричне силе утичу на магнетске и обратно. За снагу привлачења два магнета нашли смо: $F = \frac{m_1 m_2}{r^2}$ или ако је $m_1 = m_2$ онда је и $F = \frac{m^2}{r^2}$, одатле је $m = r\sqrt{F}$. Димензија за количину магнетизма биће $M = L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$. Магнетски моменат $\mathcal{M} = m \cdot l$, пошто је његова димензија $\mathcal{M} = L^{\frac{5}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$. Интензитет струје, кад дејствује на магнет јесте $i = \frac{\mathcal{M} \cdot z}{2\pi}$. На димензију ће имати утицаја само $\mathcal{M}$ и z. Пошто је димензија интензитета магнетског поља $\mathcal{H} = L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$, а $i = L$ то ћемо за i имати $i = L^{\frac{5}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$.

С. ПРАКТИЧНИ СИСТЕМ.

Практичне су јединице изведене из претходних. Разликује се од апсолутног система што за јединицу дужине није узет сантиметар већ квадрант земаљ. кугле која има 10^9 cm. За јединицу тежине није узет грам већ $\frac{1}{10^{11}}$ грама. Секунд није дирао. Практична јединица за мерење интензитета јесте ампер. Он износи $\frac{1}{10}$ део електромагнетске јединице ~~струје~~ је димензија за $i = L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ то је димензија за ампере $= 10^{-1}(L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1})$ или $10^{-1}(cl^{\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}} s^{-1})$. Ако имамо једну тангентну бусолу код које је $r = 30$ cm и струја скреће иглу за угао $\alpha = 45°$; Кад је $\mathcal{H} = 0{,}2$ (пита се колико је α)? Занимљиво је једначење вредности у образцу изведено $\alpha = \frac{2\pi \cdot \mathcal{H}}{i \cdot z}$. $i = 0{,}456$ електромоторних јединица или $9{,}56$ ампера. Практична јединица за електромоторну снагу назива се Волт. Она износи 10^8 cgs. Пошто смо у апсолутним мерама нашли да су електромоторне снаге $\xi = i^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ то је volt $= 10^8 (L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1})$. Практична јединица за отпор јесте OM (ohm). Један ом раван је отпору који има један стуб од 100 cm дужине и $1\ mm^2$ у пресеку $Ohm = 10^9$ електромагнетних јединица отпора. Немци употребљавају као практичну јединицу отпора Сименс $= 100$ ома. Количина струје $Q = i \cdot t$. Њене димензије $Q = i^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}}$. Практична јединица за количину јесте Кулон $= 10^{-1}$ (cgs) јединица. Капацитет $C = \frac{Q}{U}$. Димензија његова $C = L^{-1} T^2$. Практична јединица за мерење капацитета јесте фарад $= 10^{-9}$ cgs. Чешће се употребљава Микрофарад $= \frac{1}{1\,000\,000}$ фарадија или $= 10^{-15}$ cgs. Електрични рад $A = \xi \cdot i \cdot t$. Ако тражи ефекат т. ј. рад за јединицу времена то је $A = \xi \cdot i$. Рад се мери Волт амперима (количине механичке мерене у механици). Један волт – ампер $= 10^7$ (cgs) $= 10^7$ ергова, дакле 1 волт-ампер $= 10^7$ ергова. Као што у механици имамо јединицу јачи коњ $= 736 \cdot 10^7$ ергова.

За практичну употребу струја се продаје на [illegible] ватс. Београду плаћа се за један [illegible].

ekto – vat 0,0999 a za državu 0,055 din. dakle cena je 5-6 para dinarski (praktična rada)

Veoma je važan odnos koji postoji između količina struja izraženih u elektrostatičnim i elektromotornim jedinicama. Našli smo: $[i]=L^{-1}M^{1/2}T$ (elektr.) i $[i]=L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}$ (elektr. mag.). Upoređenjem dobijamo:

$$\frac{[i]}{[i]}=\frac{L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}}{L^{-1}M^{1/2}}=LT^{-1}$$ — a ovo je kao što znamo dimenzija brzine. Ako uporedimo intenzitet u jednom i drugom sistemu dobijamo opet brzinu. Ako se traži koliko iznosi v uzme se jedan kondenzator naelektrisan, pa se našlo $v=300000$ km. u sekundi a to je poznata brzina svetlosti. To je dalo povoda da se traže odnosi između elektriciteta i svetlosti, te je na taj način postala Maksvelova teorija svetlosti o kojoj će docnije biti govora.

72. Dejstva električne struje.

I poglavlje dejstva. Kad struja prolazi kroz sprovodnik kao što znamo nailazi na otpor i da bi savladala taj otpor mora izvršiti izvesnu količinu rada. Taj izvršeni rad javlja se u obliku energije toplote, sami sprovodnici, dakle pri prolasku struje zagreju se to je zagrevanje u toliko veće u koliko je veći otpor sprovodnika stanja struji. Ako su žice koje sprovode struju tanke mogu se usijati, istopiti, na ovome je osnovan na upotreba električne struje za osvetljenje.

Džulov Zakon. Količina toplote (Q) koja se razvija u izvesnom sprovodniku upravno je srazmerna kvadratu intenziteta (i^2) i dužom stepenu otpora (ω) dakle: $Q=i^2\omega$. Ovaj se zakon naziva Džulov po imenu engleskog fizičara Džula (Joule.) Ako je data žica dužine l to će zavisiti i od nje zagrevanje. Zagrevanju smeta zračenje toplote sa površine žice. Ako je $2r\pi$ obim žice, onda je $P=l.2r\pi$ celokupna površina koja zrači. Ali kao što nam je poznato iz nauke o toplotu zračenje je različno za različne materije a sem toga zavisi od okoline, vazduha i t.d. Zbog toga moramo uvesti u račun i emisioni koeficijenat ε. Napose kotku moramo se obzirati i najvišu temperaturu τ koju žica ima. Jer značenje zavisi i od temperature. Prema tome celokupno zračenje iznosi $T=2r\pi l\varepsilon\tau$ ako zamislimo da je struja svršila svoj rad proizvodeći količinu toplote $Q=i^2\omega t$ pa je posle postalo da deluje i žica se ponova ohladila

и ваздух раван произведеној топлоти у жици. Према томе је $Q = T$ или $i^2 W t = 1,24 l c \Theta$ ---- 1/ Из ове једначине (1) можемо израчунати Θ тојест температуру до које ће се жица загрејати и имаћемо $\Theta = \frac{i^2 w}{2,24 l c}$ ... 2/ У овој (2.) једначини можемо отпор w друкчије изразити. знамо још из раније да је отпор управно сразмеран дужини ам обрнуто сразмеран пресеку, спроводника и да осим тога зависи и од природе самог спроводника, од материјала због чега се у рачун мора увести и специфични отпор (б) Из тога излази да је $w = \frac{l}{2,24} \cdot \frac{1}{\delta}$ Ову ћемо вредност заменити у једначини (2.) па ћемо имати: $\Theta = \frac{i^2 l \delta}{2,24 l c 2,24} = \frac{\delta}{2,24 c} \cdot \frac{i^2}{2^2}$ ... 3/ У овој (3) једначини израз $\frac{\delta}{1,24}$ стална је за сваки спроводник и према томе Θ зависи једино од другог члана $\frac{i^2}{2^2}$ // температура је управно сразмерна квадрату интензитета а обрнуто сразмерна кубу полупречника пресека. Из једначине $\Theta = K \frac{i^2}{2^3}$ (где је K онај сталан члан) можемо изнаћи Θ, ако је 2 кад нам је што што потребно. Рецимо зна се температура на којој се усијају поједини материјали, интензитет струје нам је дат па се тражи колико треба да је жица дебела кад се узму разни материјал гвожђе, бакар, сребро и т. Или може бити постављен овакав задатак: Имамо неки разног материјала или су све једнаке дебљине (на пр. $2 = 1mm$) па се тражи интензитет струје којни се могу стопити. На тај начин израчунато је да за Cu треба 80,00 ампера За Al треба 59,00 ампера за Fe треба 24.10 ампера
" Zn " 12.80 " " Pb " 10.80 "

Као што се види бакар најбоље издржи струју. због тога се бакарне жице и употребљавају за одвођење струје код инсталација за електрично осветљење. Овалне жице пак употребљавају се за осигуране од пожара Нпр. кад би се две бакарне жице које су употребљене за неку електричну лампу неким случајем додирнуле онда би се отпор смањио, услед тога би јур нуле велика количина струје која би могла нанети штете произвевши велику количину топлоте. Да би се од тога осигурали ми на крају бакарни жица при улазу у лампу намештамо једну малу жицу од олова, чим јурне већа количина струје олово се стопи и тиме прекине пут струји.

Електричне лампе. лампе за електрично осветљење могу се подделити у главном на две групе. сијалице и пламене лампе. а/ сијалице (сл.39) Њихов сјај може бити различан. Конац који сија могао би бити од платине, али пошто је она скупа то се употребљавају конци од бамбусове траке. желатина или каква

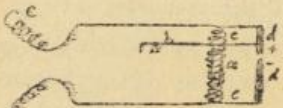

сл 39.

бивног ткања. Читав сноп таквих конаца баци се у пећ и ту суве дестилишу (без приступа ваздуха да неби сагорели) Али да би конци били свуда једнако угљенисани загревају се још у каквом угљоводонику из кога узимају C те се тако изједначе. Сад се конац умеће у стаклени суд крушкастог облика који се зове капела (capella). Ваздух се мора извући из капеле, да се конац не би оксидисао и изгорео. Конац је утврђен на држаљ од платине (a), јер платина при загревању има исти коефициенат ширења као и стакло, те нема опасности да пређе стакло. Иначе други се материјали различито шире и капеле би прскале. Напослетку као састави део сијалице долази запушач (в) којим се сијалица доводи у везу са жицама, који ма струја долази. Лампе се утврђују на разне начине. Најбољи је систем Едисонов.- Пошто се сав ваздух не може извући из сијалице то извесна количина угља сагорева и лампа после извесног времена због тога није економно пошто угљен апсорбује велику количину светлости. Због тога се после извесног времена лампе замењују новим (Нерстове, Ауерове, Кантанове и.т.д.

Економија лампе. Количину струје која се утроши на једну лампу мерико Волтаметром. Овај утрошак који долази на јединицу осветљења, на једну нормалну свећу, назива се економија лампе. Код већих лампа економија лампи износи 3,3 волтампера, т.ј. толика се количина струје утроши, да се произведе онолико светлости, колико даје једна нормална свећа. Међутим има лампи од 100 свећа код којих је економија 1,5 волтаметра. У опште се иде за тим да се економија смањи. Али у колико једна лампа са мање волтампера гори у толико се више квари. Средња температура конца једне лампе од 100 волта износи 1270°. Од прилике на 1330° отпочиње конац да омекшава и да се квари. У том случају лампа губити јаког светлошћу. Због тога је потребно да лампа има увек исти потенцијал- да добије одређен број волта, јер се иначе квари. Па и при нормалним приликама са конца се одвајају делићи угљена тако да је трајање (издржљивост) једне лампе ограничено. То трајање различно је за разне лампе, а код једне исте врсте зависи од утрошка енергије за једну нормалну свећу. Обичне сијалице трају од прилике 800- 1000сати Како бива најновије сијалица видећемо доцније.

Пламене лампе. Код њих се за пелове узимају два комада угљена, који се прво додирују па потом раставе на мало одстојање.

Услед великог отпора угљен ће се усијати и струја ће прелазити од једнога пола на други у варницама које ће укупно давати изглед пламена. При томе ћемо опазити да је на позитивном полу жарење много веће него на негативном и да се са позитивног пола одбијају бело усијане честице угљена које лете на негативни пол. Све честице које успут већим делом сагоре посредују спровођење струје (сл. 40) Али од наступа једна незгода: услед сагоревања угљена одстојање између полова биваће све веће те на напослетку варница неће моћи , прескочити и лампа ће се угасити . Да би се избегла та незгода, граде се нарочите справе регулатори, који служе на то да умеравају растојање између угљених шипака . Регулатора има две врсте: деривираних и диференцијалних регулатора. Ови се последњи више употребљавају . Деривирани регулатори (сл.41.).- Ове овим регулаторима долази отуда што се главна струја која иде у угљене (d) кроз жице(c) разграна и то деривацијом помоћу спирално навијене жице (e) у средини своје спирала омотана комад меког гвожђа (a), више кога се налази металну полугу (b) која је у вези са једним угљеном тако да се у почетку намести да се угљени (d d) додирују. Кроз њих ће јурити струја и онда у спирали (e) наша струје те се гвожђе (a) не понаша као магнет. Услед тога полуга (b) се одвојиће се од гвожђа (a) и раздвоји раздвоје угљене при чиме се јавља светлост. Чим се угљени размакну плоче по мало почињати струја кроз спиралу. Пошто угљени сагоревају одстојање између њих биваће све веће и тиме струја кроз спиралну (e) све више јача. Гвожђе (a) због тога постане магнет и привлачи полугу (b) те тиме приближава d ко d . Процес се понавља, те одстојање између угљенова (d d) никада не постаје толико да би се угљени.

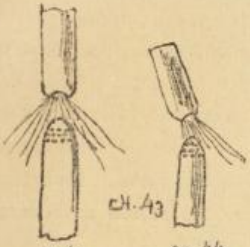


сл.44.

ДИФЕРЕНЦИЈАЛНИ РЕГУЛАТОР (сл.42).

Струја се овде раздваја на две жице: једну дебљу (b), која

обмотава комад меког гвожђа и тиме гради електромагнет (д) и једну траку, која гради електромагнет (а). Између тих електромагнета стоји полуга (с), која је у вези с једним комадом угљена (д). Угљени се прво саставе и пусти струја. Пошто јеструји лакше пролазити кроз дебелу жицу ($w = \frac{l}{q}\delta$) тј ће већа количина струје туда пролазити. Гвожђе (ж) постаје сада електромагнет и привлачи себе један крај металне подлоге (с) услед чега се Други крај подлоге (в) мора издићи (ослона Ц полуге је у тачки δ) и угљени ће се раставити. У колико се угљени више растављају кроз жицу протицаће више струје те ће магнет (а) постати јачи ш (д)и привући себи крај полуге (с) а други крај (в) мора се спустити те се угљени поново приближе и т. д. Као што се види овде се прави диференција у протицају струје- час више протиче доњом жицом,


сл.43.

сл.44.

а час више горњом и услед тога су ови регулитори и названи ди ф е р е н ц и ј а л н и м р е г у л а т о р и м а. Средња температура код оваквих лампи износи 2030°. Температура угљена је много већа, и као што смо већ напоменули позитивни пол је загрејанији. Тако температура негативног пола износи најмање 2500° а позитивног 2900°. Оба угљена не тро- се подједнако, јер горњи (позитивни) услед веће температуре сагорева брже и има на врху као неки кратер (сл.43). Облик угљена је цилиндар кружног или елиптичног пресека. Трајање једне лампе 15, па и више сати, па се после угљени морају мењати. Позитивни угљен мора једнако. Зраци од овога лакше иду обично на
стајати над негативним, и он је обично ниже (сл.43), и није нам потребан никакав рефлек тор, пошто зраци излазе из издубљења површина па не могу горе ићи. Ако желимо да нам зраци буду хоризонталнији, онда се горњи угљен нагне за известан угао (сл.44). Е к о н о м и ј а пламених лампи повољније је много него код сијалица, јер за лампу од 330° нормалних свећа износи свега један волтампер. За ову одлику над сијалицама има ју да захвале пламене лампе

поглавито својој високој температури јер у колико је више температура неког тела исто сија утолико се више његова топлотна енергија претвара ~~у енергију светлости~~ у енергију светлости. За обично осветљаване узимају се пламене лампе које су удешене за струју од 3 - 20 ампера и 40 - 80 волта. Сваки ампер даје од прилике светлост од 100 свећа. Према томе светлост у обичним приликама креће се између 300 и 3000 свећа. Најинтензивнија светлост, која је до сад произведена износи 5.000 000 нормалних свећа. Таква лампа била је изложена на поморској изложби у Лондону (1891 год.) На кули светиљи (Fax) у Hanstholm-y (Јутско приморје Данска) налази се пламена електрична лампа од 2. 000 000 свећа. Светлост све лампе може се видети и при кишовитом времену на даљини од 45 километра.

ЕЛЕКТРИЧНЕ СВЕЋЕ.

За производјење слабије електричне светлости праве се тзв. е л е к т р и ч н е с в е ћ е. Најпре се употребљавају свеће руског проналасача Ј а б л о ч к о в а. Праве се од два комада угљена, који се наместе паралелно и дају варницу. Пошто комади угљена разно сагоре, а ове се свеће врло брзо кварају да би се то избегло употребљава се за њих н а и з м е н и ч н а с т р у ј е а, о којој ће доцније бити говора. Остале примене топлотног дејства струје од мањег су значаја. Нпр. за загревање у индустирији и домаћој употреби, струја се не може употребити јер је скупа. Само у оним случајевима где се не би могла употребити друга метода приступа се загревању електричном струјом.

ХЕМИСКА ДЕЈСТВА.

Већ смо имали прилике да видимо како електрична струја може да растави хемиска једињења, кроз која пролази, на елементе. Нпр. кад кроз воду закишељену са H_2SO_4 проводимо струју разлагаће се на кисеоник и водоник. То разлагање назива се е л е к т р о л и з а. Полови спроводника називају се е л е к т р о д е. Позитивни пол посебице зове се а н о д а негативан к а т о д. Разложене делове зовемо елементи или ј о н о в и, и то јон који иде на позитиван пол зове се к а т ј о н, а јон који иде на катод анјон. Сви метали и водоник иду увек на негативан пол, а ~~на позитиван~~ металоиди и анхидрити киселина иду на позитиван пол. Према овоме у хемији постоји подела на: е л е к т р о п о з и т и в н е и на е л е к т р о н е г а т и в н е елементе.

ФАРАДЕЈЕВИ ЗАКОНИ ЗА РАЗЛАГАЊЕ.

1).- З а к о н.- Количина разложених елемената из раствора какве соли сразмерна је интензитету струје. О томе је већ било говора код мерења струје, где смо количину излученог метала узимали као мерило интензитета.

2).- З а к о н. Ако у неком раствору имамо више различитих метала, онда ће количина издвојених метала бити сразмерна са њиховим еквивалентним тежинама. Тако нпр. струја од 10 ампера издваја за 1" из раствора:

Сребра (Ag) - - - - - - - - 0,01161 грама
Бакра (Cu) - - - - - - - - 0,003284 "
Водоника (H) - - - - - - - - 0,0001038 " итд.

Ако се ове тежине упореде са еквивалентним тежинама видеће се да су све сразмерне са еквивалентима.

САТУРНОВО ДРВО.

Ако кроз раствор оловног шећера у води пропустимо струју то ће се на једном полу олово наћи издвојити у виду кончаца и читавих грана, које ће се рађати на полу као на живом стаблу направивши тако изглед правог дрвета. Ова се појава назива С а т у р н о в о д р в о.

ПУТОВАЊЕ ЈОНА.

Кад се какав раствор разлаже на јонове, они ће према својој природи путовати или ка аноду или катоду. Узмимо посматрати сумпат бакра ($Cu\,SO_4$) и да видимо путовање његових јонова. За јединицу времена на анод ће приспети $x \cdot SO_4$ а на катод $x \cdot Cu$. Ако узмемо пресек мале тачности, онда се у исто време кроз $n \cdot SO_4$ ка позитивном полу а $x(1-n)Cu$ ка негативном полу, где n није равно 1/2 већ 2/3. То значи да се у једном моменту кроз средњи пресек тачности кроће два пута више катјонова него анјонове. Пошто пак на полове за извесно време мора стићи једнак број јонова то онда брзина анјонова мора бити већа од брзине катјонове. Тако у ствари и јесте. Hittorf је нашао овај закон за брзине: где N узима брзину анјонова а M брзину катјонова.



сл. 50) а на ординатама одговарајуће електроторна снага и повезаће

РАЗЛАГАЊЕ ВОДЕ.

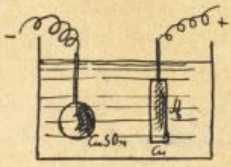
Помињали смо да чиста вода не може да преноси струју, већ кад желимо да је разложимо морамо је закиселити сумпорном киселином. Као што бива у самој ствари при разлагању воде. Сумпорна киселина H_2SO_4 под утицајем струје распада се на H_2 и SO_4 Водоник (H) иде одмах на негативан пол, а SO_4 на позитиван. Пошто је врло непостојано једињење распада се у SO_3 и O Затим се једини са водом градећи поново сумпорну киселину(SO_3+H_2O) $= H_2SO_4$ а кисеоник (O) ослобађа се. Исти се процес понавља и са формираном H_2SO_4. H и O развили су се у оној сразмери у којој су сједињени у води. Као што се из изложеног види, вода се не разлаже непосредно, већ се у самој ствари разлаже H_2SO_4 ослобођавајући H_2 и O узимајући исте елементе из воде.

ТЕОРИЈА ЕЛЕКТРОЛИЗЕ.

При тумачењу појава електролизе полази се с тога гледишта да се сви елементи деле на: електропозитивне и електронегативне. Тако исто и у једињењу молекули елемената задржавају свој карактер и чим се нађу у додиру са доносиоцем струје они ће се сами од себе спустити и груписати према својој природи. После тога ће сваки путовати на своју страну. Спровођење молекула је к о н в е к т и в н о т.ј. да се горњи јонови преносе механичким путем, а струја се троши само на савлађивање трења. Још би се могло говорити о појавама електролизе али то спада специјално у х е м и ј у.

ГАЛВАНОПЛАСТИКА.

Електролиза је нашла важну примену у индустрији за облагање појединих тела каквим металом нпр. бакром или сребром, златом и другим. Посао овај зове се г а л в а н о п л а с т и к а. Пример: Ако хоћемо да имамо копију каквог старог новца ми ћемо направити отисак у воску или гутаперки, и пошто су ова тела изолатори морамо их премазати графитним прашком. Сада се такав отисак веже за негативни пол и спусти се у раствор соли каквог метала, за други пол веже се плоча истог метала.

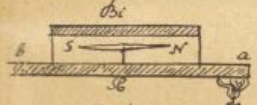


сл. 46.

Кад се струја пусти, метал ће се наслагати на отиску а анхидрит киселине узеће с металне плоче А (куда ће стићи) потребну количину метала градећи поново исту со. Струја не сме ићи сувише брзо, јер би се добила на отиску неравна скрамица метала. За посребравање узима се обично цијанид сребра. На тај начин посребре и позлаћују разне металне ствари или превлаче бакром предмети од гипса, дрвета или других каквих органских делова и.т.д.

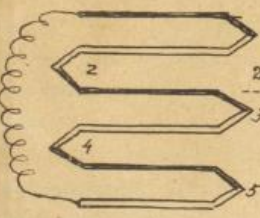
23).- ТЕРМОЕЛЕКТРИЦИТЕТ

Споменули смо раније да ако вежемо више спроводника првога реда у један ланац и одржавамо све спроводнике на истој температури то ће потенцијалска разлика у ланцу бити равна н у л и и струје не биће. У исто време говорили смо да ће се струја појавити ако буде какве диференције у температури. Електрицитет произведен на овај начин назива се т е р м о е л е к т р и ц и т е т, електрицитет који смо до сада проматрали т.ј. онај који се производи помоћу галванских елемената зове се х и д р о е л е к т р и ц и т е т. Узећемо један комад антимона (Sb) и један комад визмута (Bi) а саставити као што је представљено на слици 47. уметнувши између њих иглу SN Кад је температура свуда иста игла ће стајати мирно заузимајући исправан положај магнетског меридијана; али ако загрејемо један крај овога споја игла ће почети да скреће, чиме констатујемо да се појавила електрична струја. Ако загрејемо други крај игла ће скренути на супротну страну.



сл. 47.

24).- ТЕРМОЕЛЕМЕНАТ ТЕРМОБАТЕРИЈА.



сл. 48.

Овакав један спој као овај мало час описани од антимона и визмута, којим се може произвести извесна количина струје, назива се т е р м о е л е м е н а т. Јачина струје коју можемо дати једном елементу зависи од разлике у температури на крајевима таквог елемента (а и в). Али са тим загревањем не сме се ићи тако далеко, већ само до извесних граница. Тако ако имамо термоелеменат од Sb и Bi на један крај одржавамо на - 80° а други загревамо до + 160° струја ће непрестано јачати, али чим пређемо температуру + 160° јачина (сл. 50) а на ординатама одговарајуће електромоторна снага и повезаће

струје почеће да опада .Друга ствар од које такође зависи јачина струје, јесте природа самих спроводника, јер на пр. није све једно: да ми ћемо ми узети за термоелемената антимон и гвожђе антимон и т.д.У том погледу метали се могу поређати у т. зв. Зеебеков низ у коме су ови метали:

Антимон (Sb)	Бакар (Cu)
Гвожђе (Fe)	Олово (Pb)
Цинк (Zn)	платина (Pt)
Сребро (Ag)	бизмут (Bi)
[illegible] (Au)	

За [illegible] ове метала у термоелементе важе следећа правила: . Сви спроводници у низу поређају се тако да су према онима који долазе за њима позитивни, а према онима који су предњима – негативни. То значи да струја иде увек од метала који пре стоји у низу ка ономе који доцније долази. Према томе правилу Sb је за све позитиван, а Bi , на против, негативан. Остали могу бити час позитивни час негативни. На пр. ако спојимо Fe и Sb онда је Fe (-), али ако спојимо Fe и Cu , Fe је тада (+)

II.– У котлиће је размак између два метала у низу већи у толико ће јачу струју дати. Према томе најјачу струју дају Sb и Bi, али пошто они доста ретки то се у практици понајчешће употребљавају елементи од Fe и Cu пошто је разлика између њих прилично велика.– Место једног елемента можемо узети више њих и тада добијамо термобатерију или термостуб. Ако се сва непарна додирна места (сл. 49 1,3,5, код таквог стуба подједнако загрејала, то ће се потенцијалске разлике појединих елемената сумирати . Кад су први пут опажене појаве термоелектрицитета мислило се да ће од те струје бити великих користи за индустрију. Али се доцније доказало да је та струја скупља много, него струја добијена на ма који други начин. Па ипак је ова струја нашла неке примене у индустрији,тако напр: Ву употребљавају за неке галванопластичке радове где се трени врло мала сле


сл. 49.

термоторна снага. Електромоторна снага једног термоелемента износи све
га 0,03 волта. И колико више парова спојимо у батерију у толико је
електромоторна снага добивене батерије већа и ако ова врста струје
није примењена у индустрији она ипак има важне примене у науци за
мерење врло малих промена у температури за које је температура несет
ива. За та циљ конструисан је тако звани Мелонијев струј
(сл. 89), у коме је је сложено више редова горњих парова који су смештени у коничну цев
(А), а крајеви елемента у вези су са галва
нометром у Ротте се се мерењу или Региструје промена у температури.

.- БЕКЕРЕЛОВИ ЗАКОНИ ЗА ТЕРМОСТРУЈУ.

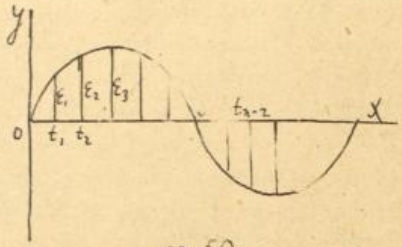
Бекерл је поставио за термострују следећа два закона:

I ЗАКОН: Ако имамо два споја и почетну температуру t_1^0 извесну температу
ру за време загревања t_1 , и крајњу температуру t_2 : онда
електромоторна снага која ће постати кад будемо елемената загрејали
од t_0 до t_2 биће равна збиру електромоторних снага које се производе
загрејавши тело од t_0 до t_1 па после до t_2. Ако тело грејемо од t_0
до t_1 постаће електромоторна снага $\mathcal{E}_{t_0}^{t_1}$ Загревањем од t_1 до t_2 добије
се извесна електромоторна снага $\mathcal{E}_{t_1}^{t_2}$ и збир тих електромоторних
снага биће: $\mathcal{E}_{t_0}^{t_1} + \mathcal{E}_{t_1}^{t_2} = \mathcal{E}_{t_0}^{t_2}$; овде члан с десне стране значи електромо
торну снагу, коју добијамо, кад се термоелемената греје непосредно од
температуре t_0 до t_2 Дакле, све једно је хоћемо ли загревати
елемената непосредно од t_0 до t_2 или ћемо прво загрејати до t_1 па
после од t_1 до t_2 -----

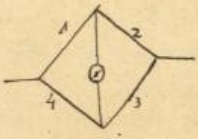
II/.- ЗАКОН. Кад имамо један комад метала и загрејемо
само један крај онда електромоторна снага, између два крајња спрово-
дника биће иста, па ма колико спроводника било између њих или се
непосредно прешло са једног метала на други. Само ако се на више места
буде комад загревао, као што је већ поменуто у прошлом чланку, онда
ће се електромоторна снага повећати.

26/.- ГРАФИЧКО ПРЕДСТАВЉАЊЕ ОДНОСА ИЗМЕЂУ ЕЛЕКТРОМОТОРНЕ
СНАГЕ И ТЕМПЕРАТУРЕ .- Ако по X оси пренесемо вредност за температуру
(сл. 50) а на ординатама одговарајуће електромоторна снага и повежемо

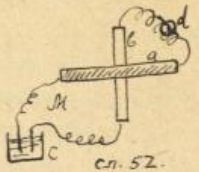
тачке на тај начин добивене, имаћемо криву линију, која ће нам графички представљати однос између температуре и електромоторне снаге. Електромоторна снага ће расти и достићи известан максимум на коме ће се задржати извесно време па ће се даљим повећавањем температуре почети смањивати, тако да ће на извесној температури t_n бити равна нули. Ако би и даље загревали, јавиће се поново струја само ће ићи у супротном смислу. Сва појава зове се и з в о р с т а њ е с т р у ј е. Температура t_n јесте температура изврнућа. Средња вредност $0 + t_n$ јесте температура максималне електромоторне снаге. Чим се елеменат загрева према тој температури, јачина струје опада због тога треба за сваки спој одредити t_0. На пр.: за елеменат из $\mathcal{Z}$ и $\mathcal{K}$ имамо $t_0 = 228,5°$ итд.



сл. 50.

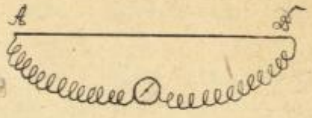


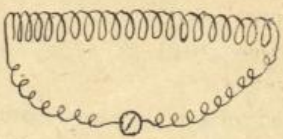
сл. 51



сл. 52.

271.- МЕРЕЊЕ ТЕМПЕРАТУРЕ. Б а р о м е т а р. Врло мале температурске разлике могу се опазити помоћу термоструја. Израчунавање самих температура бива на овај начин: Ако један крај споја загрејемо до температуре t_1 а други до t_2 галванометар ће скренути за угао α_1; ако сад прејемо од температуре t_0 на којој радимо до неке непознате температуре x, галванометар ће скренути за α_2. Скретање игле галванометрове сразмерно




сл. 53.

су температурским разликама, т.ј. имаћемо: $\frac{x-t_0}{x_2}$, $\frac{t_2-t_1}{\alpha}$ а одавде можемо израчунати x, које износи: $x=\frac{a_2}{a}(t_2-t_1)+t_1$. На овај начин а по помоћу варочних справа можемо мерити врло фине температурске разлике. На пр. помоћу т.зв. б а л о м е т р а можемо мерити и десетхиљионите делове целзијева степена. Балометер је у самој ствари један обичан В и т с т о н о в м о с т (Wheatston.) сл.51. Грана 1 тако је уређена, да се њена спроводљивост са температуром мења (1). Прво треба регулисати мост тако да галванометар показује нулу, т.ј. да на мосту нема струје; затим се на грану (1) пусте топлотни зраци чију температуру меримо. На мосту ће се појавити струја и по скретању галванометра одредићемо температуру. На тај начин можемо измерити температуру топлотног спектра, бојиног спектра, појединих Фраунхоферових линија итд.

28).- П Е Л Т И Ј Е В Ф Е Н О М Е Н (Peltier).

Под именом Пелтијевог феномена позната је следећа појава. На клинке а и в (Sb , Bi) направљен је један крст (сл.52) чија су два краја в е з а н а с галванометром (A). Ако загрејемо клинке у тачки M, игла ће скренути на једну страну ако пак хладимо то место игла скреће на другу страну.

Узмимо сад па на том месту грејања и расхлађивања, уносимо топлотну струју из каквог галваног елемента (c), игла ће опет скренути у једном правцу, и ако обрнемо смисао струје обрнуће се и скретање игле. Прва струја дејствује као кад се спој греје, а друга као кад се спој хлади. Услед тога се у први мах мислило, да прва струја дејствује разгревајући, а друга хладећи: што у ствари не постоји, јер обе струје загревају елеменат. Ево како се може та појава протумачити. У првом случају постаје термичка струја, која има исти смисао као и струја из галваног елемента те једна другој не сметају. У другом случају, струја из галваног елемента има супротан смисао, а термичка струја задржава стално увек један смисао, те ће се сад те две струје одузимати а пошто је термичка слабија игла у галванометру, скреће на супротну страну.

29).- Т О М С О Н О В Ф Е Н О М Е Н.

Ако узмемо једну дугачку жицу од једног метала, па каквим другим спроводником везмо један крај с другим и ако су крајеви A и B на истој температури, нећемо констатовати никакву струју, али ако један крај

загревамо, струја ће се појавити. Дакле и у једној истој жици, само кад по стоји температурска разлика, јавља се струја.

Исто тако кад узмемо једну и умјемо је, пошто мах састави мо њене крајеве са галванометром, констатоваћемо струју. Свим савијањем ми смо промениди молекуласко стање: распоред молекула на превојним местима је промењен да готово можемо узети: да је на тим местима други какав метал. Али смо још раније поставили једно правило по коме се електрицитет јавља свагда, кад се на телу изврши каква промена. Ове две последње појаве позна те су под именом Т о м с о н о в о г е ф е к т а.

Крај динамичног електрицитета.

К Р А Ј

Литографија Косте М. Бојковића Македонска ул. бр. 21.
Б е о г р а д.

- ELEKTRO MAGNETIZAM

Dejstvo struje na magnetsku iglu

Još 1820 godine primetio je Oestord Hans Christian, da magnetska igla, koja je tako obešena, da se može slobodno okretati oko svoga težišta, skreće iz svoga ravnotežnog položaja, koji zavisi od zemaljskog magnetizama, čim se strujа kreće po sprovodniku u blizini te magnetske igle. Taj odnos između električnih struja i magnetskih supstanca, koji je dobijo ime elektromagnetizam, naročito je ispitivao Oorsted, a posle njega Ampere. Prema smislu struje i prema položaju sprovodnika prema magnetskoj igli ona će skretati na jednu ili na drugu stranu, što se tačno određuje pomoću ova dva pravila:

1) Ampere - ovo pravilo. - Zamislimo da posmatrač pliva po struji tako, da mu ona ide od nogu ka glavi, i da je okrenut licem igli, tada će severni pol igle uvek okrenuti na levu stranu od posmatrača.

2) Jamieson Müller - ovo pravilo. desnu ruku namestimo u pravcu struje tako, da nam struja ulazi kod korena ruke, a izlazi na prste, a da je dlan okrenut magnetskoj igli, tada će igla okrenuti na onu stranu, gde je palac.

2.- Polje koje stvara struja.

Sam uticaj struje na magnetsku iglu kazujemo, da struja pri prolazu kroz izvestan sprovodnik stvara magnetsko polje. O, tome se uveravamo i na ovaj način.



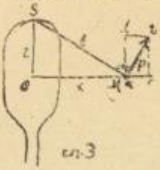
sl.1

Zamislimo kao prav sprovodnik žicu ab, koja je provučena kroz parče kartona K (Sl. 1), posuto ne su posuti opiljci od gvožđa. Kad pustimo struju, opiljci će se poređati u koncentrične krugove oko žice ab. Ti su krugovi linije sile magnetskog polja koje stvara struja; ovde su ekvipotencijalne površine ravni, koje se seku u osovini struje, a s druge se strane gube u polju pruzajući se u beskonačnost.


sl 2

Kad mesto pravog sprovodnika uzmemo u krug savijenu žicu (Sl. 2.), pa pustimo struju, linija će sila ići u pravcu strelica, savijaju oko

спроводника. Замишљу поља, које ствара струја одређујемо овако

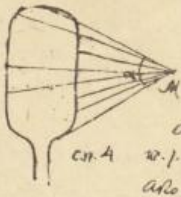


сл.3

узећемо у кругу савијену жицу, К на остојању r од њеног центра О нек је магнетски пол М. (сл.3.) Посматрајмо један мали елемент δ на спроводнику; струја кроз δ тежи да окрене пол М из једнотежног положаја има силом р. Ту је сила р правосразмерна интензитету струје i, величини магнетског пола М и елементу δ а обрнуто је сразмерна квадрату остојања елемента δ и М / ј. бит $p = \frac{i \cdot \delta \cdot M}{\ell^2}$. или је пак $\ell^2 = x^2 + r^2$ то је $p = \frac{i\delta M}{x^2+r^2}$ ..... (1). Ова сила p дестиње управно на крак ℓ тежећа да магнетски пол М окрене десно или лево. Силу р можемо разложити на компоненте ac и ad у правцу и нормала на тај правц. Из ΔOa Sличбсово јесте: $ac : ab = r : \ell$ или · према. (1) је: $ac = \frac{i\delta M}{x^2+r^2} \cdot \frac{r}{\ell} = \frac{i\delta M r}{(x^2+r^2)\ell} = \frac{i\delta M r}{(x^2+r^2)\sqrt{x^2+r^2}} = \frac{i\delta M r}{\sqrt{(x^2+r^2)^3}}$ дакле $ac = \frac{i\delta M r}{\ell^2}$ .....(2).

Као што се види привлачење ac обрнуто је сразмерно кубу састојања; а тосмо нашли и при посматрању гвозних положаја (како за привлачење, тако и за одбијање): дакле, струја се потпуно понаша као магнет, и дестиње као да се привлаче два цела магнета, а не изоловани полови.

Кад се дакле струја спроведе кроз жицу савијену спроведе ~~кроз жицу~~ савијену у круг ствара се известан листаст магнет, коме су полови површина, што је иначе тешко начинити. Гаус је нашао, да је потенцијал за ма коју тачку у пољу таквога места равни интензитету помноженом са телесним углом ω, који гради дотична тачка са листом,


сл.4

дакле је: $v = i\omega$ .....(3.)

Место малог елемента δ можемо узет и неку дужину жице па ћемо за привлачење M читаву: $\overline{ac} = \frac{i M r 2\pi r}{(x^2+r^2)^{3/2}} = \frac{2i\pi^2 M r}{(x^2+r^2)^{3/2}}$ ..... (4)

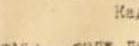
Ако нађемо да се тачка M налази баш у центру завоја O т.ј. када је $x = 0$ онда је $\overline{ac} = \frac{i M r 2\pi r}{r^3} = \frac{2i\pi M}{r}$ ..... (5)

Ако сад узмемо да је $M = 1$, биће $\overline{ac} = \frac{2\pi i}{r}$ .....(6)

а за $r = 1$ добијамо $\overline{ac} = 2\pi i$ ..... (7)

3. Соленоиди.-

Кад на место једног завоја од жице узмемо више њих - читаву намотају - онда добијамо тзв. **Соленоид**, који се понаша као прави магнет, кад се кроз њега пусти струја. Соленоид се обично прави на тај начин.



сл.5

Што се око каквог цилиндричног калема намота изоловања жица (сл.5) тада ће један крај калема постати сев. а други јужни пол; које је јужни, а које сев. то одређујемо овако.

Ако посматрач гледа у правцу осе соленоида па струја кроз спроводну намотану жицу тече у смислу *казаљке* сказаљке, онда је јуж. пол окренут посматрачу а ако струја тече обрнуто, посматрачу је окренут сев. пол.

Ако се соленоид обухвата десном руком тако, да струја улази код корена руке, а излази на прсте, тада је палац увек окренут сев. полу.

Да се соленоид понаша као магнет показује и та појава, што кад год је он слободан, заузима правац меридијана, и из тог равнотежног стања можемо га извести само утицајем каквог јаког магнета. Ако соленоид било обешен било потпуно слободан плива по живи па се кроз жицу пусти струја онда ће она увек заузети правац север - југ. Но у соленоид не морамо провести струју па да он постане магнет можемо соленоид учврстити на парчету плуте (сл.6), које плива по закиселеној води. На доњем крају тога састућета од плуте учвршћена су два комада Zn и Cu од којих је један у вези са једним, а други са другим крајем соленоида. Струја која постаје услед хемиске реакције пролазиће кроз соленоид, који ће одмах заузети положај магнет. меридијана.



сл.6.

Напли смо мало пре да је код сваког листа привлачна сила с једне стране $+2\pi i$, а одбојна с друге $-2\pi i$. Пошто се и соленоид састоји из серије магнетских листова, то ће на једном његовом полу постојати снага $+2\pi i$, а на другоме ($-2\pi i$) Разлика ове две силе износи $4\pi\pi i$ за сваки лист, а ако имамо n листова она је $4n\pi i$. Величина магнет. пола код соленоида управо је сразмерна са количином $4\pi ni$, т.ј. у колико је јачи интензитет струје, и у колико је већи број завоја, у толико је и поље јаче; величина је магнетског пола даље обрнуто сразмерна о-

стојаву ℓ између две узастопне спирале т.ј. у колико су завоји ређи тј је величина поља слабија. Дакле је:

$$H = \frac{4\pi i}{\ell} \quad \ldots (6)$$

4. А м п е р о в а теорија магнетизма.

Ослањајући се на поменуте соленоида, које је потпуно једнако поклапању магнета. Ампере је поставио своју теорију магнетизма, по којом се тумачи узрок појави магнетизма. Према тој су теорији елементарни магнети делићи материје, око којих непрестано круже извесне затворене струје (зване амперове струје) Магнетисање се састоји у једнакоме оријентисању ових кружних струја. Према томе сваки магнет није друго до један соленоид или још боље читав склоп соленоида, који се пружају између сев. и јуж. пола. Гледајући од јужног пола све елементарне струје теку у смислу сатне казаљке, а гледајући пак од сев. пола теку у обрнутом смислу. По себи се разуме да ове амперове струје морају бити електричне струје нарочите врсте; оне у своме току не наилазе ни на какав спор, те стога не врше рад, нити произво де топлоту према Џуловом закону. Према амперовом тумачењу ове струје припа дају атомима, и због тога и није потребна каква спољна електромоторна сна га.

На објашњењу амперових струја радили су доцније Maxwell и Ebert (у најновије време), и они су поставили хипотезу, да се атоми магне та обрћу око извесне осе, и том ротацијом производе таласасто кретање окол ног етра, и оно и јесте узрок постанку магнетског поља. ~~Један с другим~~ ~~крајем соленоида, струја воде ће постати услед хемиј~~ ~~ске реакције, пролазиће кроз соленоид и ова ће одмах~~ ~~заузети положај магнетског меридијана.~~

~~Нашли смо мало час, да је код једног магнето~~ ~~ског листа привлачна или одбијна снага и то~~ ~~сваки лист има с једне стране а с друге~~ ~~Пошто се и соленоид састоји из серије магнетских листо~~ ~~ва то ће на његовом једном полу постојати снага~~ ~~а на другом (-). Разлика ове две силе износи~~ ~~за сваки лист, а ако имамо листова, онда~~

~~Величина магнетског поља код соленоида управо~~ ~~је сразмерна горњој количини т.ј. у колико~~ ~~је интензитет струје већи, и у колико је већи број за~~

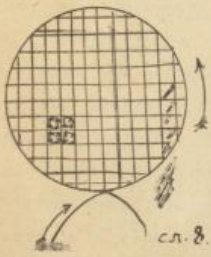
једи у толико је и поље јаче, а обрнуто је сразмерна одстојању између две узастопне спирале колико су завоји ређи, јачина поља је слабија. Из свега изложеног следи:

4. АМПЕРОВА ТЕОРИЈА МАГНЕТИЗМА.

Ослањајући се на понашање соленоида, које је потпуно једнако понашању магнета, Ампер је поставио своју теорију магнетизма, којом се тумачи сам узрок магнетизма. Према тој теорији елементарни магнети су деловима материје, око којих непрестано струје извесна затворене струје (Амперове струје). Магнетисање састојисе у једнаком оријентисању ових струјних струја. Према томе сваки магнет није ништа друго до један соленоид, или још боље група - читав сноп соленоида, који се пружају између северног и јужног пола. Гледећи од јужног пола све елементарно - магнетизам, парне струје теку у стиску сахатне казаљке, гледећи пак од северног пола теку у обрнутом правцу. По себи се разуме да ове Амперове струје морају бити електричне струје нарочито врсте. Оне у свом току не наилазе ни на какав отпор, истога не врше рад, нити производе топлоту према Џуловом закону, према Амперовом тумачењу ове струје припадају атомима. Поред тога није потребна никаква спољашња електромоторна снага. Доказ постојања ових амперових струја радили су у најновије време и они су поставили хипотезу да се атоми магнета обрћу око извесних оса и овом ротацијом производе затворено кретање околног спрата, (то кретање чини узрок постанку магнетског поља)

5., УНУТРАШЊОСТ МАГНЕТСКОГ ЛИСТА

Да видимо сад да ли струја постоји и да ли у њој има каквога дејства у унутрашности магнетског листа. Тога ради поделићемо површину колута у елементарне површинице и у свакој од њих замислимо елементарне струје, истога правца и смисла са главном струјом. Видимо из слике 8 . : да ће нам свима додирним местима таквих површиница постојати по две једнаке а супротне елементарне струје, које ће се потирати и према томе остаје само изложена струја, која тече кроз спроводник. Слично ће тако наступити кроз неку плочу ; ако ће ући само извицом



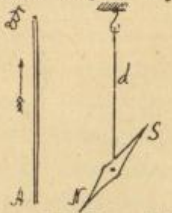
сл. 8

плоче а средином не. Према томе унутрашност магнетских листова потпуно

је неутрална .

6. ОГЛЕДИ Biot-a и Savar-a ЗАКОН ЛАПЛАСОВ

Француски физичари Биот и Савар испитујући дејство праволинијске струје на магнет, правили су овај експеримент. Кроз један прав спроводник MB са q) пустили су струју и у близини довели магнетску иглу



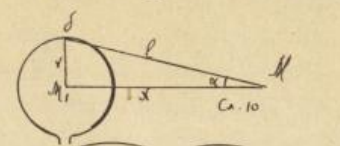
која је била о конац (обешена) магла је клатити Према времену клаћења одредили су дејство саме струје и нашли су да то дејство износи $f = c \cdot \frac{i}{r}$

где C значи извесну константу i интензитне струје, а r одстојање игле од жице кроз коју иде струја. Ако имамо посла са затвореном кружном струјом, тада дејство једнога малога елемента δ на магнетски пол M налазимо по ЛАПЛАСОВОМ ЗАКОНУ, по коме је $F = \frac{K i \delta M}{l^2} \sin\alpha$.

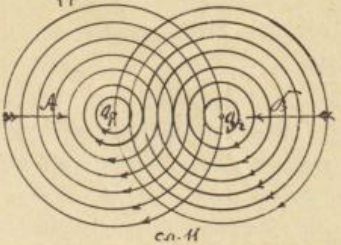
У колико се пол M буде више примицао центру спирале, угао α бива већи и $\sin\alpha$ расте ка јединици : на послетку, кад M дође у центар кружног спроводника, тада је $\alpha = 90$, $\sin\alpha = 1$, а l прелази у R и у том случају дејство елемента δ изражено је овим образцем $F = \frac{K i \delta M}{r^2}$ //

7. ДЕЈСТВО СТРУЈЕ НА СТРУЈУ.

Поред дејства струје на магнет струја тако исто дејствује и на другу струју, која је у њеној близини. Да бисмо испитали односе и нашли законе које важе за дејство струје, узећемо да расматрамо неколико различних случајева. - Узлишном прво два паралелна спроводника и нека је смисао струје у оби исти. - Акозамислимо да су ови спроводници пројектовани на једну раван, која је на њих управна (сл. 11) то ће њихове пројекције бити тачке a_1, a_2,



Сл. 10

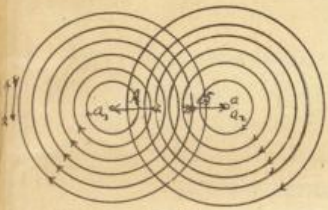


Сл. 11

Пошто сваки од ова два спроводника образује своје магнетско поље, то ће на пројектној равни линије сила појавити се као концентрични кругови. У простору између полова a_1 и a_2 струје се крећу једна другој на сусрет, услед чега

ће једна другу ослободити. Па против у простору изван спроводника a_1 и a_2 струје нису супротне, с тога ће се сумирати. Као што се види магнетско дејство с пола је јаче него ли у унутрашњости; због тога постоји с пола известан притисак, услед кога се спроводници привлаче. Одатле се изводи опште правило: Струје које су истога смисла привлаче се.

Посматрајмо сад паралелне струје супротнога смисла (сл.12.). И с њима ћемо поступити као у простом случају и добити концентричне кругове, који представљају линије сила. Ово је ствар сасвим супротна. Унутрашње струје између a_1 и a_2 сумирају се, а спољашње смањују једна другој дејство услед чега постоји известан унутрашњи притисак и спроводници ће тежити, да се један од другога удаље; одатле следује ово правило: струје које су супротног смисла одбијају се.



сл. 12.

До сад смо имали посла са паралелним струјама, сад ћемо видети како је са укрштеним. Узмимо прво да је смисао у обе спроводника исти, т.ј. да обе струје утичу и истичу у тачке C (сл. 13.). И с једне стране и с друге имамо по две струје истога смисла, које ће се привлачити, према томе спроводници ће тежити, да се поставе у паралелан положај. Ако су струје



сл 13

супротног смисла, онда једна утиче а друга истиче из тачке C (сл. 14.) услед чега постоји одбијање и горе и доле и спроводници опет теже, да заузму паралелан положај.

9. ЕЛЕКТРОМАГНЕТИ.

Видели смо, да кад у поље каквог перманентног магнета унесемо парче гвожђа или челика, да ће се и оно индукцијом намагнетисати. Слично ће бити кад комад гвожђа или челика унесемо у електромагнетно поље, које ствара каква струја. Кад нпр. у један соленоид просто унесемо парче гвожђа, па кроз њега пропустимо струју, гвожђе ће постати магнет. и бити

такав све док струја пролази кроз соленоид; чим се струја прекине, и гвожђе није више магнет. Али челик задржава особине магнета и по прекиду струје, те помоћу струје можемо правити и јаке перманентне магнете. Сви магнети добивени помоћу струје зову се електромагнети, и веома су примењени у електротехници.

Све појединости, које важе за соленоид, важе и за електромагнете. За интензитет магнет. поља код соленоида имали смо: $\mathcal{H} = \frac{4\pi n i}{l}$ а исто то важи и за електромагнет. Да потражимо сад број магнетских линија. Интензитет $\mathcal{H}$ није ништа друго, до број линија на јединицу пресека, те је целокупан број линија у пољу производ из интензитета и пресека S соленоида. Ако је N број линија, онда је $N = \mathcal{H} \cdot S = \frac{4\pi i n}{l} S$ Јачину пак поља једног магнета можемо израчунати из једн.: $N = \mathcal{H} \omega m$ одакле је

$$m = \frac{N}{4\pi} = \frac{4\pi i n S}{4\pi l} = \frac{i n S}{l}$$

Кад се у соленоид уметне парче меканог гвожђа, па се од њега добије електромагнет, онда се ствар у неколико мења. Гвожђе ће изменити ток магнетских линија тако, да изгледа као да оно скупља линије и кондензује их. У самој ствари све се, индукцијом изазване линије у меканоме гвожђу, придружују магнетским линијама које отвара струја. Ако магнетисање т.ј. магнетски ефекат означимо са Φ, он зависи прво од броја линија саме жице, кроз коју иде струја, а тај је број $\mathcal{H}S$ (т.ј. сразмеран је са са магнетским пољем соленоида и са његовим пресеком), а затим и од броја линија у меканом гвожђу $N = 4\pi m$ Дакле је $\Phi = \mathcal{H} \cdot S + 4\pi m$ ово је број линија који долази на цео пресек електромагнета, т.ј. магнетски ефекат. На јединицу површине очевидно долази: $\frac{\Phi}{S} = \mathcal{H} + 4\pi \frac{m}{S}$ ..... (1)

Количник $\frac{\Phi}{S} = \mathcal{B}$ назива се магнет. индукцијом, а $\frac{m}{S} = \mathcal{I}$ јесте специфично магнетисање (магнетисање на јединицу површине). Према ово означи једн. (1) постаје: $\mathcal{B} = \mathcal{H} + 4\pi \mathcal{I}$ ... (2) Између B и $\mathcal{H}$ постоји и овај однос: $B = \mathcal{H}$ И где је M магнетски пермеабилитет т.ј. број магнетских линија у гвожђу (на 1-ом) које може индуковати једна линија магнетског поља. Пермеабилитет је дакле моћ продирања линија у тело у коме изазивамо магнетизам. (за ваздух се узима M=0 за парамагнетска тела је $M > 1$, $M < 1$ за дијамагнетска.)

Специфично магнетисање може се изразити и једначином: $\mathcal{I} = \mathcal{H} X$ где је: X магнетски сусцептибилитет т.ј. јачина магнетског поља, које изазове једна линија; тиме се дакле мери осетливост примања магнетских ли

није. Ако у једн.(2) сменимо ове вредности за B и J биће $\Pi \cdot H = \chi \cdot 4\pi H \chi$ или $M = 1+4\pi\chi$ .....(3).

Број магнет линија Φ можемо сад другојаче изразити. Кад у изразу $\Phi = B \cdot S$ сменимо B његовом вредношћу (кад се ту смени и M) добиће се: $\Phi = SH(1+4\pi\chi)$ а кад се смени H са $\frac{4\pi in}{l}$ биће $\Phi = S\frac{4\pi in}{l}(1+4\pi\chi) = \frac{4\pi in}{l}(1+4\pi\chi)S = N \cdot S$ - број магнетских линија код соленоида, те кад тај производ сме изо са N имаћемо образац за број свих линија у једноме електромагнету, или за магнетски ефекат: $\Phi = N(1+4\pi\chi)$

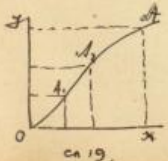
Магнетски ефекат, па и величина магнетске индукције, зависи од сусцептибилитета χ који је за разне случајеве различит, и кад χ достигне максимум, магнет се налази у засићеноме стању. Он сем тога зависи и од тога да ли је језгро једноставно или је из комадића, да ли је пуно или цевасто и т.д.

Реципрочна вредност од пермеабилитета т.ј. $\frac{1}{\mu} = \varrho$ јесте магнетски отпор. Сваки материјал који се може магнетисати (гвожђе, челик, кобалт, никл, алуминиум) ствара при примању магнета, а тако исто и при одузимању ако је већ намагнетисан, известан већи или мањи отпор. Та је особина до скора називана конструктивном снагом.

Магнетизам, који се јавља услед дејства електричне струје може бити двојак: перманентан, који постаје, кад се у соленоид стави комад челика. Ако се пак место челика узме ковано гвожђе, то ће оно имати магнетске особине, само док струја дејствује, а чим прекинемо струју, нестаје у њему тих особина. Такав се магнетизам назива ремаментан.

При магнетисању парчета гвожђа имамо да савлађујемо отпор те због тога морамо вршити известан рад; тај се рад у опште назива магнетски рад. Рачуном се налази да тај рад износи: $A = \frac{H \cdot B}{4\pi}$ на сваки cm^3 гвожђа. По Валтенхофену пак рад је магнетисања $R = \mathcal{H} J$ ова је вредност несумњиво тачнија.

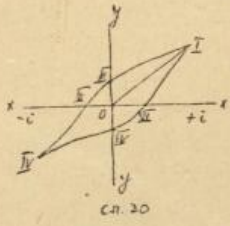
Магнетисање графички представљамо сл. 19: по оси x преносимо величину магнетишућег дејства т.ј јачину струје, а по оси одговарајуће магнетске јачине, те добијамо извесну криву линију која се зове линијом магнетисања.



сл 19.

Код електромагнета велику улогу игра хистерезија, о којој је раније у магнетизму већ било речи. Рецимо, да смо на магнетисање једног комада

гвожђа утрошили извесну количину струје $+i$. Како је за то време ред магнетизам казује нам линија $O\overline{I}$ (сл. 20.) Ако сад почнемо слабити интензитет струје, и магнетизам ће отпочети да опада, само не у истој мери, већ тако да кад струја буде равна нули, у гвожђу ће бити још нешто магнетизма, и величина магнетизма биће тада представљена ординатом $O\overline{I}$. Почнемо ли сад даље пустити струју супротног смисла, тек ће онда магнетизам још опадати и биће раван нули, кад употребимо струју супротног смисла представљену $O\overline{III}$. Продужимо ли и даље са јачањем струје, гвожђе ће поново почети да се магнетише, што ће бити представљено линијом $\overline{II}$. Ако сад отпочнемо смањивати струју, магнетизам ће опет опадати, али ће и сад у своме опадању задоцнити тако, да кад буде $i=0$ јачина магнетизма неће бити једнака нули; и њена ће величина бити тада представљена ординатом $O\overline{I}$. Тек кад употребимо струју супротног смисла а са интензитетом $i=O\overline{II}$, онда ће у гвожђу нестати магнетизма. Ово за дознавање магнетизма после струје познато је у науци под именом хистереза. Због хистерезе губи се извесна количина рада, о чему ће доцније бити речи.



сл. 20

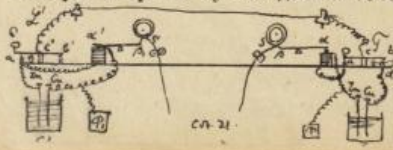
Сваки један процес магнетисања какавесмо описали и графички представили на сл. 20, назива се МАГНЕТСКИ КРУЖНИ ПРОЦЕС.

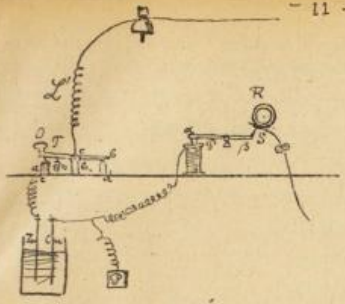
ПРАКТИЧНЕ ПРИМЕНЕ ЕЛЕКТРОМАГНЕТА.-

Електромагнети су нашли примене у индустријији, домаћој

Ми ћемо овде описати неколико обичних справа, које се оснивају на електромагнетизам.

а, Телеграф. Од ових разних врста телеграфа описаће мо састав Морзеовог телеграфа пошто је он данас највећма употребљен. Поимање на коме се оснива преношење знакова на даљину тај је, што се струја може послати у завоје једнога удаљеног електромагнетизма, а прекидањем или састављањем струје може се учинити, да овај електромагнет одбија или привлачи парче меканог гвожђа (Котву.) За један Морзеов телеграф потребни су ови делови (сл. 21.): справа за давање знакови справа за примање знакова извор електричне струје, и спроводник ел р. струје. Справа за давање знакова тј. за прекидање и састављање струје

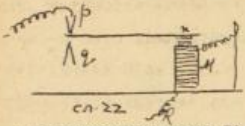

сл. 21



сл. 24

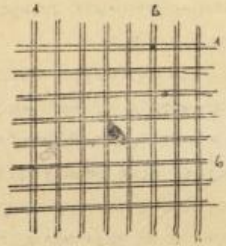
зове се тастер или кључ T. Он се састоји из двокраке полуге, која има два шиљка једа a код b који могу долазити у додир са друга два одговарајућа шиљка c и d. Шиљак d у вези је са електричном батеријом, а шиљак c. са електромагнетом М. са кога је горњи крај жице одведен у земљу помоћу плоча Р пре но што се врати поново у батерију. Изнад језгра електромагнетовог стоји котва α а на другоме крају полуге, на коју је котва налази се шиљак β. Кад магнет привуче котву, тада β одскочи и убоде пантљику од хартије, која се непрестано одмотава са котура R. Полуга је у вези са жицом LL', која улази у исти овакав апарат на другој станици, а који служи за преношење знакова: дакле једним истим апаратом знаци се и шаљу и примају. Ако су апарати у миру, увек један федер ( ) држи тастеров у подлогу тако, да су шиљци a, c и a', c' у контакту. Кад се жели телеграфисати, притисне се дугме O, на тај начин b и d дођу у додир; из електр. батерије Е пође струја и идући кроз bc и спроводне жице LL' долази у другу станицу. Сад кроз полугу $c'a'$ преко шиљка c' струја прелази у електромагнет, услед чега овај привуче котву α те шиљак β убоде у пантљику S. Подигнемо ли дугме О, престаће струја у електромагнету, котва α одскаче, а услед тога отскаче и шиљак β те хартија S остаје чиста. Ако дугме О само притиснемо, шиљак β убада на хартији само тачку; али ако дугме мало подуже задржимо притиснуто добићемо на хартији цртицу. Из тачака и цртица и јесте састављена. Морзеова телеграфска азбука, као год и њене интерпуктни знаци и др. Тако је нпр: а - . ; б - . . . ; е . ; д - . . . и.т.д. Да би се ови знаци могли боље читати, доцније је уређен Морзеов апарат тако, да шиљак β притискује хартију на један точкић, који се окреће и непрестано се влажи црном бојом, те су на тај начин тачке и цртице црно обојени.

Пошто струја док из једне станице дође у другу, јако ослаби услед великог отпора (ако су станице јако удаљене) то се у свакој станици



сл 22.

налази још и апарат за појачавање струје. Тај се апарат назива реле (сл. 22.),а служи за то, да локалну батерију сваке станице увеже у жицу. Конструкција му је ова: имамо електромагнет М и танку полугу п, коју електромагнет може да привлачи. Струја, кад се доведе до једне станице, увиди се прво у реле, и ту, ма како била слаба изазива електромагнетизам у калему, те овај привлачи полугу п. Други крај полуге услед тога одскочи и додирне шипак р. Тако локална струја кроз жицу к долази у реле, и ту се појача, и одводи у апарат за примање.



Сл 23

Да би се могле спојити две ма које станице, служе нам тзв. мењачи, који се састоје из серије укрштених шипака (сл. 25.) које стоје једна над другом, али се не додирују. Шипке су у средини пробушене тако, да се у њих може уметнути један метални клин. Чиме је и веза између два места постигнута. У сваку шипку улази жица из једног места. Нпр нека нам је бр. 1 Ниш, број 6 Београд, онда ћемо везу између Ниша и Београ. поставити кад метнемо клин на пресек штапова.

Поред сад побројаних делова телеграфа уза сваки телеграф иду још и други саставни делови, као бусола, громовођа и.т.д. али нисмо те делове већ проучили.

Поред Морзеовог телеграфа имамо их још многих других, од којих вреди споменути Hughes-ов (Хјузов), апарат који нам даје штампане депеше. Код тога апарата за свако слово и знак постоји нарочита дирка (као на клавиру), и кад такву дирку притиснемо електромагнет у другој станици притисне хартију на одговарајуће слово. Сва су слова, и сви знаци изрезани на једноме котуру, који се непрестано премазује црном бојом, и окреће око осовине. Нећемо залазити у опис даљег састава овог апарата, пошто је он врло сложен.

Постоје и апарати за пренашање слова и слика, тзв. пантелеграфи, који су основани на овоме принципу. Један лист хартије замочен у јод поплави на оним местима, кроз која прође струја. На таквом једном листу

нацрта се каква слика, или какво слово (сл. 26) и то неким нарочитим хемиским једињењем. На другој се станици налази толики исти лист само не написан. У обе станице преко листова прелази по један шилак, који клати лево и десно; тај шилак служи за састављање струја. Кад шилак прелази преко хартије где ниже ништа написано, неће бити ни струје и шилак на другој станици неће производити никакво дејство. Кад пак шилак додирне место где је нешто писано, на другој ће се станици јавити струја, а на хартији ће се тамо појавити плава цртица; кад се обе хартице помичу у напред, добићемо на другој станици слично слику састављену из самих цртица.

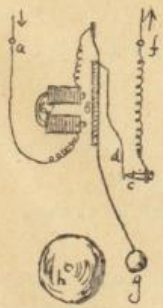


сл. 26

в) ЕЛЕКТРИЧНИ САТОВИ.-

Помоћу струје може се кретање једнога сата пренети на други сат, који је на извесној даљини, а може се пренети и на више њих, тако да сви показују једно исто време. Сатови који једнако раде називају се у опште - симпатични -, те су електрични сатови према томе симпатични. Код њих су такође употребљени електромагнети, који привлаче извесне полуге, те се тиме струја отвара и затвара. Ове су полуге у вези са сказаљкама, и чим се струја настави, сказаљка се покрене, а кад се струја прекине, сказаљка стане. Ако се ово прекидање струје дешава сваке минуте, то ће сказаљка показивати минут и.т.д.

г) ЕЛЕКТРИЧНА ЗВОНЦА.-



Сл. 27

Основана су на аутоматском прекидању струје помоћу електромагнета. На сл. 27. изнета је шематички конструкција једног таквог звона. Струја улази код а иде у електромагнет в одатле нарочитом полугом d на место додира с h кад f није за напоље. Чим струја уђе у електромагнет, он ће привући котву b и тиме контакт код с престаје. По томе се котва поново одбије, а струја ће се опет разнети по електромагнету, па ће овај привући котву, прекинути контакт и.т.д. На тај начин котва непрестано клати

тамо амо, услед чега мали чекић g удара у звоно h и тиме производи звук (звоњење)

ХРОНОСКОПИ.-

То су справе, којима се одређује трајање само извесног дела времена нпр. 1" или 1'. Састоји се из једног кратког клатна, које после једног њихања буде привучено од једног електромагнета те тиме кључе: размак између така два кључа биће 1" односно 1' према томе да ли је клатно секундно или минутно.

ХРОНОГРАФИ. Ове су справе употребљене у астрономији, за одређивање кратких интервала времена. Као што им име каже, њима се време одређује цртањем. Састављени су прво из једног електричног сата, који је тако



сл-28

уређен, да сваке секунде појури струја кроз електромагнет, те овај привуче малу полугу, која на крају носи писаљку. Својим померањем писаљка црта на папирној хартији искривудану линију I (сл. 28) Између сваке две испупчења на тој линији протекло је време од 1 .Други је део апарата уређен тако да струју у њему може пре дати сам посматрач, кад он хоће.

Узимимо да астроном посматра пролазак звезде кроз меридијанско дурбином, са више кончаница, па нели да забележи време, кад звезда прола зи поред сваке кончанице 1,.... 11 (сл. 28.) Он ће у тим моментима пр кидати струју и справа ће цртати на хартију II. Упоређивањем линија I и II дознаће се време,за које звезда пређе од једне кончанице до друге; ако су испупчења на линији II десет пута ситнија него на линији I, значи д је време од проласка звезде од једне до друге кончанице $\frac{1}{10}$ сек. итд.

.) ЕЛЕКТРИЧНИ ДИЈАПАЗАН. - Често нам је у науци потребно да дијапазони трепере дуже време истом амплитудом; то постижемо на тај начи што међу крајеве дијапазона уметемо електромагнет, ко ји ће крајеве привлачити. и докле год струја буде пр лазила, дотле ће дијапазон трептати сталном амплитудо



сл.29

11.- ИНДУКОВАНЕ СТРУЈЕ.

Као год што смо видели, да струја при пролаз кроз известан спроводник ствара магнетско поље, исто се тако и обратно, помоћу магнетског поља(па било то поље каквог перманентног магнета или створено струјом) може изазвати струја у неком спроводнику. Струја кој

се производи на тај начин каже се индукована, а сама та појава назвата индукцијом

Разликујемо у опште двојаку индукцију: В о л т а и магнетску индукцију. Првим именом зове се она индукција, где се струја струјом производи, а код магнетске се индукције струја ствара помоћу магнетског поља каквог би по премаментног или електромагнета. Од велика је важности електромагнета индукција, јер је она нашла велике примене у електротехници.



12. В О Л Т А И Н Д У К Ц И Ј А .-

сл.30 Ако у поље једне струје унесемо један калем обмотан једном спроводном жицом, то ће се у спроводнику индуковати струја. Али та струја може постати само у ова 4 случаја.

1) Кад се убацини неког спроводника затвара струја у другоме спроводнику онда ће у првоме постати струја супротнога смисла са главном струјом Нпр. ако у калем В. (сл. 30.) унесемо калем А. па онатим саставимо калем В. са половина каквог смисла (З) то ће се затварању струје јавити у А струја, што се констатује на галванометру.

2.) кад се главна струја прекине, постоје индуктивна струја истога смисла

3.) кад се један спроводник приближује другоме. у коме има струје. постаје струја супротнога смисла • Нпр. кад калем А. приближујемо отвору калема В, у њему ће се јавити супротна струја. То је тзв. Ленцов закон .

4.) Ако се спроводник удаљава од главне струје јављаће се у њему индукована струја истога смисла као и главна

Свему се овоме можемо уверити, Кад крајеве спроводника доведемо у везу са галванометром, па посматрамо кретање игле.

Електромоторна снага индуковане струје зависи прво одмагнетс кога стања соленоида М од интензитета главне струје i , и од времена прекидања главне струје t, и то тако. да у. колико је t мање - тј. у колико се брже буде прекидала струја, утолико је електромоторна снага $\mathcal{E}'$ већа . Према свему томе имамо : $\mathcal{E}.M.\frac{i}{t}$ где је $M = \frac{S\mu\pi n^2}{l}$ (n су бројеви завоја у једном и у другоме калему) Ако у једноме калему имамо још комад гвожђа неког то ће М зависити и од магнетизма μ који ће се јавити у томе гвожђу . тј бићеМ. $\frac{S\mu\pi n^2}{l}$

13. САМОИНДУКЦИЈА. - ЕКСТРАСТРУЈЕ.-

Кад струја пролази кроз један калем она неће моћи да проје

моментално кроз све завоје, већ кад уђе у прву спиралу, она ће у другу која долази за њом индуковати струју супротног смисла. Ово се доиста односи са друге спирале на трећу итд. Дакле, поред главне струје, коју пустимо кроз један калем јавља се у томе истом калему још једна супротна струја која се назива екстра струја ; само пак та појава позната је под именом само индукције. У колико је интензитет главне струје већи толико је само индукција јача. Кад се главна прекине, екстра струја постоје истог смисла као и главна.

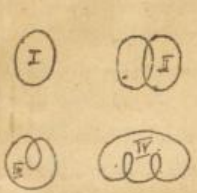
Услед ових екстра струја главна струја не може постићи на једанпут максимум свог интензитета а исто тако не може нагло нестати из калема па ма и струју моментално прекинули . Ту појаву можемо графички представити на овај начин(сл. 31.) По осовини Ox преносимо времена трајања струје, и по ординатама јачине струја у појединим моментима времена, па спајајући крајње тачке ордината добијамо криве линије , које представљају мењање интензитета струје. Када би се струја одмах при свом постанку појавила на једанпут са потпуном својом јачином, а при прекидању моментално спала на нулу то би линија SiO представљала мењање интензитета главне струје. На истој слици $6\alpha\beta$ представљало би екстра струју при затварању, која је супротног смисла, због чега је испод осовине. Линија $\omega\alpha\beta'$ представљала би екстра струју при отварању (прекидању), која је истог смисла са јачином. Али пошто струја, кад почне да тече кроз калем услед самоиндукције постепено расте свој интензитет до i, а на крају при прекидању услед екстра струје истог смисла још прираста, то ће промене интензитета главне струје бити представљене кривом 6. Екстра струје представљене су опет линијама $6\alpha\beta$ и $\omega\alpha\beta$ од којих је прва слаба, пошто се троши на слабљење главне струје, а друга је за извесно кратко време супротна. Ако ли пак употребимо аутоматски прекидач и струју у калему непрекидно прекидамо и затварамо, то ће промена интензитета струје графички бити представљена линијом a'. У практици при производњу струје мора се водити рачуна о самоиндукцији.



сл. 31

14. ТРАНСФОРМИСАЊЕ СТРУЈЕ.

Волта индукција је нашла најважнију примену при трансформисању струје, т.ј. претварање струје ниског потенцијала у струју високог потенцијала што се ради у случају кад нам је потребна већа електромоторна снага, него што је струја првобитно има. Према Омовом закону имамо да је интензитет $i = \frac{E}{w}$ Ако имамо један примарни калем у коме тече струје па у тај калем увучемо секундарни спроводник, који има облик као на слици (то ће за њега важити једначине $i = \frac{e}{w}$. Узмемо ли место једног котура два који нису састављени а чија жица је два пут тања то ће отпор у оба котура бити за двапут већи, и електромоторна снага остаће и у једном и у другом е. Према томе интензитет тако индуковане струје биће: $i_I = \frac{e}{2w} + \frac{e}{2w} = \frac{2e}{2w} = \frac{e}{w}$.



Ако спојимо пак спирале као што је учињен на сл. IV онда ће електромоторна снага постати два пута већа, јер је ова ствар слична спајању два галванска елемента по напону, али да видимо шта ће бити са отпором. Он ће прво постати два пута већи као сад жица два пут тања, но сем тога је сад жица два пут дужа, према томе отпор ће порасти још два пута, дакле биће свега 4 пута већи. На основу тога имаћемо $i_2 = \frac{2e}{4w} = \frac{e}{2w} = \frac{1}{2} \cdot \frac{e}{w} = \frac{1}{2} \cdot i$. Из ове једначине видимо да кад смо у примарни калем унели две спирале спојене, а од двапут тање жице, интензитет је опао на 1/2 али је електромоторна снага два пут већа.

Узмимо сад три спојене спирале (IV.) и то нека је жица три пут тања од првобитне, те ће електромоторна снага опет порасти и бити три пут већа, а отпор ће прво порасти три пута због мање дебљине жице а затим због веће дужине још три пута дакле отпор ће бити свега девет пута већи.

Према свему имаћемо да је интензитет $i_3 = \frac{3e}{3^2 w} = \frac{1}{3} i$

и у опште ако узмемо n завоја и n пута тању жицу имаћемо:

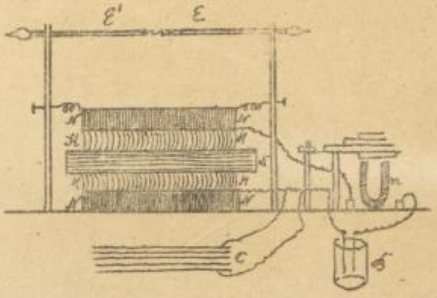
$$i_n = \frac{n \cdot e}{n^2 w} = \frac{1}{n} i .$$

Као што се види интензитет је опао n пута али је електромоторна снага n пута већа, према томе је и потенцијал n пута већи, што нам је често потребно да постигнемо трансформацијом струје. Нпр. ми имамо струју од 120 Volt-a а потребна нам је струја већег потенцијала, ми ћемо ту

Справе које служе да се струја једног потенцијала претвори у струју другог, па било вишег или нижег, називају се у опште трансформатори. Они се деле у две класе: индукционе апарате и трансформаторе. - Мо ћемо овде говорити само о првим, а доцније кад буде говора о употреби стр је задржаћемо се и на трансформаторима.

15. РУМКОРФОВ ИНДУКЦИОНИ АПАРАТ.

Код њега имамо два калема, унутарњи је омотан кратком дебелом жицом, и тај се калем зове примарни јер кроз њега иде примарна струја коју ако је неког потенцијала можемо да претворимо у струју вишег потенцијала (сл. 33) око оног калема налази се други ( ) са врло танким жицама, а које је врло дугачка по неколико хиљада метара. Овај калем зове се секундарни јер ће се у њему индукцијом изазвати секундарна струја. Да би дејство било јаче у калему се увек део од меког гвожђа, који се обично прави од чита вог снопа гвоздених жица ( ). Друга два важна дела индуктора су прекидач струје ( ) и кондензатор (C) који служи за повећање капацитета. Струја из галванске батерије ( ) прво се одведе у аутомат прекидач ( ) јер знамо да се Нова струја може индуковати само при отварању и затварању отворе главне струје.) а затим у калем ( ) који је омотан дебелом жицом а пре по том је још спојен са кондензатором (C) да би се накупило што већа количина струје. У секундарном калему ( ) који је омотан врло танком жицом, а при том необично дугачком, индуковаће струја много вишег потенцијала од примарне струје. Одлазити на полове ( ) и ту ће се појавити варница. Обична струја неможе дати варницу од ½ , ¼ ... 1 mm дужине. Међутим трансформисане струје скаче на много већу даљину. У колико је потенцијал струје већи у толико је и даљина прескакања варнице већа. Ако имамо јаку струју а малог потенцијала, то ће варнице бити тек



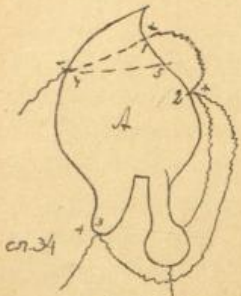
Сл. 33.

ни али кратак;али ми можемо ту струју потенцирати и ако је имала рећи ми потенцијалан 120 Volt-a помоћи је на 2000 Volt-a и онда варница може бити много дуга .Сличну појаву имамо у хидраулици .Ако имамо велику количину воде,која пада с мале висине,она се не може тако корисно употребити;али ако ту воду изведемо на већу висину и пустимо је у таком падазу да пада,она ће моћи вршити известан користан рад.

Струја која је једаред трансвариса зове се секундарна струја;али ми можемо добити и терцијерну-,кватерну и т. д.струју.То се постиже помоћу сличних апарата,који се доводе у везу са Румкорфовим апаратима,на којима кад три или четири намота обвијених жицама разне дебљине,ако се на тај начин извом индукцијом струја још више потенцирати.Струје трансформисане неколико пута називају се струје високог потенцијала,којима се бавио Тесла.Оне могу имати напон од 100 до 2000000 Volt-a али им је интензитет веома слаб,те не могу ништа наношкодити. У опште немају опасности,јер пролазе кроз сва тела.

16.Особине струја високог потенцијала Гајслерове и Круксове цеви Катодни и Рентгенови зраци.

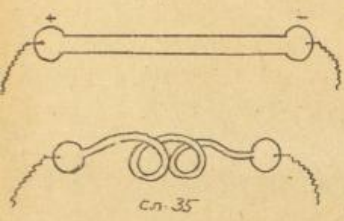
Варнице које се добијају помоћу струја висок потенцијала одликују се тиме,што веома брзо с једне на другу.Дужина тражења ту,дужине варнице зависи у опште од потенцијала .Али сем тога поглавито зависи и од средине у којој бива пражњење дакле од диелектрика и од делова под којима се врши.Тако ако је диелектрик ваздух,разлика је између облика варнице под нормалним и ненормалним притиском.При обичном ваздушном притиску варница је неправидна,а то долази отуда што густина ваздуха није свуда иста а варница бира и пролази кроз најређе месте.Ако је ваздух разређен а притисак далеко онда варница не иде с краја,већ одмакне далеко са једног у други правоугаоник,варница увек тежи да прође најкраћим путем. Ако у судиј (сл.34)разређено ваздух,а имамо три позитивна кода(1,2,3) и један негативан (4),то Ће варница прескакати између 1 и 4 пошто су те две најближе катоде и аноде.Али ако је разређење ваздуха велико,онда варница не бира увек најкраћи пут.То се може констатовати код Гајслерових цеви,у којима је притисак ваздушни, $\frac{1}{1000}$ део



сл.34

атмосферо. Варница је у њима подељена у слојеве и куда кроз долу цев и ако ова може бити врло дугачка и извијена сл.(35). Цела ће цев бити испуњена светлошћу. При пражњу анодна је куглица зелена а катодна тамно љубичаста, променимо ли полове мења се и боја кугала. У Круксовим цевима вакум је доведен на $\frac{1}{100000}$ до $\frac{1}{1000000}$ део атмосфере. Круксова цев има облик као и цев на сл.34.

Овде немамо пламена варничког, већ по целом простору пролазе зраци. Ови зраци не иду од аноде најближој катоди, већ се крећу праволинијски и полазе само са катоде ка месту које је према њој. Тако на сл.34 ти зраци иду од катоде 4 до катоде 5 што се познаје по мрљи код катоде 5. Таква врста варница, - зракова зову се катодни зраци. Има две



сл.35

теорије које објашњавају постанак катодних зракова: по механичној или тзв. теорији бомбардовања ваздушних молекила, катодни зраци постају на тај начин, што се оне мало ваздушних молекила наелектришу, одбијају од катода и крећу се праволинијски до против положеног дела цеви, ту се разлектришу а враћају буди којим путем, да се опет наелектришу. По другој теорији катодни су зраци једна врста тритања за које знамо да се простире праволинијски. Обе теорије имају услова за постанак, и поједине иду у прилог једне или друге. Да се ови зраци простиру по правој линији доказ је у томе, што бацају сенку као и зраци обичне светлости. О томе ће мо се уверити, ако им на пут оставимо какво тело на пр. крст од хартије, те ћемо на једном делу цеви добити у правцу зракова оштру и јасну слику. Ако у правцу ових зракова пренесемо један магнет и крећемо га лево и десно, приметићемо, да ће се и сенке кретати за магнетом. Из тога можемо одмах закључити о једној важној особини катодних зракова, да на њих утиче магнетизам и да их скреће из првобитног правца. Да су ти катодни зраци последица бомбардовања молекила сведочило би то што могу изравнати меха-

и ч к а к р е т а њ а. Тако на пр. ако на пут ових зракова метемо тање укрштене лопатице од алуминијума, као што смо имали код радиометра, ове ће се почети окретати и то од катоде. Промењамо ли поларност-ј. Наместимо ли катоду на супротну страну и лопатице ће се окретати у супротном смислу. Као што се види катодни зраци имају ове особине: П р о с т и р у ,с е п р а в о л и н и ј с к и: Утиче на њих м а г н е т и з а м и изв а њ и в а м е х а н и ч к а к р е т а њ а. Не сви катодни зраци имају ту особину да изазивају л у м и н и с ц е н ц и ј у, која се овде зове ф о т о - л у м и н и с ц е н ц и ј а, за разлику од ф о т о - л у м и н и с ц е н ц и ј е, коју изазивају обични светлосни зраци. -Тако на пр. стакло Крукове цеви под утицајем катодних зракова флуоресцира зелено. -Не ако у цев метемо разних соли, које могу фосфорисцирати те и после прекинемо струју, ове ће соли још дуго светлети, пошто су катодни зраци изазвали у њима ф о с ф о р е с ц е н ц и ј у. У најновије време примећана је једна нова нарочита особина катодних зракова, а то је, да они изазивају нове невидљиве зракове, који се називају Х-з р а ц и или Рентгенови зраци. Ови зраци постају на месту, где катодни зраци падну на једну равну плочу приметиће се на том месту тамна пега и од те пеге простиру се на даље ти нови Р е н т г е о в и з р а ц и.

Рентгенови зраци имају неке особине обичних зракова, а у нечему се разликује; тако:

1.) Шире се по правим линијама и због тога се и називају зрацима.

2.) Магнетизам не утиче на њих.

3.) Тамни су и не могу се видети али се могу констатовати на друге начине.

4.) Пролазе кроз извесна тела кроз која обични зраци не могу да прођу, на пр. дрва, месо хартија и т.д. Због ове особине најпаше су и пали у очи и она је учинила да се пронађу. Но има тела кроз која не могу проћи и таква тела могу дати сенку. Таква су тела олово и остали метали, животињске кости и т.д. Као општи знак, може се поставити, да у колико је већа специфична тежина неког тела у толико теже пролазе кроз њега Рентгеосви зраци. Код 50 разних тела која су посматрана, овај је знак кон-

стављени као течан кроз крчма једињења теже пролазе у општ, те због
га и не могу проћи кроз животињско кости. Течност их у општ више апсо
бује него чврста зола.

5.)Не одбијају се ни од каквих површина.

6.)Не преламају се ~~при преламају се~~ при прелазу из једне сре
дине у другу.

7.)Не могу се интерферисати, ни савијати, нити ослабити ни по
ларисати.

8.)Могу изазвати хемијске радње, тако дејствују (луминисценцију
на фотографску плочу исто тако изазивају).

9.)Кад пробу или падну на електрисано тело они га исправно
они имају особину да од ваздуха начине спроводник.

Из свега изложеног види се, да сви зраци имају само две пози
тивне особине: праволинијско кретање и изазивање луминисценције и хе
мијских радња, остале су све особине негативне, те се због тога не би ни
смели назвати зрацима. У општ природа је њихова још загонетка, -Не може
се одредити, да ли су каква врста таласног кретања, пошто не интерферишу,
а нису тако ни сва се да ли је подасање трансверзално или лонгитудијално
пошто се то питање може решити само поларизацијом. Како се данас сматра,
сви ови зраци лонгитудијални таласи,
кратки, који долазе изван ултра-љубичас-
тог дела спектра. Таласи су тако кратки да их ни један ме
дијум не може задржати у њиховом простирању. Но ова поставка није извес-
на.

Као што смо већ казали Рентгенови зраци могу изазвати луминис-
ценцију. Једно чврсто тело које нарочито добро флуоресцидира под утицајем
Рентгенових зракова јесте б а р и ј у м - п л а т и н - ц и ј а н и д, напр.
ако једну Крусову цев умотамо црним папиром, па баријум-платин ацијанид
који је разливен на једном картону ставимо на пут ових зракова, те ће исти
проћи кроз дрво, платно и картон, а баријум-платин-цијанид биће осветљен зеленкастом светлошћу. Метемо ли пред плочу комад олова добићемо
сенку скелета. Ако фотографишемо ову слику онда можемо добити р а д и о
г р а ф и ј у скелета. При производњи ових зракова наилазимо се у почет

ку на неко невреме: тако се Крусова цев на месту где пада мрља лако загреје и цев може да прсне. Друга је невгода што сви зраци не полазе увек



сл. 36

из једне тачке, већ са извесне површине услед чега не можемо добити чисту слику, пошто се поред сенке јавља и полусенка. Нам је нак често потребно да посматрамо детаље, што се не може чинити поред полусенке. Сад су те невгоде избегнуте прављењем тзв. Ф о к у с н и х ц е в и (сл. 36) код њих се катодни зраци доведе на фокусно огледало a, а онда се одбити и кретати конвергентно, да се у жижи скупе. Под углом од 45° ставља им се на пут плоча од платине, тако да зраци падају на плочу баш у оном тренутку, кад се саставе у једну тачку. Ту ће сад сви катодни зраци изазвати Рентгеново, који излазе из једне тачке те пружа тако дају чисту сенку. Пошто се нак изазивају на платини, а не на стакленој цеви, која је направљена тако, да можемо употребити довољно јаку струју. Рентгенови зраци нашли су велику примену у хирургији. Тако се помоћу њих може тачно одредити, где се у човечијем телу налази куршум, коме је траг одгубљен. Треба само направити радиографију тела, на ће се на слици видети сенка метала, а ако не одговарајуће кости не заклоне. Скоро су неки дечко сломио је руку, кад је рука била фотографисана помоћу Ретгенових зракова, констатовано је да је кост сломљена на другом месту, а не онде где су лекари први пут мислили. У даље детаље о употреби Рентгенових зракова нећемо се упуштати, пошто то не спада у задатак наше науке.

У вези са Рентгеновим зрацима јављају се још две врсте зракова в е к о р е в и ћ и Л е б о н о в и. Први постају као и Рентгенови у Круксовим цевима, крећу се праволинијски, пролазе кроз тамна тела као и Рентгенови, али се сем тога одбијају, преламају и интерферишу. - У навесним особинама су дакле слични катодним и Рентгеновим зракова. - Лебонови зраци су опет са свим нове природе. - Ако једну фотографску плочу затворимо у металну кутију и изложимо сунцу, плоча ће се покварити и ако је била затворена. Те су дакле морали постати неки нарочити (Лебонови) зраци, који могу проламати чак и кроз метал, док Рентгенови не могу.

На крају можемо рећи, да сва три врсте зракова Рентгенови, Векорови и Лебонови, још су неиспитани и да се још у опште не зна какве су

природе.

17.-Физиолошка дејства једносмерних и наизменичних струја.-Дејства која изазивају струје на човечијем телу зависе од интензитета. Једносмерно-континуелне-струје имају много мање дејства но наизменичне. Нарочито при спајању прекидању струје, наступају непријатне последице за тело, услед чега наизменичне струје и јесу опасније и можемо их пропустити кроз само у том случају ако су врло слабе. Оне се као такве употребљавају у медецини, при покретима обамрлих мишића или других услед болести некретних делова тела. Грана медецине, која учи о томе назива се електротерапија.

Обично се рачуна да је дејство наизменичних струја четрдесет пута јаче од једносмерних струја истог интензитета и напона.-У Америци се у последње време тражио начин, да се помоћу електричне струје извршују смртне пресуде. Но први експерименти са тим нису испали како се очекивало, јер струја није могла произвести моменталну смрт, као што то муња-гром-чини. Струја дејствује двојако као и гром: или при удару поквари какав део тела, поцепа на пр. срце, плућа и т.д. и тада наступа моментална смрт, или дејствује тако, да се све животне функције привремено прекину, но живот се после поново може вратити, и то повраћање у живот бива исто онако, као и код утопљеника-механичким путем се покушава, да му се плућа крену на рад.

Прекидач струје код Румкорфог апарата не може дати више од 40 -50 фреквенција у једној секунди, јер толико највише може да затропти жеро у прекидачу. До скора се није могла произвести струја с већим бројем фреквенција у секунду. Тесла је први успео, да конструише апарат за индуковање струје, чије фреквенције достижу и до 500000 пута у секунди. У његову апарату има два примарна и два секундарна калема, а улогу прекидача врши пражњење извесних електричних апарата у ваздуху помоћу варнице, те је тако и могао да постигне онако велики број фреквенција. Услед тако великог броја фреквенција постају струје огромног потенцијала и оне имају нарочите особине. Код обичних апарата пражњење се врши између два кинча спроводника и то између њихових крајева. Теслине струје имају ту особину, да се услед великог потенцијала пражњење врши дуж целе жице, а не само на крајевима. Услед тога постоји незгода и опасност,

ата се то струје могу правити између појединих завоја на калему. Да би се калеми осигурали од тога, налазе се у вештину, који смета испражњивању.

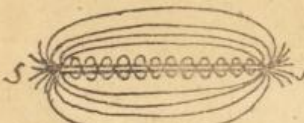
Телесне струје имају једну важну особину, да не шкоде телу. Изгледа чудновато да струје толиког потенцијала и толиког броја фреквенција не могу никта да нашкоде човеку, док се зна да струја од 2.000 волта и 80-100 фреквенција у секунди изазива смрт. Та се појава објашњава аналогно сличним појавама у другим деловима физике.

Тако на пр. уво је осетљиво за трептаје до 40.000 у секунди а даље не. Исто тако око осећа трептаје 400 до 800 милена а преко те границе је неосетљиво. Па тако увиђа се да и струја може дејствовати на тело само до извесне границе.

18.-Магнетна индукција струје.-

Производење струје помоћу магнета од много је веће важности за индустрију него производење Волта-индукцијом; због тога ћемо се на магнетској индукцији више задржати.

Ако се један мали спроводник -спирала креће у пољу једног перманентнног магнета, или што је све једно, ако се магнет креће а спроводник остаје стално на једном месту, те ће се у спроводнику јавити струја; али струја неће бити у сваком случају. Струја ће постати само онда, када спира да пролазећи кроз магнетно поље, у истим јединицама времена прелеца различит број магнетних линија. Ако се број магнетних линија не мења струје неће бити. Тај ће се случај десити ако



сл. 37.

имамо једне хомогене поље (сл. 38) па кроз њега крећемо спроводник паралелно самом себи (а). Али ако спроводник окрећемо око осовине у хомогеном магнетском пољу, он ће онда пресецати различит број линија и у њему ће се тада јавити јасна струја



сл. 38.

(сл. 38 в) Место једне спирале можемо увести читаву серију, дакле један

калем и место да калем проводимо кроз поље магнета, ми ћемо магнет умета-
тати или вадити из калема и на тај начин можемо такође индуковати стру-
ју. Смисао струје мења се према томе да ли примичемо калему пол магнета
или одичемо од њега (сл. 39.) Према Ленцовом закону у спирали се јавља так
ва струја, која тежи да спречи кретање или удаљава. Услед постанка струје
калем се поларише и то ако на пр. приближимо спирали
северни пол (N) магнета, те ће и тај крај спирале пос
тати северан, те ће се та два пола као једноимени од
бијати и спречавати кретање. Ако пак удаљавамо пол N
онда се на калему отвара пол S па се та два пола
као разноимени привлачи и опет спречавају кретање.

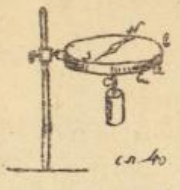


сл. 39.

Али струја се може индуковати и електромагнетом, да
кле сви постају дејством струје, то је постављено ово
правило: С т р у ј а к о ј а с е п о ч е т к о м д е ј
с т в у ј е к а о м а г н е т, к о ј и с е п р и б л и ж у ј е
с т р у ј а, к о ј а с е п р е к и д а д е ј с т в у ј е к а о
м а г н е т, к о ј и с е у д а љ а в а.
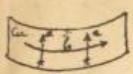
19.- В и ј о р и н - ф у к о л о в е с т р у ј е.

Видели смо како електричне струје постају у проводним жицама.
Ове струје могу постати и у телима од две или три димензије, дакле у пло
частим површинским и кубним телима. Узмимо једну бакарну плочу (сл. 40),
која се може окретати око осовине C а ви
ше ове нека је утврђена стаклена плоча б
на којој стоји магнетска игла (NS) Почне-
мо ли окретати плочу a игла ће скретати
из стакла меридијанског положаја и скрета-
ње ће бити толико већи, у колико је окрета-
ње плоче a брже. Скретање игле наступило је услед овога: магнетска иг-
ла као перманентни магнет има своје поље, плоча a окретала се у пољу
тога магнета услед чега је у њој постала струја. Ова је струја дејствовала
на плочу делатношћу је, услед чега је морало наступити скретање игле.

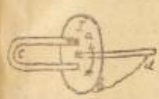


сл. 40.

Ако имамо једно хомогенско поље у њега једак комад бакра (сл.
41) умрежимо на њиним пољ у смислу стрелице a, у њему ће се појавити
струја управно на правац a тј. који ће у правцу б


Сл. 41

Ако узмемо сад читаво бакарно поље тј. бакарни точак I и окрећемо у пољу потковичастога магнета C (сл. 42.) у смислу стрелице a, то ће у точку постати струја коју одводимо сисаљицем b. И ако спроводну жицу повежемо са d то ће струја циркулисати кроз жицу. Ово тзв. Фарадијев точак, о коме ће бити доцније још говора.


Сл. 42

Ми не морамо имати поље већ једну обичну струју па да увек моћи назовемо једну индукцију од три димензије тј. помоћу Волта индукције можемо такође назвати струју у спроводнику од три димензије. На пр. имамо котур од дрвета bb (сл. 43.) који се обрће у пољу спроводне жице a кроз коју иде струја. Котур нека се обрће у смислу стрелице c па ће у њему постати струја, која тече у смислу упрaвним на d тј. у смислу f и струју можемо помоћу спроводника c исписати (и)довести у циркулацију.


Сл. 43

Све струје ове врсте у спроводнику од три димензије називају се Фуколове или вртложне струје. Све струје имају особину да дејствују на магнетску иглу као што смо у почетку видели. Сем тога ове струје могу производити и топлоту. Тако на пр. клатимо a клати слободне између полова електромагнета (NS сл 44) кад не пролази струја кроз спиралу. Али заклатимо клатно, па онда пустимо струју, клатно (a) ће се нагло заустaвити између NS јер у њему постоје Фуколова струја, услед које се клатно намагнетише и мора се зауставити али приметићемо, да се при томе јаке развија тј. енергија његовог кретања претвара се у топлоту.


Сл. 44

Све Фуклове струје корисне се употребљавају за мерење магнетске игле у галванометру тј. кад се жели да игла при скретању не клати много; за ту цељ се прави тзв. апериодични галванометр. Код њих да би се спречило осцилловање, праве се кутије од бакра, магнетна игла индукује у бакарну плочу вртложну струју, која противује супротно кретању игле и одмах заустaвља ноту. Овакав кочница не може се употребити код балистичких галванометара, код којих се баш као и
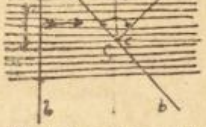
за колике ће времена игла слободно клатити. Најсавршеније је кочење код галванометра са звонастим магнотом који је затворен у бакарну кутију (сл.45.). Ту магнет *a* клизи у кутији *b* при кретању струју, да ова одмах заустављ игли. Да видимо сад ке се крећу вијарне струје.-Ако један точак, какав смо имали на сл.40. пресечемо на више делова радијално, то ће престати његова дејство за магнетску иглу. Али ако само на извици састанимо те пол вине каквим спроводним металом, појавиће се опет струје. Из тога изводимо закључак, да сферијорне струје крећу само по периферији точка, или у опште ако је тело ма какво, креће се извицам његовим. Отуда се ове струје називају вијорне, пошто се не крећу једним правцем као кроз жицу, већ праве по спроводнику врло различне фигуре, према томе какав облик има спроводник.



20. З а к о н о и н д у к о в а н и м с т р у ј а м а.

Још Фаради је приметио да јачина индуковане струје зависи: 1) од броја магнетских линија које спроводник пресеца 2.) од јачине поља 2.) од смисла сечења и 3). од брзине кретања спроводника Те три ствари утичу у опште на електромоторну снагу.

Пресецање магнетских линија може бити на два начина: или ће се спроводник кретати у односу на линије сила једног непокретног поља или обрнуто, спроводник ће мировати, кретати се линије сила једног покретног поља, појачавати или слабити. Ми ћемо у идућим одељцима говорити о индукцији струје помоћу кретања једног спроводника у магнетском пољу.



Узмимо прво хомогено поље и нека се један праволинијски спроводник *ab* креће у њему (сл.46.) Кретање може бити тројако: п а р а л е л н о с е б и а у п р а в н о н а л и н и ј е с и л а: п а р а л е л н о с е б и а п р а в ц и м а л и н и ј а п о љ а (с т р е д н и ц а): н а г р е ш е у п р а в н о н а с в о ј п р а в а ц (у п р а в н о н а х а р т и ј у). У прва два случаја струја се неће јавити, већ само у трећем.
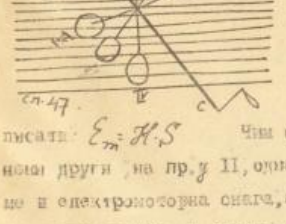
Ако је дужина спроводника равна l јачина поља тј. број линија N а брзина којом се спроводник креће v и ако се спроводник креће управно на свој правац и управно на правац магнетских линија, тада је

индукована електромотовна снага $\mathcal{E}_m = \ldots$ 1

Ако се спроводник креће косо правцем cd тако да са линијама заклапа угао φ а да је правац кретања cd нагнут за угао φ према правој, која је управна и на линије сила и на спроводник, тада је електромоторна снага $\mathcal{E}_m = l.H.v\sin\varphi\cos\varphi$ ——— 2. Обе ове електромоторне силе изражене су електромагнетним јединицама. Овај први случај индукционог дејства који с теоријског гледишта чини основни фундаменат остаје у принципу је без значаја. Конкретном праволинијском спроводнику по себи се разуме, не може се произвести електрична струја у обичном смислу те речи, пошто недостаје затворен пут. Овде се само количине електрицета преносе с једног краја жице на други и тако су оба краја спроводника супротно наелектрисана.

Кретање сад кроз хомогено поље један затворен кружни спроводник (сл. 47.) Знамо из раније да, кад га крећемо паралелно његовој површини а дуж магнетских линија, да тада нема струје. Да би добили струју, ми ћемо спроводник окретати око осовине cd јер ће тада спроводник у сваком узастопном моменту пресецати различит број линија. Из саме се слике види да у моменту, кад је површина спроводника управна на линије (положај I и IV) тада спроводник пресеца највећи број линија, и у том случају биће електромоторна снага највећа. Та електромоторна снага зависиће од јачине поља H и површине спроводника S јер у колико је већа површина спроводника, то ће и број пресецања линија бити у толико веће. С тога дакле за управен положај (I и IV) можемо написати: $\mathcal{E}_m = H.S$ Чим окренемо спроводник из управног положаја и дођу нам други на пр. у II, одмах је број пресечених линија мањи, и према томе и електромоторна снага, а смањује се у толико, у колико је мањи угао који спроводник у одговарајућем моменту заклапа са линијама дакле је $\mathcal{E}_m = S.H\sin\alpha$. Кад спроводник дође у положај III или V тада не пресеца ни једну линију и његова електромоторна снага мора онда бити равна нули а ово се види по горњем обрасцу јер је $\sin 0 = \sin 180° = 0$ и онда је

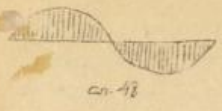
$\mathcal{E}_m = 0.$



Сл. 47.

Kad sprovodnik prođe kroz taj polovaj struja se slovi onda samo pošto su funkcije sinus-a od 0^0 do 180^0 negativne to će se struja dok se sprovodnik kreće u tom razmaku imati smisao suprotan nego dok se sprovodnik kretao od 90^0 do 0^0. Elektromotorna će snaga rasti do 270^0 i tu će biti maksimum, na onda opadati do 180^0, gde je ravna nuli, tu opet dobija prošlotan smisao i raste do 90^0 i t.d. Sinus ugla α od kog zavisi indukovana struja, kao što se vidi jeste periodična funkcija, i to je ona vrsta, koja smo navik kod kružna i u teoriji talasanja [illegible] zavisi od vremena u fazi t i od 2π, dakle je $\alpha = \omega t = 2\pi \frac{t}{T}$. Vrema toko možemo napisati $\mathcal{E}_m = SH \sin 2\pi \frac{t}{T}$. Gde možemo još SH označiti sa $\mathcal{E}_0$ gde će $\mathcal{E}_0$ značiti vrednost elektromotorne sile za slučaj najvećnosti na linije s.j. njena maksimalna vrednost. Tada imamo: $\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_0 \sin 2\pi \frac{t}{T}$. Ova je obrazac za postojanje jedne takve t.zv. s i n u s n e s t r u j e, koja se tako naziva po tome što sinus ugla računje neku jačinu, i koja se ponaša kao tačka kotrljanja.

Predstavimo li grafički gornju jednačinu dobićemo krivu liniju koja se naziva s i n u s o i d a (sl. 48.) i njena ordinata predstavljaju elektromotorne snage. Za ove sinusne struje važe isti zakoni kao i za treperske. O toga je svaka te struje, u ma kojoj tački date koordinate, $y = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ gde je a amplituda ili ravna maksimalnoj elektromotornoj snazi T, ravno dakle, vremenu celog treptaja, a t = vremenu za koje je struja dospela na raznih podosnaja u tu fazu koju posmatramo, x = fazu posmatrane tačke a λ ravno dužini celog toka.



sl. 48

Ako sa običnim strujama javlja se i s a m o i n d u k c i j a, koja pri stvaranju - kao što znamo - izaziva ekstra struju suprotnog smisla koja će zakašnjavati glavnu struju. Zakašnjen talas ima istu talasnu dužinu ali se javlja izvesna fazna diferencija, te je tada $y = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \delta\right)$

Ako bi imali neku drugu struju $y_1 = a_1 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \delta\right)$ pa tražimo faznu diferenciju između ove dve struje, to onda iz gornjih jednačina se vidimo da prva struja prelazi kroz nulu kad je $t = \delta T$ druga kad je $t = \delta_1 T$ fazna diferencije se $(\delta - \delta_1)T$ ili ako tražimo faznu da

ференцију у једанаест времена тада је она равна $\frac{(\delta-\delta)T}{T} = \delta - \delta$, ..

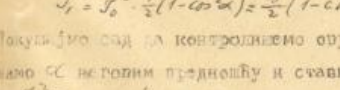
Струје које смо индуковали на овај начин нису биле свагда исте јачине. Видели смо како су достизале максимум, спадале до нуле, па опет мењале смисао опет расле и опадале и т.д. Такве струје имају час један — час други смисао, због чега су и назване наизменичним струјама, струје пак које се крећу у једном смислу називају се једносмислене.

Наизменичне струје не чине никакво дејство на обичан галванометар, јер је мењало смисла тако брзо, да игла нема довољно времена да скрене. Али се ово струје могу мерити т.зв. електродинамометром справом коју ми већ познајемо. Сем тога ове струје имају топлотно дејство јер загревају спроводник кроз који пролазе. Према Џуловом закону количина произведеног топлота износи: $Q = I^2 R T$ где је I равно интензитету, R равно отпору спроводника а T равно подрвини спроводне жице. Нашли смо мало раније образац: $\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_0 \sin 2\pi \frac{t}{T}$ или ако ставимо $\sin 2\pi \frac{t}{T} = \sin\alpha$ имаћемо $\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_0 \sin\alpha$. Такав ће исти однос бити и за интензитет дакле: $I = I_0 \sin 2\pi \frac{t}{T}$ или кад се замени исте вредности $I = I_0 \sin\alpha$ И ако би графички представили интензитет, добили би исто онако синусоиду. Али ми нећемо приказивати просто интензитете већ њихове квадрате. Тога ради квадрирајмо једначину $I = I_0 \sin\alpha$ па ћемо добити: $I^2 = I_0^2 \sin^2\alpha$ - 1). Познато нам је из тригонометрије да је: $2\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha$ или $\sin^2\alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos^2\alpha)$ Кад сменимо то у једначину 1) добићемо:

$$I_1^2 = I_0^2 \cdot \frac{1}{2}(1 - \cos^2\alpha) = \frac{I_0^2}{2}(1 - \cos^2\alpha$$

Покушајмо сад да конструишемо ову линију $I_1^2 = \frac{I_0^2}{2}(1 - \cos^2\alpha)$ или кад сменимо I_1^2 неком произвољном и ставимо $I_1^2 = y$ имамо:

$y = \frac{I_0^2}{2}(1 - \cos\alpha \cdot \frac{t}{T})$ Да би ову линију, која нам претставља квадрирану струју нацртали, треба да узмемо за фазу t неколико вредности: Ми ћемо узети ове вредности: $t = 0, \frac{1}{4}T, \frac{1}{2}T, \frac{3}{4}T, T, \frac{5}{4}T$ и т.д.



сл. 49.

По оси x преносићемо времена, а по y, одговарајућим ординатама вредности за

1.) Ако је $t = 0$ тада је $y = \frac{I_0^2}{2}(1 - \cos 0^\circ) = 0$, дакле линија ће почети од нуле.

2) За $t = \frac{1}{4}T$ имамо $y = \frac{I_0^2}{2}(1 - \cos 45^\circ \frac{1}{4})$ Израз у загради раван је 2 према томе је $y = I_0^2$ (сл. 49.)

3.) За $t = \frac{1}{2}T$,

имамо $y = \frac{J_0^2}{2}(1-\cos\omega\pi\cdot\frac{t}{T})$ линија се враћа опет ка основној x

4) За $t=\frac{3}{4}T$ имамо $y=\frac{J_0^2}{2}(1-\cos\omega\pi\cdot\frac{3}{4})=\frac{J_0^2}{2}(1-\cos\frac{3\pi}{2})$ за $t=T$, $y=\frac{J_0^2}{2}(1-\cos\omega\pi)=0$

и т.д. Као што се види и на овај начин добијамо једну синусоиду, само што се она цела налази изнад осе X. Квадрирана струја коју ова линија представља, није дакле наизменична јер интензитет остаје увек исти позитиван. Ако трамо топлотно дејство, које квадрирана струја производи, имамо: $Q=\frac{J_0^2}{2}=R\cdot T$ а за обичну струју: $Q=J^2R\cdot T$

ако су производи исте количине онда имамо: $J^2R\cdot T=\frac{J_0^2}{2}\cdot R\cdot T$ а одатле је $J^2=\frac{J_0^2}{2}$ или $J=\frac{J_0}{\sqrt{2}}$ / Ово се назива с т в а р н и - е ф е к т н и и н т е н з и т е т с т р у ј е, за разлику од обичног интензитета на ел. мења.

Електромотарна снага је слична горњем $\mathcal{E}_m=\frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{2}}$ и ово се назива с т в р н а - е ф е к т н а - е л е к т р о н е т а р н а с н а г а.

Да видимо сад каква је дејство с а м о и н д у к ц и ј е. Она чини двоје. 1.) П о в е ћ а в а ј у ћ и о т п о р с м а њ у ј е е л е к т р о м о т о р н у с н а г у, и 2.) д е ј с т в у ј е н а ф а з н у д и ф е р е н ц и ј у.

Кад не би било самоиндукције, онда би по Омово закону имали $J=\frac{\mathcal{E}}{R}=\frac{\mathcal{E}}{\sqrt{R^2}}$ или самоиндукција повећава отпор за количину ωL где је ω угловна убрзана кретања спроводника, а L је т.зв. коефициент самоиндукције. Према томе је сад интензитет: $J=\frac{\mathcal{E}}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}$ или ако ω сменимо његовом вредношћу $\omega=\frac{2\pi}{T}$ имамо: $J=\frac{\mathcal{E}}{\sqrt{R^2+\frac{4\pi^2}{T^2}L^2}}$

Ова количина под коренон у интензитету назива се п р и в и д н и о т п о р или и м п е д а н ц и ј а. Из горњег израза се види, да је интензитет у толико већи у колико су мањи ω и L. Максимум интензитета постигли би, кад би било $\omega^2L^2=0$ Али оне може бити равно нули само кад би било $L=0$ јер ω не сме бити равно 0 пошто се без кретања не може добити струја. С тога се гледа да се код једне машине самоиндукција што је могуће више смањи, да би машина имала што већи ефекат.

Изазивајући фазну диференцију самоиндукција закашњава тако да је стога рецимо таласна линија не пролази кроз нулу, кад би електромотарна снага требала да има минијум. То одступање може да дође и до 1/4 талачне дужине $\lambda/4$. $\delta=\frac{\lambda}{4}T$ једначина и предност δ т.ј. имамо онда

Т. када. у једначину $y=a\sin\pi\frac{t}{T}$

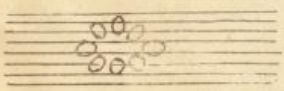
$y = a\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \delta\right)$ Све се нарочито јавља код секундарних индукционих струја.

Фарадијев закон.-Их смо до сад посматрали различита кретања спроводника кроз магнетско поље, и изводили разне законе за поједине врсте.-Сад ћемо пак изложити т.зв. Фарадијев закон који важи за све могуће врсте кретања у свима.-Тај закон гласи овако: Електромоторна сила, која настаје при кретању затвореног спроводника кроз магнетско поље, једнака је броју магнетских линија које спроводник пресече у јединици времена.

Ако спроводник у једном моменту пресеца N_1 линија, после времена t пресеца N_2 линија, то је онда број пресечених линија у промену t разан $N_1 - N_2$, а у јединици времена раван је $\frac{N_1 - N_2}{t}$ према томе је: $\varepsilon = \frac{N_1 - N_2}{t}$ На пр. при почетку кретања спроводник пресеца 8 линија, би у теме размаку времена пресекне само $N_1 - N_2 = 5$ линија и т.д. (8-5) или свршетку 3 линије ($N_2 = 3$) одређ

Maxwell-ов закон регулише смисао струје. Он гласи:

Ако гледамо правцем којим иду магнетске линије, биће ће се у спиралним проводницима појавити струја у смислу кретања сахатне окаљке ако број линија опада; ако ли пак број линија расте, биће струја има супротан смисао (сл. 50)



сл. 50.

Са овим смо завршили преглед закона који важи за индуковане струје.

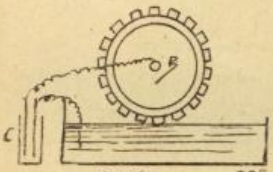
21. ФАРАДИЈЕВ И МАГНОВАН ТОЧАК.-

Раније смо говорили о вијарним струјама у индукционим спроводницима, описали смо конструкцију т.зв. Фарадијевог точка (сл. 44). Код њега се окреће једна плоча од бакра око осовине d у пољу поткивичастог електромагнета. Две спиралице (6 и $6'$) намештене су тако да

једне равни по осовини, јер тачак пресеца известан број магнетских линија: Струја ће бити једноставна и непрекидна.

Електромоторна снага зависиће од броја магнетских линија пресечених у јединици времена -. Тај број износи $\frac{z^2 \omega}{\pi}$ где је z равно и пупречнику тачка, а π равне времену једног обртаја. Ако Ако једначину $\omega = \frac{2\pi}{T}$ решимо по $\frac{\omega}{\pi}$ и сменимо у горњи израз. Сем тога електромоторна снага зависиће од јачине магнетског поља $\mathcal{H}$ и површине пресека S. Дакле $e = \frac{z^2 \omega}{2} \mathcal{H} S$ а за интензитет наше: $i = \frac{z^2 \omega}{2R} \mathcal{H} S$.

Б а р е л е в т о ч а к, конструисан је овако. Зупчаст точак B окреће се над судом са живом, тако да само по један његов зубац додирује живу дакле да има прекидање. Из галванског елемента C доведи се струја и то по један се пол води на осовину точка а други у суд, одатле кроз живу преко зубаца улази струја у точак. Чим струја почне излазити из елемента у точак овај ће се почети окретати.



сл. 57

22.- И н т е г р а л н а с т р у ј а.-

Ми смо до сад претпостављали увек да имамо посла с хомогеним пољем, али то се реће дешава; сем тога и бронза кретања није никад сасвим већ се мења услед чега се електромоторна снага мења сваког момента. Према Фарадијевом закону је електромоторна снага у ма ком моменту равна броју пречишку магнетских линија да времена, подељеном с тим малим временом. На тај начин можемо утврдити моментане стање индукције.-

Ако желимо да нађемо целокупну количину електрицитета која се у времену t производе у једном затвореном спроводнику или т.зв. и т е г р а л н у с т р у ј у, онда ћемо поступити овако. Дато време t разложимо на друга врло мала времена $\tau, \tau_1, \tau_2 \ldots$ за која се може сматрати да је кретање једнако. Ако у одговарајућим временима τ, τ_1, τ_2 број линија, које спроводник сече, износи $z, z_1, z_2 \ldots$ онда индуковане електромоторне снаге биће по Фарадијевом закону: $e = \frac{z}{\tau}, e_1 = \frac{z_1}{\tau_1}, e_2 = \frac{z_2}{\tau_2}$.

Ако спроводник стоји струји отпор ω онда ће по Омовом закону бити: $i = \frac{e}{\omega}, i_1 = \frac{e_1}{\omega_1}, i_2 = \frac{e_2}{\omega_2}$ ... или ако у свим једначинама заменимо $\frac{e}{\omega} = \frac{1}{2}$ а $\frac{\omega}{\omega}$ количина у јединици времена. $\frac{z^2 \omega}{2}$.

e, e_2, e_3 добијемо у резултату. $i_1 = \frac{E_1}{r_1 w}$, $i_2 = \frac{E_2}{r_2 w}$, $i_3 = \frac{E_3}{r_3 w}$.

Количина струје, која протече у извесном знаме да је раван интензитету

Coulomb

умноженом са временом. Према томе имаћемо: $q_1 = i_1 t_1 = \frac{E_1}{w}$, $q_2 = i_2 t_2 = \frac{E_2}{w}$, $q_3 = \frac{E_3}{w}$.

Ово су елементарне струје, кад њих саберемо имаћемо целокупну-интегралну струју: $Q = q_1 + q_2 + q_3$ или пошто смо нашли за q_1, q_2, q_3, $Q = \frac{1}{w}(E_1 + E_2 + E_3)$, $Q = \frac{1}{w} \Sigma(E)$ или ако $\Sigma(E)$ означимо са Z онда је $Q = \frac{Z}{w}$ а пошто је $Z = N_1 - N_2$ тј. разлици броја линија пресечених у почеку и свршетку кретања то је зна да: $Q = \frac{N_1 - N_2}{w}$. Овај нам израз представља вредност с а к у п љ е н е - и н т е г р а л н е с т р у ј е, која, као што се види, не зависи ни у колико од времена кретања t већ само од броја пресечених линија и од отпора.-

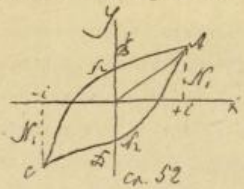
23.-М а г н е т с к о п о љ е з е м љ е.-О д р е ђ и в а њ е и н к л и н а ц и ј е п о В е б е р о в о ј т е о р и ј и.-

Познато нам је из рачуна да и земља има своје магнетско поље у коме линије силе иду од с е в е р н о г м а г н е т н о г п о љ а ка ј у ж н о м.-Ако се на какав спроводник кроје у облику правоугаоника у узастопним временима различити број линија, тај ће се број наћи на тај начин наћи струја. Знамо пак да струја неће бити ако оса спроводника иде паралелно са магнетским линијама. Сем тога познато нам је да угао који склапају магнетске линије са хоризонтом, јесте један угао инклинације, и ако одредимо правац линија знаћемо и инклинацију. На основу овога Вебер је начинио свој м а г н е т с к и и н д у к т а р којим се веома тачно може одредити колика је инклинација. Тај се индуктар кроје у разним правцима и окреће. У неким се случајевима јавља струја а у неким не што се констатује галванометром. Кад нема струје онда је раван који кроје индуктар, паралелна магнетским линијама и према томе измерених углова који та раван гради са хоризонтом, имаће у које време угао који магнетским линијама заклапају са хоризонтом, имаће дакле и и н к л и н а ц и ј у. Овим се начином одређује инклинација онтурајо него по раније показаним методама.

24.-Р а д п р и п о и з в о ђ е њ у с т р у ј е и н д у к ц и ј о м.-Г у б и т а к и з в е с н е к о л и ч и н е р а д а у с л е д А р и с т е р е з и ј е.-При кретању једног спроводника у магнетском пољу врши се извесан рад. Треба да нађемо од

Нађемо однос тога рада према јачини индуциране струје. Ако је H јачина магнетског поља, а l дужина спроводника, онда магнетска компонента која се противи кретању спроводника у пољу биће Hl а на путу S биће $Hl.S$ Сем тога при кретању јавља се струја интензитета i која такође сметa кретању. Према томе молекулни рад који ћемо извршити у времену t јесте:

$A=iHlS$ т,ј,то је механичан рад који ћемо извршити. Пут томе извршити другојачије $S=c.t=v.t$ па је онда $A=iHlct$ Раније смо нашли да је Hlc или Hlv равно електромоторној снази коју смо обележили са E према томе је $A=i.Et$. Сваки рад даје рад а ако тражимо ефекат т,ј. рад за јединицу времена, онда је. $\frac{A}{t}=i.E$. Знамо да се интензитет даје у амперима а E у Волтима, према томе ће се мерити у волт-амперима или Волтама, пошто је $1\ Voltamper=1\ Volt$. Али као што смо већ напоменули ни можемо водити рачуна и о губитку рада приликом хистерезије при процесу магнетисања, у чл. 3 изнели смо шта је то хистерезија и графички представили један циклус магнетисања (сл. 23.). Према томе што нам је познато приносећи на осу X интензитета по пољу јачине магнета H (или што је све једно, N број линија) добићемо циклус $ABCD$ (сл. 52.). Ми ћемо претпоставити да су линије AC, BC и т.д. праве и да је према томе $ABCD$ паралелограм, N_1 и N_2 значи нам број магнетских линија у одговарајућим тачкама и то у A и C имаћемо N_1 а у B и D $\frac{N_2}{2}$. По Кирхијевом закону знамо, да је електромоторна снага $E=\frac{N_1-N_2}{t}$ Треба још да нађемо интензитет да би могли наћи рад ($A=iEt$). - Рад на коме ћу AB је позитиван јер иде у истом смислу са струјом, т,ј. струја онда од i_1 ка 0, а и магнетизам опада. Интензитет струје у тачки A је i_1 а у тачки B једнак је 0. Према томе средњи интензитет на путу AB је $\frac{0+i}{2}=\frac{i}{2}$ Ефекат на путу AB износи: $AB=i\frac{N_1-N_2}{t}\frac{i}{2}$ а молекулни рад за време t биће $R_1=tAB=t.\frac{N_1-N_2}{2}\frac{i}{2}=\frac{i}{2}(N_1-N_2)$ што вреди за комад AB те исто вреди и за комад CD јер и ту се јачина струје у ред врши мењање. На основу тога можемо написати. $R_2=t\frac{CD}{2}\frac{i}{2}(N_1-N_2)$ Али ако до-



сл. 52

ленима пута BC и AB овај је у неколико, другојачије, те имамо

$R_2 = t.BC = (N_1 - N_2)\frac{t}{2}$ и $R_4 = t.AC = (N_1 + N_2)\frac{t}{2}$. Из саме слике види се

да разлике док сечице дуже од AB где O мора се правити број линија $N_1 + N_2$ у

t.

Радиуси R_1 и R_2 истог су смисла, исто тако R_3 и R_4 исто су смисла међу собом а супротног су са R_1, R_2 и R_2. А пошто је $R_3 + R_4 > R_1 + R_2$ то одузимамо збир $R_1 + R_2$ од збира $R_3 + R_4$ па ћемо добити целокупан рад: $R_0 = \Sigma(R) = 2(N_1 + N_2)\frac{t}{2} - 2(N_1 - N_2)\frac{t}{2}$; $R_0 = 2N_1\frac{t}{2} + 2N_2\frac{t}{2} - 2N_1\frac{t}{2} + 2N_2\frac{t}{2}$ или $R_0 = 2(2N_2\frac{t}{2})$. Из слике се види да је израз у загради раван површини троугла ABC пута целокупан рад раван је површини паралелограма $ABCD$ тј. $R_0 = ABCD.R$ представља рад изгубљен услед хистерезије и као што се види тај рад раван је површини паралелограма $ABCD$ или у опште раван је површини циклуса, која се добија при једном процесу магнетисања.

Овај изгубљени рад троши се на загревање магнетског језгра, и код сваког апарата можемо израчунати тај рад.-

25.-Индукционе електричне машине за производење струје.-За производење великих количина струје у индустрији праве се електричне машине, које су основане на принципима о индукцији које смо до сад излагали.-Главна је ствар да се удеси да се серија спирала од спроводнице креће брзо ротаторне у каквом магнетском пољу.-Ове се машине деле на две велике групе Магнетоелектричне машине код којих магнетно поље гради какав перманентан магнет или електромагнет, али кога прави струја, која долази као резерва с друге стране а не из тога апарата; и Динамоелектричне машине код којих поље долази од електромагнета, магнетисаног помоћу саме те главне струје, која у машини постаје.

I. Магнетоелектричне машине.

Ове машине нису тако рашне на пијаци јер се данас готово нигде не употребљавају, већ се само помоћу с теоријског гледишта.-Конструкција једне такве машине састоји се у овоме:

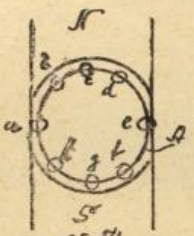
У кутији A (сл. 53.) налази се перманентан магнет B у чијем пољу окрећу се два калема (aa) око осовине (c).-Пошто ће при окретању пресецати линије магнетског поља, те ће се у њима јављати струја коју можемо одводити на употребу.-

II. Д и н а м о е л е к т р и ч н е м а ш и н е.

Све су машине данас једнаке у употреби и код њих се као што ре
кохмо електромагнетно поље од саме главне струје која постаје у њој ма
шини. Ми претпостављамо увек да је магнетско поље хо
могено бар непосредно између полова ма да то у ствар
ности никад није потпуно. Не та нам нехомогеност не ути
че готово никта на струју. Нека је А (сл. 54, мрежа пу
тања по којој се креће спроводник. Кад је спроводник
у положају а он највећим бројем линија
(просечног)
ја чим је струја ту најслабија, јер је разлика броја линија између њега
и свог потпуног (п) положаја врло мала. Кад је спроводник у b струја
иде у смислу стрелице, на основу Maxwell-
офада. У с је разлика у броју линија
свог закона, пошто број линија између тога положаја или пр
тходног ближег врло велика, те је ту струја м а к
с и м а л н а. Идући од c на даље расте број линија
те струја нека смисао и т.д. Дакле за време једног
обрта струја два пут мења смисао. На тај начин про
изведе струја јесте н а и з м е н и ч н а - с и н у с
н а с т р у ј а.



сл. 53



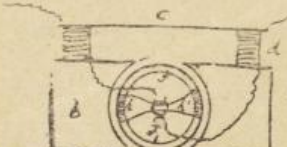
сл. 54

Све динамомашине деле се на две групе.

а.) Оне код којих се згодним направама може смисао струје извр
нути тако да добијемо једносмерну, и то су ј е д н о с м е р н е
д и н а м о м а ш и н е са к о м у т а т о р и м а.

б.) Оне код којих струја мења смисао и то два пута за један обр
тај, које смо већ раније видели и то су т.зв. н а и з м е н и ч н е
м а ш и н е.

Ми ћемо мало детаљније говорити нарочито о обема врстама ди-
намомашина, а сад да изложимо опште принципе на коме се оснивају динамо
машине. Имамо један електромагнет, чији су полови a и b (сл. 55.)
између којих се окреће т.зв. и н д у к т о р (c) у коме се производи
струја. На половима налазе се два отпора
(d) обмотана жицом а спојени калутом та-
кође од меког гвожђа (c). Индуктор је у
овом случају састављен из једног котура
тако да се произведена струја доводи на



сл. 55.



осовину. Одакле је узимају т.зв. с и с а л и ц е (f и f') и одводе у статорске електромагнете а после се њега даље одводе. Машина ради овако: у електромагнету има увек извесна мала количина перманентног магнетизма коју не можемо никад истерати покренемо ли индуктор механичким путем, та мала количина из a и b изазива у откривалу врло слабу струју. Сисаљке f - f' и даље жице одводе ту струју у статорске електромагнете, чији магнетизам услед тога сад ојача и поново изазива много јачу струју у спирали и котуру (C). Ова са своје стране појачава електромагнет и т.д. док се не достигне максимум магнетисања.

Све дакле врши се само обртањем протона. Електромагнети се граде на рачун кретања и производе струју помоћу свога поља, које сами стварају уз суделовање механичког кретања.

26.- И н д у к т о р и. - Споменули смо мало час да се индукторима називају спроводници т.ј. они д е л о в и м а ш и н а к о ј и с е к р е ћ у к р о з м а г н е т н е п о љ е и с т в а р а ј у с т р у ј у. Најглавнија је стварност свих динамомашина ако ће се намотити жице свих спроводника, који се крећу у магнетском пољу. Имамо у главном три врсте намотавања, према томе и три врсте индуктора.-

1. Г р а м о в п р с т е н. - то је калуп меког гвожђа (сл. 56.) и по периферији његовој намотава се изоловања бакарна жица. Жица се може намотавати или целима на два, четири и т.д. места или по целој периферији па и више пута једне преко другог - Али у оба случаја мора бити спроводно везана са к о л е к т о р о м (е), који је на истој осовини са протоном и као што смо већ рекли само има задатак, да скупља струју из спирала. Са колектора се помоћу двеју сисаљки, које по њему клизе одводи струја даље.



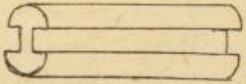
сл. 56.

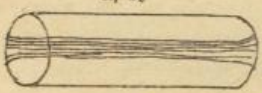
2. - Ц и л и н д р и ч н и и н д у к т о р. - Ова врста намотавања зове се "н а м о т а в а њ е н а д о б о ш", које се овако изводи (сл. 57). Од тачке 1 иде жица на одговарајућу тачку 1' с друге стране цилиндра паралелно осовини његовој. Одатле на тачку 2 па на

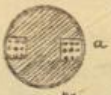


сл. 57.

к' с све стране цилиндра и т.д. као што показује слика.-Обично се узима много већи број завоја но на слици. Једна модификација намотавања на дебело јесте т.зв. С и м е н с о в к а л е м (сл. 58). И те је цилиндрично намотавање само по целој површини цилиндра већ у једном уреду. Намотавање се врши све дотле док жица не испуни уреде цилиндра. На слици 59 имамо карактеристичан Семенсовог калема као и попречни пресек (а)


сл. 58

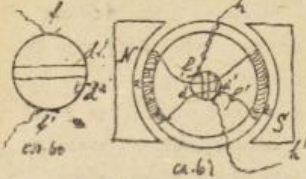




сл. 59.

3.)П л е т и т к а л е м. Код њега се намотавање жице врши управно на осевину, а не паралелно њој, дакле жица се навија паралелно периферији цилиндарске осевине. У практици се највећма употребљавају прва два индуктора: Г р а м е в п р с т е н и С е м е н с о в к а л е м.

27.)Ј е д н о с м и с л е н е м а ш и н е. К а к о с е м а ш и н с к а с т р у ј а п р е т в а р а у ј е д н о с м и с л е н у. -Конструкција једносмислених машина иста је као и код машина описане чл. 25. -Само место две спирале на индуктору узима се обично четири (највише шест) док се код машинских узима увек више да би се пак машинска струја претворила у једносмислену поступа се овако. Колектор се расече на два једнака d и d' ако имамо две спирале, или у толико једнаких делова колико има спирала (сл. 60, 61, 62). Описаније

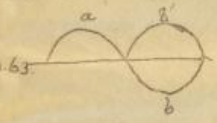


сл. 60 сл. 61

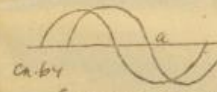

сл. 62.

непокретне су тј. стоје стално на једном месту, као и четкице једнака d и d' која се заједно са осевином окрећу. Кад се спирала d налази у положају према сев. полу N (сл. 61) тада у њој поčиње струја једнога смисла. -Узимимо да је и ту смисао позитиван (+). Та ће струја одилазити на колектор d и одат

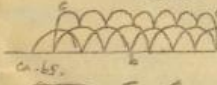
до проке сисалка у кући k. Дођоши спирали a крај пола S у њој постаје струја супротног смисла(-) Ја ће ову струју одводити сисаљком f' у кућу k' Сад ће спирала b опет прећи поред пола N и у њој ће се стварати струја + а одводиће кућом k и т.д. Да видимо шта би било са спиралом b. Кад је a у положају код N тада је b у положају S и према томе у њему се ствара струја(-) која одводи сисаљком f' у кућу k' окрене ли се протон тако да a дође у положај код S онда ће бити код N те се сад у њему ствара + струја, која иде у кућу k и т.д. Из свега изложеног види се да сисалка f прима непрестане + струју, а сисаљка f' струју(-), то ће рећи да је укупна струја која на тај начин постаје једносмислена и да се непрестано креће у правцу од f' преко кућу k, па се овда враћа кућом k' у f' као што показују стрелице. Графичких имамо представљен овај талас на сл.63, где је доњи део таласа b навршут у положају b'. Да видимо како интерферишу таласне дужине кад имамо четири спирале тада добијамо два таласа (сл.64) Али други талас задоцњава за четвртину периода с тога ће та два таласа интерферисати. У наврнутом стаклу таласи су представљени сликом a, а у наврнутом сликом b На слике b види се уједно, каква наглода резултујући талас(cc'). Узмимо сад осам спирала. Тада имамо четири таласа, где сваки има фазну диференцију $\frac{\lambda}{4}$ (сл.65.) Ако и ове таласе наврнемо тако, да добијемо једносмислену струју резултујући талас биће представљен сликом 66.II. У опште узевши број спирала n добијамо резултујући талас IV сл.66. Тај се талас врло мало удаљава од праве линије, те струја која се добија на тај начин, тече готово као када мало, не мењајући никако свој интензитет.



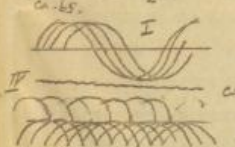
сл.63.



Сл.64



Сл.65.

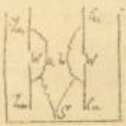


Сл.66

28.-**Одредба електромоторне снаге код једносмисленог хидиамо машина.**-Пристајању галванских елемената у батерији једнаке величине не наилазимо и по паприлици(сл.67.I и II).Са овим другим спајањем слично је уређење једне динамо-машине. Јер величине по паприлици немамо приближно

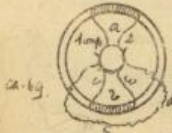


сл. 67



сл. 68.

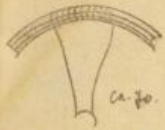
два спојена међу собом. Претпоставимо ли сада магнетични индуктор (који имамо-машине) који имамо да су две спирале (а и в) од којих свака има по два паља спојена међу собом, па после та два споја везана су жицом (сл. 69.) Из слике 68 и 69. види се да су та два весиња поступно пота. За галвански елемената, као који смо да је $J = \frac{\mathcal{E}}{w+S}$ где је $\mathcal{E}$ равно електромотерној снази, w отпору у елементу тј. течности и S отпору у спољном лапцу. Над сме пак везати таква два елемента по површини имаћи смо: $J = \frac{\mathcal{E}_1}{\frac{w}{2}+S}$ Ово исто вреди и за динамо-машине, кад имамо једни пар спирала. Овде нам само ω значи отпор у жици C $\frac{\omega}{2}$ отпор у жици d једне је унутрашни а друге је спољашни. Узимимо сад два пара спирала. Тада је електромотор на скупа равна $\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2$ и имамо онда $J_2 = \frac{\mathcal{E}_1+\mathcal{E}_2}{2(\frac{w}{2})+S}$ за ући пари вредиће једначина $J_3 = \frac{\mathcal{E}_1+\mathcal{E}_2+\mathcal{E}_3}{3(\frac{w}{2})+S}$ или у опште за n парова имаћемо ова ков образац: $J_n = \frac{\mathcal{E}_1+\mathcal{E}_2+\ldots+\mathcal{E}_n}{n(\frac{w}{2})+S} = \frac{\Sigma(\mathcal{E})}{n(\frac{w}{2})+S}$ где је $\frac{w}{2}$ равно отпору сваког пара спирала.



сл. 69

29.-И н д у к т е р и и с п о а л и ц е.-Материјал од кога начинимо индуктор ако кога намотамо спроводну жицу може бити различит. Не има разлога што се најобичније у п о т р е б љ а в а г в о ж ђ е. Јер ако направимо нпр. индуктор од дрвета, у спроводнику се индуктује струја само у онолико у колико је јако поље у коме се креће. Ако пак градимо индуктор од меког гвожђа, струја и од њега начини електромагнет, који ск. своја страна ствара ово поље, а тиме се појачава индукована струја, јер су спирале изложене утицају два поља. Али гвожђе употребљено за ту циљ и из весне невгоде, које наступају услед хистерезије у толике је већи, у колике је гвожђе м е к ш е. Не користи од употребе гвожђа знатно превазилази што ту и стога се готово увек за индуктере употребљава гвожђе. Осим тога ми смо видели, шта су те вијарне струје и оне јаке утичу на слабљење главне струје. Оне постају у материјалу од кога је индуктор и у самој ствари не слабе струју али загревајући индуктор, смета ју раду машине. Да би те спре

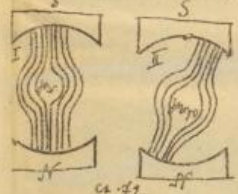
...ке ...ма стварном сталном струју прекиду сам струја кроз индуктор. Те се поступак ...ај начин што се индуктор прави од комада или плочица посебних управо ...ом правац намотавања спроводне жице (сл. 70.) Тиме се постиже избегава...


сл. 70.

...гревање. Узмимо један протон са два спирала (сл. 71.), ...струја кроз спиралу индуковање у свакој спирали не ...два пола ...а већ утицајем магнетских по...
...нова ...створиће се поларо... ...ваздушаста ...
...ких ...ређа ...ње поноса ...и неутрална линија неће бити више вертикал...
...на линија ...већ као (неутрална због тога што у ...
...тем поларају нема струја). Дакле пока неутралне линије ...је померају се у правцу обртања.


сл. 71.

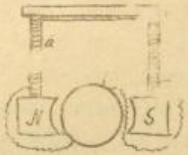
Кад би магнет у хомогеном пољу био у миру а струја ...ла кроз њега, онда би се линије сле закупиле око јез...гра а кроз њега не би пролазиле и при томе би задржа...ле положај (сл. 72). Кад се пак машина креће, линије сила су померене из тог положаја и заузимају положај II.


сл. 72.

У главне елементе код сваке динамо-машине долазе и сисалице-употребљује се обично од материја...ла, који је добар спроводник, а при том лаких да се не квари брзо, обично се узима ч е л и к или б а к а р. Главна је сврха како ће се намести...тати сисалице. Правило за то намештање, кад би не...утрална линија била хоризонтална, састоји се у томе да, кад је осовина котура у положају као на слици 73, онда сисалице треба да додирују обе ...да комутатора, јер у том случају сисалице чине са ко...татором т. зв. к р а т к у в е з у (Kurz schluss) што је потребно, да да машина добро ради. Према томе изла...ли, да сисалице треба увек да леже у неутралној ...нији, јер би у другом случају између сисалице и кому...татора прскале варнице, које штетно утичу на машину. Знамо пак да је не...утрална линија увек помакнута у страну, због тога се и сисалице морају намештити увек косе, померене мало напред или назад према томе у ком се смислу окреће машина. То померање мора бити у толико веће у колико маши...на брже врши обртање.

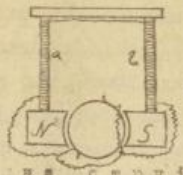

сл. 73.

30.Начини проневођења поља код динамо машина.Принцип проневођења поља код динамо машина значе да је тај део оне исте струја,која се проневеди у машини употребљава за прављење електромагнета.Сама за употребу главне струје може бити разника,према томе имамо три начина за проневођење магнетског поља код динамо машина:1) Кад се сва главна струја употреби за прављење електромагнета.Узмимо на пр.једну Едисонову машину (сл.74)на маке да је гвожђе у индуктору чисто те ипак у њему увек има мало магнетизма,јер је увек под утицајем земаљског магнетизма.Ако скренемо индуктор,то Ће у њему постати врло слаба струја.Место да ту струју одмах одведемо на је спроводимо сву око спирале a a' ка електромагнету и тек кад пређе изводиме је на по ље.Ова слаба струја отвориће је електромагнет,те Ће се сад у индуктору проневедени јача струја,која опет прво обиђе крез спирале око електромагнета,па тек онда полази на поље и т.д.Овакве намештаје машине зову се намештање у серији или у низу,а машине се зову још машине са главном струјом.Овакве се машине употребљавају за инсталацију електро лампи у низу.



сл.74

2.)Кад се сва главна струја не проведе око електромагнета већ се дериврира извесан део и помоћу тако званих обазива се електромагнет(сл75)Дериврана струја поново се враћа у главну струју.Овакве намештене машине зову се машине са дериврираном струјом 3.)Може се употребити и главна струја и још дериврана споредна струја.У свим случају имамо спојена два случаја због тога се и називају мешовите машине.Код оних машина мора бити још решено у томе,да ли се секундарна струја узима непосредно споменицом или имају већ изађе и да ли се секундарни намотаји у истом смислу као и главни или у супротном.Не ове су све детаље,чисто конструктивне



сл.75

31.Предности динамо-машина.Не обзиру електро

магнета разликују се типови машина. Који се данас не употребљују, само:

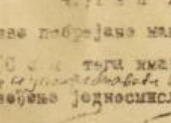
1.)Т и п Е д и с о н о в е м а ш и н е,који је већ раније,као што нам је познат:

2.)Т и п С и м е н с о в е м а ш и н е,који се на исти начин као и за једну на сл.76.

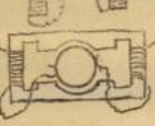
3.)Т и п Х е п к и н с о в е м а ш и н е,електромоторна сила као што је представљено сл.77.

4.)Т и п Л а Ј о р о в е м а ш и н е,који је приказан сл.78.

Све ове побројане машине имале су по 2 пола и о тога се зову биполарне машине. Постоје још и мултиполарне машине, које имају више од 2 пола. Мало даље ћемо видети како се израчунава електромоторна сила. Ово је било само за објашњење једносмислене струје о наизменичним машинама, видећемо да се ту [illegible] машине хоће [illegible]. 32.) Ми сматрамо електро машине. Свака динама машина има извесну количину електромоторне снаге интензитета и извесног отпор. Посматрајмо ове три количине код де сад по нашим врста машина. I. М а г н е т и о - е л е к т р о м а ш и н е. Струје из ових машине слане се потпуно са струјом из галванског елемента, и влада се по Омовом закону, да је $J=\frac{\mathcal{E}}{R}$. Код ових машина имамо да водимо рачуна о отпору двоју врста, прво отпор у калемима, који се окрећу у магнетском пољу то је: о т п о р у м а ш и н и, а други спољни отпор о т п о р у о п р о в о д н и к у, којим одвајамо струју за разне потребе. Према теме је: $J=\frac{\mathcal{E}}{R}=\frac{\mathcal{E}}{v+w}$ где је v = отпору у машинама а w отпору у спољном ланцу. Из једначине налази да је: $\mathcal{E}-J_v+J_w=e_1+\mathcal{E}$ где је J_v-J_w означене са e_1 и e. Као што се види електромоторна снага састоји се на 2 дела, од којих се e_1 троши у машини и тим не располажемо. Та се количина зове к о н с т а н т а м а ш и н е. Снага пак, којом из такве машине распалажемо јесте e и назива се е л е к т р о м о т о р н а с н а г а на п о л о в и м а, п о т е н з и ј а л на п о л о в и м а или д е л а р н и н а п о н. Од енергије коју смо употребили на производење електрицитета, губи се на наше потребе $\mathcal{E}-e=e_1$, $J_v=e_1$. J_v је целокупни губи-


сл.76


сл.77


сл.78

тек у машини, а добија се из једначине: $\mathcal{E} = I_v + e$ Све три количине ($\mathcal{E}, i, ne$) називају се константе електро машине. Представимо графички ове константе пренесене по оси x отпоре v, ω а ординате електро потворне снаге (сл. 79) $\mathcal{E}, e$ На сличности троуглева: $\Delta BO \sim \Delta OB'$ следује: $\frac{\mathcal{E}}{v+\omega} = \frac{e}{\omega} = tg\alpha$ Пошто је $\frac{\mathcal{E}}{v+\omega} = I$ то нам даје да нам тангента нагиба линије CO даје интензитет струје.



сл. 79

II. Динамо електро машине: Машине у серији.

Код ових машина разликујемо три отпора v: отпору у калему 0- отпор у доводној жици, коју сматрамо као електро-магнета, а ω отпору у жици са струјом коју употребљавамо за практичне циљеве ($0 \sim \omega$ у истој жици код ове машине али их одвајамо за практичних радова) Не Сименсов закон ту је: $I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\mathcal{E}}{v+0+\omega}$ Код ових машина не можемо мењати отпорове у спољној жици која даје отпор ω Јер на пр. ако место 30 палми потемо 100 онда услед повећања дужине жице повећава се отпор на штету интензитета, који тим опада и у жици са отпором 0, а ова у електромагнету чини слабије поље и струја слаби. Ако $v+0$ означимо са S онда $I = \frac{\mathcal{E}}{S+\omega}$ и S је Константна машина. Снага, којом располажемо јесте: $I_\omega = \mathcal{E} - I_S$ Те је она енергија, која се троши у самој машини. Ако се деси да је $\omega = 0$ тј. спој је врло кратак и изведен на пример, онда имамо највећи интензитет али га не можемо употребити на практичне циљеве. Ако је $\omega \sim \infty$ тј. неки велики кису спојени онда је интензитет раван нули.

в.) Паралелне машине. Овде сно дијелимо струју к имамо три отпора (сл. 78) али по I Кирхофовом закону за дериваџију имамо $I = i_1 + i_2$ а по II. закону $i_2 0 - i_1 \omega = 0$ Из једначине I ће нађемо $i_2 = I - i_1$, заменом у једначини 2 биће $I_0 = i_1 0 - i_1 \omega + I\omega$ или $I_0 = i_1(0+\omega) + I\omega$ одатле је $i_1 = \frac{I_0}{0+\omega}$ За електромоторну снагу имамо једначину $\mathcal{E} = I_0 + i_1 \omega$ заменом имамо $\mathcal{E} = I_v + \frac{I\omega}{0+\omega}\omega$, $\mathcal{E} = I(v - \frac{0\cdot\omega}{0+\omega})$ а одавде је $I = \frac{e}{v + \frac{0\cdot\omega}{0+\omega}}$ /

С.) Мешовите машине. Овде се проводе струја па се држи ток $\mathcal{M}$ снаге, стога ће за овај случај бити: $I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\mathcal{E}}{v + v_1 + \frac{0\cdot\omega}{0+\omega}}$

33. Ефекат магнетне и динамо-електричних машина. Да би машина произвела струју потребно је да се утроши извастан рад на окретању индуктора. Та цела механичка снага изазива из

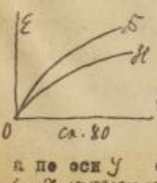
весну количину електрицитета, које у индуктору, које у ниџи ско електромаг. кета и у спољном ланцу. Цела израчуната количина електр. у јединици времена назива се т о т а л н и е ф е к а т т е м а ш и н е. Али ако водимо рачуна само о онај количини енергије, коју можемо употребити, она је т е к о р и с н и е ф е к а т. Однос између корисног и тоталног рада зове х и д у с т р и с к а к о р и с н о с т м а ш и н е. Рад којим се производи извесна електрична енергија мери се в е л т - а м п е р и м а по обрасцу $R = \mathcal{I} \cdot \mathcal{E}$ = ефекат.

I. М а г н е т н о - е л е к т р и ч н е м а ш и н е. - Код ових машина нашли смо, да је $\mathcal{I} = \frac{\mathcal{E}}{v+w}$. ако хоћемо да нађемо тотални рад, рећи ће једначину по $\mathcal{E}$, па имамо $\mathcal{E} = \mathcal{I}(v+w)$. Тотални рад у јединици времена добићемо кад горњи израз помножимо са $\mathcal{I}$ пута тако: $R = \mathcal{I}^2(v+w)$ или $R = \mathcal{I}^2 v + \mathcal{I}^2 w$. Ако хоћемо корисан рад онда не треба рачунати $\mathcal{I}^2 v$ пошто се троши у машини већ само $\mathcal{I}^2 w$ па имамо $S = \mathcal{I}^2 w$. Индустриску корисност машине најћемо, кад израчунамо однос између корисног и тоталног рада. Дакле: $K = \frac{S}{R} = \frac{x^2 w}{\mathcal{I}(v+w)} = \frac{w}{v+w}$. т.ј. корисност извесне м а г н е т н о - е л е к т р и ч н е м а ш и н е мери се односом између отпора у спољном ланцу и целокупног отпора.

II. Д и н а м о - м а ш и н е. а) М а ш и н е у с е р и ј и. - Тотални рад код ових машина је: $R_1 = \mathcal{I}^2(v+w)$ а корисни: $S = \mathcal{I}^2 w$. Индустриска корист је: $K_1 = \frac{S}{R_1} = \frac{w}{v+w}$.

б) Н е з а в и с н е м а ш и н е. - На истим машинама и код њих $K_2 = \frac{S}{R_2} = \frac{\mathcal{I} w}{\mathcal{I}_1^2 v_1 + \mathcal{I}_2^2 v_2 + \mathcal{I}^2 w}$. Однос између механичног рада који се утроши на кретање машине и тоталне струје обично је 30 % до 93 %. Губитак је дакле 20 % до 7 %.

34. К а р а к т е р и с т и к е м а ш и н а или к а р а к т е р и с т и ч н е л и н и ј е п о ј е д и н и х м а ш и н а. За графичко представљање карактеристика појединих машина има више начина:



сл. 80

I. Х е п к а н с о н је први поставио Ојлеров између броја обртаја индуктора интензитета струје и електричне снаге добије је карактеристичну линију H (сл. 80.) то је Х е п к и н с о в а к а р а к т е р и с т и к а, која добија се, кад се по оси X пренесе интензитет а по оси J електромоторна с[illegible] Ф Б). Сложивши машине. Ако су i_1 и i_2 струје на i_1 и i_2 износан рад $R_2 = i_1^2 v_1 + i_2^2 v_2 + \mathcal{I}^2 w$; $S = \mathcal{I}^2 w$ а $K = \frac{\mathcal{I}^2 w}{i_1^2 v_1 + i_2^2 v_2 + \mathcal{I}^2 w}$

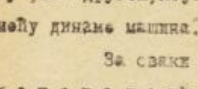
II. Марсова је друкчије конструисане струјне линије. Ом је у машину увео гвоздену струју и приликом на осе X интензитет не струји добије линију δ (сл.80.) која се од Хопкинсове разликује у толико више у колико је слабија електромоторна сила.

III. Фелдова карактеристична линија ... ω (интерполисање) у смислу кривуље. На тај начин добија се карактеристична Фелдова линија која је представљена на сл.81. Од све три ове линије Хопкинсова ће бити најстрмија.



35. Реверзибилност динамо машина, закони за пренос снаге за даљину. - Динамо машине употребљене су с корисћу у индустрији, али нарочито је важна једна њихова особина, која се зове реверзибилност. Видели смо да кад другим каквим механичким снагом окрећемо динамо-машину у њој настаје струја, а колико ту струју будемо уносили у динамо-машину, толико ће се окретни Та особина назива се реверзибилност, на њој се оснива принцип о преносу снаге на дальну даљину. На извесном месту ... приреди водену снагу, која што је водопад, па би могли да ту снагу не употребимо на том месту, већ другом, које је одавде удаљено 80, 40 па и 100 км. Те се постиже помоћу динамо машина.

За сваки такав пренос потребне су две машине: електрогенератор, који ће произвести струју и мотор, који прима струју из генератора (сл.82.). У генератору се производи струја а мотор прима. Генератор распаљава електромоторном снагом E_g а у мотор долази снага E_m и увек је $E_g > E_m$ пошто извесна количина електромоторне снаге троши на савлађивање отпора у спроводнику.



По Омовом је закону $J = \frac{E_g - E_m}{\omega}$ ... не нама треба рад који ће дати до мотора на вратилу: $R_1 = J E_m = \frac{(E_g - E_m) E_m}{\omega}$. Рад кад код генератора јесте R_2 $R_2 = E_g \frac{(E_g - E_m) E_g}{\omega}$ корисни рад приликом снаге јесте ... теме: $\eta = \frac{R_1}{R_2} = \frac{E_m}{E_g}$. Највећа је корист онда, кад је $\frac{E_m}{E_g} = \frac{1}{2} = 0,5$ јер је тада рад који мотор прима maximum, а о томе ћемо се уверити на овај начин: $R_1 = \frac{E_m (E_g - E_m)}{\omega}$

Рад ће овај бити максимум кад је бројитељ тј. количина $E_m(E_g - E_m)$ максимум. Та се количина може написати а у овом облику $\frac{E_g^2}{4} - (E_m - \frac{E_g}{2})^2$ с тај ће израз бити максимум ако је други члан раван нули тј. ако је $E_m = \frac{E_g}{2}$ или $\frac{E_m}{E_g} = \frac{1}{2}$ Према томе мотор треба удесити према генератору, јер сваки мотор не може да ради, кад се у њега уносе некаква струја.

Да би добили јасан појам о преношењу снаге, навешћу овај чувени експеримент преношења снаге, који је извршен између Лауфена и Франфурта. Даљина између та два места износи 175 км. дакле струја је имала да прође кроз жицу пут од 350 км. при своме одласку и повратку. Дебљина бакарне жице износила је 4 мм.

Снага, која је имала да се преноси износила је 300 парних коња а то ће рећи 200000 в о л т - а м п е р а. Пренос се може извршити тако да струја буде од:

I 100 Волт или 2000 Ампере или 100.2000 =200.000 Волт Ампере
II) 1000 " " 200 " " 1000.200 =200.000 " "
III) 10000 " " 20 " " 10000 20 =200.000 " "

Казали смо да је жица дебела 4 мм. она је стављала отпор од 500 ома, то значи, док протече 1 Ампер струје струје утроши се 500 Волт-а. Ако узмемо први случај преношења, онда се на отпору троши 500.200=100000 Волт дакле треба милијун Волт, само да се струја пренесе а да се не изврши никакав рад. Али ми немамо од толико Волтиваја само од 100. Узмимо други случај: 500.200=100.000. Дакле за пренос треба струја од 100.000 Волт-а, а ми располажемо са 1000 и мало што се види ни овај случај не можемо употребити.

У трећем случају на отпор би се утрошило 500.200= 10.000 Волт-а, а ми толико свега имамо на расположењу. Ако узмемо трећи случај сав ће се рад утрошити на савлађивање отпора у спроводнику, а користи нема никакве. С тога ћемо узети још ове случајеве:

IV) 20000 Волт-а 10 Ампере 200000 Волт-Ампере
V) 40000 " 5 " 200000 " "

За IV случај трошило би се на отпор 500.10=5000 Волт-а а ми имамо 20000 Волта-а, на наше потребе можемо даље утрошити 15.000 Волт-а са 10 Ампере.

За V случај утрошило би се на отпор 500 5=2 500 Волт-а

то значи да ми располажемо снагом од 37.500 ск 5 ампера и у отвари про
нос је извршен са 3000 Волт-а, јер би јачва струја пробила изолатор."

КРАЈ